R. CIOLI - NOZIONI DI ELETTROTECNICA GENERALE E MISURE ELETTRICHE

Ministero del Lavoro
e della Previdenza Sociale

Nozioni di elettrotecnica generale e misure elettriche

ad uso esclusivo
degli Ispettori del Lavoro

a cura del dott. ing. Roberto Cioli
Ispettore Superiore

La cultura è un bene dell'umanità (fantomasping@libero.it)

Quale omaggio e
ricordo
13/5/1979

La cultura è un bene dell'umanità (fantomasping@libero.it)

La cultura è un bene dell'umanità (fantomasping@libero.it)

NOZIONI
di
ELETTROTECNICA GENERALE
e
MISURE ELETTRICHE

ad uso esclusivo degli Ispettori del Lavoro

a cura del
dott. ing. ROBERTO CIOLI
Ispettore Superiore

Ministero del Lavoro e della Previdenza Sociale

La cultura è un bene dell'umanità (fantomasping@libero.it)

PREFAZIONE

Nel presente opuscolo ho riportato la successione e gli argomenti di elettrotecnica generale e misure elettriche trattate nelle poche lezioni svolte ai Corsi di Addestramento per Ispettori del Lavoro, degli anni 1959-1960, per l'esecuzione di verifiche e controlli demandati all'Ispettorato del Lavoro dal D. M. 12 settembre 1959.

dott. ing. Cioli Roberto
Ispettore Superiore

Venezia, 28 giugno 1960

La cultura è un bene dell'umanità (fantomasping@libero.it)

PARTE I

CONCETTI FONDAMENTALI

Alcuni fatti sperimentali.

Sono a tutti noti i principali fatti sperimentali dai quali ha avuto origine l'elettrostatica e che si possono in questa sede così riassumere:

1. — L'ambra, l'ebanite, il vetro ecc. quando vengono strofinati con un panno di lana acquistano la proprietà di attrarre corpi leggeri come per esempio pezzetti di carta. Per rendere tale attrazione più comodamente osservabile ci si suol servire di una pallina molto leggera, per esempio di sambuco, appesa ad un filo di seta. Una bacchetta di ebanite, ambra, vetro ecc. che abbia così acquistato la proprietà di attrarre corpi leggeri, si dice carica di elettricità od elettrizzata.

2. — Questo stato di elettrizzazione si comunica da un corpo ad un altro per contatto: se infatti si tocca con una bacchetta di ebanite elettrizzata un pezzo di ambra o di ebanite, questi a sua volta acquistano la proprietà di agire sul pendolino di sambuco. In particolare se si carica per contatto con l'ebanite strofinata il pendolino stesso, si osserva, contrariamente a quanto accadeva prima che avvenisse il contatto, che esso viene respinto dall'ebanite. Se ora si prendono tutte le sostanze che si elettrizzano per strofinio e dopo averle elettrizzate si avvicinano al pendolino (caricato per contatto con l'ebanite) si riconosce che, mentre alcune lo respingono altre lo attraggono. Questo fatto ci mostra l'esistenza nei corpi di due stati di elettrizzazione diversi, e cioè negativa (nel caso di corpi che come l'ebanite respingono il pendolino caricato per contatto con elettricità dello stesso segno dell'ebanite) e di uno stato di elettrizzazione positiva nel caso di corpi come il vetro che lo attraggono.

La cultura è un bene dell'umanità (fantomasping@libero.it)

Se il pendolino venisse invece caricato per contatto con un pezzo di vetro strofinato, si osserverebbe che tutti i corpi che prima lo respingevano ora lo attraggono, mentre i corpi che prima lo attraevano ora lo respingono.

Si giunge alla conclusione che se il pendolino è carico di elettricità dello stesso nome del corpo che gli viene avvicinato, allora viene respinto, mentre, quando è carico di elettricità di nome opposto viene attratto.

In particolare tutti i fenomeni di elettrizzazione e gli effetti relativi dipendono, dalla presenza nei corpi di cariche o granuli di elettricità rispettivamente positivi o negativi e comportantesi in modo tale che tutte le cariche o granuli di elettricità di egual nome (positive o negative) si respingono, mentre quelle di nome contrario si attraggono: inoltre tutte le azioni che emanano da una carica o granulo elettrico positivo, sono uguali ed opposte a quelle che sarebbero prodotte da un granulo elettrico negativo considerato nelle stesse condizioni del primo. Ogni raggruppamento intimo in cui siano presenti, in egual numero, cariche o granuli di elettricità delle due specie, non rivela all'esterno alcuna proprietà specifica e si presenta cioè elettricamente neutro.

Costituzione della materia.

È noto che ogni corpo è un aggregato discontinuo di atomi e quindi di molecole, cioè di infime particelle in cui si conservano ancora tutte le proprietà di una sostanza chimicamente definita: tutti questi atomi e quindi molecole non sono a contatto fra di loro, ma si trovano l'una rispetto all'altra a distanze paragonabili alle loro dimensioni; esse sono animate inoltre da movimenti vibratori disordinati, che costituiscono i moti di agitazione termica. Nei corpi composti, le molecole risultano dall'intima unione di due o più atomi di corpi semplici. Ai fini che ci proponiamo l'atomo materiale possiamo immaginarlo costituito da un raggruppamento di tre sole specie di particelle elementari, le quali prese a sé godono di proprietà caratteristiche specifiche che non si rilevano nell'atomo chimicamente definito, ma che si riscontrano invece nella considerazione dei fenomeni elettrici; queste particelle costituiscono gli infimi granuli dell'elettricità stessa e della massa. Due di esse sono i granuli elementari di elettricità positiva e negativa, i quali vengono indicati rispettivamente, con i nomi di positroni ed elettroni, la terza è il granulo elementare di massa materiale sprovvisto di carica elettrica e detto perciò neutrone.

Ogni positrone è di norma strettamente vincolato ad un neutrone e tale associazione costituisce il protone; il protone manifesta quindi una carica elettrica positiva.

La cultura è un bene dell'umanità (fantomasping@libero.it)

Ogni atomo materiale è dunque un edificio costruito mediante elettroni e protoni presenti in egual numero, a conferire all'atomo stesso, rispetto alle azioni a distanza, lo stato elettricamente neutro.

Gli edifici atomici non devono essere immaginati come dei sistemi rigidi in cui elettroni e protoni si trovino fra loro in intimo contatto ma, secondo il modello di Bohr-Rutherford, l'atomo è fatto come un minuscolo sistema planetario in cui attorno al nucleo, particella carica positivamente, di raggio infinitesimo (10^{-13} cm.) e in cui è concentrata quasi tutta la massa dell'atomo, si muovono in determinate orbite, alcune particelle cariche negativamente, dette elettroni.

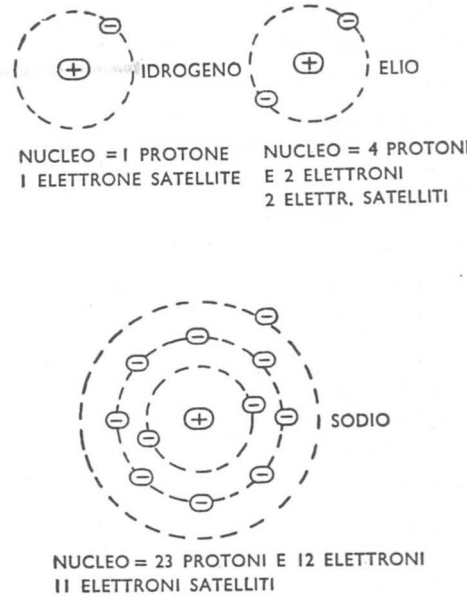


Fig. 1

Gli elettroni sono tutti identici fra di loro qualunque sia l'atomo a cui appartengono e la loro massa è infinitesima. (Nell'atomo di idrogeno l'elettrone ha una massa pari alla 1852a parte di quella totale dell'atomo).

Il nucleo invece varia da elemento ad elemento; la sua carica positiva è sempre uguale ad un multiplo della carica dell'elettrone e, cambiata di segno; ossia essa è uguale a ze, dove z rappresenta un numero intero (numero atomico).

Gli atomi dei vari elementi sono, in condizioni normali, sistemi elettricamente neutri; ciò significa che attorno ad un nucleo avente la carica $z\,e$, si muovono in orbite prestabilite, z elettroni che con le loro cariche negative neutralizzano la carica del nucleo. Così per l'idrogeno, l'elio, sodio l'edificio atomico è quello in figura 1).

In determinate condizioni può accadere che un atomo oppure una molecola, perda uno o più degli elettroni satelliti più esterni, esso allora non si presenta più elettricamente neutro, perché manca il compenso delle azioni a distanza che emanano da altrettanti positroni; si esprime questo fatto dicendo che in tale stato, l'atomo o la molecola rileva una carica elettrica positiva pari a tante cariche elementari quanti sono gli elettroni che ha perduto; esso prende il nome di *ione* positivo, monovalente, bivalente ecc.

La cultura è un bene dell'umanità (fantomasping@libero.it)

A questi ioni positivi si contrappongono gli ioni negativi che sono rappresentati da atomi o da molecole che abbiano acquistato uno o più elettroni in eccesso.

Il processo di formazione degli ioni e cioè la ionizzazione degli atomi agisce esclusivamente sugli elettroni satelliti più esterni, ma non intacca mai la compagine del nucleo atomico.

Se vengono a trovarsi in presenza due ioni di segno opposto essi si attraggono e si legano stabilmente l'uno all'altro formando una molecola composta, elettricamente neutra; così ad esempio se si hanno in presenza ioni positivi di Sodio ($Na+$) e degli ioni negativi di Cloro ($Cl—$) i due ioni si uniscono a formare delle molecole di cloruro di sodio ($NaCl$).

Si comportano come ioni positivi l'idrogeno ed i metalli e come ioni negativi, i metalloidi e radicali acidi.

Fenomeno della elettrizzazione superficiale dei corpi:

Stante quanto sopra, si comprende che tutte le superfici che delimitano un corpo qualunque, sono ricoperte per così dire da una «pellicola» di elettroni, avente uno spessore pari all'incirca al raggio atomico (10^{-8} cm.).

Può accadere in vari modi che dalla superficie del corpo venga asportato un certo numero di elettroni, come può accadere il fatto contrario. Nel primo caso il corpo si dice elettrizzato positivamente e nel secondo caso negativamente.

Il mezzo più elementare per provocare i fenomeni sopra descritti è offerto dal noto processo di elettrizzazione per strofinamento caratteristico di alcuni materiali fra cui l'ambra gialla, l'ebanite, il vetro di cui già si è fatto cenno.

Il fenomeno della elettrizzazione superficiale, può avvenire, su tutti i corpi, sebbene in grado diverso a seconda della maggiore o minore stabilità della configurazione di quella pellicola di elettroni che affiora alla superficie dei corpi stessi.

Se si passa invece a considerare quanto accade nell'interno dei corpi, questi si dividono in due grandi categorie che rivelano un comportamento diverso, il quale deriva da una diversa configurazione dell'aggregato atomico e molecolare costituente il corpo.

Le due categorie sono rappresentate rispettivamente dai corpi conduttori e dai corpi isolanti. I primi si lasciano attraversare dalla corrente elettrica e sono capaci di condurla e guidarla secondo percorsi lunghi e complicati; nei secondi invece, detti anche coibenti, l'elettricità non può trasmettersi e propagarsi.

I corpi conduttori ed i metalli in particolare presentano una struttura cristallina ad alto numero di coordinazione, cioè ogni atomo è contornato da un numero

La cultura è un bene dell'umanità (fantomasping@libero.it)

elevato di altri atomi, tutti ad uguale distanza e ravvicinati in modo che gli elettroni satelliti vengono a passare nel loro movimento tra tante zone neutre all'azione di atomi contigui e quindi non soggetti più ad alcun vincolo.

Gli elettroni che si trovano in queste condizioni costituiscono i cosiddetti elettroni liberi dei metalli.

È chiaro allora che se intervengono delle forze opportune atte a sospingerli, questi elettroni possono assumere in seno al corpo un movimento di assieme in una direzione determinata passando e sostituendosi reciprocamente attraverso agli spazi esistenti fra gli atomi, come farebbero le molecole di un gas in una sostanza porosa, (corrente di conduzione elettronica).

Nei corpi isolanti invece gli edifici atomici e molecolari sono disposti in modo che ogni atomo o molecola trattiene stabilmente i propri elettroni satelliti, senza consentire nessuna possibilità di scambio di elettroni fra edifici contigui.

Si chiamano correnti di convezione in genere tutte quelle correnti che si realizzano con un trasporto di materia, vale a dire spostando comunque dei supporti materiali elettrizzati, sia negativamente e cioè con elettroni in eccesso, sia positivamente e cioè con elettroni in difetto, in altre parole mediante portatori di cariche elettriche.

Le correnti elettriche nelle soluzioni elettrolitiche - cioè - correnti di conduzione ionica.

Quando si scioglie un sale qualunque nell'acqua, all'atto stesso in cui si forma la soluzione avviene, in via del tutto spontanea, che una parte delle molecole del soluto, anziché conservare ciascuna la propria configurazione di edificio molecolare stabile e completo, si scinde invece ognuna in due parti. Durante questa scissione una delle parti trattiene uno o più elettroni in eccesso (acquistando il carattere di ione negativo), mentre la parte rimanente, che viene a mancare di altrettanti elettroni, acquista il carattere di ione positivo. Cioè un certo numero di molecole del soluto si dissocia formando ioni positivi e negativi che restano in soluzione insieme alle altre molecole non dissociate.

Tale fenomeno è noto col nome di dissociazione elettrolitica che si manifesta oltre che nei sali anche negli acidi e nelle basi.

Immergendo ora nella soluzione due elettrodi collegati ai poli di un generatore, si manifesta anche nella soluzione, un campo elettrico, per cui gli ioni positivi (cationi) si spostano verso il catodo (elettrodo negativo) e gli ioni negativi (anioni) verso l'anodo (elettrodo positivo).

La carica ceduta dall'ione negativo all'anodo, sospinge lungo il circuito esterno

La cultura è un bene dell'umanità (fantomasping@libero.it)

un elettrone necessario a saturare la carica positiva che lo ione positivo trasporta al catodo. Quindi nell'interno della soluzione abbiamo un movimento relativo di cariche (ioni) positive in un senso e di cariche (ioni) negative in senso contrario; nel circuito esterno una corrente diretta dall'anodo al catodo, (fig. 2).

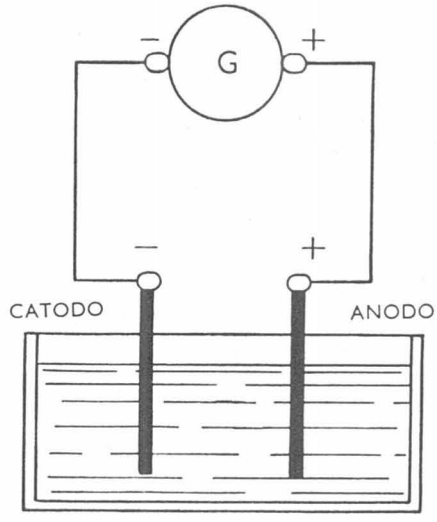


Fig. 2

Funzione dei generatori elettrici.

Esaminiamo ora la funzione dei cosiddetti generatori elettrici ai quali appartengono ad esempio le pile, gli accumulatori, nonché altre macchine generatrici.

Ogni generatore comunque costituito, comprende sempre una certa successione di conduttori convenientemente collegati fra loro, o eventualmente accoppiati per semplice contatto, completamente contornati e sostenuti da materiali isolanti.

Questa successione di conduttori costituisce il circuito interno del generatore ed i due capi terminali che sporgono dal generatore costituiscono i due morsetti o poli.

Lungo il circuito interno di un generatore qualunque, hanno sede o si sviluppano delle azioni speciali, (di natura termoelettrica, fotoelettrica, chimica, meccanica, magnetica ecc.) le quali tendono a sospingere e dislocare gli elettroni liberi che sono contenuti nel materiale costituente i conduttori formanti tale circuito, verso uno dei due poli, scoprendosi così nell'altro polo una distribuzione corrispondente di positroni; quel polo verso il quale sono sospinti gli elettroni costituisce il morsetto negativo del generatore (*B*) mentre il polo opposto viene a costituire il morsetto positivo (*A*) come in figura, (fig. 3).

Sia *f* il verso di quelle azioni speciali che tendono a dislocare gli elettroni liberi che sono contenuti nei conduttori che costituiscono il circuito interno del generatore. All'atto stesso in cui queste azioni speciali

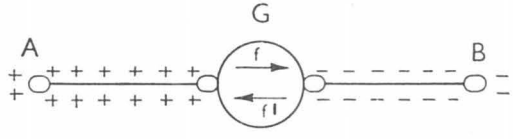


Fig. 3

La cultura è un bene dell'umanità (fantomasping@libero.it)

prendono origine, tutti gli elettroni liberi del circuito interno cominciano a subire uno scorrimento di insieme nel verso della f; nella superficie esterna del polo B si produce in tal modo un affioramento di elettroni in eccesso, mentre sulla superficie del polo opposto A si scoprono altrettanti atomi elettrici positivi.

Contemporaneamente accade che i primi elettroni che pervengono sul polo negativo B, si oppongono all'ulteriore avanzamento degli elettroni retrostanti, con azioni elettrostatiche che vengono esercitate anche dai positroni venutisi a scoprire sull'altro polo A.

Il fenomeno di scorrimento di elettroni verso il polo negativo cessa quando le reazioni elettrostatiche (f_1) derivanti dagli atomi elettrici disgiunti su i due poli equilibrano le speciali azioni intrinseche del generatore; ciò equivale a dire che il circuito interno del generatore è in equilibrio elettrico.

Se si viene a determinare uno squilibrio elettrostatico di cariche elettriche manifestatesi sui due poli, nuovamente si verifica uno scorrimento di elettroni per azione del generatore.

Si immagini ad esempio di accostare ai due poli di un generatore un filo metallico come indicato in figura (fig. 4). Per effetto delle azioni elettrostatiche, tutti gli elettroni liberi contenuti nel filo, verranno respinti allora dagli elettroni distribuiti sul polo negativo del generatore ed attratti invece dal polo opposto; così tutta la colonna di elettroni liberi contenuti nel filo viene a subire in un primo istante un leggero scorrimento nel verso f_2. Tuttavia questo scorrimento viene immediatamente bloccato, perché sui due capi terminali del filo si rendono libere due distribuzioni superficiali di atomi (cariche) elettrici uguali ed opposti (n, m) i quali si oppongono ad ogni scorrimento ulteriore.

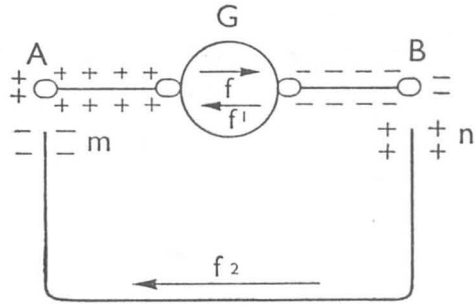


Fig. 4

Contemporaneamente accade però che le due nuove distribuzioni di atomi elettrici disgiunti fra loro che si affacciano a breve distanza ai due poli del generatore, alterano l'equilibrio elettrico interno preesistente provocando una momentanea diminuzione delle reazioni elettrostatiche f_1 che contrastano le azioni intrinseche del generatore agenti nel verso f.

Lungo il circuito interno del generatore si produce così un nuovo scorrimento di elettroni nel verso f in guisa tale da produrre sui due poli, quel maggiore addensamento di atomi elettrici che occorre a ristabilire l'equilibrio. Se poi si portano

La cultura è un bene dell'umanità (fantomasping@libero.it)

i due capi m e n del filo a diretto contatto con i due morsetti A, B, del generatore, gli elettroni che erano addensati sul capo m del filo neutralizzano allora altrettanti atomi elettrici del polo positivo A, analogamente i positroni che erano scoperti nel capo n del filo, neutralizzano altrettanti elettroni del polo negativo B e con ciò la reazione elettrostatica f_1 risulta diminuita e conseguentemente il generatore determina un nuovo scorrimento di elettroni nel verso f, che dislocati sul polo B sospingono davanti a sé, nel filo metallico, l'intera massa di elettroni ivi contenuti; mentre altrettanti elettroni rientrano nel polo positivo A e nell'intero circuito chiuso si stabilisce un regime di moto uniforme di tutti gli elettroni liberi che vi sono contenuti dando luogo ad una corrente elettrica unidirezionale costante.

È noto che tale corrente percorrendo il conduttore produce in esso un riscaldamento dovuto al fatto che gli elettroni che scorrono lungo il filo, sono obbligati a procedere attraverso gli spazi esistenti fra gli atomi che, con le loro azioni elettrostatiche, costituiscono come altrettanti ostacoli al moto di scorrimento degli elettroni.

Questo movimento risulta pertanto frenato, come se intervenisse una specie di attrito interno e l'effetto immediato che esso produce è quello di esaltare i moti naturali di agitazione termica di tutte le molecole che costituiscono la struttura metallica. Conseguentemente aumenta l'energia cinetica corrispondente e perciò aumenta la temperatura, la quale dipende precisamente dall'energia cinetica connessa ai moti vibratori degli atomi e delle molecole.

In tal modo la corrente determina nel circuito, che essa percorre, dei fenomeni energetici sia sotto forma di calore che di lavoro. Ciò vuol dire che il generatore mette in gioco e comunica agli elettroni che esso disloca ai morsetti, una quantità di energia esattamente equivalente a quella che la corrente sviluppa sotto forma di calore o di lavoro lungo il circuito e più precisamente ciascun elettrone che si trova sul polo negativo del generatore, possiede una certa energia potenziale, in grado cioè di trasformarsi in lavoro o calore quando l'elettrone si sposti verso il polo positivo.

Gli elettroni che si trovano addensati sul polo negativo di un genratore, possiedono una certa energia potenziale e ciò come conseguenza del fatto che gli atomi elettrici disgiunti sui due poli si attraggono e quindi reagiscono alle azioni del generatore che li mantiene separati. In altre parole, si dice che tra i due poli del generatore esiste una *tensione elettrica* o *differenza di potenziale*, oppure che i due poli sono mantenuti a due potenziali elettrici diversi. Tale tensione o differenza di potenziale fra i due poli sta a rappresentare l'energia che è disponibile allo stato potenziale in ciascuno degli elettroni che si trovano addensati sul polo negativo rispetto all'altro polo che li attrae.

L'azione del generatore viene denominata forza elettromotrice e sta a rappre-

La cultura è un bene dell'umanità (fantomasping@libero.it)

sentare il lavoro che queste forze interne compiono quando spostano realmente una carica elettrica unitaria negativa dal polo positivo al polo negativo.

È evidente che la forza elettromotrice di un generatore qualunque è misurata dalla differenza di potenziale che essa mantiene ai poli di un generatore a circuito aperto.

Questa tensione elettrica o differenza di potenziale agisce nel senso di risospingere gli atomi negativi dal polo omonimo verso l'altro polo.

Si può anche esprimere questo fatto dicendo che un polo del generatore è mantenuto ad un potenziale elettrico più elevato di quello dell'altro e che degli atomi elettrici tendono ad essere sospinti ed a muoversi spontaneamente dai punti a potenziale maggiore verso i punti a potenziale minore e cioè nel verso dei potenziali decrescenti. È chiaro che si viene così a definire la tensione elettrica o differenza di potenziale fra due punti considerando il potenziale elettrico di ciascun punto.

Nel campo della gravità, la differenza di livello fra due punti viene riferita al livello o quota di ciascun punto e viene fissato un piano di riferimento ai punti del quale si fa corrispondere in genere, per convenzione, la quota zero; così per quota o livello di un punto qualsiasi, si intende il dislivello che passa fra questo punto ed il piano di riferimento prefissato: questa quota viene considerata inoltre positiva o negativa a seconda che un corpo tende spontaneamente a cadere dal punto considerato al piano di riferimento oppure da questo a quello. Dopo di ciò il dislivello tra due punti qualsiasi corrisponde alla differenza algebrica fra le rispettive quote. Analogamente si procede nel campo dei potenziali elettrici; ma per poter riferire la d. d. p. fra due punti al potenziale elettrico di ciascun punto è necessario anche qui prefissare una superficie o un corpo ai quali si possa attribuire un potenziale base fissato ad arbitrio, a rappresentare l'origine di riferimento per la misura dei potenziali di tutti gli altri punti.

Poiché la Terra può essere considerata come un corpo conduttore isolato nello spazio e tale che i fenomeni che noi siamo in grado di provocare non possono alterare in modo apprezzabile lo stato elettrico in cui questa si trova, noi riferiamo il potenziale elettrico di tutti i punti a quello della Terra alla quale viene convenzionalmente attribuito un potenziale zero. Di conseguenza per potenziale elettrico di un punto qualsiasi si intende la d. d. p. fra questo punto e la terra.

Questo potenziale sarà assunto positivo o negativo a seconda che esso sia maggiore o minore di quello della terra e cioè a seconda che il moto spontaneo degli atomi elettrici tenda ad avvenire dal punto considerato alla terra, oppure dalla terra al punto.

È opportuno ora precisare che contrariamente a quanto in realtà avviene nel caso di correnti per conduzione elettronica di cui si è trattato, il verso di queste

La cultura è un bene dell'umanità (fantomasping@libero.it)

viene convenzionalmente definito come il verso del moto relativo di scorrimento degli atomi elettrici positivi rispetto agli atomi elettrici negativi supposti fissi e ciò per evitare ogni ambiguità circa il verso della corrente stessa, nei casi in cui questa si manifesti per conduzione elettronica o conduzione ionica nei gas e nelle soluzioni.

Invero gli effetti che risultano da tali correnti dipendono esclusivamente dal movimento relativo di scorrimento dell'una specie di elettricità rispetto all'altra.

Per quanto riguarda il potenziale elettrico di un generico punto P, questo è misurato in Volt, dallo stesso numero che dà la misura in joule del lavoro che si sviluppa o si deve spendere spostando una quantità di elettricità positiva pari a 1 coulomb dal punto P, alla terra.

Circuiti a corrente continua: legge di Ohm:

La legge di Ohm definisce le relazioni fra tensione e corrente che interessano un conduttore allacciato successivamente ai morsetti di più generatori aventi *f e m* diverse.

Si può constatare che i vari rapporti fra ciascun valore di tensione applicata ed i corrispondenti valori della corrente, si mantengono costanti cioè:

$$\frac{V_1}{I_1} = \frac{V_2}{I_2} = \frac{V_3}{I_3}.$$

Questo valore costante suol definirsi resistenza del conduttore considerato:

$$r = \frac{V}{I}; \text{ da cui: } I = \frac{V}{r}; \text{ inoltre: } V = rI.$$

Tali relazioni consentono, quando sia nota la resistenza r del conduttore, di determinare rispettivamente la corrente che lo attraversa sotto l'azione di una tensione prefissata e inversamente la tensione necessaria a mantenere nel conduttore una data corrente.

Se nella relazione $r = \frac{V}{I}$ si pone $I = 1$ si ottiene l'uguaglianza $r = V$, ciò vuol dire che la resistenza elettrica è misurata dalla tensione espressa in Volt che si deve applicare ai capi del circuito per farlo attraversare da una corrente dell'intensità di 1 Ampère; perciò la resistenza elettrica dei conduttori viene espressa in Volt/Ampère cioè Ohm.

Multipli e sottomultipli dell'Ohm più usati sono: megaohm ($M\ \Omega$) che equivale a 1 milione di Ohm ($1\ M\ \Omega = 10^6\ \Omega$) ed il microohm ($\mu\Omega$) e cioè un milionesimo di Ohm ($1\ \mu\Omega = 10^{-6}\ \Omega$).

La cultura è un bene dell'umanità (fantomasping@libero.it)

Se poi si determina sperimentalmente la resistenza elettrica di un conduttore costituito da un determinato materiale ma con lunghezza e sezioni diverse, si trova che la resistenza elettrica raddoppia se si raddoppia la lunghezza del conduttore, mantenendo invariata la sezione, mentre si riduce a metà quando si raddoppia la sezione mantenendo invariata la lunghezza. Cioè la resistenza di un conduttore, di un determinato materiale, varia proporzionalmente alla lunghezza e inversamente alla sezione.

Se si indica con ρ la resistenza offerta da un conduttore di un determinato metallo di lunghezza unitaria e di sezione unitaria (resistenza specifica o resistività del metallo che si considera) si ha:

$$r = \rho \frac{l}{s} \quad \text{da cui} \quad \rho = r \frac{s}{l}.$$

I valori di ρ vengono raccolti, per i vari materiali, in apposite tabelle; per il rame elettrolitico (a 0° centig.) $\rho = 1{,}6\ \mu\Omega$ cm.; per l'alluminio (al 98 %) $\rho = 2{,}65\ \mu\Omega$ cm.

Con ciò è senz'altro possibile eseguire il calcolo preventivo della resistenza elettrica che sarà offerta da un conduttore di un metallo qualsiasi e di qualunque lunghezza e sezione.

Per quanto riguarda l'unità di misura della resistività si ha che, se si esprime la resistenza in Ohm, la sezione S in cm.^{2} e la lunghezza l in cm., questa viene espressa in:

$$\rho = Ohm. \frac{cm.^2}{cm.} = Ohm.\ cm.$$

Generalmente la resistività viene espressa in $\mu\Omega$ cm. pari a 10^{-6} Ohm cm.

Nei casi pratici torna comodo esprimere la lunghezza dei conduttori in metri e la sezione in mmq; allora si ha:

$$r_i = 10^{-6}\ \rho\ \mu\Omega cm) \frac{100 l^{(m)}}{\frac{S^{(mmq)}}{100}} = 10^{-2}\ \rho \frac{l^{(m)}}{S^{mmq}}.$$

Influenza della temperatura sulla resistenza elettrica dei conduttori:

La resistenza elettrica dei corpi varia con la temperatura.

I metalli in genere offrono una resistenza elettrica crescente linearmente all'aumentare della temperatura.

Se si considera un conduttore che abbia a 0° la resistenza r_o, alla temperatura t la sua resistenza è data:

$$r_t = r_o (1 + \alpha_o t)$$

La cultura è un bene dell'umanità (fantomasping@libero.it)

dove α_o, coefficiente di temperatura di valore determinato per ogni metallo, rappresenta l'aumento di resistenza per ogni grado di temperatura e per ogni ohm di resistenza iniziale (nel rame $\alpha_o = 0{,}00426$).

Spesso accade di misurare la resistenza r_t di un dato conduttore ad una certa temperatura t e di dover calcolare quale sarà la resistenza dello stesso conduttore alla temperatura T.

Avendosi:

$$r_t = r_o + r_o\alpha_o t = r_o(1 + \alpha_o t)$$

ed anche:

$$r_T = r_o + r_o\alpha_o T = r_o(1 + \alpha_o T)$$

si ha, sottraendo dalla seconda, la prima espressione:

$$r_T - r_t = r_o\alpha_o \cdot (T - t)$$

inoltre dalla prima espressione si ha:

$$r_o = \frac{r_t}{1 + \alpha_o t}$$

per cui sostituendo:

$$r_T - r_t = \frac{r_t}{1 + \alpha_o t}\alpha_o(T - t) = \frac{r_t}{\frac{1}{\alpha_o} + t}(T - t)$$

e quindi:

$$r_T = r_t + \frac{r_t}{\frac{1}{\alpha_o} + t}(T - t); \quad r_T = r_t\left[1 + \frac{1}{\frac{1}{\alpha_o} + t} \cdot (T - t)\right]$$

ponendo:

$$\alpha_t = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_o} + t}$$

si ha:

$$r_T = r_t[1 + \alpha_t(T - t)].$$

Sulla variazione di resistenza al variare della temperatura sono basati alcuni termometri elettrici.

La cultura è un bene dell'umanità (fantomasping@libero.it)

Legge di Ohm per un intero circuito chiuso.

Dalla legge di Ohm $V = r\,I$, il prodotto $r\,I$, rappresenta la tensione V che è necessaria a mantenere in un circuito la corrente considerata, vincendo la resistenza elettrica del conduttore.

Si esprime questo fatto dicendo che la resistenza elettrica del conduttore provoca una caduta di potenziale o di tensione data da $r\,I$, detta anche caduta Ohmica.

Consideriamo un circuito chiuso come in figura in cui sia inserito un generatore avente una *f e m* E e resitenza interna r_o, (fig. 5).

Nel circuito di resistenza r percorso dalla corrente I si hanno due cadute Ohmiche rI ed $r_o\,I$
per cui:

$$E = r \cdot I + r_o\,I, \text{ ma } r\,I = V_{AB}$$

da cui:

$$E = V_{AB} + r_o\,I$$

e quindi:

$$V_{AB} = E - r_o\,I.$$

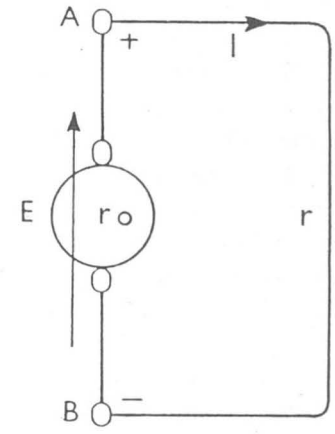


Fig. 5

Se in un circuito si hanno più generatori, si dovrà scrivere $\Sigma E = RI$ dove la sommatoria va intesa in senso algebrico ed R è la resistenza complessiva del circuito.

Se la forza elettromotrice di un generatore agisce in senso contrario alla corrente, questa si assume col segno negativo e viene denominata forza contro elettromotrice.

Pertanto la somma algebrica di tutte le forze elettromotrici è uguale alla caduta ohmica dovuta alla resistenza elettrica complessiva dell'intero circuito.

Conseguentemente si ha:

$$\Sigma E = RI$$

da cui:

$$I = \frac{\Sigma E}{R}\cdot$$

La cultura è un bene dell'umanità (fantomasping@libero.it)

Espressione generale della legge di Ohm per un tratto qualsiasi di circuito.

Consideriamo tratti di circuiti elettrici come in figura, (fig. 6).

Per ogni circuito, considerando il senso della corrente e quindi dei potenziali relativi ai punti M e N, nonché della direzione delle forze elettromotrici dei generatori, possiamo scrivere:

1) $V_{MN} = RI.$

2) $V_{MN} + E = RI;$
$V_{MN} = RI - E.$

3) $V_{MN} - E = RI;$
$V_{MN} = E + RI.$

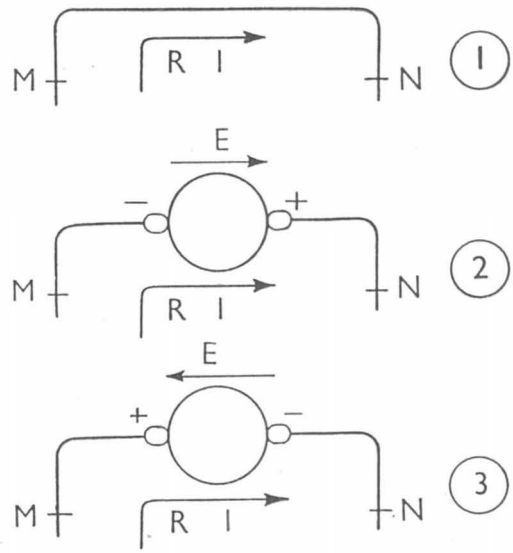


Fig. 6

Se si vuole esprimere la differenza di potenziale tra i punti M e N come differenza del potenziale del punto N e quindi di quello di M, tenendo conto del senso della corrente, vuol dire che il potenziale in N è minore del potenziale in M, per cui la differenza di potenziale V_{NM}, pari a $V_N - V_M$, risulta negativa e nelle relazioni sopra riportate dovremo pertanto scrivere:

1) $V_{NM} = -RI.$

2) $V_{NM} - E = -RI;\quad V_{NM} = E - RI.$

3) $V_{NM} + E = -RI;\quad V_{NM} = -E - RI.$

Tali considerazioni saranno utili nella dimostrazione che seguirà del II° principio di Kirchhoff.

Principi di Kirchhoff.

I circuiti elettrici spesso si presentano sotto forma di una rete più o meno complessa, in cui si distinguono un certo numero di circuiti contigui variamente collegati fra loro.

I punti in cui risultano collegati tre o più conduttori vengono detti nodi; i singoli tratti di circuito chiuso formato da tanti lati consecutivi, costituisce una maglia.

La cultura è un bene dell'umanità (fantomasping@libero.it)

In alcuni lati, od eventualmente in tutti, sono inseriti generatori ed i diversi lati saranno percorsi in generale da altrettanti correnti di intensità differente.

Il regime elettrico della rete cioè la determinazione di alcune grandezze elettriche potrà ricavarsi da un sistema di tante equazioni quanti sono i lati della rete.

Queste equazioni vengono dedotte dai due principi di Kirchhoff.

Il primo principio, che soddisfa alla condizione della continuità, stabilisce che in ciascun nodo la somma delle correnti che vi arrivano è sempre uguale alla somma delle correnti che si dipartono, o ciò che è lo stesso, se si assumono positive le correnti che arrivano al nodo e negative quelle che si dipartono, la somma algebrica delle correnti relative ad un nodo è uguale a zero.

$$\Sigma I = O$$

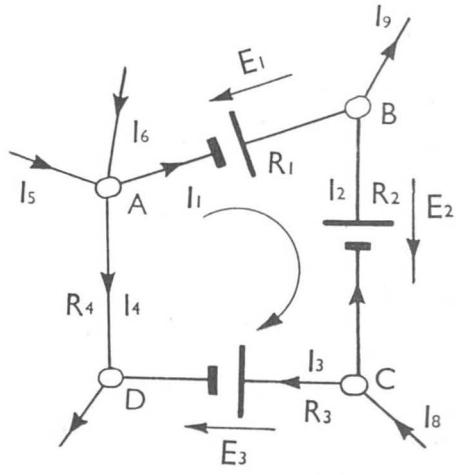


Fig. 7

Il secondo principio si riferisce alle maglie e compendia in una sola equazione, la somma delle relazioni che si ottengono scrivendo la legge di Ohm, per i lati consecutivi che formano una maglia qualunque.

Infatti per la maglia in figura (fig. 7), tenendo conto che

$$V_{AB} = V_A - V_B;\ V_{BC} = V_B - V_C;\ V_{CD} = V_C - V_D \text{ ecc.}$$

si ha applicando la legge di Ohm ai singoli lati:

$$\mathcal{V}_A - \mathcal{V}_B - E_1 = R_1\ I_1$$

$$\mathcal{V}_B - \mathcal{V}_C + E_2 = -\ R_2\ I_2$$

$$\mathcal{V}_C - \mathcal{V}_D + E_3 = +\ R_3\ I_3$$

$$\mathcal{V}_D - \mathcal{V}_A = -\ R_4\ I_4.$$

Sommando membro a membro queste quattro espressioni si ha:

$$-E_1 + E_2 + E_3 = R_1 I_1 - R_2 I_2 + R_3 I_3 - R_4 I_4.$$

La cultura è un bene dell'umanità (fantomasping@libero.it)

E cioè in una rete comunque complessa, la somma algebrica delle *f e m* che si incontrano percorrendo una maglia chiusa qualunque, in un senso prefissato, è uguale alla somma algebrica delle cadute ohmiche relative ai lati consecutivi della stessa maglia.

$$\Sigma E = \Sigma RI.$$

I due principi di Kirchhoff trovano la più importante applicazione nella determinazione delle correnti nei singoli lati di una rete qualunque, note le rispettive resistenze e le *f e m* inserite.

È necessario pertanto impostare un sistema di tante equazioni quante sono le correnti incognite e cioè quanti sono i lati della rete.

In genere si procede in questo modo.

In primo luogo si fissano nella rete i versi probabili delle correnti nei singoli lati, tenendo presente che se non si può prevedere quali saranno i versi effettivi delle correnti, si assegnano a queste dei versi arbitrari. Si applica il primo principio di Kirchhoff al maggior numero di nodi possibili che possono fornire altrettante equazioni indipendenti, tenendo presente che se il numero dei nodi è n il numero delle equazioni indipendenti sono $(n - 1)$. Dopo ciò si applica il secondo principio di Kirchhoff ad un certo numero di maglie diverse tenendo presente che se i lati della rete sono l (e quindi si tratta di determinare l *incognite*), se $(n - 1)$ sono le equazioni indipendenti ottenute applicando il primo principio, le maglie e quindi le equazioni indipendenti da ricavare con il secondo principio saranno $l - (n - 1)$.

Risolvendo il sistema di equazioni ottenute si ricavano le grandezze elettriche desiderate.

Gruppi di resistenze collegate in serie o parallelo.

Si consideri un circuito costituito da più resistenze collegate in serie, come in figura, (fig. 8) ai cui morsetti $(A. B)$ sia applicata una d. d. p. V_{AB} e sia percorso da una corrente I. La resistenza equivalente a questo circuito, cioè tale che sottoposto ad una d. d. p. V_{AB}, sia percorso dalla stessa corrente I, è uguale ad una resistenza R pari alla somma delle singole resistenze:

$$R = R_1 + R_2 + R_3 + R_4 + R_5.$$

Infatti:

$$V_{AB} = V_1 + V_2 + V_3 + V_4 + V_5 = IR_1 + IR_2 + IR_3 + IR_4 + IR_5$$

La cultura è un bene dell'umanità (fantomasping@libero.it)

ed essendo la corrente I che attraversa le varie resistenze sempre la stessa si ha:

$$V_{AB} = I(R_1 + R_2 + R_3 + R_4 + R_5)$$

e cioè:

$$\frac{V_{AB}}{I} = R; \text{ dove}$$

$$R = (R_1 + R_2 + R_3 + R_4 + R_5).$$

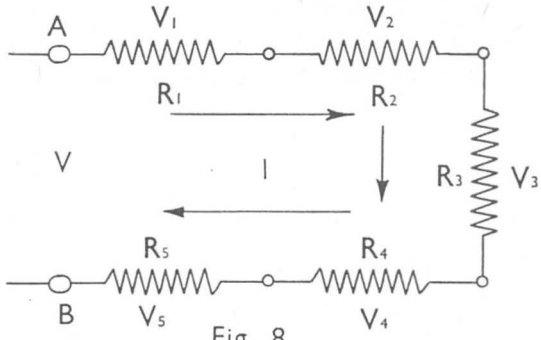


Fig. 8

Due o più resistenze elettriche si dicono invece collegate in parallelo fra loro, quando sono tutte riunite per i loro estremi a formare due nodi come in figura, (fig. 9).

La resistenza equivalente a questo complesso di tre resistenze e tale da non modificare il regime elettrico del circuito, si determina considerando quanto segue:

Le tre resistenze R_1; R_2; R_3 sono tutte sottoposte alla stessa d. d. p. V_{AB}; le correnti relative ad ognuna di esse si determinano con la legge di Ohm:

$$i_1 = \frac{V_{AB}}{R_1}; \; i_2 = \frac{V_{AB}}{R_2}; \; i_3 = \frac{V_{AB}}{R_3}.$$

Per il primo principio di Kirchhoff si ha, sul nodo A,

$$I = i_1 + i_2 + i_3;$$

sostituendo le loro espressioni si ha:

$$I = V_{AB}\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}\right)$$

da cui:

$$\frac{V_{AB}}{I} = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}} = R_e.$$

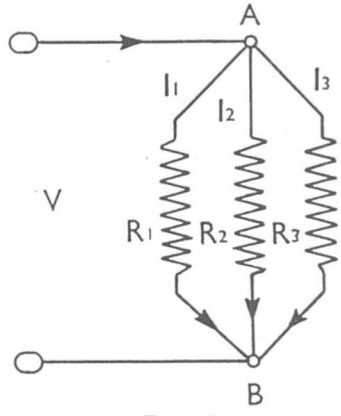


Fig. 9

Il valore della resistenza R_e equivalente a più resistenze in parallelo è quindi l'inverso della somma degli inversi delle singole resistenze.

La cultura è un bene dell'umanità (fantomasping@libero.it)

Questa resistenza equivalente è sempre minore della più piccola fra tutte le resistenze del gruppo.

In particolare collegando in parallelo n resistenze uguali si ha:

$$R_e = \frac{1}{\frac{n}{R}} = \frac{R}{n}$$

e cioè n volte minore di ogni singola resistenza.

Nel caso particolare di due sole resistenze in parallelo ma di valore R_1 ed R_2 diverse, l'espressione della resistenza equivalente è data:

$$R_e = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}} = \frac{1}{\frac{R_1 + R_2}{R_1 \cdot R_2}} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}.$$

Se I è la corrente totale, la tensione fra i due nodi è:

$$V_{AB} = R_e I = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} I$$

e le due correnti che passano nelle due resistenze sono rispettivamente:

$$i_1 = \frac{V_{AB}}{R_1}$$

e sostituendo a V_{AB} l'espressione sopra indicata si ha:

$$i_1 = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 \cdot (R_1 + R_2)} \cdot I = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot I$$

e così pure:

$$i_2 = \frac{V_{AB}}{R_2} = \frac{R_1 R_2}{R_2 (R_1 + R_2)} I = \frac{R_1}{R_1 + R_2} \cdot I.$$

Queste relazioni ci permettono in particolare di analizzare il comportamento delle resistenze di shunt, o riduttori di corrente nelle misure di correnti anche molto intense con l'impiego di amperometri di portata modesta.

La cultura è un bene dell'umanità (fantomasping@libero.it)

Detti amperometri (come vedremo meglio in seguito) devono presentare resistenze interne molto piccole, ciò per non alterare il regime elettrico del circuito sotto misura, all'atto della loro inserzione.

Inoltre sono caratterizzati dal fatto che la corrente passa nel loro equipaggio mobile, di cui sono costituiti, attraverso le molle che realizzano la coppia di reazione elastica. Tale coppia, unitamente alla coppia motrice che si esplica sull'equipaggio mobile dello strumento per effetto della corrente, e della coppia frenante dovuta agli attriti dei perni, ne definisce la legge del moto.

A equilibrio raggiunto si ha che la coppia motrice è uguale alla coppia di reazione elastica.

Perché lo strumento sia in grado di misurare una corrente è necessario che la coppia motrice sia una funzione costante della corrente cioè $Cm = KI$ e la coppia di reazione elastica funzione esclusiva dell'angolo di torsione cioè $Cr = K' \cdot \theta$, ciò in quanto allora soltanto si avrà ad equilibrio raggiunto $Cm = Cr$
cioè:

$$KI = K'\theta.$$

Invero la coppia resistente di natura elastica è funzione oltre che dell'angolo di torsione, del modulo di elasticità del materiale costituente le molle stesse e del momento d'inerzia; cioè delle dimensioni geometriche delle molle stesse. Quindi è necessario che la corrente passando attraverso le molle non produca, per effetto joule, (definito da rI^2), un sovrariscaldamento sensibile delle stesse con conseguente variazione delle loro caratteristiche elastiche e quindi del modulo di elasticità.

Una realizzazione che permette di conseguire quanto sopraddetto e nello stesso tempo di variare la portata degli strumenti è l'impiego di resistenze in parallelo (dette di shunt).

Infatti riprendiamo le due relazioni:

$$i_1 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot I = \frac{I}{\frac{R_1}{R_2} + 1};$$

$$i_2 = \frac{R_1}{R_1 + R_2} \cdot I = \frac{I}{1 + \frac{R_2}{R_1}};$$

La cultura è un bene dell'umanità (fantomasping@libero.it)

e applicandole alla figura (fig. 10), sostituiamo ad R_1 il valore della resistenza Ra dell'amperometro ed a i_1 il valore della corrente Ia che attraversa l'amperometro; avremo:

$$Ia = \frac{I}{\frac{Ra}{R_2} + 1}$$

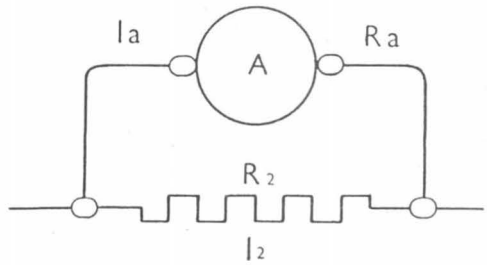


Fig. 10

dove R_2 è la resistenza di shunt.

Se facciamo R_2 molto piccolo rispetto ad Ra ed al limite $R_2 = 0$ avremo Ia molto piccola ed al limite $= 0$.

Se in particolare realizziamo resistenze di shunt (R_2) pari a:

$$\frac{1}{9};\ \frac{1}{99};\ \frac{1}{999};$$

di Ra avremo, dalla relazione sopra scritta della corrente Ia,

$$Ia = \frac{I}{\frac{Ra}{\frac{Ra}{9}} + 1} = \frac{I}{10} = \frac{1}{10} I;$$

$$Ia = \frac{1}{100} I;\ Ia = \frac{1}{1000} I.$$

Ancora, sempre dalla stessa relazione della corrente Ia, possiamo ricavare:

$$I = Ia \left(\frac{Ra}{R_2} + 1\right).$$

Poiché in un amperometro si ha $Ia = K\theta$ possiamo ancora scrivere:

$$I = K \left(\frac{Ra}{R_2} + 1\right) \theta = K\theta$$

ciò vuol dire che ad ogni valore di resistenza di shunt corrisponde una determinata costante dello strumento e quindi una determinata portata.

La cultura è un bene dell'umanità (fantomasping@libero.it)

Misura di una resistenza.

Come applicazione dei principi di Kirchhoff prendiamo in esame il ponte di Wheastone che permette di effettuare misure di resistenze medie e cioè comprese fra qualche Ohm fino ad alcune decine di migliaia di Ohm (100.000).

La disposizione teorica del ponte è quella indicata in figura (fig. 11). Cioè quattro resistenze $R_1 - R_2 - R_3 - R_x$ (quest'ultima da misurare) costituiscono i quattro lati del ponte; nella diagonale AB è inserito un galvanometro con un tasto; nell'altra diagonale una pila con un tasto.

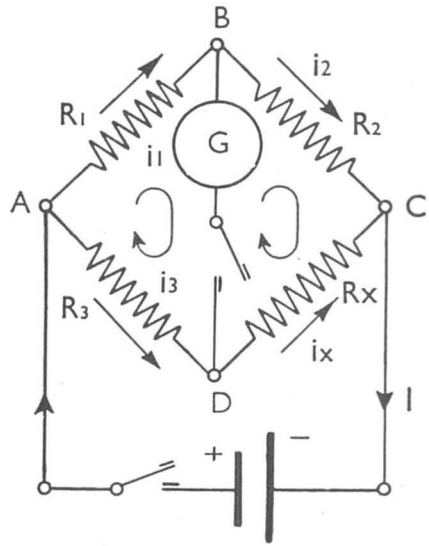


Fig. 11

Se, essendo R_x la resistenza incognita, si regolano i valori delle R_1, R_2, R_3 (intesi noti) in guisa che il galvanometro non accusi passaggio di corrente, tra le quattro resistenze intercede la relazione $R_1 \cdot R_x = R_2 \cdot R_3$ (cioè il prodotto delle resistenze dei lati opposti è uguale) da cui:

$$R_x = \frac{R_2}{R_1} \cdot R_3.$$

Ai lati R_1, R_2 si dà il nome di lati di proporzione (in quanto nell'espressione della R_x compare il loro rapporto), al lato R_3 si dà il nome di lato di paragone.

Prendiamo in esame il ponte quando si è raggiunto il regime di equilibrio, cioè nella diagonale BD non passa corrente.

In tale condizione i versi delle correnti nei singoli lati sono allora quelli indicati in figura.

Applicando il primo principio di Kirchhoff ai nodi B e D abbiamo:

$$i_1 = i_2 \; ; \quad i_3 = i_x$$

e applicando il secondo principio alle maglie ABD e BCD abbiamo:

$$R_1 i_1 = R_3 i_3 \; ; \quad R_2 i_2 = R_x i_x$$

ossia:

$$\frac{R_1}{R_3} = \frac{i_3}{i_1}; \quad \frac{R_2}{R_x} = \frac{i_x}{i_2}$$

La cultura è un bene dell'umanità (fantomasping@libero.it)

poiché dalle relazioni sopra indicate, ottenute applicando il primo principio di Kirchhoff ai nodi si ha:

$$\frac{i_3}{i_1} = \frac{i_x}{i_2}$$

allora:

$$\frac{R_1}{R_3} = \frac{R_2}{R_x}$$

quindi:

$$Rx = \frac{R_2}{R_1} \times R_3.$$

Cioè quando il galvanometro va a zero, vale tale relazione.

In genere le resistenze R_1 e R_2 sono realizzabili con valori esprimibili con potenze del 10. (Una serie in proposito molto usata è la seguente:

$$1\ ,\ 10\ ,\ 100\ ,\ 1000\ \Omega.$$

Alla resistenza R_3 si conferisce invece una possibilità di variazione assai più fine (in genere da 1 a 10.000 Ω con salti di 1 Ω).

Per una migliore sensibilità del ponte e per ridurre gli errori è consigliabile assegnare a R_1 un valore circa uguale a: $\sqrt{Rg \cdot Rp}$, dove Rg = resistenza interna del galvanometro, Rp = resistenza interna della pila.

La resistenza del lato R_2 deve essere, nei limiti del possibile, dell'ordine di grandezza della resistenza incognita R_x. Con tale ponte si misurano resistenze medie e non piccole o piccolissime in quanto nel valore della R_x sono conglobate le resistenze di contatto di inserimento che influenzebbero, in quest'ultimo caso, la determinazione della resistenza stessa.

Le realizzazioni costruttive che si sogliono dare ai ponti rispondenti allo schema ora descritto sono le più varie, dipendendo queste sostanzialmente dai criteri propri dei singoli fabbricanti, nonché dagli eventuali apparecchi che si vogliono conglobare col ponte propriamente detto. In tal senso, non mancano per esempio complessi trasportabili, destinati ad eseguire misure fuori laboratorio, nei quali è contenuto oltre il complesso delle resistenze regolabili, anche il galvanometro e la batteria di alimentazione. Il tipo normale più diffuso di ponte Wheatstone è costituito da una cassetta contenente le tre resistenze R_1, R_2, R_3 nonché dei morsetti necessari a fare i collegamenti con i circuiti esterni. Di regola il dispositivo è completato con due tasti a molla, *tp* - *tg*, a pressione, uno dei quali è inserito sulla diagonale della batteria, l'altro sulla diagonale del galvanometro.

La cultura è un bene dell'umanità (fantomasping@libero.it)

Ponte a filo.

Un altra realizzazione del ponte di Wheatstone, che presenta semplicità d'uso ed un costo limitato dell'apparecchiatura è il ponte a filo, così denominato perché le due resistenze R_1, R_2 (lati di proporzione dello schema precedente) sono costituite da due tratti di uno stesso filo omogeneo e calibrato.

Il vantaggio precipuo di una simile realizzazione consiste in una continuità di regolazione, inoltre al rapporto di due resistenze R_2 e R_1, può essere sostituito il rapporto di due lunghezze l_2 e l_1 delle parti di filo in cui questo resta suddiviso dal corsoio. Detta infatti r la resistenza per unità di lunghezza del filo, l'espressione della R_x diventa:

$$Rx = \frac{r\,l_2}{r\,l_1} \cdot R_3$$

ossia:

$$Rx = \frac{l_2}{l_1} \cdot R_3 = \frac{l - l_1}{l_1} R_3 .$$

In genere alla R_3 sono conferibili valori, 1 , 10 , 100 , 1000 Ω.

Come si procede alla misura è perfettamente noto, soltanto si fa presente che per non influenzare detta misura da errore di lettura (errore di parallasse) è opportuno assegnare a R_3 un valore circa uguale alla resistenza da determinare, con la qual cosa l'azzeramento del galvanometro avverrà con il cursore in posizione quasi centrale al filo, così nell'espressione della R_x, l'errore influenzerà in pari misura il numeratore e denominatore.

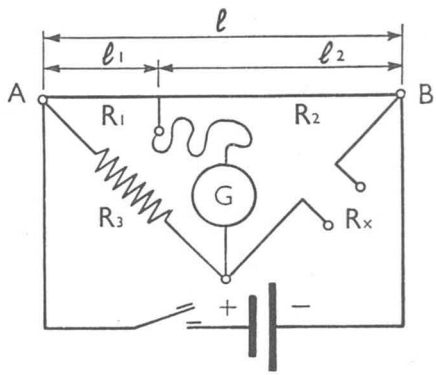


Fig. 12

Disposizioni pratiche di tale ponte variano a seconda dei costruttori. Vedremo in seguito come il ponte a filo, con opportune modificazioni, possa essere impiegato anche nella misura di resistenza di terra.

La cultura è un bene dell'umanità (fantomasping@libero.it)

Ponte doppio di Thomson.

Il Ponte Doppio di Thomson rappresenta il metodo classico per le misure di precisione (con corrente continua) nel campo delle piccole e piccolissime resistenze e resistività di materiale, (fig. 13).

In figura è riprodotto lo schema del dispositivo, quale viene predisposto per le misure nel campo delle correnti continue. In essa è visibile un circuito amperometrico, segnato con tratto più grosso, percorso da correnti anche relativamente grandi, (per maggiore sensibilità e precisione del ponte stesso) ed un circuito voltometrico percorso da correnti esigue e costituito dall'aggregato di quattro resistenze r_c, r_c, r_x, r_x, a due a due uguali e regolabili.

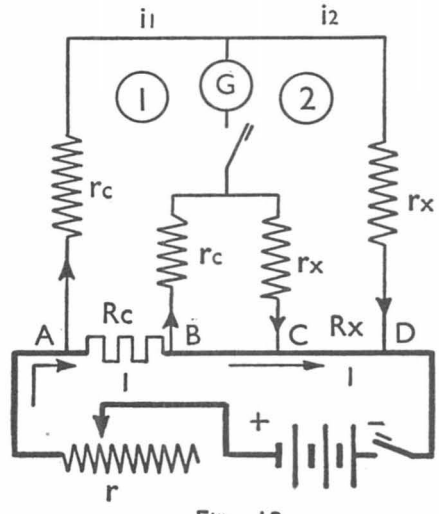


Fig. 13

Quando il galvanometro è ridotto a zero, vuol dire che $i_1 = i_2$; $i_3 = i_4$ e la corrente che passa attraverso la R_c è uguale a quella che passa attraverso alla R_x. Applicando allora il secondo principio di Kirchhoff alle maglie (1) e (2) si ha:

$$i_1 r_c = i_3 r_c + I R_c; \qquad r_c (i_1 - i_3) = I R_c$$

$$i_2 r_x = i_4 r_x + I R_x; \qquad r_x (i_2 - i_4) = I R_x$$

da cui facendo il rapporto e tenendo presente che $i_1 - i_3 = i_2 - i_4$ in quanto $i_1 = i_2$; $i_3 = i_4$, si avrà:

$$\frac{r_x}{r_c} = \frac{R_x}{R_c}; \qquad Rx = \frac{r_x}{r_c} R_c.$$

Il metodo del doppio ponte di Thomson, contrariamente a quanto accade nel ponte di Wheatstone rende la misura della resistenza incognita del tutto indipendente dalle resistenze di contatto, che eventualmente sono conglobate nelle due resistenze, r_c ed r_x in confronto delle quali possono ritenersi trascurabili purché le stesse non siano troppo piccole, generalmente non al disotto della decina di ohm. A tale scopo spesso i costruttori conferiscono nei riguardi della r_c la possibilità

La cultura è un bene dell'umanità (fantomasping@libero.it)

di realizzare i tre valori 10 — 50 — 100Ω, mentre la r_x, per ottenere una sufficiente finezza di regolazione, la costituiscono di solito con quattro decadi, delle centinaia, delle decine, delle unità e dei decimi di Ohm.

Il ponte doppio viene impiegato anche per misure di resistività dei materiali, in tal caso la R_x è costituita da filo calibrato di lunghezza finita a di sezione finita, del materiale di cui vuol determinarsi tale resistività.

Metodi di opposizione o potenziometrici.

Quale applicazione della legge di Ohm esaminiamo, in tale sede, i metodi di opposizione o potenziometrici.

Tanto nel campo delle grandezze continue, quanto in quelle delle alternative, tali metodi danno luogo alle disposizioni più pregiate, in quanto consentono di misurare delle differenze di potenziale senza assorbire corrente dal circuito sotto misura e senza quindi introdurre errori sistematici nelle determinazioni.

Tenendo presente poi che $V = RI$, dalla deternimazione di V può anche risalirsi alla misura di resistenza o di intensità di corrente quando si conosca una di queste due ultime grandezze.

Il concetto direttivo che si segue, nei metodi di opposizione è, come indica la parola stessa, quello di creare con mezzi che ci consentono di individuarla perfettamente, una tensione esattamente uguale a quella da misurare. Poiché della eguaglianza stessa possiamo facilmente accorgerci opponendo, in un circuito contenente un galvanometro, la tensione incognita a quella intesa regolabile che creiamo; raggiunto l'equilibrio avremo senz'altro il modo, dalla conoscenza della seconda, di individuare la prima.

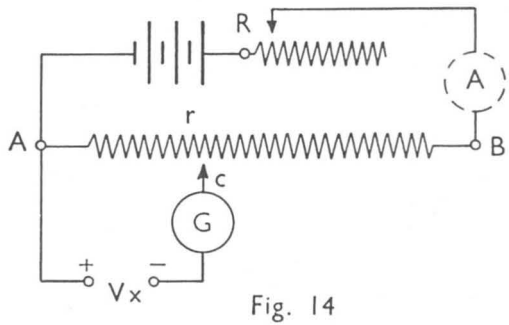


Fig. 14

Consideriamo uno schema come quello in figura, (fig. 14).

Tra i punti AB si immagini una resistenza fissa, porzioni variabili della quale perfettamente note, possono essere comprese tra il punto A ed il corsoio scorrevole C. La resistenza AB è alimentata per mezzo di una batteria e la corrente che in essa si stabilisce può essere regolata esattamente al valore voluto (rilevabile da un milliamperometro (mA) che per ora supporremo realmente inserito nel circuito) mediante il reostato R.

La cultura è un bene dell'umanità (fantomasping@libero.it)

La tensione incognita V_x, applicata in senso opportuno tra i due morsetti indicati in figura, può allora essere opposta, nel circuito comprendente il galvanometro G e la porzione di resistenza r, alla differenza di potenziale esistente ai capi di questa ultima; è chiaro che, dalla esatta eguaglianza delle due tensioni potremo facilmente accorgerci perché, questa realizzata, attraverso il galvanometro G non dovrà passare corrente.

Per maggiormente chiarire la cosa, supponiamo che con l'ausilio del reostato R e del milliamperometro si sia regolata la corrente attraverso la resistenza AB al valore di 10 m.A.

Supponiamo che la tensione incognita V_x sia uguale a 1,08 V, (sia ad es. la *f e m* di una pila) ed applicata con le polarità come in figura. È allora evidente che, realizzata tra A e C una differenza di potenziale uguale alla *f e m* (V_x), per il che basta evidentemente fare $r = 108\,\Omega$, attraverso il galvanometro non passerà corrente, ed esso segnerà quindi zero. Viceversa, l'essere il galvanometro a zero è l'indice sicuro che la differenza di potenziale tra A e C è uguale alla Vx. Praticamente dunque, per risalire alla conoscenza della V_x incognita, basterebbe nello schema presentato, spostare il corsoio C, fino a quando il galvanometro vada a zero; in tali condizioni la conoscenza della resistenza r, compresa tra A e C, ($108\,\Omega$ nel caso in esame) nonché quella della corrente che la attraversa (0,01 A) dà senz'altro il modo di determinare la V_x incognita ($108 \times 0{,}01 = 1{,}08\ V$).

Come già detto, con tali metodi di determinazione non si viene ad alterare il regime elettrico del circuito sotto misura, cioè la misura viene effettuata senza che dal circuito in esame venga assorbita corrente.

Vediamo ora come possa ugualmente effettuarsi la misura di una differenza di potenziale, V_x, senza ricorrere all'uso di un milliamperometro, ma bensì con l'ausilio di una pila campione, di cui, come è noto, si conosce la *f e m* con una approssimazione assai più elevata di quella che non possa pretendersi da un apparecchio indicatore.

La determinazione della corrente I attraverso la resistenza AB può farsi disponendo tra i morsetti destinati alla V_x una pila campione di *f e m* E_c nota, e regolando poscia la posizione del corsoio C, sino ad ottenere lo zero al galvanometro; in tali condizioni è chiaro che la corrente I potrà determinarsi facendo il rapporto tra *f e m* della pila campione e la resistenza r.

$$I = \frac{Ec}{r}.$$

Di regola, per semplificare le calcolazioni e renderle più spedite, il valore della corrente I, si sceglie quasi sempre sottomultiplo dell'ampère secondo potenza del 10 ed il voluto valore di corrente si consegue con lo stesso artificio prima indi-

La cultura è un bene dell'umanità (fantomasping@libero.it)

cato, regolando il reostato R, dopo aver conferito un appropriato valore ad r in relazione alla corrente da ottenere ed alla $f\ e\ m$ della pila campione.

Così, volendo far percorrere il potenziometro da una corrente di 10 m. A. ed avendo a disposizione una $f\ e\ m$ campione di 1,0183 V. (pila Weston), basterà, dopo aver inserito quest'ultima al posto della V_x, aggiustare il corsoio C, in guisa che la resistenza r sia di 101,83 Ω, quindi regolare la resistenza del reostato R, sino a che il galvanometro vada a zero. In tali condizioni si è sicuri che la corrente attraverso il circuito principale del potenziometro è esattamente di 10 m.A.

$$\frac{1{,}0183}{101{,}83} = 0{,}01A.$$

Fatto ciò potremo procedere alla misura di qualsiasi tensione incognita curando di non variare più, nel corso delle misure, la resistenza del reostato.

L'operazione sopra descritta viene definita la taratura del potenziometro.

Come conseguenza pratica è chiaro che se noi al posto della V_x inseriamo la d.d.p. dovuta alla caduta ohmica relativa ad una resiresistenza R_x quando questa è percorsa da una corrente I, nota, dalla determinazione con il potenziamento della d. d. p., possiamo risalire al valore della resistenza Rx stessa incognita, o vicervesa al valore della corrente se è noto il valore della resistenza Rx, (figg. 15 - 16).

Infatti il valore della corrente si ricaverà tenendo presente che $V_x = I\ R_c$ da cui:

$$I = \frac{V_x}{R_c},$$

quindi dalla determinazione di V_x conoscendo il valore di R_c, si risale alla I. - Il misuratore di terre Siemens sfrutta il principio potenziometrico o di opposizione. Esso è realizzato in linea di massima come in figura, (fig. 17).

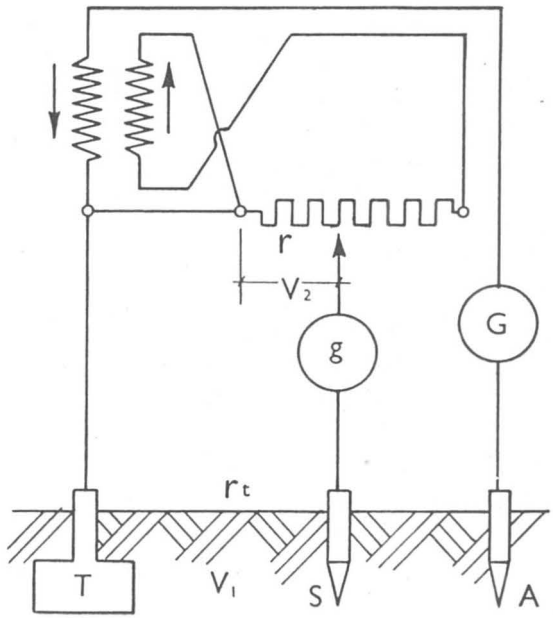


Fig. 15

La cultura è un bene dell'umanità (fantomasping@libero.it)

La corrente alternata generata da un induttore a manovella G, fluisce attraverso lo avvolgimento primario del riduttore di corrente alla terra T e attraverso la terra ausiliaria A torna all'induttore (circuito principale del potenziometro).

Tra la terra T e la sonda S, tale corrente determina una caduta di tensione V_1.

A questa viene opposta la caduta ohmica V_2, che una corrente uscente dall'avvolgimento secondario del riduttore produce nella resistenza r. Quando le due tensioni sono uguali nel galvanometro non passa alcuna corrente e quindi si azzera. Poiché il riduttore di corrente ha rapporto 1/1, la corrente che passa nella terra e quella che fluisce nella resistenza di paragone, quando il galvanometro segna zero, sono uguali. Pertanto la resistenza della terra si può leggere sull'organo di regolazione della resistenza di paragone (manopola).

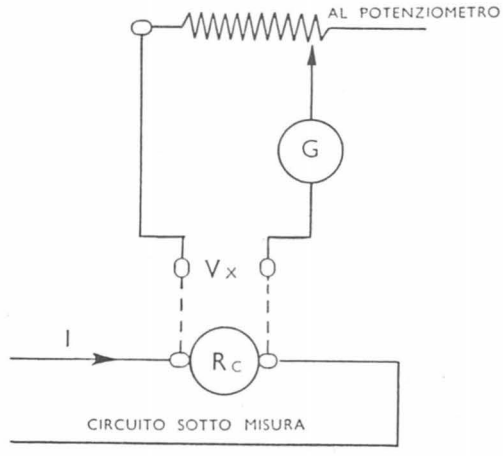


Fig. 16

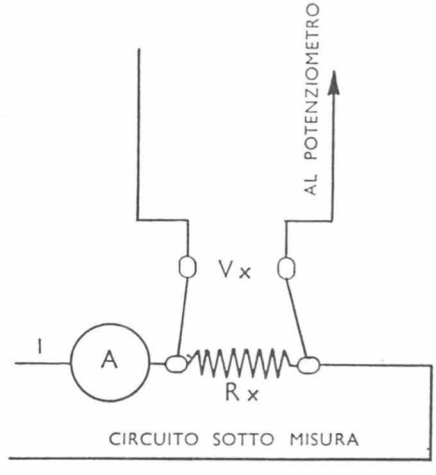


Fig. 17

Con tale procedimento è necessaria soltanto una misura il cui risultato si può leggere direttamente sulla manopola, e la resistenza della terra ausiliaria A e della sonda S, non ha praticamente influenza sulla misura. In vero la sonda S, nella condizione di equilibrio non conduce alcuna corrente, la sua resistenza, anche se elevata, non può compromettere la precisione della misura. La resistenza della terra ausiliaria A, entra in gioco soltanto in quanto il suo valore determina la corrente che fluisce nel circuito e quindi la sensibilità dello strumento stesso.

Di tale strumento sarà trattato più ampiamente durante lo svolgimento del corso.

La cultura è un bene dell'umanità (fantomasping@libero.it)

PARTE II

IL CAMPO ELETTRICO

Dobbiamo ora esaminare le azioni che si manifestano e si trasmettono nello spazio esterno ai corpi elettrizzati. Queste azioni derivano dalla proprietà essenziale degli atomi elettrici di agire mutualmente gli uni sugli altri, con attrazioni e repulsioni reciproche, le quali possono esercitarsi indifferentemente in tutte le direzioni. L'esperienza prova che queste azioni, e cioè le azioni elettriche in genere, si esercitano a distanza, anche attraverso allo spazio vuoto. In particolare nel caso di due corpi carichi, costituiti da due sferette di piccolo raggio, in confronto alla loro distanza, si ha per la legge di Coulomb, che la forza è proporzionale al prodotto delle cariche q e q' delle due sferette ed inversamente porporzionale al quadrato della loro distanza:
ossia:

$$F = K \frac{q \cdot q'}{r^2}.$$

Tale formula, detta legge di Coulomb, vale solo nel caso di due cariche puntiformi q e q' poste nel vuoto a distanza r; la costante moltiplicativa K, che compare nella formula dipende, sia come valore che come dimensione, esclusivamente dalla particolare scelta dell'unità di carica elettrica.

Ogni regione dello spazio in cui si manifestano delle forze elettriche e cioè ogni regione in cui ciascun atomo elettrico, che vi sia immerso, si trova soggetto ad una forza che tende a muoverlo in una direzione determinata, si definisce campo elettrico, cioè un campo di forze elettriche.

Queste forze sono definite, per ogni punto del campo, da un determinato verso, direzione ed intensità. In particolare se un atomo elettrico positivo o negativo si trova immerso in un campo elettrico qualunque ed è perfettamente libero di muo-

La cultura è un bene dell'umanità (fantomasping@libero.it)

versi, esso descrive una traiettoria ben definita rappresentata dalla linea che ha per tangente nei punti successivi, la direzione della forza che lo trascina; ogni linea così definita prende il nome di linea di forza elettrica ed è evidente che per ogni punto del campo passa sempre una ed una sola linea di forza.

Così nel campo elettrico prodotto da ogni singolo atomo elettrico oppure da un corpo elettrizzato, sufficientemente lontano da altri corpi, le linee di forza sono costituite da infiniti raggi che divergono dall'atomo stesso oppure dal corpo elettrizzato.

Si assume convenzionalmente come verso proprio delle linee di forza elettrica, il verso in cui sono sollecitati a muoversi i positroni (cariche positive).

Così ad esempio, il campo elettrico prodotto da una sfera elettrizzata, isolata nello spazio, si rappresenta come indicato in figura a seconda che la sfera è elettrizzata positivamente o negativamente, (fig. 18).

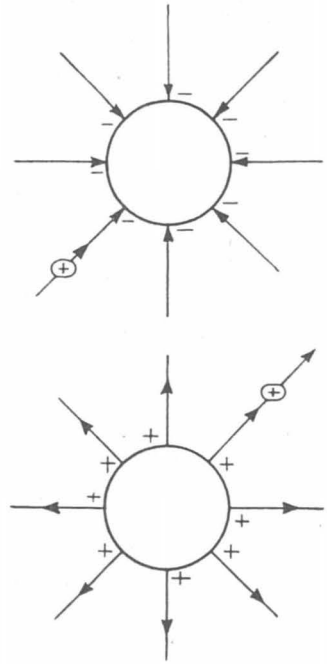


Fig. 18

Si fa osservare che il campo elettrico prodotto da una sfera elettrizzata assume le forme indicate, solo nel caso che la sfera si trovi isolata nello spazio e lontana da ogni altro corpo elettrizzato.

Diversamente la forza f, che sollecita ogni atomo elettrico o un piccolo corpuscolo elettrizzato posto in un punto del campo non resta più determinata dalle sole azioni che esso risente dalle cariche elettriche distribuite sulla sfera, ma anche dalle azioni derivanti dalle cariche elettriche distribuite su altri corpi circostanti. In tal caso le linee di forza non risultano più in generale rettilinee, ma possono assumere un andamento comunque diverso a seconda della distribuzione reciproca di tutte le cariche elettriche che concorrono alla produzione del campo.

Così ad esempio se si considerano due sfere S_1 e S_2 cariche, le linee di forza assumono la configurazione in figura, (fig. 19).

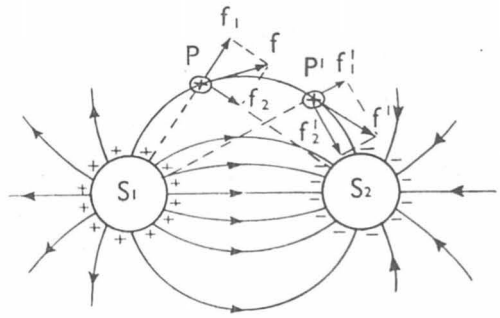


Fig. 19

Infatti, un piccolo corpo elettrizzato positivamente e posto ad esem-

La cultura è un bene dell'umanità (fantomasping@libero.it)

pio in P, si trova soggetto ad una forza di repulsione f_1 da parte delle cariche positive distribuite sulla sfera S_1 ed ad una forza di attrazione f_2 da parte delle cariche negative distribuite sulla sfera S_2; esso tende a muoversi pertanto nella direzione della forza risultante f. Ma giunto in un punto P' vicino a P. le due forze che lo sollecitano mutano sia in direzione che in valore, e precisamente la forza f_1 diminuisce perché è aumentata la distanza da S_1, mentre la forza f_2 aumenta perché la distanza dalla sfera S_2 è diminuita. La forza risultante che sollecita il corpuscolo quando è giunto in P' assume così il valore e la direzione f'. Cioè la configurazione dei campi elettrici, dipende in generale dalla forma e dalla posizione reciproca dei corpi su cui sono distribuiti gli atomi elettrici disgiunti che concorrono alla produzione del campo.

Si abbiano ad esempio due piatti metallici M - N collegati ai due poli A - B di una serie di pile. Nell'atto stesso in cui si stabilisce il collegamento, il generatore disloca sul piatto N, connesso al polo negativo un certo numero di elettroni e corrispondentemente si scoprono sul piatto M, altrettanti positroni. Il processo si arresta quando il numero e la distribuzione degli atomi elettrici così disgiunti è tale da equilibrare le azioni intrinseche del generatore che hanno prodotto la separazione; e ciò accade precisamente quando fra i due piatti si è stabilita una d. d. p. eguale in valore alla $f\,e\,m\,E$ delle pile.

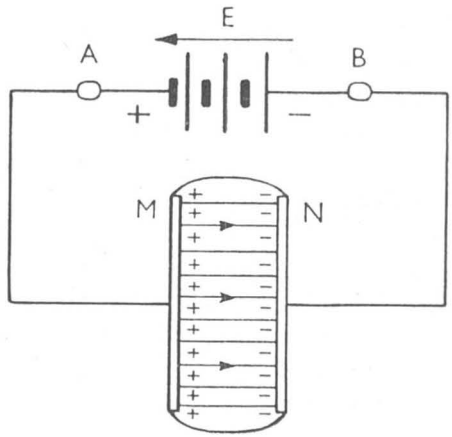


Fig. 20

È facile intuire che, a equilibrio raggiunto, gli atomi elettrici disgiunti si manterranno prevalentemente addensati per attrazione reciproca sulle superfici contrapposte dei due piatti.

Nell'intero spazio circostante, in cui si rendono manifeste le azioni che emanano da queste cariche elettriche opposte, si è costituito un campo elettrico le cui linee di forza tra le due armature, hanno l'andamento in figura (fig. 20), cioè nella regione interna ai due piatti, le linee di forza risultano rettilinee e parallele: in tal caso la forza f. che sollecita un corpuscolo elettrizzato immerso nel campo, rimane costante in direzione e valore in tutti i punti del campo; questo viene denominato campo elettrico uniforme.

Quindi concludendo la configurazione dei campi elettrici varia dipendentemente dalla distribuzione delle cariche elettriche che costituiscono il campo.

La cultura è un bene dell'umanità (fantomasping@libero.it)

Condensatore.

Ogni coppia di corpi conduttori isolati l'uno rispetto all'altro, fra i quali esiste o si può stabilire un campo elettrico, costituisce nel suo complesso un sistema che viene brevemente designato condensatore; i due corpi isolati sui quali si distribuiscono gli atomi elettrici disgiunti che producono il campo, costituiscono le armature del condensatore.

Il mezzo isolante interposto fra le due armature, solido, liquido o gassoso (aria), costituisce il dielettrico del condensatore.

La quantità di atomi elettrici rispettivamente positivi e negativi insieme e che si trovano disgiunti fra loro sull'una e sull'altra armatura, rappresenta la carica elettrica del condensatore e viene misurata in coulomb.

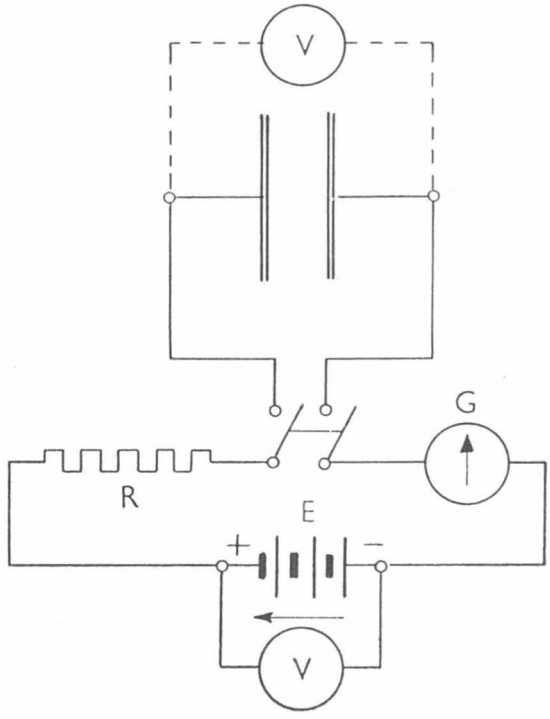


Fig. 21

Consideriamo ora il fenomeno della carica e della scarica di un condensatore.

Immaginiamo di realizzare un circuito come in figura (fig. 21). Si supponga inizialmente l'interruttore aperto e il condensatore completamente scarico. In tali condizioni il voltmetro derivato tra le armature del condensatore non segna alcuna tensione, analogamente il galvanometro non accusa alcuna deviazione. Se ora si chiude l'interruttore t, si vedrà il galvanometro subire immediatamente una ampia deviazione proporzionale ad $I = \frac{E}{R}$, successivamente tale deviazione va gradualmente diminuendo, ciò in conseguenza del fatto che le cariche positive già affluite sulle armature si oppongono a che altre cariche positive vi pervengano, ciò per effetto di una azione elettrostatica conseguente alla tensione V che va gradualmente crescendo tra le armature fino ad uguagliare quella che esiste tra i poli della batteria.

Quando la tensione alle armature uguaglia quella tra i poli della batteria, la corrente cessa, cioè lungo il circuito di carica non avviene più alcun ulteriore spostamento di elettroni ed il sistema ha effettivamente raggiunto l'equilibrio elettrico.

La cultura è un bene dell'umanità (fantomasping@libero.it)

Rappresentando in un diagramma l'andamento delle correnti di carica e delle tensioni alle armature, in funzione del tempo, si ha quanto in figura, (fig. 22).

Queste due curve sono legate una all'altra dalla legge di Ohm. cioè in un generico istante si avrà:

$$V_c = E - RI.$$

All'istante $t = 0$ essendo $I = \frac{E}{R}$

si avrà:

$$V_c = E - \frac{RE}{R}, \text{ cioè zero.}$$

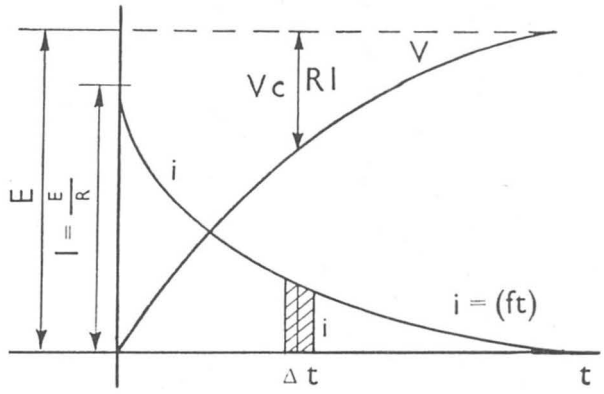


Fig. 22

Al termine della carica si ha: (essendo $I = 0$) $V_c = E$.

Mediante la relazione soprascritta si possono dedurre evidentemente tutte le ordinate della curva della tensione, quando sia preventivamente tracciata la curva della corrente. Inversamente se è data la curva della tensione si possono calcolare le ordinate della curva della corrente con la relazione:

$$I = \frac{E - V_c}{R}$$

L'area della curva della corrente rappresenta inoltre la quantità di carica del condensatore. Infatti sia i il valore della corrente in un generico istante del tempo di carica. Nell'intorno di questo istante, consideriamo un intervallo di tempo infinitesimo Δt. Il prodotto $i \cdot \Delta t$ rappresenta l'incremento di carica fornita al condensatore nell'intervallo di tempo Δt, pari in figura all'area elementare.

È evidente che la sommatoria di tutte queste aree elementari nell'intervallo di tempo di carica, rappresenta l'area delimitata dalla curva della corrente e cioè la quantità di carica fornita al condensatore. Se a quest'area noi sostituiamo il rettangolo equivalente; l'altezza di tale rettangolo ci fornisce il valore medio della corrente di carica.

È da osservare inoltre che dal valore di R, dipende il tempo di carica di un condensatore.

Infatti se R è piccolo vuol dire che il valore iniziale della corrente di carica $I = \frac{E}{R}$ è più grande, poiché per un determinato condensatore, a parità di tensione, la quantità di carica è sempre la stessa, vuol dire che varia la curva della cor-

La cultura è un bene dell'umanità (fantomasping@libero.it)

rente, ma l'area deve rimanere la stessa, di conseguenza, il tempo di carica diventa minore.

I fatti analoghi si ripetono durante la scarica del condensatore e cioè quando agli atomi elettrici di segno opposto, che sono stati prima dislocati sulle armature contrapposte, si offre una via conduttrice qualunque attraverso alla quale possono ricongiungersi per riportare il sistema allo stato elettricamente neutro. Le curve rappresentative delle tensioni e delle correnti di scarica sono quelle in figura, (fig. 23).

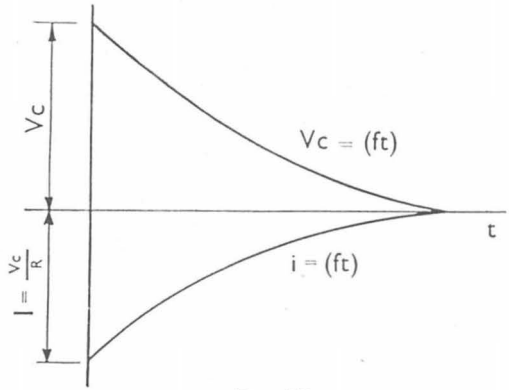


Fig. 23

Abbiamo già sopra accennato che per un determinato condensatore, a parità di tensione, la quantità di carica è sempre la stessa comunque vari la modalità e il tempo di carica.

Naturalmente aumentando la tensione fra le armature aumenterà la quantità di carica e viceversa.

Ora se noi consideriamo i rapporti fra le quantità di carica e le rispettive tensioni esistenti alle armature di un condensatore si ha che, per uno stesso condensatore, tali rapporti hanno valore costante.

Questo valore costante viene definito capacità del condensatore:

$$C = \frac{Q}{V}; \qquad \frac{coulomb}{volt} = \text{Farad}$$

sottomultiplo del Farad è il microfarad:
μF (1/1.000.000 di Farad) = 10^{-6} Farad.

Il microfarad è l'unità più usata in pratica per indicare la capacità dei condensatori.

Potenziale nei campi elettrici - L'intensità di campo.

Quando un corpuscolo elettrizzato è immerso in un campo elettrico, in virtù della forza elettrica che lo sollecita, possiede evidentemente una certa energia potenziale che può trasformarsi in lavoro.

La forza elettrica che solleciterebbe una carica unitaria posta in un punto P del campo, viene a misurare la intensità del campo elettrico nel punto considerato.

Occorre osservare che l'intensità di campo F, sebbene sia definita in valore

La cultura è un bene dell'umanità (fantomasping@libero.it)

mediante la forza che il campo eserciterebbe sull'unità di carica idealmente immessa nel campo, non deve concettualmente confondersi con una forza: per ottenere una forza f occorre infatti il concorso della carica q che la subisce, mentre il campo elettrico F esiste nello spazio indipendentemente dalla carica che vi è immessa, la quale anzi deve essere tanto piccola da non alterare sensibilmente la conformazione del campo preesistente: (la forza f si ottiene dal prodotto dell'intensità di campo F per la carica q che vi è immessa).

Ora poiché si è definito come potenziale elettrico di un punto V_p (espresso in volt) il valore dell'energia potenziale (espressa in joule) che sarebbe posseduta dalla carica elettrica unitaria (di un coulomb) idealmente concentrata in P, da quanto sopra è evidente che fra *intensità di campo* F e potenziale di un punto, esiste un certo legame pari a quello che esiste fra una forza ed una energia (lavoro).

Consideriamo prima un campo elettrico uniforme, quale quello che si ha fra le armature di un condensatore piano. È chiaro allora che sulle due armature sono distribuite cariche elettriche rispettivamente positive e negative; e poiché una linea di forza elettrica unisce una carica elettrica positiva con una negativa si avranno sulle due armature un egual numero di cariche elettriche.

Pertanto se Q è la quantità di carica del condensatore, si avrà rispettivamente su ogni armatura una quantità di carica pari a $\frac{Q}{2}$. Tali cariche avranno evidentemente una certa energia potenziale, cioè tra le armature del condensatore esisterà una certa differenza di potenziale $(V_m - V_n)$.

Immaginiamo idealmente che una carica pari ad un coulomb abbia la possibilità di spostarsi dall'armatura positiva a quella negativa e supponiamo che la distanza fra le armature e quindi la lungezza delle linee di forza sia d. Conseguentemente tale carica unitaria genererà un lavoro:

$$L = V_M - V_N = Fd.$$

Se anziché una carica unitaria, si considera una carica q, anche piccola, si avrà:

$$L = \frac{V_M - V_N}{q} = \frac{f}{q} d$$

e poiché:

$$\frac{f}{q} = F \text{ si ha } L = Fd.$$

Si vede così che l'intensità del campo elettrico di un condensatore piano rimane direttamente determinata dal rapporto fra la d. d. p. esistente fra le armature e la lunghezza delle linee di forza del campo. Tale intensità di campo F si esprime in:

$$\frac{Volt}{m} \text{ o in } \frac{Volt}{cm} \text{ o in } \frac{KV}{cm}.$$

La cultura è un bene dell'umanità (fantomasping@libero.it)

Per una data distanza fra le armature, il campo elettrico è tanto più intenso quanto maggiore è la tensione e inversamente, se la distanza aumenta a pari tensione, l'intensità del campo elettrico diminuisce.

In un campo elettrico uniforme l'intensità del campo si mantiene costante in valore e direzione in tutti i punti: ciò vuol dire che uno stesso corpuscolo elettrizzato è soggetto in tutti punti alla stessa forza, oppure anche che lungo l'intero sviluppo delle linee di forza del campo, il potenziale elettrico decresce di quantità eguale su segmenti uguali.

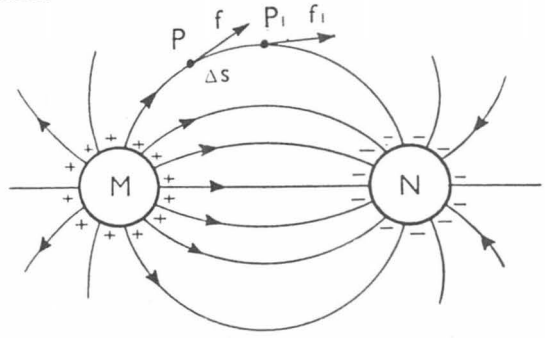


Fig. 24

Consideriamo ora un campo elettrico non uniforme quale quello in figura, (fig. 24).

L'intensità di campo F, varia da un punto all'altro sia in valore che in direzione seguendo l'andamento delle linee di forza. In ciascun punto P, del campo essa viene rappresentata allora da un vettore F, tangente alla linea di forza.

Se ora si considera un segmento di linea di forza come Δs, è chiaro che il prodotto $F\Delta s$ coincide, in valore, con il lavoro che la forza idealmente agente sull'unità di carica compirebbe lungo il percorso Δs *e* definisce in tal modo la d. d. p. ΔV che intercede fra i due punti vicini P. e P_1, si ha cioè $V = F\Delta s$.

Se si considerano tanti segmenti infinitesimi di una linea di forza noi potremo scrivere $\Delta V_1 = F_1 \cdot \Delta s_1$; $\Delta V_2 = F_2 \cdot \Delta s_2$;... ecc.; cioè la d. d. p. $V_M - V_N$ lungo una linea di forza è pari alla $\Sigma \Delta V$ delle variazioni infinitesime di potenziale nell'intorno dei vari punti P.

Tali considerazioni possono essere estese a qualsiasi altra linea di forza. Ne risulta che l'intensità del campo nel generico punto P è definita in ogni caso dalla variazione locale del potenziale elettrico che si verifica lungo un piccolo segmento di linea di forza in P, rapportata all'unità di lunghezza.

Tale variazione di potenziale riferita all'unità di lunghezza, misurata lungo la linea di forza in un dato punto P, viene anche designata col nome di gradiente di potenziale in P; si può anche dire con ciò brevemente che l'intensità del campo elettrico in un punto qualsiasi è misurata dal valore del gradiente di potenziale in quel punto.

Se ora noi riuniamo tutti i punti sulle diverse linee di forza del campo che hanno lo stesso potenziale, si avrà una superficie equipotenziale che risulta normale alle varie linee di forza, (fig. 25).

La cultura è un bene dell'umanità (fantomasping@libero.it)

Consideriamo ora il caso di un corpo conduttore percorso da corrente, poiché questa è dovuta ad uno scorrimento di elettroni, possiamo considerare ad un certo istante due sezioni di tale conduttore.

In tali due sezioni si avrà una certa d. d. p. uguale:

$$V = \rho \frac{l}{S} \cdot I;$$

tenendo conto che:

$$\frac{I}{S} = \delta \text{ (densità di corrente)}$$

si ha:

$$V_M - V_N = \rho l \delta$$

e pertanto esisterà un campo elettrico nell'interno del conduttore dato da:

$$F = \frac{V_M - N_N}{l} = \rho \delta.$$

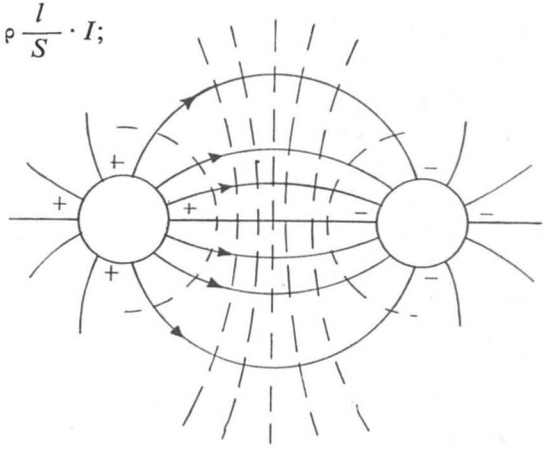


Fig. 25

Ogni qualvolta un conduttore è percorso da corrente nel suo interno esiste un campo elettrico e quindi una intensità di campo:

$$F = \frac{V_M - V_N}{l}.$$

Se il conduttore non è percorso da corrente, ma è in equilibrio elettrico, il campo elettrico nel suo interno è nullo.

Se pertanto si considerano dei corpi conduttori comunque elettrizzati (armature dei condensatori) ma in equilibrio elettrico, si ha bensì un campo nello spazio interposto, ma nell'interno dei conduttori stessi, il campo elettrico è sempre nullo.

Ciò equivale a dire che nell'interno dei corpi conduttori comunque elettrizzati, a equilibrio elettrico raggiunto, non si hanno linee di forza; queste si attaccano normalmente alle superfici dei corpi stessi e si sviluppano anche nello spazio interposto, ma non penetrano mai nell'interno delle masse conduttrici su cui sono distribuite le cariche elettriche che producono il campo.

Cioè in seno alla massa dei corpi conduttori elettrizzati ed in equilibrio elettrico, non si hanno mai delle cariche elettriche libere, le quali risiedono invece esclusivamente sulla superficie dei corpi stessi: su queste superfici le cariche elet-

La cultura è un bene dell'umanità (fantomasping@libero.it)

triche si assestano in modo che la risultante delle azioni elettrostatiche, esercitate dagli atomi elettrici distribuiti sui singoli elementi superficiali, sia identicamente nulla per tutti i punti situati all'interno della superficie elettrizzata, (fig. 26).

Ne risulta che l'equilibrio elettrico di un conduttore elettrizzato non viene alterato, se si immagina di scavare internamente il conduttore stesso fino a ridurlo ad un involucro anche sottilissimo, costituito da una pellicola metallica corrispondente ad una superficie esterna. Nell'interno di questi involucri il campo elettrico rimane sempre nullo, qualunque sia la carica elettrica distribuita sulla superficie esterna e cioè qualunque sia la intensità del campo elettrico nello spazio esterno all'involucro. È chiaro che se nell'interno dell'involucro sono racchiusi dei corpi isolati dalle pareti ed elettrizzati, questi vi producono un campo, il quale rimane in tal caso del tutto indipendente da tutte le eventuali cariche elettriche situate all'esterno, (fig. 27).

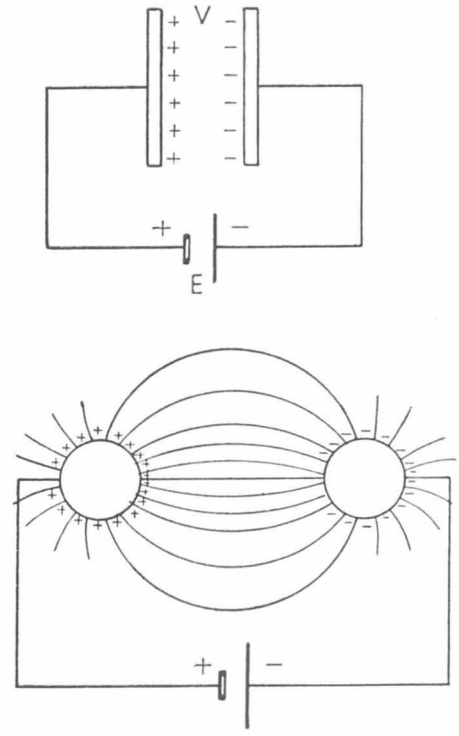


Fig. 26

Si può dire quindi che un involucro metallico completamente chiuso costituisce un vero *schermo elettrico*, il quale protegge perfettamente l'intera regione interna dalle azioni di tutti i campi elettrici esterni (Schermo di Faraday).

La protezione può essere estesa anche ad un locale o camera, o edificio, in tal caso la lamina metallica continua, può venire sostituita da una gabbia metallica, la quale deve estendersi naturalmente a tutte le parti, copertura e pavimento.

Il fenomeno dell'influenza o dell'induzione elettrostatica.

Consideriamo il campo elettrico prodotto da due corpi conduttori elettrizzati *A* e *B*, (fig. 29).

La cultura è un bene dell'umanità (fantomasping@libero.it)

In questo campo elettrico si ponga ora un terzo corpo conduttore *C* isolato e allo stato neutro. L'equilibrio elettrico del sistema viene allora alterato perché sotto l'azione del campo in cui viene immerso, tutti gli elettroni mobili che sono contenuti nell'interno del conduttore *C*, vengono a subire uno scorrimento istantaneo nel verso opposto alla direzione delle linee di forza del campo, e precisamente gli elettroni vengono attratti dalle cariche elettriche positive del corpo *A* e respinti dalle cariche elettriche negative del corpo *B*.

Pertanto non appena tale corpo conduttore *C* viene posto nel campo si ha un tale scorrimento di elettroni per cui questi si affacciano sulla superficie opposta al corpo elettrizzato *A* e contemporaneamente si scoprono, sull'altra superficie antistante il corpo *B*, delle cariche elettriche positive. Tali due cariche disgiunte sul corpo conduttore *C* hanno, come effetto di creare nel suo interno un campo elettrico di direzione contraria a quella del campo elettrico creato dai corpi conduttori elettrizzati *A* e *B*. Inoltre, le due distribuzioni di cariche opposte, sulle facce del conduttore *C*, affiorano in quantità tale da annullare l'intensità di campo in tutti i punti interni. Per cui nell'interno del conduttore *C* il campo è nullo, cioè non viene attraversato da linee di forza elettriche.

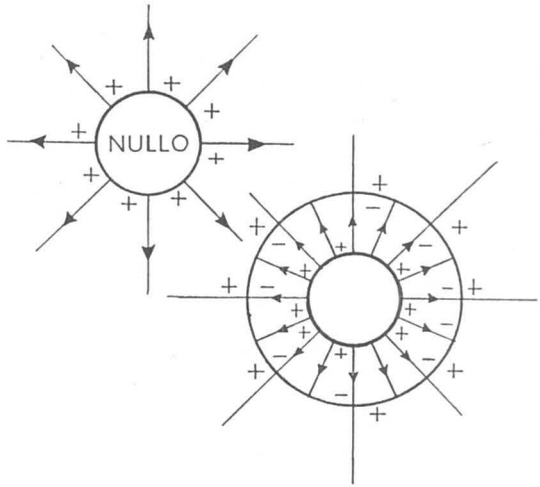


Fig. 27

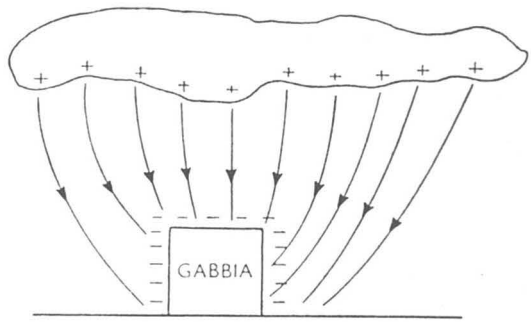


Fig. 28

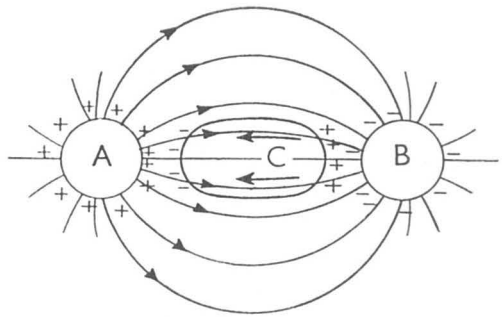


Fig. 29

La cultura è un bene dell'umanità (fantomasping@libero.it)

Ed il campo esterno ai due conduttori elettrizzati *A* e *B* si modifica come in figura, (fig. 30). Si verifica cioè, anche una mobilità delle cariche sulla superficie dei due corpi elettrizzati *A* e *B*.

Se si estrae il corpo *C* dal campo elettrico questo assume la configurazione primitiva e le cariche distribuite sulla superficie del corpo conduttore *C* si neutralizzano.

Se ora immaginiamo il corpo conduttore *C* costituito da due metà ognuna sostenuta da un manico isolante e se queste due metà sono a contatto fra loro e immerse nel campo elettrico creato dai due corpi elettrizzati *A* e *B*, il fenomeno dell'induzione elettrica si manifesta in maniera del tutto analoga a quanto sopra illustrato. Se noi estraiamo tale conduttore *C* con le due metà a contatto fra loro, il campo elettrico creato dai due corpi *A* e *B* riassume la configurazione primitiva e il corpo conduttore *C* si trova allo stato neutro, cioè le due metà non presentano cariche elettriche sulle superfici.

Però se nella fase di estrazione del conduttore *C* dal campo, contemporaneamente separiamo le due metà, una risulta caricata positivamente e l'altra negativamente in quanto viene impedita la possibilità alle due distribuzioni di cariche, di neutralizzarsi a vicenda.

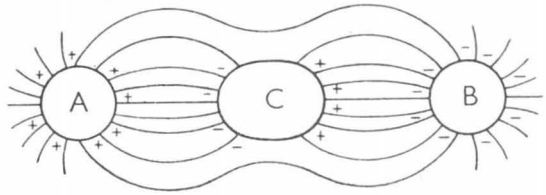


Fig. 30

Il fenomeno dell'induzione elettrostatica si manifesta con aspetti più diversi e caratteristici in tutte le manifestazioni che si connettono ai campi elettrici, perché funzionano sempre come corpi indotti, tutti i corpi conduttori e semiconduttori presenti nello spazio interessato. Se teniamo conto poi della presenza del suolo, il campo elettrico creato da due sfere elettrizzate ed isolate assume in realtà una configurazione come quella in figura, (fig. 31).

La stessa figura può essere interpretata anche come una sezione del campo elettrico dovuto a due conduttori cilindrici paralleli in presenza del suolo, come sono ad esempio i due fili di una linea elettrica.

Se una delle due sfere o uno dei due fili è collegato a terra, il campo assume la configurazione indicata in figura (fig. 32); cioè l'armatura collegata a terra, insieme al filo di

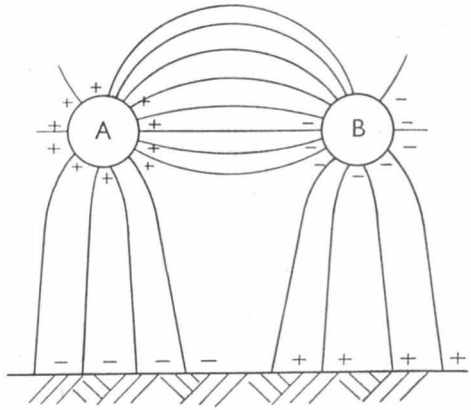


Fig. 31

La cultura è un bene dell'umanità (fantomasping@libero.it)

connessione e alla superficie del suolo, viene a costituire una stessa superficie di livello.

Se ora immaginiamo che i corpi elettrizzati considerati, siano nubi cariche positivamente o negativamente per effetto dello strofinio allorché vengono trasportate dal vento, o per altre cause, è chiaro che valgono tutte le considerazioni sui campi elettrici fatte per i corpi elettrizzati di cui sopra.

Pertanto se immaginiamo che il corpo elettrizzato positivamente *A* della figura sopra riportata (fig. 32), sia una nuvola, il campo elettrico da essa creato è del tutto analogo. E se tale nuvola dovesse scaricarsi a terra, è chiaro che le cariche distribuite sul suolo e sulla superficie del corpo conduttore *B* ad esso collegato a mezzo di una connessione conduttrice, rapidamente si neutralizzano ed il campo nello spazio si annulla. Se invece il tratto di connessione fra suolo e sfera elettrizzata *B* è costituito da materiale isolante o quasi tale, si avrà, all'atto della scarica della nube al suolo, che un certo numero di cariche positive rimarranno distribuite nel suolo in prossimità della sfera stessa *B* elettrizzata. Pertanto tra questa ed il suolo circostante si stabilirà un campo elettrico e cioè si manifesterà una *d. d. p.*

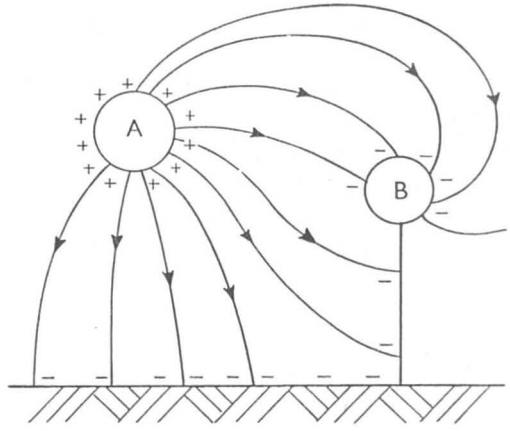


Fig. 32

Dopo quanto è stato detto, è facile comprendere l'azione delle aste (Franklin) e delle gabbie (Melsen), di nostra conoscenza.

L'asta del parafulmine, collegata a terra a mezzo di conduttori di sezioni adeguate, presenta alla sommità una o più punte. Pertanto, per quanto concerne il campo elettrico determinatosi fra la nube caricata elettricamente e lo spazio ad essa circostante, è da far rilevare che tale campo, è molto intenso in corrispondenza delle punte, cioè si avrà un forte addensamento delle linee di forza elettriche in prossimità delle punte stesse e ciò per il fenomeno proprio delle punte, per cui le cariche elettriche tendono fortemente ad addensarsi sulle stesse. In conseguenza di ciò, si ha nell'intorno delle punte una sentita ionizzazione dell'aria circostante, cioè un forte effluvio elettrico, per cui cariche tenderanno a migrare dal parafulmine verso la nube neutralizzando un egual numero di cariche di segno contrario poste sulla nube stessa, riducendo in tal modo l'intensità del campo elettrico circostante. Se poi l'intensità del campo elettrico dovesse raggiungere valori tali da

La cultura è un bene dell'umanità (fantomasping@libero.it)

superare la rigidità dielettrica dell'aria, per cui le cariche distribuite sulla nube dovessero scaricarsi verso terra, evidentemente tali cariche percorreranno le linee di forza a gradiente di potenziale e quindi intensità di campo più elevato e cioè lungo quelle linee che si addensano sulle punte del parafulmine, attraverso cui avverrà la scarica verso terra.

Induzione elettrica o densità di spostamento.

Si consideri, nel campo elettrico generato da due corpi elettrizzati, l'uno positivamente e l'altro negativamente, un tubo di flusso. Suddividiamo il tubo di flusso con tante superfici di livello.

Immaginiamo di materializzare tali superfici di livello come sottilissime pellicole metalliche. Ognuna di esse viene a subire il fenomeno dell'influenza elettrostatica cioè sulle facce opposte di tali pellicole si avranno delle cariche indotte di segno contrario, che però non modificano l'intensità del campo in quanto per lo spessore sottilissimo della pellicola, le relative cariche sulle due facce sono vicinissime fra loro e sono uguali in valore e di segno opposto.

Se ora noi consideriamo gli elementi superficiali delle superfici di livello delimitate dal tubo di flusso e cioè ΔS_1, ΔS_2, ΔS_3, è evidente che su ognuna delle due facce, per effetto dell'induzione elettrostatica, si avrà una carica elettrica Δq pari e di segno uguale a quelle dei due elementi superficiali corrispondenti ΔS_A, ΔS_B dei corpi elettrizzati conduttori, come indicato in figura (fig. 33) e ciò anche in relazione al fatto che ciascuna linea di forza può essere concepita come il collegamento ideale che unisce due atomi elettrici di segno opposto disgiunti fra loro.

Se ora si fa il rapporto fra la carica Δq, (spostamento elettrico) e la generica sezione ΔS, del tubo di flusso, si ottiene il valore della *induzione elettrica* o *densità di spostamento* $D = \frac{\Delta q}{\Delta s}$ cioè il valore dello spostamento elettrico riferito all'unità di sezione. Siccome in tutte le sezioni di uno stesso tubo di flusso lo spostamento elettrico Δq è costante, la densità di spostamento varia lungo il tubo in ragione inversa delle sezioni successive.

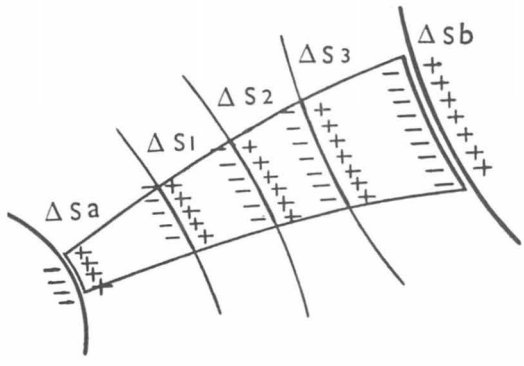


Fig. 33

La cultura è un bene dell'umanità (fantomasping@libero.it)

Dai fatti esposti risulta che la densità di spostamento o induzione elettrica in un qualsiasi punto P di un campo elettrico qualunque, rappresenta la carica elettrica che viene indotta sulle facce di un elemento di lamiera metallica di area unitaria, collocato nel punto P, normalmente alle linee di forza del campo.

Se ora ci si ricollega a ciò che si è definito per intensità di campo elettrico F e cioè l'azione elettrica che si esercita su una carica unitaria positiva posta in un punto del campo P per effetto delle cariche elettriche positive e negative distribuite sulla superficie di due corpi elettrizzati, che determinano il campo elettrico, è evidente che fra intensità di campo F e densità di spostamento esiste una certa relazione di causa ed effetto come ad esempio la *sollecitazione unitaria* applicata ad un corpo elastico e la *deformazione* che essa vi induce.

Per un dato mezzo dielettrico l'esperienza dimostra che la densità di spostamento D si mantiene proporzionale alla intensità di campo F che la produce.

È facile intuire del resto che aumentando la intensità del campo induttore, la carica indotta su ogni cmq. di superficie normale alle linee di forza del campo deve aumentare in proporzione.

Pertanto si può scrivere $D = \varepsilon F$, dove ε è la costante dielettrica assoluta, variabile da dielettrico a dielettrico e che viene misurata in:

$$\frac{coulomb}{m^2} / \frac{volt}{m.}$$

ossia in coulomb/volt · m; cioè Farad/m.

In genere si definisce col nome di costante dielettrica relativa e si indica col simbolo $\bar{\varepsilon}$ il rapporto fra la costante dielettrica assoluta ε di un dato materiale e quella ε_0 del vuoto o praticamente dell'aria.

Calcolo della capacità dei condensatori ad armature piane.

Avendosi:

$$D = \frac{Q}{S}; \quad F = \frac{D}{\varepsilon} = \frac{Q}{\varepsilon S}$$

ed inoltre essendo la *d. d. p.* fra le armature di un condensatore piano:

$$V_A - V_B = V = Fd = Q\frac{d}{\varepsilon S}$$

si ha:

$$C = \frac{Q}{V} = \frac{Q}{Q\frac{d}{\varepsilon S}} = \varepsilon\frac{S}{d}.$$

La cultura è un bene dell'umanità (fantomasping@libero.it)

L'azione del campo elettrico sui materiali isolanti.

Il campo elettrico esercita sugli elettroni periferici degli edifici atomici e molecolari di un materiale isolante, delle azioni che tendono a strapparli dai rispettivi nuclei. Tuttavia se il campo non è sufficientemente intenso, il distacco di questi elettroni non si verifica, ma interviene solamente una deformazione della configurazione di equilibrio degli edifici stessi, cioè come se le orbite descritte dagli elettroni periferici vengano scentrate dalla loro posizione normale attorno ai rispettivi nuclei, fino a tanto che le forze reattive interne che si destano in conseguenza di questa deformazione non arrivino a equilibrare l'azione deformatrice dovuta al campo elettrico in cui il materiale è immerso. Quando il campo si estingue, le stesse forze reattive richiamano tutti gli edifici atomici del materiale alla loro configurazione normale. Si può dire quindi che sotto l'azione del campo, gli edifici atomici e molecolari del dielettrico subiscono una specie di deformazione elastica in seguito alla quale gli elettroni periferici vengono a trovarsi dislocati dalla loro posizione normale, in verso opposto alle linee di forza del campo. In tal modo ciascun atomo e ciascuna molecola, viene a presentare cioè, come due poli opposti. Il fenomeno prende il nome di *polarizzazione dielettrica* e l'effetto risultante è la formazione di un affioramento di polarità negative sull'intera superficie terminale del corpo isolante da cui penetrano le linee di forza del campo, e di un corrispondente affioramento di polarità positiva sulla superficie opposta, da cui le stesse linee di forza escono dal dielettrico polarizzato.

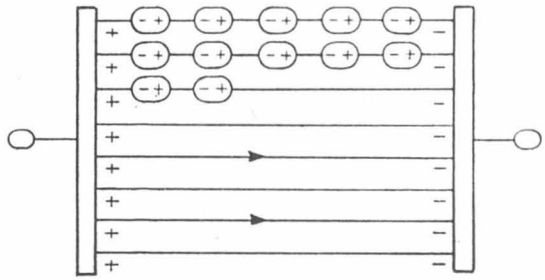


Fig. 34

La differenza sostanziale tra corpi conduttori e corpi isolanti sta in questo: che nei corpi conduttori, in conseguenza della mobilità degli elettroni, le linee di forza del campo, a equilibrio raggiunto, risultano completamente interrotte nello intero spessore del corpo e cioè il campo elettrico in seno al conduttore è nullo; nei corpi isolanti invece gli elettroni non possono migrare da un atomo all'altro, ma ciascun atomo o ciascuna molecola, può subire solo il fenomeno della polarizzazione sopra descritto: le linee di forza del campo attraversano conseguentemente l'intero spessore del corpo isolante collegando fra loro tutte le successioni di molecole polarizzate.

La cultura è un bene dell'umanità (fantomasping@libero.it)

Il nome di dielettrici vuol precisare che i corpi isolanti si lasciano attraversare dalle linee di forza.

Pertanto anche nei dielettrici è possibile definire in ogni punto una *intensità di campo* F_i e *una intensità di polarizzazione*

$$D_i = \frac{\Delta q}{\Delta S}.$$

Funzione del dielettrico materiale interposto fra le armature di un condensatore.

Se si considera un condensatore ad armature piane, con dielettrico aria, e se si immagina di applicare fra tali armature una certa *d.d.p. V.*, sulle due facce interne delle armature si scoprirà una certa quantità di carica Q_o; pertanto la capacità del condensatore sarà $C = \frac{Q_o}{V}$ e nello spazio interposto si costisce un campo elettrico $F = \frac{V}{q}$. Se ora interponiamo tra le due armature, un dielettrico di determinata costante dielettrica ε, si avrà che per effetto del campo elettrico F, il materiale si polarizza e si scopriranno sulle due superfici estreme del dielettrico, a contatto con le armature del condensatore, delle cariche elettriche rispettivamente $-Q_i$ e $+Q_i$.

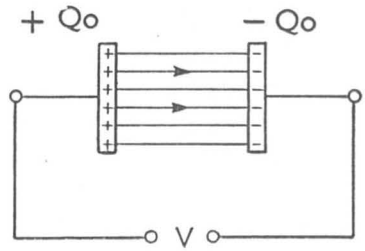


Fig. 35

Queste cariche vincolate al dielettrico richiamano allora per induzione una carica uguale e di segno opposto sulla superficie dell'armatura corrispondente del condensatore come indicato in figura, (fig. 36). Pertanto la capacità del condensatore dal valore:

$$C = \frac{Q_o}{V}$$

passerà al valore:

$$C = \frac{Q_o + Q_i}{V}.$$

L'aumento di capacità dipenderà dalla maggiore o minore attitudine del dielettrico a polarizzarsi.

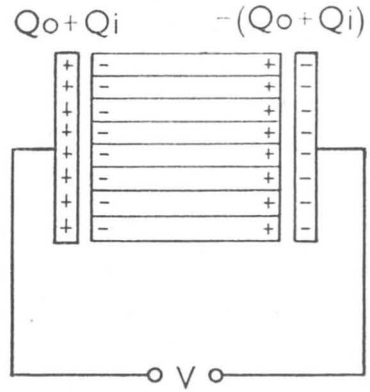


Fig. 36

La cultura è un bene dell'umanità (fantomasping@libero.it)

Scarica distruttiva attraverso ai materiali isolanti. - Rigidità dielettrica.

In un dielettrico perfetto la polarizzazione dovrebbe costituirsi e recedere insieme al campo che la determina, come una deformazione perfettamente elastica: $D_i = \varepsilon F$, dovrebbe cioè mantenersi costantemente proporzionale all'intensità del campo elettrico F, che sollecita il materiale. In pratica per i materiali isolanti di cui si dispone, l'andamento dell'intensità di polarizzazione D_i, in funzione dell'intensità di campo F, è quello rappresentato in figura, (fig. 37).

Si trova cioè che inizialmente l'intensità di polarizzazione cresce linearmente con l'intensità di campo F, ma quando questa ha raggiunto un certo limite F_M, l'intensità di polarizzazione viene a subire un brusco aumento. In questo momento la lastra isolante interposta fra le armature del condensatore viene attraversata da una violenta scarica e corrispondentemente la *d.d.p.* fra le armature si riduce a zero e il campo si estingue.

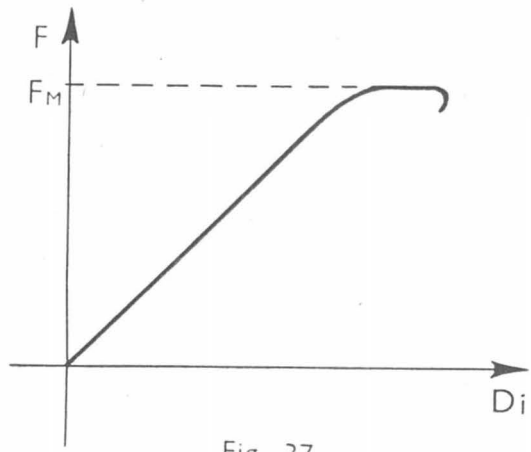


Fig. 37

Tale fenomeno è dovuto al fatto che il campo elettrico, che sollecita il materiale, genera una deformazione dei suoi edifici atomici e molecolari per cui si manifestano, in seno al materiale, per effetto della polarizzazione, campi elettrici atomici e molecolari, i quali reagiscono al campo induttore e tendono a mantenere invariata la configurazione dei propri edifici.

Entro certi limiti, questi campi reagiscono precisamente alle deformazioni che gli atomi e le molecole vengono a subire, con forze proporzionali alle deformazioni stesse, come accade nelle deformazioni elastiche, l'intensità di polarizzazione cresce allora proporzionalmente all'intensità del campo. Se questa però raggiunge e supera un certo limite si provoca lo svincolamento degli elettroni periferici dai rispettivi nuclei e così il materiale assume istantaneamente il carattere di un conduttore sotto l'azione del campo intenso che lo sollecita, si costituisce allora in seno al materiale una corrente elettrica istantanea violentissima cioè la scarica distruttiva attraverso il dielettrico. *Il valore che la intensità del campo deve raggiungere per*

La cultura è un bene dell'umanità (fantomasping@libero.it)

determinare la scarica distruttiva definisce la rigidità dielettrica del materiale stesso e viene indicata in Kilovolt/cm o Kilovolt/mm.

Ora se si sottopone un dielettrico ad intensità di campo F, di valore diverso per esempio crescente, perché l'intensità di polarizzazione raggiunga i valori corrispondenti ai singoli valori dell'intensità del campo, occorre un certo tempo, cioè il dielettrico presenta un fenomeno di isteresi dielettrica.

In pratica se raggiunto un certo valore ($+ F_i$) del campo (minore di F_M in corrispondenza del quale si ha la scarica distruttiva) cui corrisponde la polarizzazione ($+D_i$), si fa decrescere gradatamente il campo stesso fino a zero, la curva di regresso si mantiene distinta da quella iniziale e al disotto di questa come in figura, (fig.38).

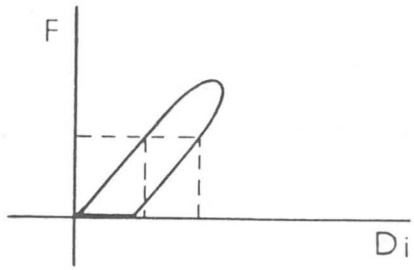


Fig. 38

Cioè quando il campo si riduce a zero il dielettrico conserva una sensibile polarizzazione (detta residua). Per annullare questa polarizzazione residua occorre invertire il campo e farlo nuovamente crescere fino ad un certo valore, oltrepassato il quale, anche la polarizzazione si inverte.

Batterie di condensatori.

I condensatori possono essere collegati tra loro in serie o in parallelo oppure serie-parallelo.

Consideriamo tre condensatori collegati in serie come in figura, (fig. 39). In tal caso tutte le armature intermedie vengono a caricarsi per induzione per effetto delle due armature estreme che vengono direttamente connesse al circuito di carica.

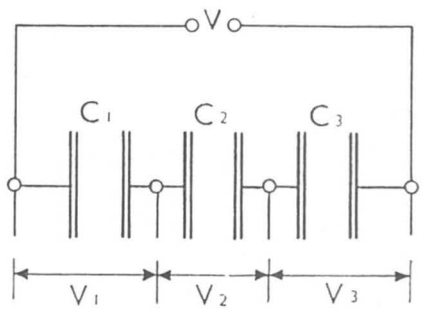


Fig. 39

Tutti i condensatori della serie assumono così, sulle rispettive armature, la stessa carica elettrica Q, *indipendentemente dai singoli valori della capacità*, C_1, C_2, C_3. Pertanto le d. d. p. (V) fra le armature dei tre condensatori saranno:

$$V_1 = \frac{Q}{C_1}; \qquad V_2 = \frac{Q}{C_2}; \qquad V_3 = \frac{Q}{C_3}.$$

La cultura è un bene dell'umanità (fantomasping@libero.it)

Poiché:

$$V = V_1 + V_2 + V_3$$

si avrà:

$$V = Q\left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}\right).$$

Il che equivale a dire che volendo sostituire ai tre condensatori un solo condensatore equivalente (cioè tale da non modificare il regime elettrico del complesso) tale cioè che presenti sulle armature una quantità di carica Q ed una d. d. p. $= V$, tenendo presente che l'espressione della capacità è:

$$C = \frac{Q}{V}; \text{ e } V = V_1 + V_2 + V_3,$$

sostituendo si ha:

$$C = \frac{Q}{Q\left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}\right)} \quad \frac{1}{\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}}.$$

Se le tre capacità fossero tutte uguali si ha:

$$C = \frac{1}{\frac{3}{C}} = \frac{C}{3};$$

cioè la capacità equivalente risulta tre volte più piccola di quella di ciascun elemento.

Consideriamo ora tre condensatori in parallelo.

È chiaro che i singoli condensatori sono sottoposti tutti alla stessa d. d. p. V; allora se C_1, C_2, C_3, sono le rispettive capacità si avrà:
$Q_1 = C_1 V$; $Q_2 = C_2 V$; $Q_3 = C_3 V$. Se ora vogliamo sostituire a tale complesso un unico condensatore equivalente, cioè tale che abbia una quantità di carica pari a $Q_1 + Q_2 + Q_3$ con la stessa d. d. p. di V., la sua capacità dovrà essere:

$$C = \frac{Q_1 + Q_2 + Q_3}{V} = \left(\frac{C_1 + C_2 + C_3}{V}\right) V = C_1 + C_2 + C_3.$$

Se le capacità dei singoli condensatori sono tutte uguali si avrà: $C = 3C$.

La cultura è un bene dell'umanità (fantomasping@libero.it)

Forza di attrazione fra le armature di un condensatore piano.

Consideriamo un condensatore piano di area S, preventivamente caricato di una certa carica Q.

Se immaginiamo che una armatura M sia libera di spostarsi, questa potrebbe produrre un lavoro qualora andasse in contatto con N, pari a $\frac{QV}{2}$. Ciò in relazione alla definizione di d. d. p. fra due punti (infatti tale d. d. p. rappresenta il lavoro che può compiere una carica unitaria quando si sposti dal potenziale M al potenziale N) ed al fatto che se Q è la quantità di carica del condensatore, su una armatura la quantità di carica sarà $\frac{Q}{2}$.

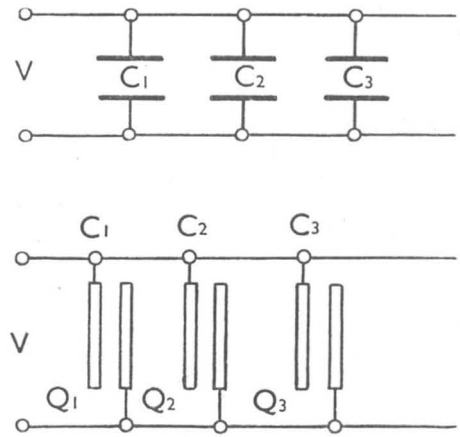


Fig. 40

Poiché:

$L = f \cdot d$ si può scrivere; $\frac{1}{2} Q V = fd.$

dove d rappresenta la distanza fra le armature del condensatore;
da cui:

$$f = \frac{1}{2} \quad Q \frac{V}{d}, \text{ ma } \frac{V}{d} = F$$

quindi:

$$f = \frac{1}{2} QF;$$

essendo:

$$D = \frac{Q}{S} = \varepsilon F; \quad Q = \varepsilon SF;$$

si ha quindi:

$$f = \frac{1}{2} \varepsilon SF^2,$$

cioè la forza di attrazione è:

$$f = \frac{1}{2} \varepsilon \frac{V^2}{d^2} S.$$

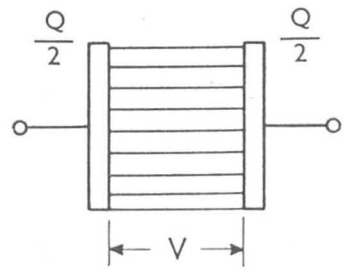


Fig. 41

La cultura è un bene dell'umanità (fantomasping@libero.it)

Tale formula ci permette di individuare su quale principio sono basati i voltmetri elettrostatici;
infatti si ha:

$$V = \sqrt{\frac{2 f d^2}{\varepsilon S}}.$$

È evidente che i voltmetri elettrostatici sono caratterizzati dal fatto che in essi non passa corrente ma sfruttano l'azione a distanza che si esercita fra armature a potenziale diverso.

La cultura è un bene dell'umanità (fantomasping@libero.it)

PARTE III

IL CAMPO MAGNETICO

Fra campi magnetici e campi elettrici esistono molte analogie ai fini delle grandezze caratteristiche che si considerano e delle azioni che in esse si esercitano.

Diremo subito che mentre i campi elettrici vengono per lo più generati da cacariche elettrostatiche cioè cariche elettriche in quiete, i campi magnetici sono dovuti a cariche elettriche in movimento cioè a correnti elettriche.

Si consideri le azioni che si manifestano nello spazio che circonda un corpo magnetizzato, ad esempio una calamita prismatica.

Se vicino a questa si porta un aghetto magnetico liberamente sospeso, si osserva che esso prende una direzione determinata, la quale varia però da un punto all'altro dello spazio. Le linee che definiscono le direzioni che vengono assunte dall'ago magnetico nei diversi punti vengono denominate linee di forza del campo magnetico. Per convenzione, si attribuisce a queste linee il verso che viene indicato dal polo nord dell'ago liberamente orientato. Si può dire con ciò, che le linee di forza magnetiche divergono dal polo nord e convergono al polo sud della calamita che produce il cam-

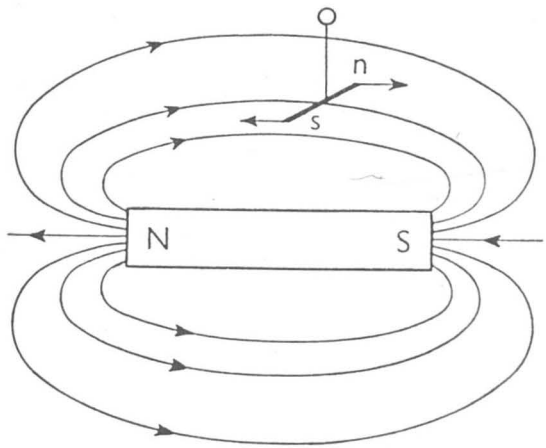


Fig. 42

La cultura è un bene dell'umanità (fantomasping@libero.it)

po. Dal fatto che l'ago magnetico immerso nel campo si orienta nel verso delle linee di forza, si può senz'altro arguire che il campo magnetico esercita sui due poli dell'ago due forze eguali ed opposte, cioè una coppia che determina l'orientazione dell'ago. È evidente che dall'entità della coppia si può risalire all'intensità del campo in quel punto. L'andamento del campo magnetico delle calamite è facilmente individuabile cospargendo sopra un foglio di carta, o una lastra di vetro, della limatura di ferro.

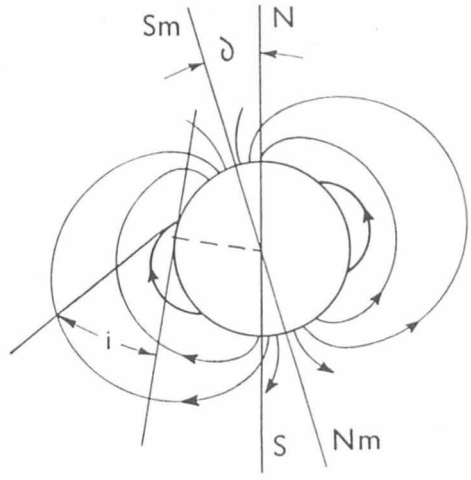


Fig. 43

Le forze magnetiche si trasmettono anche nello spazio vuoto.

È a tutti noto il campo magnetico terrestre e l'effetto che esso produce su un ago magnetico. La terra ha i poli magnetici Nord e Sud rispettivamente in vicinanza del polo SUD e NORD geografico. Precisamente i poli magnetici della Terra sono alquanto spostati rispetto ai poli geografici, per modo che l'ago magnetico liberamente orientato non indica esattamente la direzione del nord geografico ma ne risulta invece spostato di un certo angolo δ che prende nome di *declinazione magnetica*.

Prende nome invece di *inclinazione magnetica*, l'angolo formato dalle tangenti alle linee di forza del campo ed i piani tangenti alla terra.

Gli stessi effetti prodotti su un ago magnetico, da un campo magnetico creato da una calamita (o magnete permanente), si riscontrano anche su quelli creati da correnti elettriche che percorrono un circuito elettrico. Sono a tutti note le esperienze del danese Oersted.

In particolare, per determinare la direzione delle linee di forza del campo magnetico creato da una corrente che percorre un conduttore rettilineo su di un piano normale al conduttore stesso, si applica la « regola di Ampère o quella del cavaturaccioli di Maxwell.

Secondo la regola di Ampère, la direzione delle linee di forza viene determinata dallo stesso senso, secondo cui un uomo disposto lungo il conduttore in modo che la corrente entri dai piedi ed esca dalla testa, sposta la sua mano destra, per adagiarla sulla sua sinistra rimasta ferma. Oppure la direzione di tali linee coincide con il verso in cui deve essere fatto girare un cavaturaccioli per farlo avanzare nella direzione della corrente.

La cultura è un bene dell'umanità (fantomasping@libero.it)

Così nel caso di solenoidi, cioè di più spire unite fra loro e percorsi da corrente, le polarità del campo magnetico generato dal solenoide, si determinano disponendo la mano destra col palmo appoggiato al solenoide e le dita distese nel verso della corrente; il polo nord si trova dalla parte del pollice.

Il campo magnetico prodotto da un solenoide percorso da corrente, assume nello spazio esterno una conformazione che è del tutto simile a quella del campo che si riscontra attorno ad un magnete avente ugual forma e dimensioni del solenoide. Poiché inoltre si è constatato che tutti i fenomeni magnetici che noi possiamo artificialmente provocare sono sempre indissolubilmente legati a una corrente elettrica o eventualmente ad un complesso di correnti, è facile intuire che le proprietà magnetiche che presentano alcuni corpi (magneti) sono da attribuirsi al movimento degli elettroni satelliti che appartengono ai singoli edifici atomici o molecolari del corpo.

Questi elettroni satelliti sono vincolati ai rispettivi nuclei atomici da un campo elettrico, ma oltre a ciò si contornano, in conseguenza del loro movimento anche di un campo magnetico; a questo riguardo noi possiamo quindi raffigurarci le molecole dei corpi come tante piccolissime spire percorse da una determinata corrente, la quale viene a costituire in tal senso, la corrente molecolare che compete alla particolare configurazione che caratterizza le molecole di quel dato corpo. Queste correnti molecolari sono particolarmente intense nei corpi magnetici propriamente detti, mentre sono debolissime negli altri corpi. Nei corpi allo stato naturale, le molecole sono in completo disordine (per effetto dei moti di agitazione termica) ed i rispettivi campi magnetici mutuamente si elidono, per modo che il campo magnetico risultante nello spazio esterno al corpo è nullo. Quando invece il corpo si trova immerso nel campo magnetico prodotto da una corrente qualsiasi, tutte le molecole tendono ad orientarsi con il loro asse magnetico nella direzione del campo, come farebbero precisamente altrettante spire percorse da corrente. Le correnti molecolari vengono cioè a orientarsi in tanti piani normali alle linee di forza del campo che investe il corpo, il quale assume in tal modo nel suo complesso un aspetto grossolanamente paragonabile a quello in figura, (fig. 44).

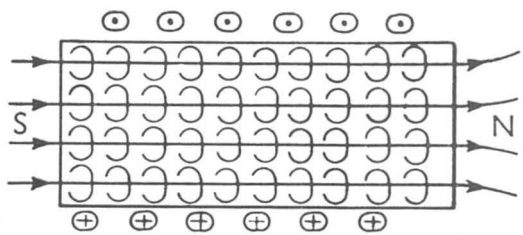


Fig. 44

Il campo magnetico che provoca l'orientamento delle molecole viene indicato col nome di campo magnetizzante.

La cultura è un bene dell'umanità (fantomasping@libero.it)

Intensità di campo.

Data la rispondenza che esiste fra campi magnetici creati da magneti permanenti, e quelli creati da correnti elettriche, vediamo come possa determinarsi la intensità di campo magnetico nell'interno di un solenoide.

Nei campi elettrici l'intensità di campo è definita dal complesso delle azioni elettriche che si esercitano su una carica unitaria posta in un punto P del campo ed è indicata con la lettera F ed espressa in volt/m. Per i campi magnetici l'intensità di campo viene determinata dall'azione che si esercita su di un magnetino elementare posto in un punto P del campo. In particolare se in tale punto noi poniamo un ago magnetico in direzione normale alle linee di forza, sui due poli si determinano due forze uguali f, che tendono a disporre l'ago nella direzione della linee di forza stessa, cioè le due forze f, costituiscono una coppia. La determinazione di questa coppia ci permette di definire praticamente l'intensità del campo. Lo strumento adoperato è del tipo di quello in figura (fig. 45) e se tarato prende il nome di magnetometro.

Sperimentalmente si constata che il campo magnetico, nella zona centrale interna di un solenoide sufficientemente lungo, costituito da un certo numero di spire N, e percorso da una corrente I, è uniforme, cioè le linee di forza che lo attraversano, risultano parallele tra loro. Si trova cioè che l'intensità del campo, misurata con lo strumento sopraindicato, rimane invariata in tutta la zona centrale, mentre va poi decrescendo verso le estremità e nello spazio esterno. Si constata inoltre che l'intensità di campo nella zona centrale è proporzionale al numero delle spire, alla intensità della corrente che lo genera ed inversamente proporzionale alla lunghezza del solenoide:

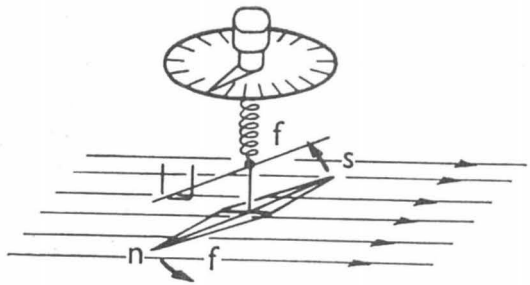


Fig. 45

cioè:

$$H = \frac{NI}{l} = \frac{ampere \cdot spire}{m}.$$

Il solenoide ci offre un mezzo semplicissimo per realizzare un campo magnetico campione che possa servire, come termine di confronto per misurare l'intensità di ogni altro campo.

La cultura è un bene dell'umanità (fantomasping@libero.it)

Così nei campi magnetici a linee di forza circolari concentriche, realizzati o da una corrente rettilinea o da un solenoide toroidale si ha, nel primo caso $H = \frac{I}{l}$ dove l, è la lunghezza della linea di forza che si considera e quindi anche $H = \frac{I}{2\pi r}$.

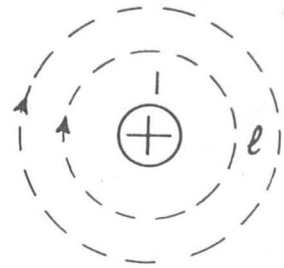


Fig. 46

Nel caso del solenoide toroidale si ha:

$H = \frac{NI}{2\pi r}$; dove N = numero di spire.

Si può osservare che il prodotto NI rappresenta la corrente totale concatenata con la linea di forza del campo. In tal senso la formula relativa al solenoide toroidale si identifica senz'altro con quella relativa alla corrente rettilinea, (legge di Biot e Savart).

Tensione magnetica.

Come nei campi elettrici la somma di tanti termini elementari consecutivi del tipo $F \cdot \Delta S$ definisce la tensione elettrica lungo un tratto di linea di forza elettrica $V = F_1 \cdot \Delta s_1 + F_2 \cdot \Delta s_2 + F_3 \cdot \Delta s_3$, così nei campi magnetici la sommatoria di tanti termini, come $H_1 \Delta l_1$ definisce la tensione magnetica $\mathcal{F}$.

In particolare si ha che la tensione magnetica lungo l'intero sviluppo di una linea di forza o lungo una qualsiasi linea chiusa è sempre NI, cioè uguale alla corrente concatenata $\mathcal{F} = NI$.

Se lungo la linea chiusa non si concatena alcuna corrente, la tensione magnetica è zero, se inoltre lungo la linea chiusa si concatenano correnti di direzioni diverse, allora la tensione magnetica è uguale alla somma algebrica delle correnti concatenate.

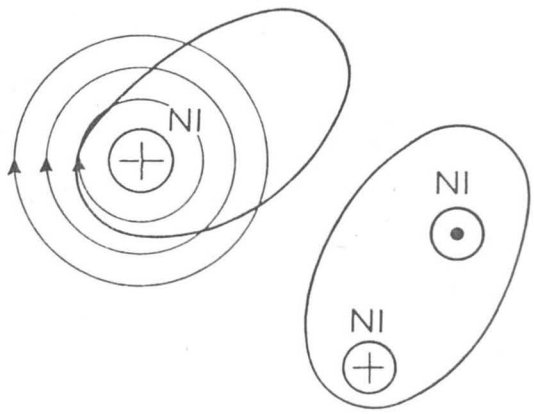


Fig. 47

La cultura è un bene dell'umanità (fantomasping@libero.it)

Induzione magnetica.

Nei campi elettrici abbiamo definito una induzione elettrica o densità di spostamento $D = \frac{Q}{S}$ che rappresenta la quantità di carica elettrica indotta su una superficie unitaria, normale alle linee di forza del campo e facente parte quindi di una superficie di livello; abbiamo detto anche che le linee di forza elettriche uniscono atomi elettrici di segno contrario; così se consideriamo un tubo di flusso elettrico di sezione unitaria questo tubo di flusso sarà costituito da un maggior numero di linee di forza elettriche se più grande è l'induzione elettrica.

Così nei campi magnetici è possibile definire una induzione magnetica B, che sta a rappresentare l'entità di quella deformazione ideale che si connette allo stato speciale del mezzo in cui si svolge il campo magnetico di intensità H. L'induzione magnetica B, è una grandezza vettoriale come l'intensità di campo H, che la determina. Il particolare stato di deformazione del mezzo in cui si svolge il campo magnetico può essere rappresentato dal numero di linee di forza magnetiche che attraversano l'unità di superficie. In questa particolare considerazione discende la possibilità di eseguire la misura diretta dell'induzione magnetica B, in qualsiasi punto del campo.

Infatti l'induzione B, si esprime come il prodotto di una tensione elettrica per un tempo, (volt. sec), con riferimento ad una spira che involge un metro quadrato di superficie normale alle linee di forza del campo.

$$B = \frac{volt.\ sec.}{m^2}.$$

Ciò in relazione al fatto che se si prende una spira di sezione unitaria e si estrae dal campo magnetico in un tempo t, in modo da tagliare normalmente le linee di forza del campo, in essa si genera un impulso di tensione.

Permeabilità magnetica assoluta del mezzo.

Come nei campi elettrici, induzione elettrica ed intensità di campo stanno tra loro con una relazione di causa ed effetto per cui $D = \varepsilon F$, così anche nei campi magnetici si ha: $B = \mu H$.

Cioè per un determinato mezzo si trova che aumentando l'intensità del campo H, anche l'induzione magnetica B, aumenta in proporzione, almeno entro certi limiti. Così in mezzi diversi, ad uno stesso valore dell'intensità di campo H, corrispondono valori diversi dell'induzione magnetica B.

Questo fattore fisico, il cui valore dipende dalla natura del mezzo viene designato col nome di permeabilità magnetica assoluta del mezzo;

La cultura è un bene dell'umanità (fantomasping@libero.it)

$\mu = \frac{B}{H}$ e sostituendo a B e H le loro unità di misura si ha:

μ = Ohm. sec/ (spire)m^2;

poiché ohm.sec = *henry*, la permeabilità si misura in henry/metro.

Per lo spazio - etere la permeabilità magnetica assoluta ha il valore:

$$\mu_o = 1{,}2560 \times 10^{-6} \; henry/m.$$

Per gli altri materiali la permeabilità è stata determinata e i valori sono riportati in apposite tabelle.

Flusso d'induzione.

Si consideri un elemento di superficie di area ΔS, disposto normalmente alle linee di forza di un campo magnetico; se H è l'intensità di campo misurata al centro dell'elemento, moltiplicando H, per la permeabilità assoluta del mezzo μ si ottiene la induzione magnetica B corrispondente. Al prodotto di questa induzione B per l'area ΔS dell'elemento, si dà il nome di flusso d'induzione o semplicemente flusso magnetico attraverso l'elemento considerato; $\Delta\Phi = B \cdot \Delta S$.

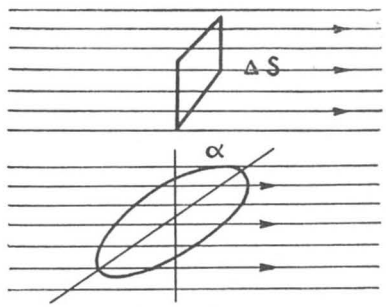


Fig. 48

Se si considera un altro elemento ΔS_1 (fig. 49) che risulti inclinato rispetto al piano normale al campo di un certo angolo α, è chiaro che questo viene attraversato dalle stesse linee di forza che attraversano la sua proiezione sul piano normale al campo ΔS; si ha cioè:

$$\Delta\Phi = B \cdot \Delta S = B\Delta S_1 \cos \alpha.$$

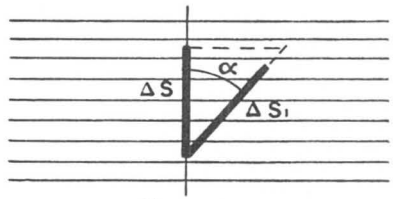


Fig. 49

Poiché l'induzione magnetica B si misura in $\frac{volt.\ sec.}{m^2}$ è chiaro che il flusso si misura in volt/sec.

A questa unità si dà il nome di *weber*; quindi il flusso si misura in volt.sec. o in weber. Parimenti l'induzione si misura in:

$$\frac{volt.\ sec.}{m^2} \text{ o } \frac{weber.}{m^2}.$$

La cultura è un bene dell'umanità (fantomasping@libero.it)

In genere il flusso che viene abbracciato dal circuito, nel campo in cui è immerso, suole designarsi col nome di flusso magnetico concatenato col circuito stesso.

Fenomeno della induzione elettromagnetica.

Le considerazioni fatte ci permettono di richiamare il fenomeno dell'induzione elettromagnetica che consente di utilizzare i campi magnetici per generare delle *f e m* o tensioni elettriche (indotte).

Ogni qualvolta si fa variare, in un modo qualunque, il numero o l'intensità delle linee di forza magnetiche abbracciate da un qualsiasi circuito elettrico immerso nel campo, vale a dire facendo variare comunque il flusso d'induzione che si concatena col circuito, si origina in esso una *f e m* indotta e se il circuito è chiuso, una corrente indotta. Il campo viene chiamato campo induttore e il circuito, circuito indotto.

Come esempio, si consideri una spira piana di area S, immessa normalmente alle linee di forza di un campo uniforme. Se B è il valore dell'induzione magnetica del campo vuol dire che la spira abbraccia nel campo il flusso $\Phi = BS$. È chiaro che se si sposta la spira nella direzione delle linee di forza e quindi parallelamente al campo, il flusso rimane invariato e non si genera nella spira alcuna *f e m* indotta. Se invece la spira viene fatta ruotare di 90°, oppure viene completamente astratta dal campo, il flusso concatenato varia evidentemente dal valore Φ, a zero e quindi si genera un *f e m* indotta i cui valori successivi dipendono, istante per istante, dalla rapidità con cui il contorno della spira viene a tagliare successivamente le linee di forza del campo.

Così nel caso di una spira che viene fatta ruotare intorno ad un asse normale al campo magnetico come in figura (fig. 50) di un angolo pari a 180 gradi, il flusso concatenato varia, durante questa rotazione, da un valore Φ (corrispondente a quello che attraversa la proiezione della superficie della spira in un piano normale al campo) ad un valore $-\Phi$, oppure da un valore O, (qualora la spira si trovi con il suo piano nella direzione delle linee del campo) ad un valore $-O$.

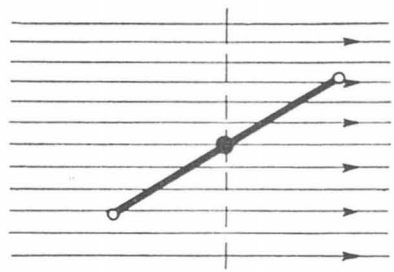


Fig. 50

Naturalmente il tempo che si impiega a far ruotare tale spira di un angolo di 180°, influisce sui valori istantanei della *f e m* indotta. In particolare i valori istantanei delle *f e m* indotte saranno maggiori se il tempo impiegato è piccolo, come in figura (fig. 51).

La cultura è un bene dell'umanità (fantomasping@libero.it)

L'esperienza dimostra però che tagliando il flusso abbracciato da una determinata superficie con velocità diverse, si ottiene sempre globalmente lo stesso effetto utile, poiché il prodotto del valore medio della *f e m* indotta per il tempo *T*, durante il quale essa permane ed agisce nel circuito, rimane sempre costante.

Cioè l'impulso della tensione indotta nel circuito è proporzionale unicamente al flusso d'induzione che viene tagliato dal circuito stesso durante lo spostamento. Cioè l'impulso di tensione è una grandezza caratteristica del flusso tagliato.

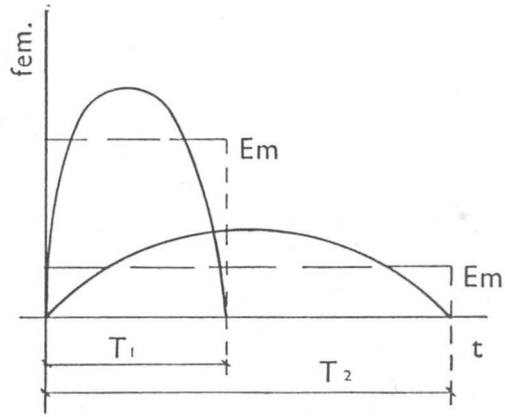


Fig. 51

Legge di Lenz.

La legge di Lenz, applicata ai fenomeni dell'induzione elettromagnetica, traduce il principio della conservazione di energia, cioè stabilisce che ad ogni azione corrisponde una reazione uguale e contraria. Tutte le osservazioni pratiche portano a concludere che le *f e m* indotte hanno sempre un verso tale da determinare una reazione che contrasta e tende a rallentare il processo d'induzione che le genera.

Così se si avvicina al polo *N.* di una sbarra magnetizzata una bobina (*a. b.*) come in figura, si ha che il flusso che si concatena in essa cresce; allora il verso della *f e m* indotta nella bobina è tale da generare in essa una corrente che si opponga a questo aumento di flusso e cioè tale da generare un flusso contrario a quello induttore e quindi una polarità sulla sua faccia dello stesso nome di quella della sbarra magnetizzante.

Un fenomeno analogo, ma di segno contrario, si avrà invece allontanando la bobina.

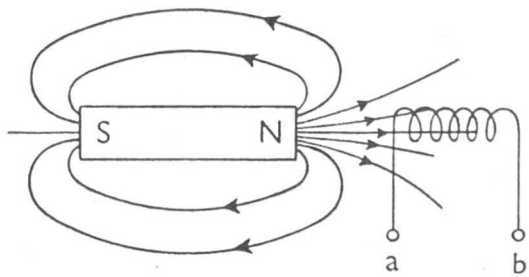


Fig. 52

In particolare se indichiamo con Φ_1 il flusso concatenato con un dato circuito in un certo istante di tempo t_1 e con Φ_2 il valore che il flusso concatenato assume in un istante successivo t_2, vuol dire che nell'intervallo di tempo $\Delta t = t_2 - t_1$, il flus-

La cultura è un bene dell'umanità (fantomasping@libero.it)

so varia della quantità $\Delta\Phi = \Phi_2 - \Phi_1$. Questa variazione di flusso sarà positiva se il flusso concatenato col circuito va aumentando (cioè se $\Phi_2 > \Phi_1$) e sarà invece negativa se il flusso va diminuendo ($\Phi_2 < \Phi_1$); nel primo caso si avrà nel circuito, come conseguenza della legge di Lenz, una *f e m* indotta negativa, nel secondo caso invece una *f e m* indotta positiva.

Si può dire così che la *f e m* indotta, assume in ogni caso, il segno opposto a quello della variazione di flusso $\Delta\Phi$ che la induce e si può scrivere;

$$Em \cdot \Delta t = -\Delta\Phi$$

e cioè:

$$Em = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}.$$

Dove Em rappresenta il valore medio della *f e m* mell'intervallo di tempo Δt.

Se si ricordano le considerazioni relative al significato di derivata di una funzione, si può dire che il rapporto $\frac{d\Phi}{dt}$ corrisponde al limite del rapporto incrementale $\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$ per Δt tendente a zero e come tale rappresenta la derivata, rispetto al tempo, della funzione $\Phi = f(t)$ che esprime la legge di variazione del flusso nel tempo. Perciò il valore istantaneo della *f e m* in un dato istante t, viene definito, in ogni caso, dalla derivata del flusso rispetto al tempo, calcolata nell'istante considerato e cambiata di segno:

$$e = -\frac{d\Phi}{dt}.$$

Pertanto se si conosce il diagramma rappresentativo della legge di variazione del flusso concatenato con un circuito, si può senz'altro ricavare il diagramma che rappresenta la legge di variazione della *f e m* indotta, costruendo la curva dei valori delle tangenti in vari punti del diagramma del flusso e rovesciando poi tale curva rispetto all'asse dei tempi; ciò in considerazione del significato geometrico di una derivata e del fatto che:

$$e = -\frac{d\Phi}{dt}.$$

F E M indotta in un conduttore rettilineo che si muove in un campo uniforme.

Un caso particolarmente importante di induzione elettromagnetica si realizza spostando un conduttore rettilineo in un campo magnetico.

Supponiamo di spostare un conduttore rettilineo fra le espansioni polari di

La cultura è un bene dell'umanità (fantomasping@libero.it)

una calamita dove il campo, H è uniforme e l'induzione ha un valore costante B.

Supponiamo di spostare tale conduttore con velocità v in direzione normale al campo. Dopo un certo tempo Δt, il conduttore avrà percorso un certo spazio $s = v \cdot \Delta t$ e se il tratto di conduttore interessato dal campo è lungo l, tale conduttore avrà tagliato le linee di forza relative ad una sezione del campo pari: $\Delta S = ls$; poiché l'induzione è costante e pari a B, il flusso tagliato nel tempo Δt sarà: $\Delta \Phi = B \cdot \Delta S = Bls$ e poiché:

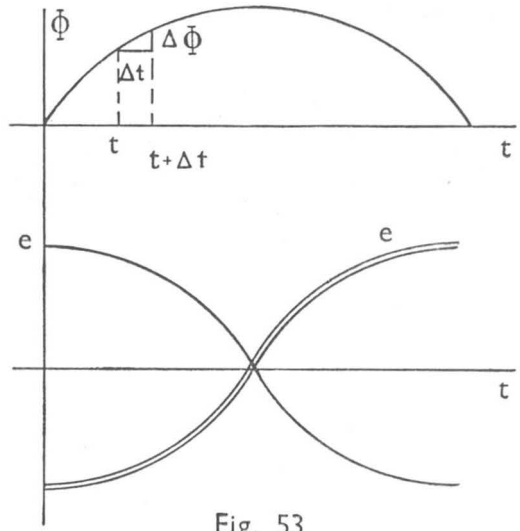


Fig. 53

$$e = -\frac{\Delta \Phi}{\Delta t}$$

si ha anche :

$$e = -\frac{Bls}{\Delta t} = B \cdot l \cdot v.$$

Naturalmente lo spostamento va inteso in senso normale alle linee di forza del campo e nell'espressione della *f e m* indotta deve sempre comparire la componente della velocità in direzione normale alle linee di forza. Il verso della *f e m* viene determinato dalla *regola della mano destra* secondo cui, disponendo le prime tre dita della mano destra ad angolo retto fra loro, con l'indice rivolto nella direzione del campo, il pollice nella direzione dello spostamento, il verso della *f e m* indotta è indicato dal medio, come in figura, (fig. 55), dove il campo è entrante.

È evidente che se il circuito elettrico è chiuso circolerà in esso una corrente indotta e quindi l'energia elettrica ottenuta è pari al lavoro meccanico che si è dovuto spendere per spostare il conduttore.

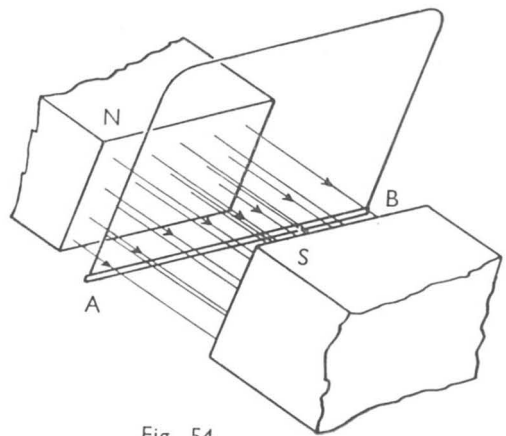


Fig. 54

La cultura è un bene dell'umanità (fantomasping@libero.it)

Forze elettromagnetiche.

È naturale quindi, per il principio della conservazione di energia, che se somministriamo dell'energia elettrica, cioè se facciamo percorrere un conduttore, immerso in un campo magnetico, da corrente, si otterrà un lavoro meccanico cioè uno spostamento del conduttore. Il senso dello spostamento viene determinato dalle tre dita della mano sinistra, cioè disponendo le prime tre dita della mano sinistra ad angolo retto, con l'indice nella direzione del campo, il medio nella direzione della corrente, il pollice determina la direzione della forza e cioè dello spostamento.

Il valore della forza viene definito della relazione: $f = BlI$ dove l, lunghezza del conduttore interessato dal campo, si intende normale alle linee di forza del campo stesso.

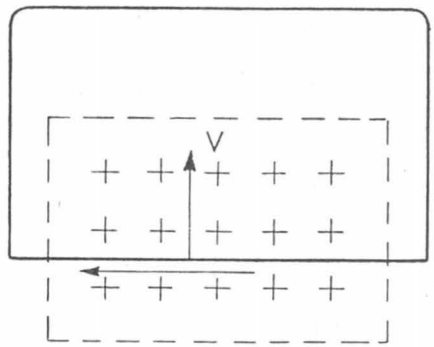


Fig. 55

L'effetto che una corrente elettrica provoca su un circuito immerso in un campo magnetico è facilmente individuabile se si tiene presente quanto avviene ad esempio in un conduttore rettilineo percorso da corrente immerso in un campo magnetico, o in una spira percorsa da corrente anche essa immersa in un campo magnetico.

Nel primo caso il conduttore genera, come in figura (fig. 56), un campo magnetico proprio. Dall'azione combinata del campo in cui è immerso il conduttore e del campo magnetico generato dal conduttore percorso da corrente, le linee di forza del campo risultano addensate e quindi il campo più intenso nella regione (sovrastante il conduttore) e diradate nell'altra; di conseguenza si crea una forza che tende a trascinare il conduttore verso la regione dove le linee di forza risultano diradate ed il campo meno intenso.

Nel caso di una spira il fenomeno è perfettamente identico e si manifesta come in figura (fig. 57). È facile intuire che se la spira può rotare intorno ad un asse O, si genera una coppia data da $C = aBlI \cos\alpha$ dove a braccio della spira; l = lunghezza del lato utile della spira; α angolo definito dal piano della spira e quello passante per le linee di forza.

Da quanto sopra si vede che la coppia che sollecita la spira è massima quando $\alpha = O$ ($\cos\alpha = 1$) cioè quando la spira si trova con il suo piano nella stessa dire-

La cultura è un bene dell'umanità (fantomasping@libero.it)

zione delle linee di forza del campo e precisamente quando due lati attivi vengono a tagliare tali linee in una direzione normale alle stesse, invece la coppia diventa nulla quando il piano della spira si trova in direzione normale alle linee di forza e cioè i lati attivi della spira non vengono a tagliare alcuna linea di forza. Inoltre dall'espressione della coppia si ha che questa dipende dalle caratteristiche geometriche della spira e precisamente dalla superficie $S = a \cdot l$; inoltre dall'induzione B, dalla corrente I e dal $\cos \alpha$. Ora se noi facciamo in modo che una data spira percorsa da corrente si trovi in un campo magnetico di induzione B costante in tutti i punti e tale che le sue linee di forza siano sempre normali ai lati attivi della spira, avremo che la coppia che si esercita su di essa, per diversi valori della corrente, sarà semplicemente una funzione lineare della corrente, cioè potremo scrivere $C = KI$.

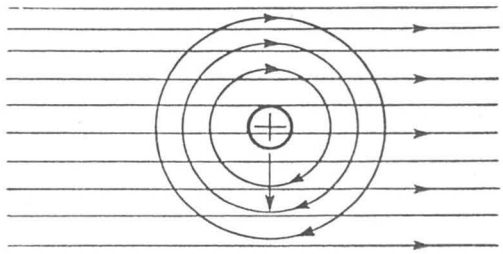


Fig. 56

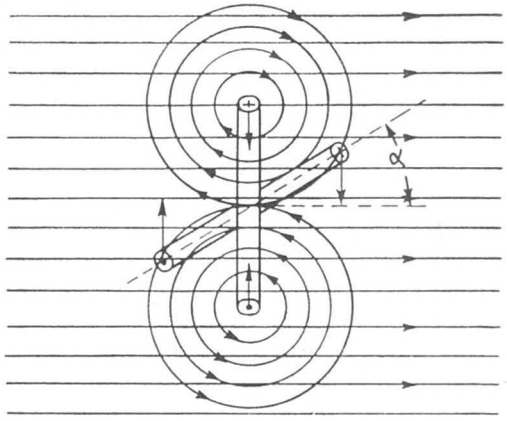


Fig. 57

Le condizioni di cui sopra si possono ottenere realizzando il campo in cui ruota la spira, con un magnete ad espansioni polari di forma semitorica.

Tali sono i principi e le realizzazioni pratiche sfruttate negli strumenti magneto elettrici, fra cui gli amperometri, nei quali la coppia motrice che si esercita sul suo equipaggio mobile, viene contrastata da una coppia antagonista, realizzata con molle e quindi di natura elastica, la quale risulta proporzionale all'angolo di torsione. Ad equilibrio dinamico raggiunto si ha quindi che l'angolo di rotazione dell'equipaggio mobile e quindi la deviazione di un indice, risulta proporzionale alla corrente: infatti a equilibrio raggiunto:

$$C_m = C_r; \quad KI = K_r\theta;$$

da cui:

$$I = K'\theta; \text{ dove } K' = \frac{K_r}{K}.$$

La cultura è un bene dell'umanità (fantomasping@libero.it)

Indicando ora δ = deviazione su una scala e λ = lunghezza di un indice si ha:

$$\delta = \lambda\theta$$

per cui:

$$I = K_1 \cdot \delta; \text{ dove } K_1 = \frac{K'}{\lambda}.$$

Reversibilità delle azioni elettromagnetiche.

È evidente che tutte le azioni elettromagnetiche sono reversibili. Infatti si è osservato che se si sposta un conduttore rettilineo immerso in un campo magnetico, in esso si genera una *f e m* indotta e quindi una corrente indotta di senso tale da generare una azione contraria a quella della causa che l'ha prodotta. Viceversa se immaginiamo lo stesso conduttore immerso in un campo magnetico e percorso da una corrente si genera sullo stesso una forza e quindi uno spostamento di senso tale da provocare una azione contraria alla causa che l'ha generata.

Le azioni elettrodinamiche.

Le azioni elettrodinamiche, cioè le azioni che si esercitano tra due conduttori percorsi da corrente sono facilmente individuabili e determinabili in base alle considerazioni fatte per le azioni magneto elettriche. Infatti se si considerano due conduttori percorsi da due correnti I_1 e I_2, in presenza uno dell'altro, per la determinazione delle azioni che si esercitano fra loro, possiamo sempre immaginare che uno venga a trovarsi nel campo magnetico generato dalla corrente che percorre l'altro.

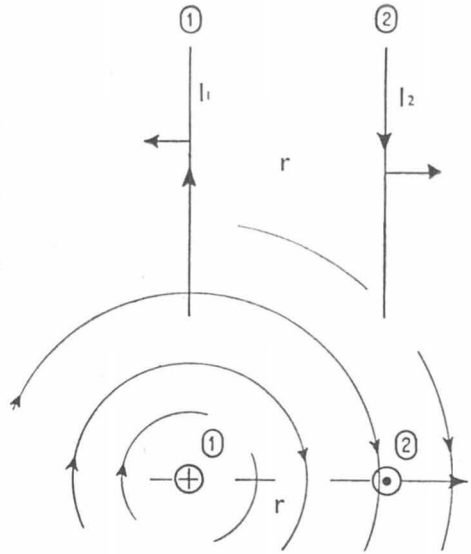


Fig. 58

Si considerino infatti due conduttori paralleli percorsi da corrente, distinguiamoli con i numeri (1) e (2) come in figura, (fig. 58). Possiamo immaginare il conduttore (2) immerso nel campo magnetico creato dal conduttore (1). (Le stesse considerazioni valgono nel caso inverso).

La cultura è un bene dell'umanità (fantomasping@libero.it)

Il campo magnetico nei punti in cui si viene a trovare il conduttore (2), parallelo ad (1), è dato per la legge di Biot e Savart:

$$H_1 = \frac{I_1}{2\pi r}; \quad B_1 = \mu_1 H_1 = \frac{\mu_1 I_1}{2\pi r}.$$

Questo campo esercita allora sul conduttore (2) una forza data da $B_1\ l_2\ I_2$ cioè:

$$f = \frac{\mu_1 \cdot I_1 \cdot I_2 \cdot l_{(2)}}{2\pi r}$$

dove l_2 = lunghezza del conduttore (2)
dove r = distanza tra i due conduttori.

Per determinare la direzione della forza basta fare le seguenti considerazioni:

— per la regola del cavaturaccioli o di Maxwell il campo generato dalla corrente I_1 è quello in figura;

— la direzione della forza è determinata dalle tre dita della mano sinistra e cioè ponendo l'indice nella direzione del campo e il medio nella direzione della corrente, il pollice dà la direzione della forza;

— se si considera il conduttore (1) immerso nel campo generato dal conduttore (2) si ottiene che la forza che sollecita il conduttore (1) percorso da corrente è diretta verso lo esterno, cioè due conduttori percorsi da corrente nello stesso senso si attraggono, se le due correnti sono di senso opposto si respingono.

Le forze con cui si attraggono sono proporzionali alle due correnti I_1, I_2.

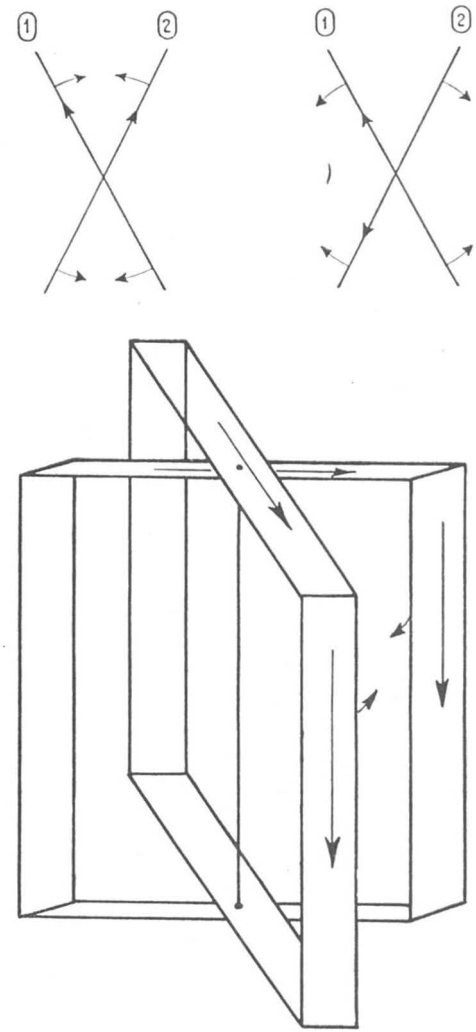


Fig. 59

La cultura è un bene dell'umanità (fantomasping@libero.it)

Per la stessa considerazione due conduttori percorsi da corrente, incidenti fra loro, come in figura (fig. 59), tendono a richiudersi l'uno sull'altro; invertendo una delle due correnti anche l'azione elettrodinamica si inverte.

Un caso praticamente molto importante si realizza disponendo due bobine in presenza fra loro percorse da corrente. L'azione elettrodinamica che ne risulta si riduce ad una coppia che tende a chiudere l'angolo compreso fra le due bobine fino a renderle complanari. Invertendo una delle due correnti la coppia si inverte ed il suo valore è: $C = K I_1 \cdot I_2$ (fig. 59).

Se le due bobine sono collegate in serie e cioè percorse dalla stessa corrente si ha:

$$C = K I^2.$$

Gli strumenti di misura che sfruttano tali azioni si denominano apparecchi elettrodinamici.

Il fenomeno dell'induzione elettromagnetica dovuta a campi variabili.

Si è detto che in una spira si genera una *f e m* indotta e quindi una corrente indotta, ogni qualvolta si fa variare il flusso concatenato.

Si può far variare il flusso con essa concatenato, quando questo sia generato da un magnete, allontanando o avvicinando tale magnete. Ma si può far variare il flusso concatenato nella spira, facendo variare la corrente che la percorre. Infatti variando la corrente varia l'intensità di campo $H = \frac{NI}{2\pi r}$ (per i solenoidi toroidali) e quindi l'induzione $B = \mu H$ e quindi il flusso concatenato $\Phi = BS$. Da ciò si vede anche che si può far variare il flusso concatenato variando anche la sola sezione della spira anche se la corrente che la percorre è costante.

Precisamente si ha che se l'induzione B del campo viene a subire, in un certo intervallo di tempo Δt, un incremento (positivo o negativo) ΔB, anche il flusso subirà un incremento $\Delta\Phi = S \cdot \Delta B$ e in una spira qualsiasi che abbracci questo flusso si genera una *f e m* indotta, il cui valore medio nell'intervallo di tempo Δt, viene definito dalla relazione:

$$Em = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$$

e per Δt tendente a zero, si ha il valore istantaneo:

$$e = -\frac{d\Phi}{dt}.$$

La cultura è un bene dell'umanità (fantomasping@libero.it)

Se il flusso aumenta ($\Delta\Phi$ positivo) la *f e m* indotta risulta negativa, ossia è diretta in modo da far circolare una corrente che tende a reprimere l'aumento di flusso; se invece il flusso concatenato con il circuito indotto diminuisce ($\Delta\Phi$ negativo, $\Phi_2 < \Phi_1$) la *f e m* risulta positiva e cioè tende a far circolare una corrente che rallenta la diminuzione del flusso concatenato, creando essa stessa un campo concorde col campo induttore.

Si consideri ora un circuito come quello indicato in figura, (fig. 61).

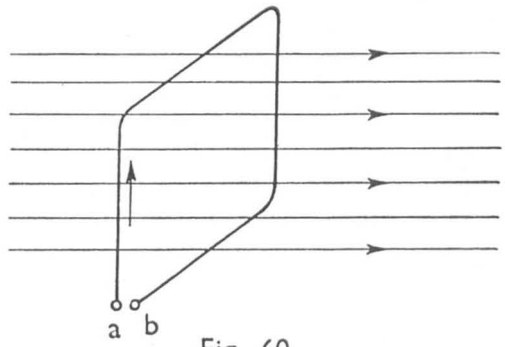


Fig. 60

Se nell'avvolgimento (1) circola una certa corrente I_1, questa produce nel nucleo un determinato flusso che si concatena evidentemente con le spire sia del primo che del secondo avvolgimento. Finché la corrente I_1 che circola nell'avvolgimento primario rimane costante, il flusso nel nucleo non subisce alcuna variazione, in queste condizioni nel secondo avvolgimento non si genera alcuna *f e m* indotta e il voltmetro rimane sullo zero.

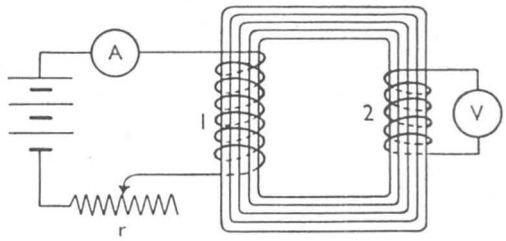


Fig. 61

Immaginiamo ora di variare la resistenza del reostato *r* in modo da provocare una diminuizione della corrente che percorre l'avvolgimento primario, allora il flusso concatenato sia con l'avvolgimento primario, sia con quello secondario varierà da un valore Φ_1 ad un valore Φ_2 minore. In ciascuna spira dell'avvolgimento secondario si genera corrispondentemente una *f e m* indotta che è definita ad ogni istante in valore e segno dalla relazione $e = -\dfrac{d\Phi}{dt}$; siccome il flusso è diminuito, quindi $\Delta\Phi$ è negativo, la *f e m* indotta è positiva cioè tende a far circolare nel secondario una corrente diretta in modo da ostacolare questa diminuzione di flusso e cioè da creare essa stessa un flusso concorde con il campo induttore. Se l'avvolgimento secondario è di N_2 spire ai due capi si rende misurabile al voltmetro una tensione pari a N_2 volte la *f e m* indotta in ciascuna spira.

Se ora si ripete il processo inverso, immaginando che la variazione di flusso con-

La cultura è un bene dell'umanità (fantomasping@libero.it)

catenato nell'avvolgimento secondario sia dovuto ad un aumento della corrente I_1. nello stesso avvolgimento secondario si genera una *f e m* indotta, analogamente al caso precedente, ma negativa e cioè diretta in verso opposto.

Senza addentrarci troppo nello studio di questi particolari circuiti che riguardano il principio di funzionamento dei trasformatori, si può constatare che anche nell'avvolgimento primario (1) al variare della corrente I_1, varia il flusso con esso concatenato e conseguentemente si genera in esso una *f e m* indotta (detta contro *f e m* primaria) definita in valore e segno da:

$$e_1 = -\frac{d\Phi_1}{dt}$$

e quindi di senso tale da opporsi alla causa che l'ha generata.

In un generico istante di tempo la legge di Ohm applicata a tali circuiti si esprime:

$$V = -e + rI_1.$$

Nulla muta, ai fini delle considerazioni fatte, se le linee di forza del campo anziché chiudersi in un nucleo si chiudono nell'aria come in figura, (fig. 62). In tali condizioni, per gli stessi valori di corrente del circuito prima esaminato, il flusso che si concatena sia con l'avvolgimento primario che con l'avvolgimento secondario, assume valori diversi e quindi si avranno *f e m* indotte diverse.

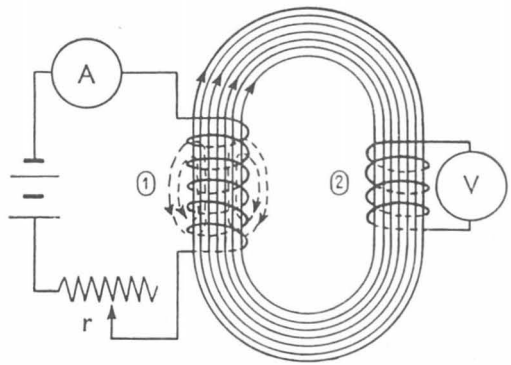


Fig. 62

La *f e m* che si induce in un circuito quando questo è percorso da una corrente variabile viene denominata *f e m* di auto induzione, mentre la *f e m* che si induce in un circuito per effetto del flusso concatenato prodotto da un altro circuito percorso da corrente variabile, si definisce *f e m* di mutua induzione. Quindi con riferimento ai circuiti sopra indicati la *f e m* indotta nel circuito secondario (2) viene denominata *f e m* di mutua induzione e quella del circuito (1) *f e m* di autoinduzione.

Si definisce coefficiente di autoinduzione e si indica con L, il flusso che si concatena con un determinato circuito quando questi venga percorso da una corrente unitaria.

$$L = \frac{\Phi_c}{I} = \frac{weber}{ampere} = \frac{volt\ sec}{ampere} = ohm\ sec = henty.$$

La cultura è un bene dell'umanità (fantomasping@libero.it)

È evidente che tale grandezza dipenda dalla particolare conformazione geometrica del circuito e dalla natura del mezzo in cui si svolge il circuito magnetico, cioè L è una grandezza caratteristica di ogni circuito elettrico.

Pertanto se i è il valore istantaneo della corrente che percorre un circuito, si ha che il flusso concatenato, nell'istante considerato, sarà $\Phi c = Li$; ne risulta che se la corrente i viene a subire in un certo tempo dt una variazione di, il flusso concatenato col circuito varia della quantità $d\Phi c = L \cdot di$.

Per questo fatto si genera allora nello stesso circuito una *f e m* di autoinduzione che rimane definita in valore e segno dalla relazione:

$$e = -\frac{d\Phi_c}{dt} = -L\frac{di}{dt}$$

cioè la *f e m* è determinata in ciascun istante dal prodotto dell'induttanza del circuito per la derivata rispetto al tempo della corrente che lo percorre, cambiato di segno.

Pertanto se è nota la curva che determina la legge di variazione della corrente nel tempo, cioè $i = f(t)$, si ricava facilmente la curva rappresentante l'andamento delle *f e m* di autoinduzione nel tempo, ricavando prima la curva delle tangenti e quindi rovesciando intorno all'asse dei tempi tale curva.

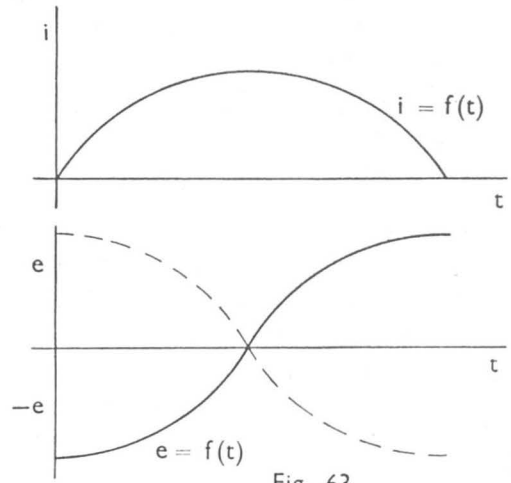


Fig. 63

Si definisce coefficiente di mutua induzione e si indica con M, il flusso che si concatena con uno dei due circuiti, quando l'altro è percorso da una corrente unitaria.

È chiaro che allorquando il primo circuito viene percorso da una certa corrente i_1, il flusso Φ_{12} che esso invia a concatenarsi con il secondo, rimane definito dal prodotto $\Phi_{12} = M \cdot i_1$.

Inversamente si ha $\Phi_{21} = M \cdot i_2$ e quindi le *f e m* di mutua induzione si esprimono:

$$e_2 = -M\frac{di_1}{dt} \text{ ed } e_1 = M\frac{di_2}{dt}.$$

La cultura è un bene dell'umanità (fantomasping@libero.it)

PARTE IV

GRANDEZZE ALTERNATIVE

Si designa col nome di grandezza alternata, ogni grandezza fisica variabile ne tempo con legge periodica alternativa, cioè tale che la grandezza assuma tutta la serie dei valori possibili entro un determinato tempo T (periodo) per poi riprendere ordinatamente gli stessi valori in tutti gli intervalli di tempo successivi eguali a T; inoltre in ciascun periodo tale grandezza deve assumere valori positivi e negativi così distribuiti da condurre ad un valore medio eguale a zero.

Gli elementi caratteristici fondamentali di una grandezza alternata sono il periodo e la forma.

Il periodo di una grandezza alternata può pertanto definirsi come l'intervallo di tempo costante che decorre fra l'istante successivo in cui la grandezza considerata ha un determinato valore e il primo istante successivo in cui lo riprende dopo aver percorso tutti i valori positivi e negativi che essa può assumere.

Se il periodo misurato in secondi è T, il rapporto $\frac{1}{T}$, definisce il numero dei periodi al secondo e cioè la frequenza:

$$f = \frac{1}{T} = Herz.$$

Col nome di forma di una grandezza alternata si designa brevemente la legge di variazione della grandezza data nell'intervallo di un periodo.

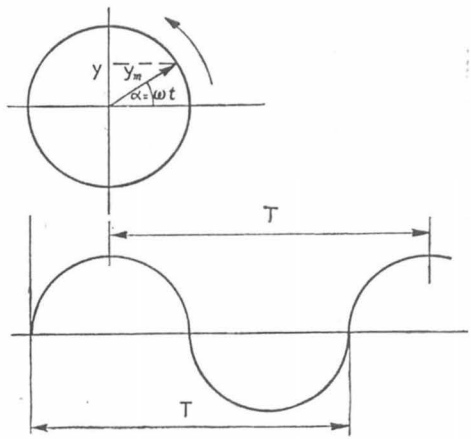


Fig. 64

La cultura è un bene dell'umanità (fantomasping@libero.it)

Grandezze alternative sinusoidali.

Una grandezza alternativa è di forma sinusoidale quando è definita da una funzione del tipo:

$$y = Y_M \; sen \; \omega t.$$

Cioè i valori istantanei successivi y di questa funzione variano proporzionalmente al seno di un angolo uniformemente crescente e descritto da un segmento rotante di ampiezza Y_M, con velocità angolare costante uguale a ω come in figura, (fig. 64).

Il periodo T di questa funzione corrisponde al tempo impiegato dal segmento rotante a descrivere un giro completo: se ω è la velocità angolare espressa in radianti al secondo, risulta perciò:

$$T = \frac{2\pi}{\omega};$$

il numero dei periodi al secondo, e cioè la frequenza sarà:

$$f = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi}$$

da cui:

$$\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}$$

rappresenta anche la pulsazione.

Il valore Y_M, che è il massimo che la grandezza assume ad ogni periodo viene designato col nome di valore massimo o ampiezza della grandezza; ogni altro valore y costituisce un valore istantaneo.

Da quanto sopra detto emerge come una grandezza alternativa sinusoidale possa essere rappresentata da un vettore.

Generazione della F E M e correnti alternative sinusoidali.

Si consideri una spira, ruotante intorno ad un asse, e posta in un campo magnetico di induzione costante B, come in figura (fig. 65). Se immaginiamo come origine dei tempi l'istante in cui la spira si trova in

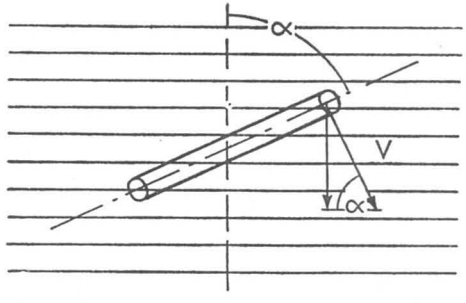


Fig. 65

La cultura è un bene dell'umanità (fantomasping@libero.it)

direzione normale alle linee di forza del campo, si avrà che dopo un certo tempo t essa avrà descritto un certo angolo $\alpha = \omega t$, dove ω rappresenta la velocità angolare della spira stessa. La $f\,e\,m$ indotta in tale istante sarà $e = Blv$ sen α dove l rappresenta la lunghezza del lato utile della spira e v sen α la componente della velocità nella direzione normale alle linee di forza del campo.

Poiché $\alpha = \omega t$ si ha anche:

$$e = Blv \; sen \; \omega t.$$

Pertanto tutti i valori istantanei che questa $f\,e\,m$ assume nel tempo, sono perciò rappresentati dalle ordinate di una sinusoide che ha l'ampiezza:

$$E_M = Blv;$$

un periodo:

$$T = \frac{2\pi}{\omega};$$

una frequenza:

$$f = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi}.$$

Se la spira è chiusa circolerà in essa una corrente alternativa; questa corrente ha perciò il carattere essenziale di invertirsi a intervalli di tempo regolari e costanti, così da percorrere il rispettivo circuito alternativamente in versi opposti. Ne risulta che ogni corrente di questo tipo deve essere concepita come un movimento di oscillazione assiale, nell'intero circuito, del complesso di elettroni che partecipano alla conduzione.

Valore efficace e valore medio delle correnti e delle tensioni alternative sinusoidali.

Valore efficace. Nella pratica tecnica si usa commisurare l'intensità di una corrente alternata a quella di una corrente continua termicamente equivalente. A tale scopo si definisce come valore o intensità efficace di una corrente alternata, quel valore che dovrebbe avere una corrente costante, circolante nello stesso circuito, per produrre, nel corso di ogni periodo, lo stesso effetto Joule, cioè la stessa quantità di calore.

Nel caso di corrente continua si ha che la potenza dissipata in calore per effetto Joule è data da $P = RI^2$ e quindi l'energia elettrica dissipata in calore nell'intervallo di tempo uguale ad un periodo sarà $W = RI^2T$. Se lo stesso circuito viene percorso da corrente alternativa, allora l'energia dissipata per effetto Joule sarà:

$$W = R \cdot \sum_{o}^{T} i^2 \cdot \Delta t.$$

La cultura è un bene dell'umanità (fantomasping@libero.it)

Volendo stabilire l'equivalenza termica con una corrente costante I, si deve avere:

$$R \sum_{o}^{T} i^2 \cdot \Delta t = R \cdot I^2 \cdot T$$

ed il quadrato di questo valore efficace di corrente sarà:

$$I^2 = \frac{\sum_{o}^{T} i^2 \cdot \Delta t}{T}$$

e quindi:

$$I = \sqrt{\frac{\sum_{o}^{T} i^2 \cdot \Delta t}{T}}$$

e cioè il valore efficace I di una corrente alternata corrisponde alla radice quadrata della media aritmetica dei quadrati di tutti i valori istantanei nel corso di un periodo.

In base a questo risultato consideriamo l'onda di una grandezza alternativa sinusoidale. Per ricercarne il valore efficace si deve in primo luogo costruire per punti la curva che ha per ordinate i quadrati dei valori istantanei. Dopo di ciò si riporti il rettangolo equivalente all'area racchiusa dalla curva dei quadrati; l'altezza di questo rettangolo rappresenta la media di tutti i quadrati ed è uguale perciò al quadrato del valore efficace della corrente:

infatti:

$$I^2 T = \sum_{o}^{T} i^2 \cdot \Delta t.$$

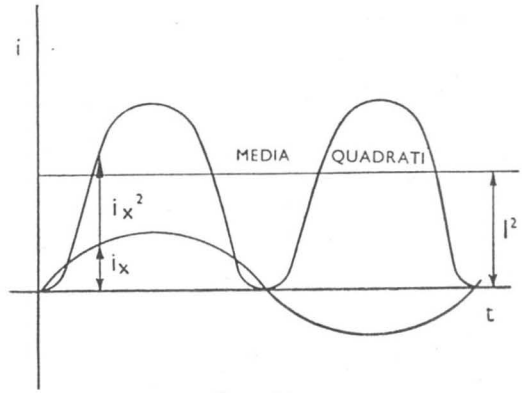


Fig 66

Posti infatti $i = I_M \, sen \omega t$,

risulta: $^2 = I^2_M \, sen^2 \omega t$;

per cui ricordando (potenza del seno e coseno):

$$2 \, sen^2 \alpha = 1 - cos \, 2\alpha$$
$$2 \, cos^2 \alpha = 1 + cos \, 2\alpha$$
$$sen^2 \alpha = \frac{1 - cos \, 2\alpha}{2}$$

La cultura è un bene dell'umanità (fantomasping@libero.it)

si ha:

$$i^2 = I^2_M \left(\frac{1 - cos\ 2\omega t}{2}\right) = \frac{I^2_M}{2} - \frac{I^2_M}{2} cos\ 2\omega t;$$

e cioè

$$i^2 = \frac{1}{2} I^2_M - \frac{1}{2} I^2_M\ cos\ 2\omega t;$$

ossia:

$$i^2 = \frac{1}{2} I^2_M + \frac{I^2_M}{2} sen \left(2\omega t - \frac{\pi}{2}\right).$$

Il primo termine di questa espressione è costante e rappresenta perciò una retta orizzontale avente una ordinata pari a $1/2\ I^2_M$; il secondo termine rappresenta un'onda sinusoidale di ampiezza $1/2\ I^2_M$ e di pulsazione 2ω, vale a dire di frequezna doppia di quella della corrente. Ciò significa che la curva dei quadrati dei valori istantanei della corrente è precisamente una sinusoide di frequenza doppia, che ha per asse di simmetria la retta di ordinata $1/2\ I^2_M$ che delimita il rettangolo equivalente all'area della curva dei quadrati dei valori istantanei.

Si ha pertanto:

$$I^2 = \frac{1}{2} I^2_M$$

e quindi:

$$I_{eff} = \frac{I_M}{\sqrt{2}}.$$

Cioè per tutte le grandezze alternative sinusoidali il valore efficace è sempre uguale al valore massimo diviso per radice di due.

Nella pratica tecnica quando si esprime l'intensità di una corrente alternata oppure di una tensione, si intende sempre riferirsi al suo valore efficace I, V.

In genere gli amperometri e voltmetri forniscono direttamente la misura dei valori efficaci, come conseguenza implicita nello stesso principio di funzionamento di questi apparecchi. Infatti gli strumenti per correnti alternate devono essere tali da deviare sempre nello stesso verso anche quando la corrente si inverte; essi devono perciò sfruttare quelle azioni che variano proporzionalmente al quadrato della corrente, quali l'effetto joule e le azioni elettrodinamiche, e più precisamente quelle azioni che esercitano sull'equipaggio mobile una coppia il cui valore, istante per istante, dipende dal prodotto di due grandezze alternative sinusoidali di uguale frequenza.

La cultura è un bene dell'umanità (fantomasping@libero.it)

Infatti il prodotto di due grandezze alternative sinusoidali di uguale frequenza dà luogo ad un termine costante ed un termine sinusoidale di frequenza doppia.

Basta ricordare che:

$$sen\ \alpha\ sen\ \beta = \frac{1}{2}\ cos\ (\alpha - \beta) - \frac{1}{2}\ cos\ (\alpha + \beta) \text{ e per } \alpha = \beta$$

si ha:

$$sen\ \alpha \cdot sen\ \alpha = \frac{1}{2} \cdot 1 - \frac{1}{2}\ cos\ (2\alpha).$$

Quindi si eserciterà sull'equipaggio mobile una coppia costante e una coppia di forma sinusoidale di frequenza doppia.

Se si realizza l'equipaggio mobile dello strumento con un momento di inerzia tale che gli sia impedita la possibilità di seguire le vicende della coppia di forma sinusoidale che lo sollecita, la deviazione viene a dipendere allora solo dalla coppia media e cioè dal quadrato del valore efficace o dal prodotto dei due valori efficaci delle due grandezze che determinano la coppia.

Valore medio e fattore di forma.

Abbiamo già detto che qualunque grandezza alternativa soddisfa sempre alla condizione di presentare nel corso di un periodo un valore medio uguale a zero.

Talora però interessa considerare il valore medio nell'intervallo di mezzo periodo e si indica con la I_m o V_m. Il valore medio di una grandezza alternativa sinusoidale in mezzo periodo corrisponde all'ordinata media di una sinusoide come in figura, (fig. 67).

$$I_m = \sum_{o}^{T/2} i \cdot \Delta t =$$

$$= \sum_{o}^{T/2} I_M\ sen\omega t \cdot \Delta t =$$

$$= \int_{o}^{T/2} I_M\ sen\omega t\ dt =$$

$$= \frac{2}{\pi} I_M.$$

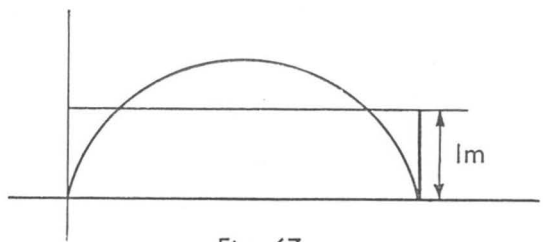


Fig. 67

Il rapporto fra il valore efficace e il valore medio definisce poi il *fattore di forma* che nel caso di grandezze alternative sinusoidali risulta:

$$K = \frac{I}{I_m}\ \frac{(valore\ efficace)}{(valore\ medio)} = \frac{\dfrac{I_M}{\sqrt{2}}}{\dfrac{2}{\pi} I_M} = \frac{\pi}{2\sqrt{2}} = 1{,}11.$$

La cultura è un bene dell'umanità (fantomasping@libero.it)

Relazioni di fase fra più grandezze alternative sinusoidali di egual frequenza.

Una grandezza alternativa sinusoidale può essere rappresentata, come già osservato, mediante un vettore di data ampiezza e rotante con velocità angolare costante.

I valori istantanei di tale grandezza vengono definiti, dalle proiezioni di tale vettore su l'asse delle Y come in figura, (fig. 68).

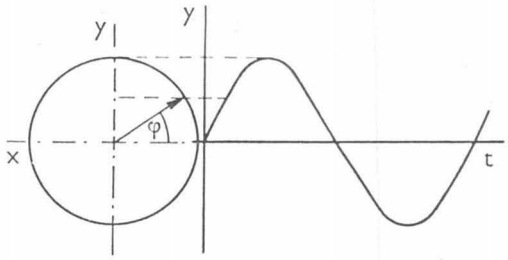


Fig. 68

Per esaminare quindi l'andamento di tale grandezza occorre considerare i successivi istanti di tempo pari ad un periodo, in quanto dopo un periodo la grandezza, essendo alternativa, riassume gli stessi valori. Cioè noi dobbiamo considerare tutti gli istanti di tempo che impiega il vettore rotante a compiere un giro. Noi possiamo però assumere come origine dei tempi, un istante qualsiasi, corrispondente ad una determinata posizione del vettore rotante.

In particolare se noi assumiamo come origine dei tempi, l'istante in cui tale vettore passa per l'asse x, noi avremo che in un periodo l'andamento della grandezza sarà quello in figura, (fig. 68). Se invece noi assumiamo come origine dei tempi l'istante in cui il vettore si trova ruotato rispetto all'asse x di un angolo φ, si avrà allora l'andamento in figura, (fig. 69). Diremo allora che nel primo caso, il vettore ha fase zero, nel secondo caso, che è sfasato di un angolo φ in anticipo rispetto al primo.

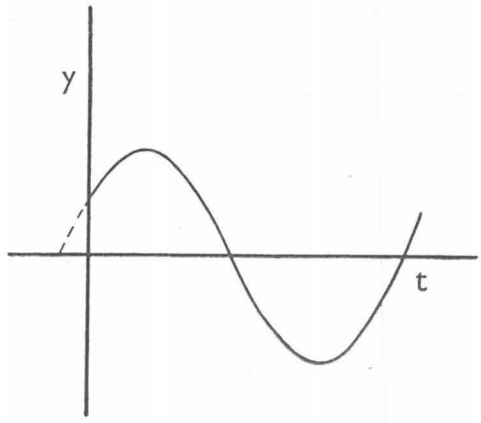


Fig. 69

All'angolo φ corrisponde il tempo $t_o = \frac{\varphi}{\omega}$, il quale misura l'intervallo di tempo che è già decorso dall'inizio del periodo all'istante che è stato assunto come origine dei tempi.

Le relazioni di fase hanno grande importanza quando si devono considerare insieme e mettere in relazione fra loro due o più grandezze sinusoidali della stessa frequenza.

La cultura è un bene dell'umanità (fantomasping@libero.it)

Da quanto detto sopra è chiaro che ogni somma o differenza fra grandezze sinusoidali della stessa frequenza deve essere intesa non in senso algebrico, ma in senso vettoriale.

Così ad esempio si considerino due grandezze sinusoidali:

$$y_1 = Y_{1M}\ sen\,(\omega t + \varphi_1)$$

$$y_2 = Y_{2M}\ sen\,(\omega t + \varphi_2)$$

rappresentiamole con i rispettivi vettori. Nell'istante considerato $t = o$, si avrà che la grandezza alternativa sinusoidale, somma delle due, è data dal vettore pari alla somma vettoriale dei due vettori considerati y_1, y_2 e quindi si può rappresentare graficamente questa nuova grandezza somma delle due ottenibile dal vettore ruotante $Y_{1M} + Y_{2M}$ come in figura, (fig. 70).

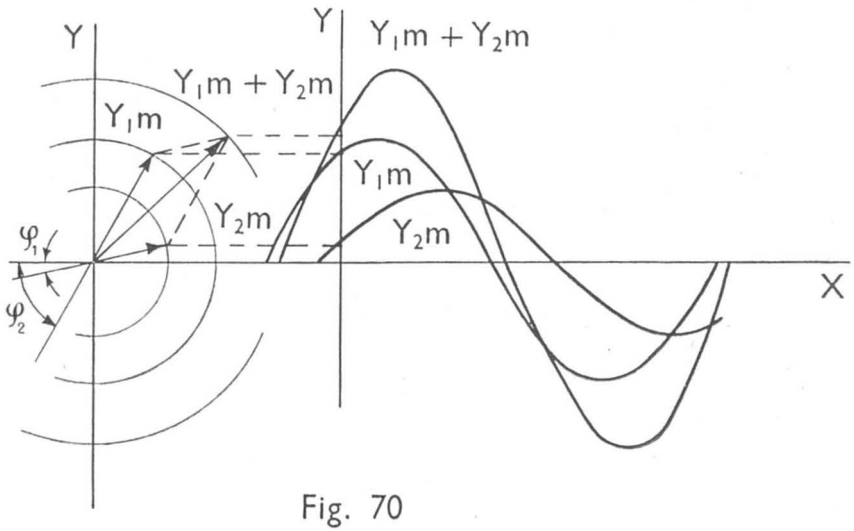


Fig. 70

Le stesse considerazioni devono essere fatte per la differenza di due grandezze alternative sinusoidali tenendo presente semplicemente, come viene eseguita tale operazione vettorialmente.

Analiticamente poi tali operazioni sono molto semplici basti ricordare che le due componenti dei due vettori rappresentativi delle grandezze in esame, secondo gli assi x ed y sono rispettivamente:

$$Y_{1M}\ cos\,\varphi_1;\quad Y_{2M}\ cos\,\varphi_2 \text{ ed } Y_{1M}\ sen\,\varphi_1;\quad Y_{2M}\ sen\,\varphi_2$$

La cultura è un bene dell'umanità (fantomasping@libero.it)

e quindi, nel caso della somma dei due vettori in esame, si ha che la componente di $Y_{1M} + Y_{2M}$ secondo l'asse x sarà:

$$Y_{1M} \cos \varphi_1 + Y_{2M} \cos \varphi_2;$$

e secondo l'asse y sarà:

$$Y_{1M} \operatorname{sen} \varphi_1 + Y_{2M} \operatorname{sen} \varphi_2;$$

per cui la:

$$Y_1 + Y_2 = \sqrt{(Y_{1M} \cos \varphi_1 + Y_{2M} \cos \varphi_2)^2 + (Y_{1M} \operatorname{sen} \varphi_1 + Y_{2M} \operatorname{sen} \varphi_2)^2}.$$

Nel caso della differenza si avrà:

$$Y_1 - Y_2 = \sqrt{(Y_{1M} \cos \varphi_1 - Y_{2M} \cos \varphi_2)^2 + (Y_{1M} \operatorname{sen} \varphi_1 - Y_{2M} \operatorname{sen} \varphi_2)^2}.$$

Una grandezza alternativa sinusoidale può essere rappresentata sotto la forma simbolica di un numero complesso $A = a + jb$, dove a e b rappresentano le componenti del vettore rispetto a due assi ortogonali ed il simbolo j costituisce un operatore convenzionale che serve ad esprimere una rotazione di 90° nel verso degli anticipi. La moltiplicazione simbolica per j^2 esprime una rotazione di 180° ed equivale perciò ad una moltiplicazione algebrica per (-1).

L'ampiezza o modulo del vettore risulta:

$$A = \sqrt{a^2 + b^2}$$

e l'angolo di fase è definito da $\operatorname{tang} \varphi = \dfrac{b}{a}$.

Relazioni fra tensioni e correnti nei circuiti a corrente alternata.

Anche nel campo delle tensioni e correnti alternative, il regime elettrico del circuito viene determinato, in ciascun istante, dalla legge di Ohm, cioè:

$$V = R \cdot i + L \frac{di}{dt}$$

dove $L \dfrac{di}{dt}$ rappresenta la *f e m* indotta dovuta al fenomeno di autoinduzione in seguito al fatto che la corrente è variabile.

La cultura è un bene dell'umanità (fantomasping@libero.it)

Questa relazione ci dice che istante, per istante, per far attraversare il circuito da una corrente i, la tensione applicata deve compensare la caduta ohmica $R\ I$ e la $f\ e\ m$ indotta $L\dfrac{di}{dt}$, detta anche caduta reattiva.

Abbiamo constatato che questa $f\ e\ m$ indotta o caduta reattiva è, rispetto alla corrente, sfasata di 90° in anticipo cioè in quadratura e in anticipo.

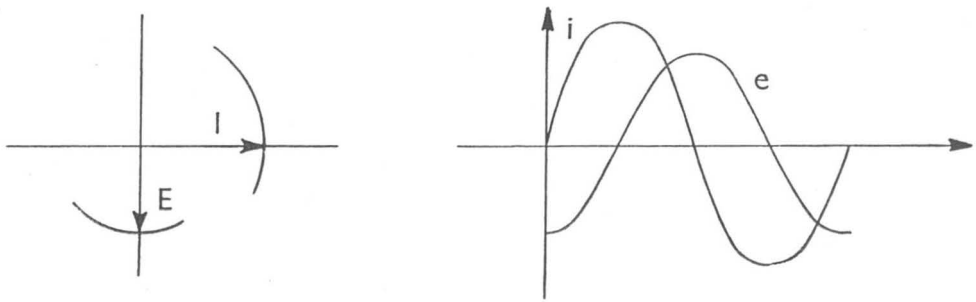


Fig. 71

Infatti si ha che:

$$\frac{di}{dt} = \omega I_M \cos \omega t;$$

quindi:

$$e = -L\frac{di}{dt} = -\omega L I_M \cos \omega t,$$

$$\text{perché} - \cos \omega t = sen\,(\omega t - 90^0)$$

si ha:

$$e = \omega L I_M\ sen\,(\omega t - 90^0);$$

si deduce:

1. – In regime di corrente sinusoidale, la $f\ e\ m$ di autoinduzione risulta anch'essa alternativa sinusoidale, ma è sfasata rispetto alla corrente di 90° in ritardo.

La cultura è un bene dell'umanità (fantomasping@libero.it)

2. – Il valore massimo di questa *f e m* rimane definito dalla relazione:

$$E_M = \omega L I_M.$$

Pertanto per la legge di Ohm si ha che se un circuito elettrico, presentante resistenza e induttanza, è percorso da una corrente I_M, il valore massimo della tensione e la sua fase rispetto alla corrente è facilmente determinabile, tenendo presente che detta tensione deve compensare la caduta ohmica RI, in fase con la corrente e una caduta reattiva in quadratura con la stessa, $\omega L I_M$ e in direzione contraria alla E per la legge di Lenz; per cui vettorialmente si avrà come in figura, (fig. 72).

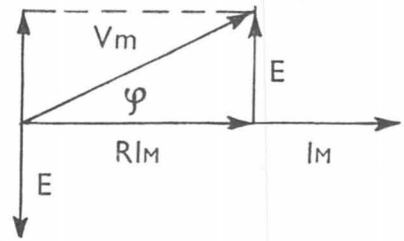


Fig. 72

Analiticamente si ricava:

$$V_M = \sqrt{(R^2 + \omega L^2)\, I_M^2}, \text{ ponendo } \omega L = X \text{ reattanza del circuito;}$$

$$Z = \sqrt{R^2 + X^2}, \text{ impedenza del circuito;}$$

φ angolo di sfasamento fra tensione e corrente, si ha:

$$tang\ \varphi = \frac{X}{R}; \quad sen\ \varphi = \frac{X}{Z}; \quad cos\ \varphi = \frac{R}{Z}.$$

Passando dai valori massimi, ai valori efficaci, potremo scrivere:

$$V = I\sqrt{R^2 + X^2};$$

$$V = ZI.$$

Circuiti capacitivi.

I condensatori sono costituiti da due armature separate fra loro da un mezzo dielettrico nel quale non possono prodursi mai delle correnti unidirezionali permanenti, ma solo delle correnti transitorie di carica e scarica. Le prime corrispondono al fenomeno della polarizzazione dielettrica che si determina quando si

La cultura è un bene dell'umanità (fantomasping@libero.it)

assoggetta il mezzo ad un campo elettrico improvviso o gradualmente crescente; le seconde corrispondono allo spostamento inverso che riconduce il mezzo stesso allo stato naturale, quando il campo elettrico si estingue. Queste correnti si realizzano in particolare nei processi di carica e di scarica dei condensatori.

Così, quando si allaccia un condensatore inizialmente scarico ai morsetti di un generatore di corrente continua, il condensatore stesso deve caricarsi:

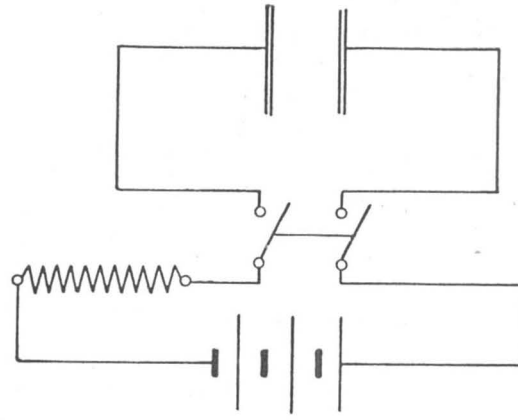


Fig. 73

Il circuito formato dal generatore e dalle connessioni fra i morsetti e le armature viene perciò attraversato, per brevi istanti, da una corrente di carica la quale si estingue quando la tensione fra le armature (che era inizialmente zero) è aumentata fino a eguagliare la tensione ai morsetti del generatore: da questo momento, finché la tensione fornita dal generatore rimane costante, non circola più alcuna corrente perché il circuito rimane interrotto dal dielettrico interposto fra le armature. Ma se la tensione del generatore diminuisce, anche la tensione alle armature del condensatore deve diminuire: nel circuito si produce allora una corrente di scarica di senso contrario al precedente.

Se immaginiamo di invertire le polarità del generatore applicato alle armature del condensatore e di ripetere il ciclo di carica e scarica l'andamento della corrente durante tale ciclo si ripeterebbe in forma identica, ma in direzione opposta.

Si comprende in tal modo che se un condensatore viene allacciato ad un generatore che fornisce ai morsetti una tensione alternata, si viene a costituire nel circuito un regime di corrente permanente, corrispondente ad una successione continua di cariche e scariche, le quali si avvicendano alternativamente in versi opposti con ritmo costante pari alla frequenza del generatore. Ciò vuol dire che un condensatore inserito in un circuito a corrente alternata non rappresenta affatto una interruzione elettrica, perché la corrente circola egualmente, mentre il condensatore si carica e si scarica alternativamente in versi opposti.

Esaminiamo ora le relazioni, in ampiezza e fase fra tensioni e correnti, a regime permanente, in un circuito capacitivo.

Se C è la capacità del condensatore e V il valore della tensione fra le armature, in un certo istante t, si avrà:

$$q = CV.$$

La cultura è un bene dell'umanità (fantomasping@libero.it)

Se dopo un intervallo di tempo infinitesimo dt la tensione è cresciuta di $d\,v$ si ha:

$$d\,q = c \cdot d\,v$$

quindi il valore istantaneo della corrente sarà:

$$\frac{dq}{dt} = c\,\frac{dv}{dt} = i$$

se $V = V_M \operatorname{sen} \omega t$, la derivata rispetto al tempo sarà:

$$\frac{dv}{dt} = \omega V_M \cos \omega t = \omega V_M \operatorname{sen} \left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)$$

quindi:

$$i = \omega C V_M \operatorname{sen} \left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right).$$

Si osserva che questa corrente è ancora sinusoidale come la tensione ma è sfasata rispetto a questa di un quarto di periodo in anticipo. Il valore massimo della corrente risulta:

$$I_M = \omega C V_M.$$

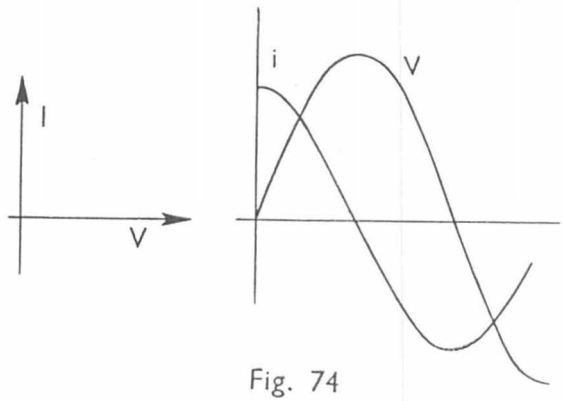


Fig. 74

Se in luogo dei valori massimi della corrente e della tensione si considerano i rispettivi valori efficaci I e V, si ha:

$$I = \omega C\, V$$

$$V = \frac{I}{\omega C};\ \text{ponendo}\ \frac{1}{\omega C} = X_c$$

si ha:

$$V = X_c \cdot I;$$

dove $X_c I$ rappresenta la caduta reattiva.

La cultura è un bene dell'umanità (fantomasping@libero.it)

Cioè il condensatore oppone alla corrente una specie di resistenza apparente $X_c = \frac{1}{\omega C}$ detta reattanza capacitiva.

Circuito ohmico capacitivo.

Nel caso di un circuito ohmico capacitivo, la tensione totale ai capi del circuito si ottiene in tal caso, componendo vettorialmente la caduta ohmica $R\,I$ in fase con la corrente, con la caduta capacitiva $X_c I$ in quadratura ed in anticipo rispetto alla stessa (fig. 76).

Dal triangolo delle tensioni risulta:

$$V = I\sqrt{R^2 + X_c^2};$$

dal triangolo della impedenza si ha:

$$Z = \sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{\omega C}\right)^2}$$

$$sen\ \varphi = \frac{X_c}{Z};$$

$$cos\ \varphi = \frac{R}{Z};$$

$$tang\ \varphi = \frac{X_c}{R} = \frac{1}{\omega RC}.$$

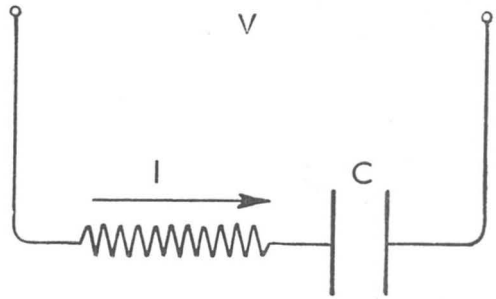


Fig. 75

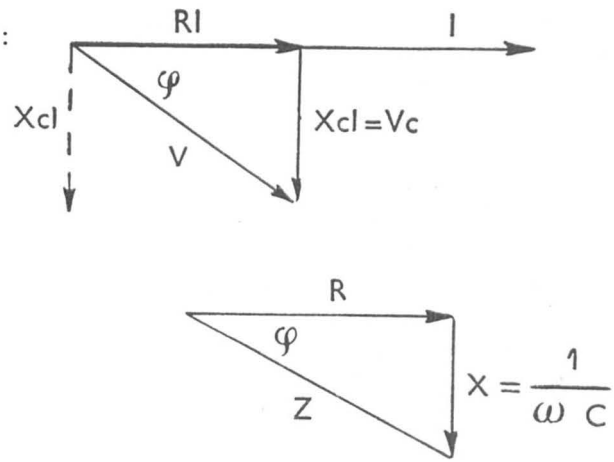


Fig. 76

La cultura è un bene dell'umanità (fantomasping@libero.it)

Determinazione del regime elettrico di un circuito con il metodo delle conduttanze, suscettanze ed ammettenze.

Esaminiamo ora come sia possibile, nota la tensione di un circuito, determinare in ampiezza e fase la corrente. Supponiamo che in un circuito elettrico sia inserito un apparecchio utilizzatore di cui non si conosca la realizzazione del circuito interno e quindi i parametri che definiscono tale circuito, come in figura, (fig. 77).

A mezzo di un amperometro, un voltmetro ed un fasometro inseriti, come in figura (fig. 77) noi possiamo definire il regime elettrico di tale circuito e quindi costruire il diagramma vettoriale.

Assumendo come riferimento il vettore tensione V, si può scomporre il vettore corrente I in due componenti I_G e I_B rispettivamente in fase ed in quadratura con la tensione.

Queste due componenti della corrente totale, vengono indicate rispettivamente come corrente attiva e corrente reattiva e restano determinate dalle relazioni:

$$I_G = I \cos \varphi; \; I_B = I \operatorname{sen} \varphi.$$

Queste due correnti, come anche la corrente totale sono certamente proporzionali alla tensione applicata al circuito per cui si pone:

$$I_G = I \cos \varphi = GV;$$

$$I_B = I \operatorname{sen} \varphi = BV.$$

Le due grandezze G e B che restano così definite vengono indicate con i nomi di conduttanza e suscettanza del circuito; esse rappresentano quei due fattori che, moltiplicati per la tensione totale V, forniscono direttamente le due componenti, attiva e reattiva della corrente assorbita.

Volendo raggiungere una rappresentazione concreta di questa scomposizione, si può dire che la conduttanza G, corrisponde ad un

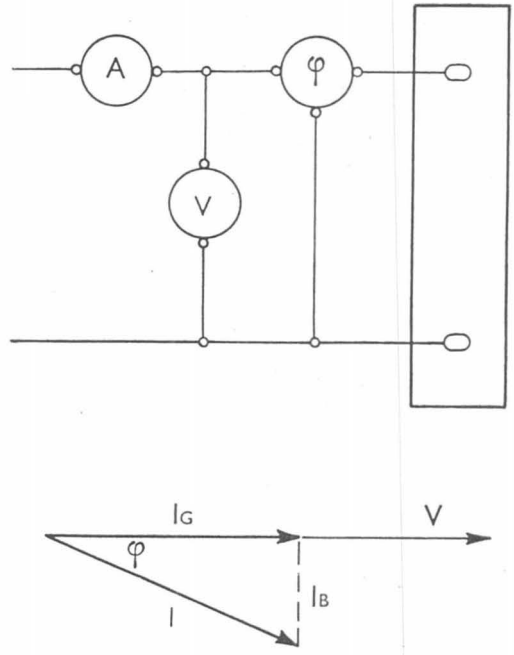


Fig. 77

La cultura è un bene dell'umanità (fantomasping@libero.it)

lato puramente ohmico che assorbe la sola corrente I_G in fase con V, mentre la suscettanza B, corrisponde invece ad un lato puramente induttivo, collegato in parallelo col precedente, che assorbe la sola corrente reattiva.

Pertanto il circuito interno dell'utilizzatore in esame, per il regime elettrico considerato, potrebbe essere realizzato come in figura, (fig. 78).

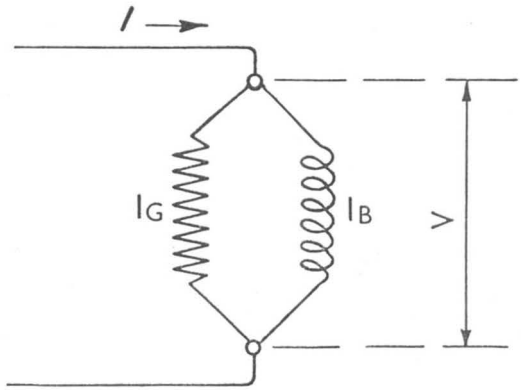


Fig. 78

Queste due correnti derivate I_G e I_B formano i cateti di un triangolo rettangolo che ha per ipotenusa la corrente totale I.

Quest'ultima ha il valore efficace:

$$I = \sqrt{I_G^2 + I_B^2} = V\sqrt{G^2 + B^2}.$$

Ponendo:

$$\sqrt{G^2 + B^2} = Y;$$

si ha:

$$I = YV;\ Y = \frac{I}{V} = \frac{1}{Z}.$$

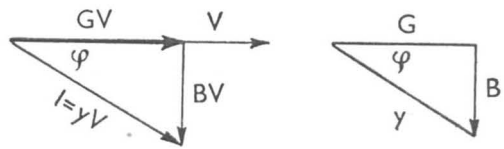


Fig. 79

La grandezza Y prende il nome di ammettenza del circuito ed è rappresentata dall'ipotenusa del triangolo rettangolo che ha per cateti la conduttanza G e la suscettanza B.

Così in un circuito, dato il vettore tensione, possiamo determinare, in ampiezza e fase, il vettore corrente, considerando la componente attiva e reattiva di quest'ultima, come in figura, (fig. 79).

Viceversa, dato il vettore corrente, possiamo determinare il vettore tensione, in ampiezza e fase considerando le due componenti della tensione stessa, in fase ed in quadratura con la corrente, come in figura, (fig. 80).

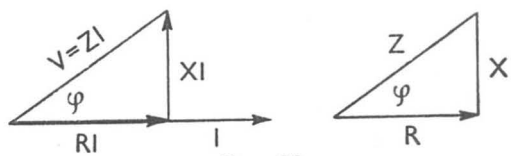


Fig. 80

La cultura è un bene dell'umanità (fantomasping@libero.it)

Da tali triangoli possiamo ricavare:

$$cos\ \varphi = \frac{R}{Z} = \frac{G}{Y}; \qquad sen\ \varphi = \frac{X}{Z} = \frac{B}{Y}; \qquad tang\ \varphi = \frac{X}{R} = \frac{B}{G};$$

e quindi:

$$G = \frac{R}{Z^2} = \frac{R}{R^2 + X^2}; \qquad B = \frac{X}{Z^2} = \frac{X}{R^2 + X^2}; \qquad Y = \frac{1}{Z} = \sqrt{G^2 + B^2};$$

inversamente:

$$R = \frac{G}{Y^2} = \frac{G}{G^2 + B^2}; \qquad X = \frac{B}{Y^2} = \frac{B}{G^2 + B^2}; \qquad Z = \frac{1}{Y} = \sqrt{R^2 + X^2}.$$

Concludendo si ha che in un qualsiasi circuito elettrico, quando si conosca il valore della tensione ed i parametri elettrici del circuito stesso (cioè resistenza, reattanza), è possibile determinare il vettore corrente in ampiezza e fase, considerando le due componenti attiva e reattiva della stessa, date da:

$$I\ cos\ \varphi = GV; \ I\ sen\ \varphi = BV;$$

in cui G conduttanza e B suscettanza del circuito assumono i valori sopra definiti.

La corrente I sarà:

$$I = V\sqrt{G^2 + B^2}$$

$$cos\ \varphi = \frac{GV}{I} = \frac{G}{Y} = \frac{G}{\sqrt{G^2 + B^2}}.$$

La conduttanza e la suscettanza vengono espresse in Siemens.

Dai fatti sopra esposti si può trarre la conclusione che un qualsiasi apparecchio o circuito ohmico induttivo, nei suoi rapporti con la linea di alimentazione può essere indifferentemente considerato o sotto l'aspetto di un circuito serie, formato da una resistenza R e da una reattanza X, collegate in serie, oppure sotto la for-

La cultura è un bene dell'umanità (fantomasping@libero.it)

ma di un circuito equivalente parallelo, composto da una conduttanza e da una suscettanza G e B collegate in parallelo; la resistenza e la reattanza di questi due lati derivati (R' e X') sono le grandezze inverse rispettivamente della conduttanza e della suscettanza.

Le relazioni sopra scritte consentono di eseguire la trasformazione del circuito serie nel circuito parallelo o viceversa.

Fenomeni di risonanza di circuiti elettrici.

Consideriamo un circuito costituito da una resistenza, una induttanza ed una capacità in serie e sia V, la tensione totale ai capi della serie, come in figura, (fig. 81).

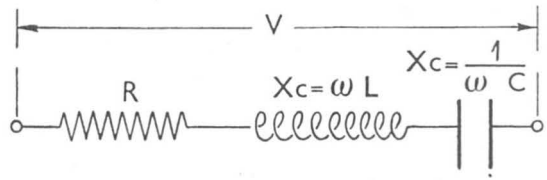


Fig. 81

Tale tensione, ai capi della serie, è uguale, in ciascun istante, alla somma algebrica dei valori istantanei contemporanei delle tensioni $V = V_r + V_i + V_c$, misurate rispettite ai capi della resistenza, induttanza e capacità.

A regime, il diagramma delle tensioni sarà quello in figura, (fig. 82), dove RI è la caduta ohmica in fase con la corrente; $X_L I = \omega L \cdot I$, è la caduta reattiva induttiva in quadratura ed in anticipo sulla corrente; $X_c I = \frac{1}{\omega c} I$, è la caduta reattiva capacitiva in quadratura ed in ritardo sulla corrente I, per cui si ricava in ampiezza e fase il vettore tensione V.

Queste due cadute reattive hanno perciò in ciascun istante versi contrari per modo che la loro somma algebrica si traduce in una differenza aritmetica.

Si ottiene pertanto:

$$V = I\sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} =$$

$$= I\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}$$

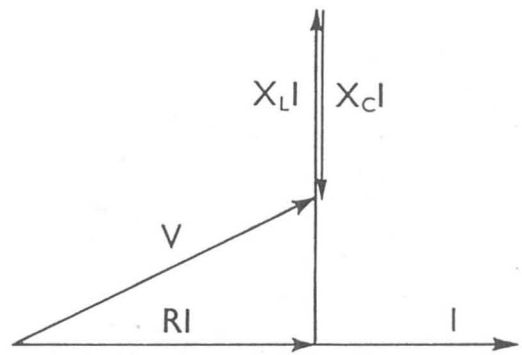


Fig. 82

dove l'espressione sotto il segno di radice, rappresenta l'impedenza del circuito Z.

La cultura è un bene dell'umanità (fantomasping@libero.it)

Si comprende quindi che a secondo del valore maggiore o minore di una delle due reattanze, il circuito si comporta nel suo complesso, con carattere induttivo o capacitivo e cioè la tensione totale risulterà sfasata in ritardo o in anticipo, a seconda che prevalga la reattanza capacitiva o induttiva.

Nel caso in cui le due reattanze, induttiva e capacitiva, abbiano egual valore, il diagramma assume allora la forma caratteristica segnata in figura, (fig. 83). Di conseguenza la tensione totale ai capi della serie risulta in fase con la corrente ed il circuito si comporta come se fosse puramente ohmico perché gli opposti effetti dell'induttanza e della capacità mutuamente si compensano.

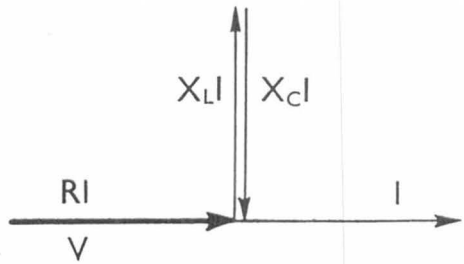


Fig. 83

In queste condizioni si dice che nel circuito si verifica il fenomeno di risonanza fra le due tensioni reattive: accade cioè che l'induttanza del circuito mette in gioco una *f e m* di autoinduzione che è esattamente uguale in ciascun istante alla tensione richiesta dal condensatore e cioè in ciascun istante, le due tensioni reattive sono eguali ed opposte, vale a dire si compensano. Il circuito richiede ai capi la sola tensione attiva necessaria a vincere la caduta ohmica.

In condizioni opportune queste due tensioni possono assumere dei valori comunque elevati anche se la tensione ai capi della serie è piccola.

In particolare se $R = 0{,}1\,\Omega$ e $X_L = X_C = 100\,\Omega$, basta applicare ai capi della serie una tensione di $V = 1$ Volt per ottenere $I = 10$ Ampère.

Infatti:

$$I = \frac{V}{Z} = \frac{1}{0{,}1} = 10A.$$

In queste condizioni ai capi rispettivamente dell'induttanza e della capacità si manifestano due tensioni $V = X_L\ I = X_C\ I = 10 \times 100 = 1000$ Volt.

Un tale circuito ha dunque la proprietà caratteristica di poter funzionare in condizioni opportune come un autogeneratore di due tensioni interne (rilevabili rispettivamente ai capi dell'induttanza e della capacità) assai più elevate della tensione applicata agli estremi della serie.

La condizione di risonanza del circuito è determinata in ogni caso dall'eguaglianza:

$$\omega L = \frac{1}{\omega C}$$

La cultura è un bene dell'umanità (fantomasping@libero.it)

ossia:

$$\omega^2 \times L \times C = 1.$$

Questa condizione è dunque legata ai valore dell'induttanza, della capacità e della frequenza.

Per ogni coppia di valori di L e C esiste una sola frequenza di risonanza determinata dalla relazione:

$$\omega = 2\pi f = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

ossia:

$$f = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

Se vengono invece prefissati i valori della frequenza e dell'induttanza, perché si verifichi il fenomeno di risonanza, la capacità dovrà avere il valore:

$$C = \frac{1}{\omega^2 \cdot L};$$

viceversa prefissando C, occorre un'induttanza

$$L = \frac{1}{\omega^2 \cdot C}.$$

Circuito con induttanza e capacità in parallelo.

Consideriamo ora un circuito come in figura, cioè un arco doppio, con un lato costituito da una resistenza ed una induttanza e l'altro da una resistenza e una capacità come in figura, (fig. 84).

Data la tensione V e la frequenza f, è evidente che, per il primo principio del Kirchoff la corrente I che percorre il circuito è, istante per istante, uguale alla somma vettoriale delle correnti dei due lati.

Considerando i valori efficaci, si ha che la corrente del lato induttivo sarà:

$$I_L = \frac{V}{Z_L}$$

dove:

$$Z_L = \sqrt{R_L^2 + X_L^2}$$

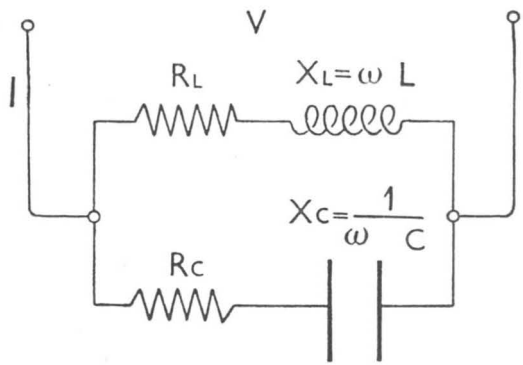


Fig. 84

La cultura è un bene dell'umanità (fantomasping@libero.it)

ed è sfasata in ritardo su V dell'angolo φ_L la cui tangente è data:

$$tag\,\varphi_L = \frac{X_L}{R_L}.$$

Analogamente per il lato capacitivo si ha:

$$I_c = \frac{V}{Z_c}$$

dove:

$$Z_c = \sqrt{R^2{}_c + X^2{}_c};$$

questa corrente risulta in anticipo su V, dell'angolo φ dato da:

$$tag\,\varphi_c = \frac{X_c}{R_c} = \frac{1}{\omega R_c C}.$$

Quindi la corrente del circuito I si otterrà ricavando vettorialmente la risultante fra le due correnti I_L e I_C come in figura, (fig. 85).

Dal diagramma si può anche rilevare che la corrente I ha una componente in fase con la tensione ed una in quadratura con la stessa.

La corrente in fase:

$$_G = I_{GC} + I_{GL}$$

cioè:

$$I_G = I_C\,cos\varphi_c + I_L\,cos\varphi_L =$$
$$= (G_C + G_L)V.$$

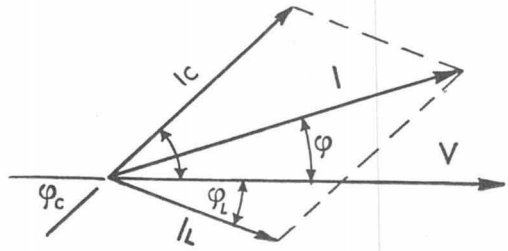


Fig. 85

La corrente in quadratura:

$$I_B = I_{BC} - I_{BL};$$

cioè:

$$I_B = I_C\,sen\varphi_c - I_L\,sen\varphi_L = (B_C - B_L)V$$

dove G e B sono le conduttanze e le suscettanze dei due rami derivati cioè:

$$G_C = \frac{R_c}{R_c{}^2 + X_c{}^2};\ G_L = \frac{R_L}{R_L{}^2 + X_L{}^2}$$

$$B_C = \frac{X_C}{R_C{}^2 + X_C{}^2};\ B_L = \frac{X_L}{R_L{}^2 + X_L{}^2}.$$

La cultura è un bene dell'umanità (fantomasping@libero.it)

Il circuito perciò presenta nel suo complesso una conduttanza risultante G, pari alla somma delle conduttanze dei due rami derivati ed una suscettanza B. pari invece alla differenza aritmetica fra le due suscettanze capacitiva e induttiva,

Pertanto se fra queste prevale la suscettanza capacitiva, l'intero circuito, nel nel suo complesso, assume un carattere capacitivo e la corrente risulta in anticipo sulla tensione, nel caso inverso, la corrente risulta in ritardo sulla tensione e l'angolo di sfasamento rimane definito da:

$$tag\varphi = \frac{B_C - B_L}{G_C + G_L}.$$

Può verificarsi il fatto che le due sucettanze di segno opposto abbiano uguale valore, allora le due componenti reattive delle due correnti derivate, risultano eguali ed opposte e rispetto al circuito di alimentazione mutuamente si elidono.

Esse rappresentano in sostanza una stessa corrente la quale circola e si richiude direttamente entro la maglia chiusa dell'arco doppio, senza più interessare il circuito esterno di alimentazione la cui corrente risulta in fase con la tensione ed è costituita dalle due componenti attive dei due rami derivati.

In queste condizioni si dice che nel circuito si verifica il regime di risonanza fra le correnti reattive; queste correnti cioè si formano sostanzialmente da sole per un fenomeno di autogenerazione che si svolge nell'interno dell'arco doppio.

Il funzionamento di risonanza fra le correnti assume un aspetto particolarmente significativo quando le conduttanze dei due lati derivati sono piccolissime rispetto alle suscettanze; in questo caso le correnti attive delle correnti derivate e quindi la corrente I del circuito sono molto piccole, mentre le due componenti reattive eguali ed opposte, sono molto grandi.

Infatti $I_{GL} = G_C V$; e $I_{GL} = G_L V$, sono piccolissime e praticamente nulle se tali sono le conduttanze, invece $I_{BC} = B_C V$ ed $I_{BL} = B_L V$, possono essere grandissime se tale è la tensione e le suscettanze.

Nella condizione di risonanza si avrà quindi:

$$\frac{X_C}{R_C^2 + X_C^2} = \frac{X_L}{R_L^2 + X_L^2}$$

ossia:

$$\frac{\dfrac{1}{\omega C}}{R_C^2 + \dfrac{1}{(\omega C)^2}} = \frac{\omega L}{R_L^2 + (\omega L)^2}$$

La cultura è un bene dell'umanità (fantomasping@libero.it)

risolvendo si ha:

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}} \cdot \sqrt{\frac{CR^2_L - L}{CR^2_C - L}};$$

da cui si ricava la frequenza di risonanza.

Sistemi polifasi - Sistemi trifasi a stella e a triangolo equilibrati e squilibrati.

Si denota col nome di sistema polifase un complesso di due o più circuiti elettrici nei quali agiscono rispettivamente altrettante *f e m* di eguale frequenza, ma aventi l'una rispetto all'altra degli sfasamenti prestabiliti, come in figura, (fig. 86).

Ciascuno di questi circuiti costituisce una fase del sistema (prima, seconda, terza fase). Se le singole fasi si mantengono distinte l'una dall'altra, allora il sistema è polifase a circuiti indipendenti; se invece le diverse fasi vengono opportunamente collegate fra loro si ha un sistema polifase composto.

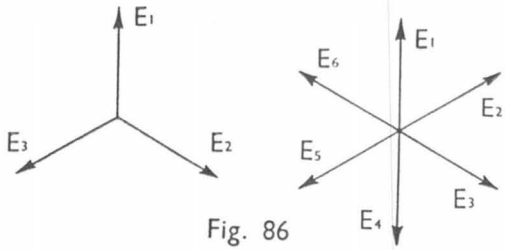


Fig. 86

Un sistema di *m* fasi si dice poi simmetrico se le *m f e m* che agiscono nelle rispettive fasi, sono tutte eguali in valore e ugualmente sfasate le une dalle altre di un angolo pari a $\frac{360°}{m}$.

In pratica gli impianti di produzione e trasporto dell'energia elettrica sfruttano il sistema trifase simmetrico, questo sistema consta di tre circuiti distinti (prima, seconda, terza fase) in cui agiscono tre forze elettromotrici E_1, E_2, E_3 eguali in valore e ciclicamente sfasate fra loro di 120°.

In alcune applicazioni si impiega invece il sistema esafase simmetrico in cui le sei *f e m* eguali in valore sono sfasate di 60°.

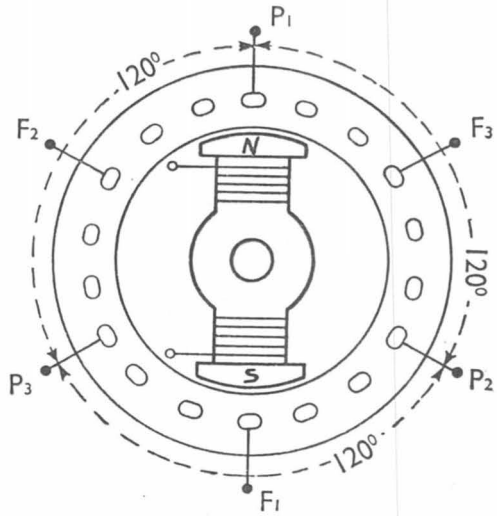


Fig. 87

La cultura è un bene dell'umanità (fantomasping@libero.it)

Generazione dei sistemi polifase.

La generazione di un sistema polifase viene ottenuta mediante una macchina detta alternatore il quale si compone di un sistema induttore e di un sistema indotto (come in figura), (fig. 87).

Il sistema induttore è quello che crea un campo rotante e può essere costituito anche da un magnete permanente presentante una o più coppie di espansioni polari. Il sistema indotto consta di tanti avvolgimenti distinti quante sono le fasi del sistema.

Questi singoli avvolgimenti indotti sono tutti uguali fra loro, affinché tali siano le *f e m*, ma angolarmente spostati l'uno rispetto all'altro di un angolo corrispondente allo sfasamento che si vuole ottenere fra le *f e m*.

Nel caso in figura si tratta di un sistema trifase, con i principi P delle singole fasi, distanziati perifericamente di un angolo pari a 120°. Il verso ciclico di successione delle tre fasi è di per sé arbitrario; si conviene tuttavia di considerare come verso ciclico diretto delle fasi, quello per cui i numeri d'ordine si succedono nel senso dei ritardi (la seconda fase in ritardo sulla prima e la terza in ritardo sulla seconda): questo verso coincide con il senso di rotazione del sistema induttore rispetto all'indotto.

La *f e m* indotta nella prima fase raggiunge il suo valore massimo positivo, nell'istante in cui il sistema induttore passa con il suo polo Nord in corrispondenza di tale fase e ciò è evidente in quanto in tale posizione i conduttori della fase tagliano il maggior numero di linee di forza del campo.

Dopo un terzo di giro diviene massima positiva invece la *f e m* della seconda fase, alla quale corrisponde pertanto un vettore E_2 in ritardo di 120° su E_1; analogamente alla *f e m* della terza fase corrisponde il vettore E_3 tracciato a 120° in ritardo su E_2 e perciò anche a 120° in anticipo su E_1.

È chiaro che nell'alternatore bipolare (cioè con induttore costituito da una sola coppia di poli) si compie un periodo ad ogni giro completo; cioè a 360° meccanici corrispondono 360° elettrici.

Nell'alternatore bipolare invece (cioè con induttore costituito da due coppie di poli) si ha che un periodo completo si compie ad ogni mezzo giro; cioè a 360° elettrici corrispondono 180° meccanici. Pertanto i principi delle singole fasi (sistema trifase) sono angolarmente distanziati di 60° meccanici sulla periferia dell'indotto corrispondente a 120° elettrici.

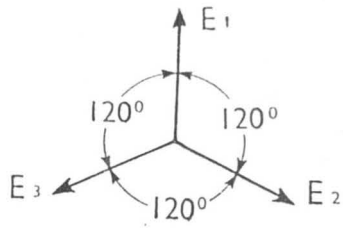


Fig. 88

Si comprende che se l'alternatore ha p coppie di poli, 360° elettrici corrisponderanno a $\frac{360°}{p}$ meccanici.

La cultura è un bene dell'umanità (fantomasping@libero.it)

È noto come negli alternatori, i conduttori, facenti parte tutti di una stessa fase siano collegati tra loro in un modo opportuno e tale da costituire un avvolgimento della macchina stessa.

Ogni fase, in genere, è contraddistinta da un principio e da una fine (P; F) e per ognuna di esse, i versi positivi delle *f e m* e quindi delle correnti sono dirette dalla fine al principio.

Un sistema polifase qualunque può sempre funzionare, se occorre, con le singole fasi indipendenti, cioè con ogni fase generatrice alimentante la fase utilizzatrice come in figura, (fig. 89).

In pratica tuttavia questi schemi di collegamento vengono applicati solo eccezionalmente. Una delle proprietà infatti più interessanti dei sistemi polifasi è quella di consentire un opportuno raggruppamento fra i circuiti delle diverse fasi, allo scopo di ridurre il numero dei fili di linea che si rendono necessari e sufficienti a realizzare la trasmissione di energia. Ne risultano in tal modo i sistemi polifasi composti che si realizzano essenzialmente nelle due forme tipiche denominate rispettivamente collegamento a stella e collegamento a poligono (a triangolo per i sistemi trifasi), (fig. 89).

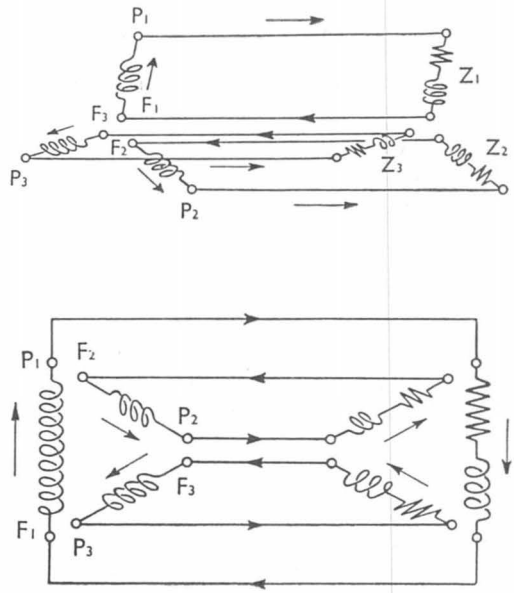


Fig. 89

Collegamento a stella nei sistemi trifasi.

Questo tipo di collegamento deriva dallo schema a fasi indipendenti della precedente figura, riunendo in un sol filo (denominato filo neutro), i singoli fili di ritorno di tutte le tre fasi del sistema; in tal modo il numero dei fili di collegamento viene ridotto così da sei a quattro (fig. 90).

In generale si può dire che il collegamento a stella si realizza sempre riunendo in un solo nodo tutti i capi corrispondenti delle singole fasi (per esempio tutte le fini F_1, F_2, F_3) a costituire il centro stella; a questo centro fa capo il filo neutro, il quale costituisce la via di ritorno comune a tutti i fili di linea che collegano ordinariamente i capi liberi di tutte le fasi generatrici ai capi corrispondenti delle fasi utilizzatrici.

La cultura è un bene dell'umanità (fantomasping@libero.it)

Il filo neutro viene percorso in generale da una corrente I_o che è la risultante vettoriale di tutte le correnti I_1, I_2, I_3 relative alle tre fasi.

Se queste correnti formano un sistema la cui risultante si annulla, il filo neutro non viene percorso da alcuna corrente; esso può venire in tal caso soppresso senza che il regime elettrico del sistema ne risulti variato.

Si ottengono in tal modo i sistemi trifasi a stella senza neutro.

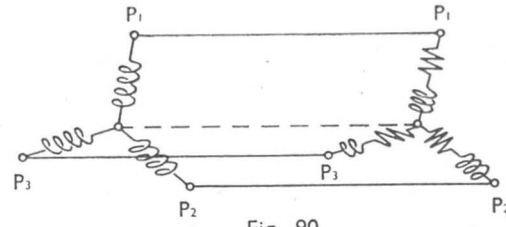


Fig. 90

Collegamento a triangolo.

Questo tipo di collegamento consiste nel collegare ordinatamente il principio della prima fase con la fine della seconda, il principio di questa con la fine della terza e così via fino a formare un triangolo che si chiude fra il principio della terza fase e la fine della prima, come in figura, (fig. 91).

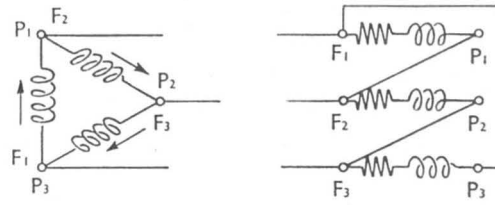


Fig. 91

In ognuno di questi fili restano abbinati così il filo di andata di una fase col filo di ritorno della fase successiva e pertanto saranno percorsi da una corrente che è la differenza vettoriale delle correnti relative alle due fasi interessate.

Nei riguardi delle fasi utilizzatrici il collegamento a triangolo non è soggetto in massima ad alcuna condizione restrittiva, invece per le fasi generatrici si deve avere che la risultante di tutte le *f e m* che agiscono nelle fasi consecutive del triangolo sia nulla, cioè le *f e m* devono costituire un sistema simmetrico.

Sistema trifase a stella.

Dopo quanto detto sopra, consideriamo le relazioni che intercedono fra tensioni e corrente in un sistema trifase a stella.

Consideriamo le tre tensioni fra ciascun filo di linea ed il filo neutro; se il sima è simmetrico, le tre tensioni hanno lo stesso valore efficace e sono sfasate fra loro di un terzo di periodo; esse perciò vengono rappresentate con tre vettori di uguale ampiezza sfasati ciclicamente di 120° l'uno rispetto all'altro, (fig. 93).

La cultura è un bene dell'umanità (fantomasping@libero.it)

Tali tensioni costituiscono nel loro complesso le *tensioni stellate* e rappresentano anche le tensioni che agiscono ai capi delle singole fasi della stella di impedenze.

Si chiamano invece tensioni concatenate o di linea, le tre tensioni V_{12}; V_{23}, V_{31}, misurate direttamente fra i fili di linea.

Queste tre tensioni si ottengono evidentemente facendo la somma vettoriale delle due tensioni di fase che concorrono alla tensione concatenata che si vuol determinare. Così ad esempio la tensione concatenata tra il filo 1) e 2) cioè V_{12}, sarà pari alla somma vettoriale della tensione di fase V_{10} più la tensione di fase V_{02}; però $V_{02} = -V_{20}$ (per essere il potenziale del centro stella (fine della fase 2) minore del potenziale del principio della fase 2). Allora dal diagramma delle tensioni stellate si ricava facilmente il vettore $V_{12} = V_{10} - V_{20}$ e così ugualmente il vettore $V_{23} = V_{20} - V_{30}$ ed il vettore $V_{13} = V_{10} - V_{30}$.

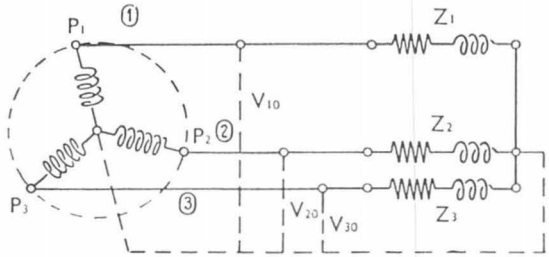


Fig. 92

Il diagramma pone in rilievo il fatto, che le tre tensioni concatenate sono anche rappresentate dai lati del triangolo che ha per vertici gli estremi dei vettori che rappresentano le tre tensioni stellate, (fig. 94).

Dal diagramma si ha:

$$\frac{V_{12}}{2} = V_{20} \cos 30 = V_{20} \frac{\sqrt{3}}{2}$$

quindi:

$$V_{12} = 2V_{20} \cdot \cos 30 = 2 \frac{\sqrt{3}}{2} V_{20}.$$

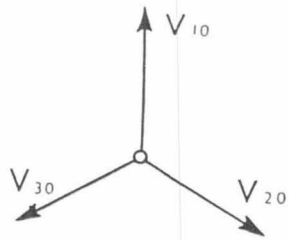


Fig. 93

Cioè in un sistema trifase simmetrico le tensioni concatenate risultano $\sqrt{3}$ volte maggiori delle tensioni stellate.

Per quanto riguarda le correnti, queste risultano senz'altro determinate dividendo ordinatamente le tre tensioni stellate per le impedenze dei tre rami della stella, si ha cioè:

$$I_1 = \frac{V_{10}}{Z_1}; \quad I_2 = \frac{V_{20}}{Z_2}; \quad I_3 = \frac{V_{30}}{Z_3};$$

La cultura è un bene dell'umanità (fantomasping@libero.it)

gli angoli di sfasamento φ delle correnti rispetto alle relative tensioni di fase sono determinate da:

$$tag\ \varphi_1 = \frac{X_1}{R_1}; \qquad tag\ \varphi_2 = \frac{X_2}{R_2}; \qquad tag\ \varphi_3 = \frac{X_3}{R_3}.$$

Nei sistemi collegati a stella, le tre correnti di linea coincidono ordinatamente con le tre correnti di fase. Per ottenere la corrente del filo neutro basta costruire la risultante vettoriale fra le tre correnti di fase e si nota che se le tre correnti non sono molto diverse fra loro, la corrente nel filo neutro risulta notevolmente più piccola, in particolare se le tre correnti di fase sono tra loro uguali in ampiezza ed ugualmente sfasate rispetto alle relative tensioni, la corrente risulsultante è nulla e nel filo neutro non passa corrente e può essere quindi soppresso o anche interrotto senza che il regime elettrico del sistema si alteri. Allora il sistema si dice simmetrico ed equilibrato ed ogni filo funziona, si può dire, come filo di ritorno per gli gli altri due. È chiaro che nel caso in cui il sistema sia simmetrico ed equilibrato il filo neutro rappresenta un semplice collegamento fra due punti che si trovano allo stesso potenziale, quindi inattivo.

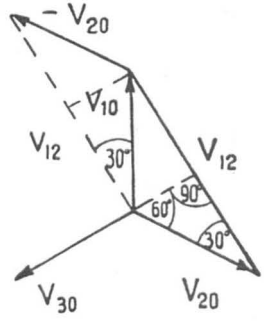


Fig. 94

Tutti i centri stella che si possono comunque realizzare derivando tre impedenze identiche da una stessa linea trifase, rappresentano altrettanti centri equipotenziali; questa proprietà viene utilizzata per misurare e definire le tensioni stellate su linee trifasi mancanti del filo neutro.

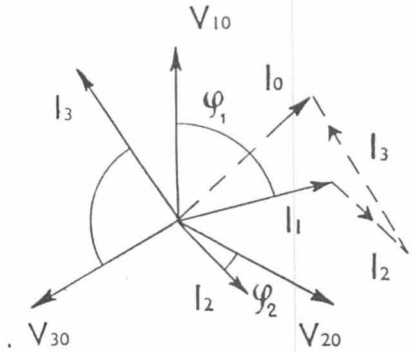
Quale utile considerazione da fare su tale sistema è che il collegamento a stella, con quarto filo, può essere adottato in ogni caso e conferisce alle fasi utilizzatrici la stessa indipendenza di funzionamento che si otterrebbe dotando ogni fase, di un circuito distinto. In particolare si può variare fino a interrompere una o anche due fasi, senza che il regime delle altre due o della terza ne risulti influenzato, varia solo da un caso all'altro la corrente I_o, nel filo neutro la quale è sempre rappresentata da un vettore uguale alla risultante dei vettori rappresentativi delle singole correnti di fase.

Se poi si interrompe il filo neutro su una stella squilibrata, allora le tre correnti delle singole fasi devono necessariamente adeguarsi tra loro in modo da formare una risultante nulla, ma allora, insieme alla corrente variano anche le tensioni stellate

La cultura è un bene dell'umanità (fantomasping@libero.it)

relative alle singole impedenze come in figura, ed il sistema di tensioni si disimmetrizza.

Si vede cioè che se il filo neutro è interrotto, lo squilibrio fra le tre impedenze della stella determina in sostanza uno spostamento del punto rappresentativo del centro stella da *O* in *O'*, questo spostamento è tale da soddisfare alla condizione che le tre nuove tensioni stellate vengano a produrre, nelle tre impedenze della stella, una terna di correnti aventi una risultante eguale a zero.



Il punto *O* sta nel baricentro del triangolo e rappresenta il centro ideale corrispondente ad una stella perfettamente equilibrata; il punto *O'* invece può risultare comunque spostato, (anche fino a cadere fuori del triangolo) a seconda dell'entità dello squilibrio fra le tre impedenze, (fig. 95).

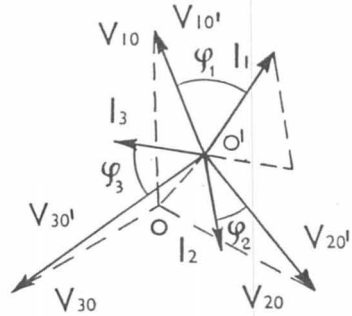


Fig. 95

Il vettore *OO'* rappresenta anche la *d.d.p.* $V_{OO'}$, che viene a stabilirsi fra il centro della stella squilibrata e il centro ideale: in generale quindi mentre i centri stella simmetrici e cioè realizzati con impedenze identiche risultano tutti equipotenziali, qualunque centro stella disimmetrico assume invece, se isolato, una *d.d.p.* rispetto ai primi che viene detta brevemente potenziale o tensione del centro concreto che si considera, rispetto al centro ideale del sistema.

Se esiste il filo neutro anche i potenziali dei centri disimmetrici si egualizzano (salvo la caduta di tensione nel filo stesso) attraverso la circolazione della corrente *I*, corrispondente alla risultante delle correnti relative alle singole fasi.

Pertanto se su una linea trifase vi sono inseriti carichi equilibrati e squilibrati, il filo neutro è percorso da una corrente. Il calcolo analitico delle tensioni stellate e delle correnti in una stella squilibrata col centro isolato risulta un po' laborioso, pertanto viene tralasciato in questa sede.

Il sistema di collegamento a stella, senza filo neutro invece si adatta essenzialmente ai casi in cui le tre fasi utilizzatrici sono identiche fra loro e sono stabilmente

La cultura è un bene dell'umanità (fantomasping@libero.it)

accoppiate a costituire un unico apparecchio trifase equilibrato, in tal caso l'assenza del filo neutro non viene nemmeno avvertita perché in regime equilibrato tutti i centri stella sono già di per sé tanti punti equipotenziali.

Relazioni fra tensione e correnti nei sistemi trifasi a triangolo.

Consideriamo tre impedenze Z_1; Z_2; Z_3, inserite a triangolo in un circuito trifase come in figura, (fig. 97); cioè la fine della prima impedenza con il principio della seconda, la fine di questa col principio della terza e la fine di quest'ultima con il principio della prima.

Le tre impedenze risultano pertanto soggette rispettivamente alle tre tensioni V_{12}, V_{23}, V_{31} e cioè nel collegamento a triangolo le tensioni di fase coincidono con le tensioni di linea, cioè con le tensioni concatenate. Queste tre tensioni sono perciò rappresentate dai lati di un triangolo, il cui baricentro O corrisponde al centro ideale che può eventualmente realizzarsi, come è noto, derivando tra i fili, una stella di resistenze identiche.

Se il sistema è simmetrico, il triangolo delle tensioni risulta equilatero, diversamente può avere una forma qualunque.

Siano Z_1, Z_2, Z_3 le impedenze delle singole fasi, queste risultano attraversate rispettivamente dalle tre correnti I_1, I_2, I_3 che restano determinate dalle relazioni:

$$I_1 = \frac{V_{12}}{Z_1};$$

$$I_2 = \frac{V_{23}}{Z_2};$$

$$I_3 = \frac{V_{31}}{Z_3};$$

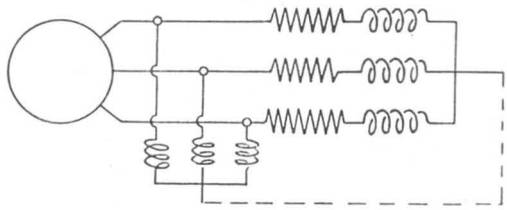


Fig. 96

queste correnti di fase sono sfasate rispetto alle relative tensioni degli angoli φ_1, φ_2, φ_3, le cui tangenti sono date da:

$$tag\ \varphi_1 = \frac{X_1}{R_1};$$

$$tag\ \varphi_2 = \frac{X_2}{R_2};$$

$$tag\ \varphi_3 = \frac{X_3}{R_3}.$$

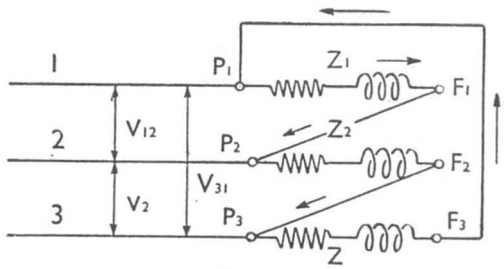


Fig 97

La cultura è un bene dell'umanità (fantomasping@libero.it)

Ora per determinare le tre correnti I_A, I_B, I_C, sui tre fili di linea, basta applicare il primo principio di Kirchoff ai tre nodi del triangolo P_1, P_2, P_3.

Si ha allora:

$$\bar{I}_A = \bar{I}_1 - \bar{I}_3;$$

$$\bar{I}_B = \bar{I}_2 - \bar{I}_1;$$

$$\bar{I}_C = \bar{I}_3 - \bar{I}_2.$$

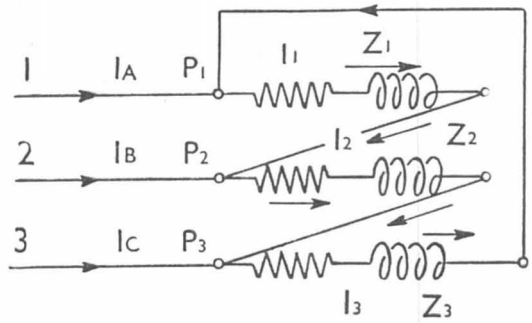


Fig. 98

Si conclude che le tre correnti di linea corrispondono ordinatamente alle differenze vettoriali fra le correnti di fase che interessano i nodi consecutivi del triangolo, (fig. 99).

In particolare se le tre correnti di fase sono tutte uguali fra loro ed egualmente sfasate rispetto alle relative tensioni concatenate, il sistema si dice simmetrico ed equilibrato ed il valore della corrente di linea si ottiene:

$$I_A = 2I_1 \cos 30$$

ossia:

$$I_A = I_1 \cdot \sqrt{3}.$$

Quindi le correnti di linea sono uguali a $\sqrt{3}$ volte la corrente di fase. La tensione di linea è uguale alla tensione di fase.

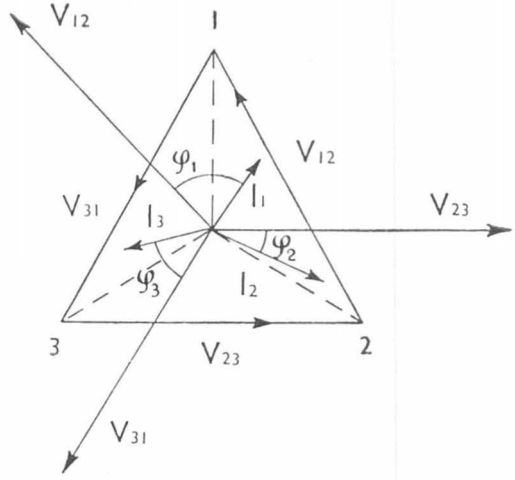


Fig. 99

La cultura è un bene dell'umanità (fantomasping@libero.it)

PARTE V

NOZIONI DI MISURE ELETTRICHE

Principi ed artifici fondamentali che si sfruttano nella costituzione delle principali categorie di apparecchi di misura.

Nella maggior parte dei casi, negli apparecchi di misura elettrici, (indicatori) la grandezza elettrica da determinare, origina, in modo più o meno diretto, una coppia, la quale, in quanto si esplica sull'equipaggio mobile dello strumento, ne provoca la deviazione di solito sotto forma di spostamento angolare.

Dall'entità della deviazione si risale a quella della grandezza elettrica che l'ha provocata.

Prima di esaminare la costituzione degli equipaggi mobili e di studiare attraverso quali processi la grandezza elettrica da misurare origini in essi delle coppie, esaminiamo succintamente con quali mezzi, in pratica, si determini il loro spostamento angolare, mezzi che sono applicabili a quasi tutte le categorie di strumenti.

Il mezzo più semplice per determinare lo spostamento angolare è quello di rendere solidale con l'equipaggio mobile un indice rigido, ad esempio metallico, l'estremità del quale venga a muoversi in prossimità di una graduazione, costituente la scala dell'apparecchio.

Di solito tale indice è contrappesato da una piccola massa spostabile all'atto della messa a punto dell'apparecchio e che vale ad annullare, per qualsiasi posizione dell'indice la coppia originata dal peso dell'indice stesso, (fig. 100).

Tali indici possono essere sagomati a freccie in apparecchi di minore precisione, a coltello (come in fig. 101), con i quali è possibile eliminare l'errore di parallasse, che può verificarsi quando la visuale dell'osservatore non è normale alla punta dell'indice ed a quella della scala.

La cultura è un bene dell'umanità (fantomasping@libero.it)

Quindi gli strumenti con indici a coltello offrono una maggior precisione nella lettura; spesso inoltre in tali strumenti si suole disporre, immediatamente al di sotto della graduazione, una striscia speculare che segue l'andamento della graduazione.

Per eliminare l'errore di parallasse basta conseguire il risultato che il coltello copra la propria immagine sulla superficie speculare.

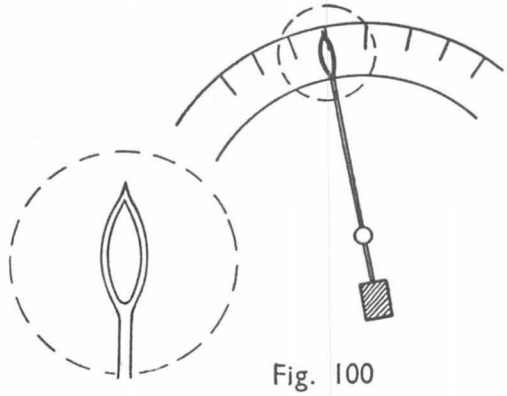


Fig. 100

Altra realizzazione consiste in un sottile filo teso, che costituisce il coltello, della disposizione precedente come in figura, (fig. 102).

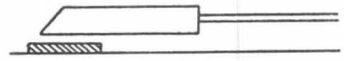


Fig. 101

È evidente che maggiore è la lunghezza dell'indice, maggiore sarà la sensibilità di uno strumento in quanto ad un minimo spostamento angolare corrisponde in tal caso una rilevabile elongazione su una scala.

Ma indici meccanici molto lunghi offrono inconvenienti pratici, quali il loro peso, la possibilità di inflettersi e di andare in contatto con la graduazione ecc.

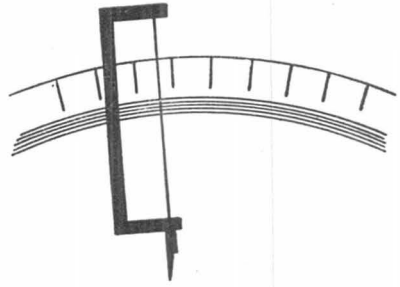


Fig. 102

In apparecchi molto sensibili tali indi ci vengono realizzati mediante un raggio luminoso e le disposizioni in tal senso attuabili sono sostanzialmente due, si può procedere per riflessione o per proiezione, (vedi galvanometro).

Col primo sistema, solidale con l'asse dell'equipaggio mobile è uno specchietto (circolare), piano, il quale riflette l'immagine di una scala lineare graduata antistante e posta a distanza dall'apparecchio variabile a seconda della sensibilità desiderata, (fig. 103).

L'osservazione dell'immagine della scala riflessa dallo specchietto *S* viene compiuta a mezzo di un cannocchiale munito di reticolo posto sopra la scala.

Tale metodo ha l'inconveniente di tenere l'osservatore con l'occhio vincolato al cannocchiale.

La cultura è un bene dell'umanità (fantomasping@libero.it)

Col secondo sistema, a proiezione, si ha che con l'asse dell'equipaggio mobile è solidale uno specchietto concavo che proietta l'immagine reale di una finestrella illuminata da una lampada racchiusa nella custodia su cui è ricavata la finestrella stessa, su una scala traslucida graduata, come in figura (fig. 104); tale finestrella presenta un vetro opalino o smerigliato con un solco opaco verticale.

L'immagine che si ottiene sulla scala è costituita da un dischetto luminoso attraversato da una sottile linea oscura, in corrispondenza della quale si fa la lettura.

Sfruttando poi tali due principi si sono ottenute varie realizzazioni pratiche per avere indici ottici su apparecchi molto sensibili.

Con riferimento alle graduazioni (scale) su cui si muovono tali indici, queste possono essere di vari tipi:

— uniforme, cioè in essa la lettura si intende proporzionale alla grandezza da misurare e ad eguali incrementi di quest'ultima corrispondono eguali incrementi di spostamento angolare dell'indice, (fig. 105);

— quadratica, cioè in essa lo spostamento angolare dell'equipaggio mobile risulta proporzionale al quadrato della grandezza da misurare, (fig. 105b);

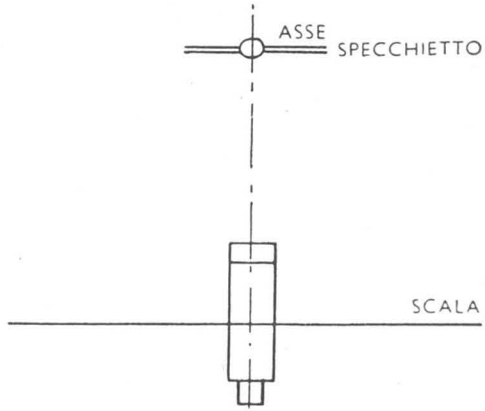


Fig. 103

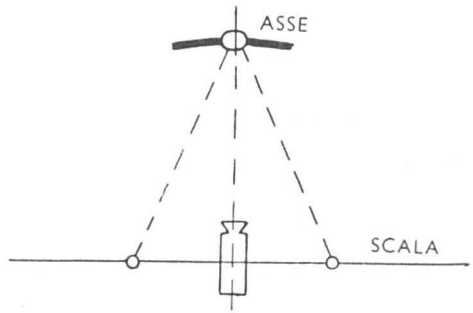
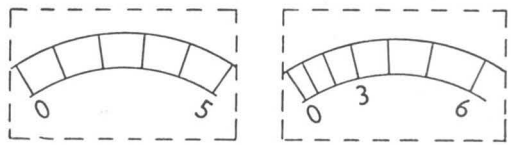


Fig. 104



a b
Fig. 105

La cultura è un bene dell'umanità (fantomasping@libero.it)

— scala allargata al centro o scala allargata all'inizio come in alcuni apparecchi indicatori da quadro, (fig. 106);

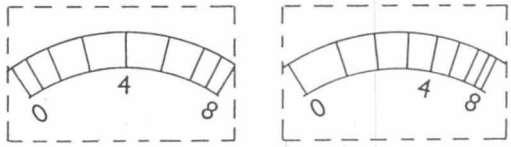


Fig. 106

— scale a zero centrale che si usano in quegli apparecchi nei quali la coppia e quindi la grandezza da misurare può esplicarsi tanto in un senso quanto nell'altro, (fig. 107).

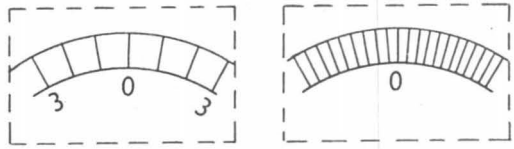


Fig. 107

Caratteristico il tipo a graduazione molto ristretta intorno allo zero che si riscontra in quegli apparecchi (galvanometri) i quali, più che a dare la misura di una determinata grandezza, vengono adibiti a rilevare che la grandezza stessa, abbia in determinate condizioni, il valore nullo;

— ticoniche, per apparecchi di grande precisione e che consente l'apprezzamento della frazione di divisione, (fig. 108);

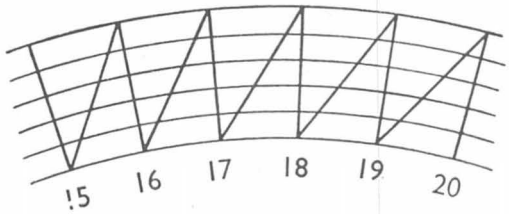


Fig. 108

— a profilo, per apparecchi indicatori da quadro con configurazione curva e piana come in figura, (fig. 109).

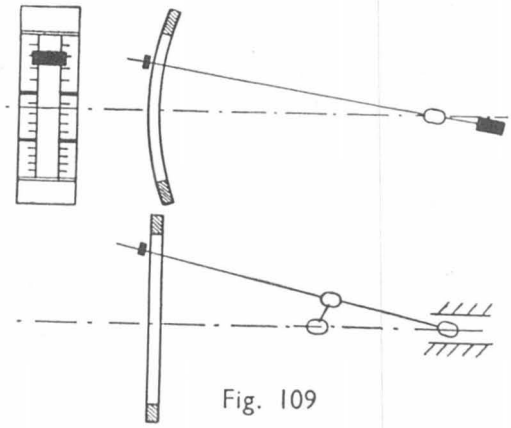


Fig. 109

Esaminati gli indici e le scale, altro elemento importante di un apparecchio è l'equipaggio mobile. A tal fine è bene notare subito che nei casi di gran lunga più importanti e più frequenti della pratica, l'equipaggio mobile è costituito da una bobina di forma rettangolare o circolare avvolta con un certo numero di spire ed attraverso la quale deve passare una determinata corrente, da ciò la necessità di un doppio at-

La cultura è un bene dell'umanità (fantomasping@libero.it)

tacco elettrico con l'esterno, corrispondente alle due estremità dell'avvolgimento. Inoltre in quanto su tale equipaggio si esercita una coppia, questo deve ruotare intorno ad un asse di rotazione; inoltre su tale equipaggio deve agire una coppia elastica suscettibile di equilibrare la coppia motrice.

Una risoluzione pratica è il montaggio dell'equipaggio mobile su perni e l'adozione di spirali elastiche del tipo di quelle degli orologi che consentono la creazione della coppia di reazione e contemporaneamente il collegamento elettrico con l'esterno come in figura, (fig. 110).

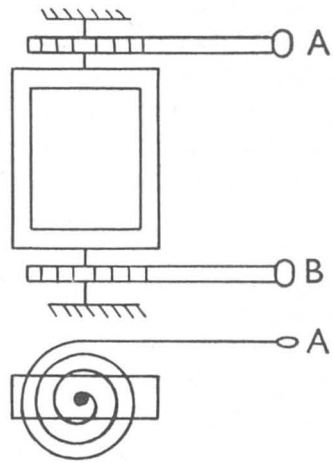


Fig. 110

Generalmente l'avvolgimento delle bobine costituenti l'equipaggio mobile è realizzato molto spesso con filo di alluminio, il quale ha il vantaggio sul rame, di condurre, a parità di condizioni, ad un minor peso complessivo dell'equipaggio stesso e quindi ad una riduzione degli attriti dei perni sui relativi supporti.

Solo per avvolgimenti da realizzare con fili molto sottili, essendo difficile trafilare l'alluminio con sezioni inferiori ad un certo limite, si ricorre al rame. Il supporto dell'avvolgimento può essere costituito da un telaietto di alluminio, oppure mancare in quanto l'avvolgimento stesso viene reso compatto con l'applicazione di apposite vernici. I perni sono normalmente costituiti in acciaio duro, al tungsteno, accuratamente lavorati, con le parti estreme a superficie conica e le punte a forma sferica con raggio di curvatura commisurato al peso dello equipaggio mobile.

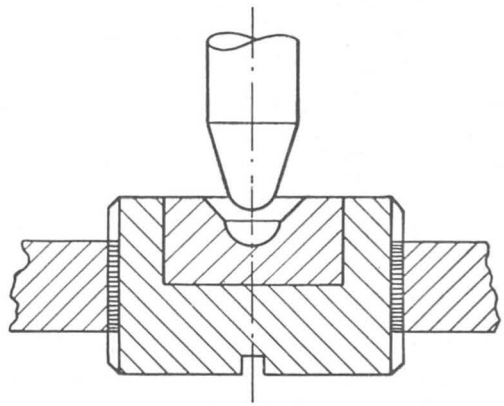


Fig. 111

I supporti anche essi accuratamente lavorati sono costituiti da pietre dure, quali agate, rubini, zaffiri, incastonate in un pezzo metallico filettato, aggiustando la posizione del quale è possibile regolare il gioco, (fig. 111).

Le molle sono realizzate in bronzo fosforoso, in modo che il modulo di elasti-

La cultura è un bene dell'umanità (fantomasping@libero.it)

cità si mantenga pressoché costante al variare della temperatura ed evitare per quanto possibile il fenomeno di arrotolamento o srotolamento delle stesse per cui l'indice, allo stato di riposo, varierebbe, anche se di poco la propria posizione.

Naturalmente la realizzazione di un asse di rotazione per un equipaggio mobile può essere effettuata anche come in figura, (fig. 112), cioè oltre che a perni, a sospensione, a filo teso. In tali casi si usa un nastrino o filo di bronzo fosforoso.

È inoltre da rilevare che negli strumenti di misura, si cerca di evitare che la posizione di equilibrio dell'equipaggio mobile, allorché viene sollecitato da una coppia motrice e da una coppia di reazione elastica, venga raggiunta dopo una serie più o meno lunga di oscillazioni, a tutto svantaggio della rapidità delle misure.

Per tale motivo gli strumenti vengono dotati di un elemento smorzatore tale che durante il movimento del sistema mobile, si generano per effetto del movimento stesso, delle resistenze dette di smorzamento.

Queste resistenze, per non influenzare i risultati delle misure, devono dipendere esclusivamente dalla velocità del sistema e ridursi a zero quando, in prossimità della posizione di equilibrio, la velocità tende ad annullarsi.

Per ogni strumento esiste un valore di smorzamento (detto critico) che consente di raggiungere nel minor tempo possibile la posizione di equilibrio dell'equipaggio mobile.

Le realizzazioni alle quali i costruttori ricorrono più spesso prevedono l'adozione di smorzatori

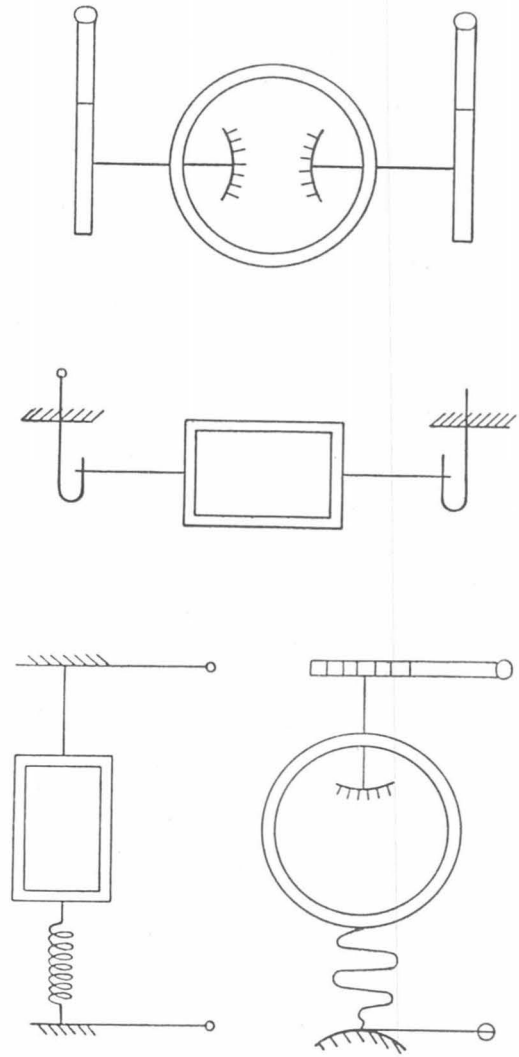


Fig. 112

La cultura è un bene dell'umanità (fantomasping@libero.it)

elettromagnetici, basati nel noto effetto, o ad aria. Con quest'ultimi la coppia smorzante viene ottenuta sostanzialmente rendendo solidale con l'asse dell'equipaggio mobile una leggera appendice, di regola d'alluminio, di forma e configurazione appropriata, la quale viene a muoversi con piccolo gioco in una camera a tenuta, onde si esplica su di essa, in quanto dotata di una certa velocità, una forza e quindi una coppia che contrasta il moto, come in figura, (fig. 113).

Strumenti di misura - Galvanometro a magnete permanente e bobina mobile (Deprez - D'arsonval).

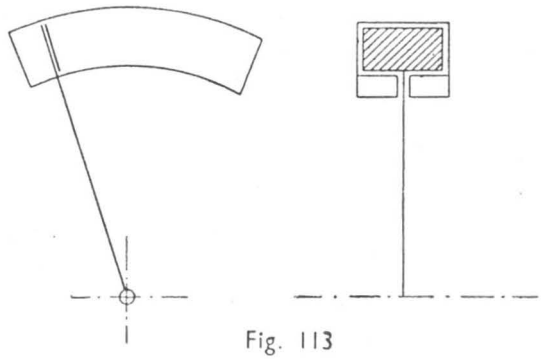


Fig. 113

Esaminiamo ora il funzionamento di un galvanometro a corrente continua (indicatore di corrente).

L'equipaggio mobile di tale strumento è formato da una bobinetta, di solito di forma rettangolare, realizzata di regola con filo di alluminio (o eventualmente di rame) e montata meccanicamente, con uno qualsiasi dei sistemi già esaminati. I lati attivi di tale bobinetta, vengono a trovarsi in un campo magnetico intenso, creato di solito per mezzo di un magnete permanente (acciaio al cromo o al tungsteno) avente le estremità polari (N. S.) sagomate in modo particolare (a superficie cilindrica circolare con l'asse coincidente con quello di rotazione della bobinetta e reso sensibilmente uniforme e radiale con l'ausilio di un nucleo magnetico cilindrico (nucleo egualizzatore), (fig. 114).

Così nell'intraferro si riesce ad ottenere un'induzione B praticamente costante in tutti i punti in cui si muove la bobina e di direzione sempre normale a quella del moto della bobina.

Se si suppone di inviare una corrente continua di intensità I, attraverso la bobinetta costituita di N. spire, con i lati attivi di lunghezza l, allora si manifesta una coppia di natura elettromagnetica il cui valore è dato:

$C_m = 2\,(B\,N\,I\,l\,\frac{d}{2})$ dove $d =$ diametro della bobina.

Indicando con $S = ld$, la superficie della bobina si ha:

$$C = B\,N\,S\,I$$

La cultura è un bene dell'umanità (fantomasping@libero.it)

e cioè essendo B, N, S grandezze costanti per un determinato strumento si ha:

$$C = KI.$$

Per effetto della torsione del filo di sospensione si genera una coppia resistente il cui valore è proporzionale all'angolo di deviazione della bobina, al modulo di elasticità del materiale del filo, ed al suo momento d'inerzia per cui:

$$Cr = \mu \frac{d^4}{l} \delta = K_1 \delta.$$

La bobina sollecitata a muoversi sotto l'azione della coppia motrice C_m, si fermerà quando detta coppia è equilibrata dalla coppia antagonista C_r, ossia $BSNI = K_1\delta$; da questa espressione si ricava:

$$I = \frac{K_1}{BSN} \delta;$$

cioè:

$$I = K\delta.$$

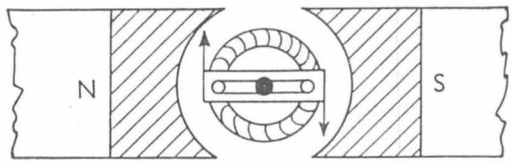


Fig. 114

Si chiama generalmente costante del galvanometro, la corrente necessaria a produrre la deviazione di *una* parte.

In tale galvanometro lo smorzamento del sistema mobile è dovuto alla corrente che si induce nella bobina per effetto della variazione del flusso cui, durante il movimento, è soggetta. Infatti si ha che: per la legge di Lenz l'effetto della corrente indotta è quello di opporsi alla causa che l'ha generata e la sua intensità è tanto maggiore quanto più rapido il movimento della bobina e quindi tanto maggiore sarà allora la resistenza al moto che questa corrente oppone.

Invece quando la bobina tende a fermarsi la corrente indotta si annulla gradualmente permettendo così al sistema mobile di raggiungere la posizione di equilibrio.

Nel galvanometro le sollecitazioni della bobina sono inoltre anche smorzate dalle correnti indotte nel telaietto di alluminio su cui è avvolta la bobina.

Amperometri.

Dopo quanto si è detto per un galvanometro, è evidente che se la scala dello strumento è tarata in Ampère, lo stesso ci permette di misurare direttamente l'intensità di corrente e cioè si trasforma in un amperometro.

Vediamo ora succintamente le varie realizzazioni di tali strumenti ed i loro principi di funzionamento.

La cultura è un bene dell'umanità (fantomasping@libero.it)

Come apparecchi per la misura dell'intensità della corrente che percorre un dato circuito, questi si inseriscono in serie nel circuito stesso in modo da essere attraversati da tutta la corrente o da una ben determinata frazione di essa.

La loro resistenza interna (resistenza propria dello strumento) deve essere praticamente trascurabile rispetto a quella del circuito nel quale vengono inseriti, altrimenti la loro inserzione verrebbe ad alterare sostanzialmente la resistenza del circuito e quindi lo stato di regime della corrente che si vuol misurare.

Essendo piccola la resistenza interna degli amperometri, risulta pure assai limitato il loro consumo.

Gli amperometri si possono distinguere in tre categorie:

1 — Amperometri per sola corrente continua;

2 — Amperometri per corrente continua e alternata;

3 — Amperometri per sola corrente alternata.

Amperometri per sola corrente continua.

Appartengono a questa categoria, gli amperometri a magnete permanente ed a bobina mobile (detti anche amperometri tipo Weston). La loro costituzione ed il principio di funzionamento in nulla differisce da quanto si è detto sopra per i galvanometri.

La bobina è montata su pernetti di acciaio, coassiali con l'asse del nucleo cilindrico; i perni appoggiano su piccoli supporti di pietre dure. La corrente alla bobina è condotta dalle stesse molle di bronzo a spirale che costituiscono la coppia di reazione elastica. La deviazione della bobina è indicata su una scala graduata, mediante un indice di alluminio, fissato sull'asse della bobina; per tipi di precisione l'indice è a coltello e con scala provvista di superficie speculare per eliminare errori di parallasse nelle letture.

Per ogni posizione di equilibrio dell'equipqggio mobile si ha:

$$KI = K_t \delta$$

da cui:

$$I = \frac{K_t}{K} \delta$$

cioè:

$$I = K^0 \delta$$

dove:

$$K^0 = \frac{K_t}{K}.$$

La cultura è un bene dell'umanità (fantomasping@libero.it)

Quindi sulla scala, graduata in ampère, si legge direttamente il valore dell'intensità di corrente.

In questi apparecchi, le divisioni della scala risultano uguali e corrispondono ciascuna ad un numero o frazione fissa di ampère. Sono strumenti a scala uniforme.

Si chiama costante dello strumento, il numero o frazione di ampère che corrisponde ad una divisione della scala. (Se la scala è divisa in 150 parti e la portata dello strumento è 0,15A):

$$K^0 = \frac{0{,}15}{150} = 0{,}001\ A = \text{costante (1 mm. } A\text{./parte)}.$$

Negli strumenti considerati il senso di rotazione della bobina e quindi dell'indice, si inverte se cambia il senso della corrente nella bobina; pertanto se si vogliono misurare correnti continue che possono in un dato circuito invertirsi di senso, gli strumenti del tipo considerato, hanno lo zero nel mezzo della scala.

Il costruttore distingue perciò con i due segni + e —, i due morsetti di ciascun strumento; il morsetto + è quello secondo cui la corrente del circuito deve entrare nella bobina, perché l'indice si sposti nella direzione giusta.

Gli amperometri in questione possono servire direttamente soltanto alla misura di correnti molto piccole. La corrente da misurare viene addotta all'equipaggio mobile, attraverso le molle che realizzano la coppia di reazione elastica e che per una maggiore sensibilità dello strumento presentano sezioni molto piccole, per cui al passaggio della corrente, si riscaldano per effetto joule. Di conseguenza se la corrente e quindi l'effetto joule è sensibile varierebbero le caratteristiche elastiche delle molle e quindi il modulo di elasticità delle stesse, per cui la coppia di reazione elastica sarebbe funzione oltreché dell'angolo di rotazione anche della corrente. Si evita ciò e contemporaneamente si aumenta la portata dell'amperometro con l'impiego di shunt. In tal caso si viene a variare la costante dello strumento e questa nuova costante si determina moltiplicando la costante propria K^0 dell'amperometro per la costante di shunt $\frac{Rs}{Ra+Rs}$, come già esaminato in altra parte del corso, e dove Rs è la resistenza interna dell'amperometro.

Amperometri per corrente continua e alternata.

Tali strumenti sono essenzialmente basati sui tre seguenti principi:

1 — azione elettromagnetica della corrente (apparecchi a ferro mobile);

2 — azione elettrodinamica tra correnti (amperometri elettrodinamici);

3 — azione termica della corrente (amperometri termici).

La cultura è un bene dell'umanità (fantomasping@libero.it)

Gli amperometri a ferro mobile, che sfruttano l'azione elettromagnetica della corrente, presentano costituzioni più o meno diverse.

In una di esse lo strumento è costituito da un solenoide di filo più o meno grosso, che viene percorso dalla corrente I che si vuol misurare; nell'interno del solenoide si trovano due elementi cilindrici di ferro dolce. Uno di questi è fisso, l'altro è solidale con l'asse di rotazione al quale è fissato l'indice dello strumento, (fig. 115).

Al passaggio della corrente nel solenoide, i due elementi di ferro, magnetizzandosi nello stesso senso, si respingono; l'elemento mobile è costretto a spostarsi facendo ruotare l'indice intorno all'asse. La coppia motrice che sollecita lo strumento dipende dal prodotto dei valori dell'induzione che si ha nei due elementi di ferro magnetizzati; poiché questa (induzione) dipende dalla corrente che circola nel solenoide, così la coppia risulta dipendente dal quadrato della corrente da misurare. Se la bobina è percorsa da corrente alternata, la coppia motrice risulta variabile ad ogni istante in dipendenza dei quadrati dei valori che ad ogni istante assume la corrente. Alle frequenze industriali il sistema mobile non può seguire tutte le variazioni della coppia che lo sollecita ed assume quindi una posizione di equilibrio che dipende dal valore medio della coppia ossia dal quadrato del valore efficace della corrente.

Alla coppia motrice che sollecita così la parte mobile dell'apparecchio, si oppone la coppia resistente esercitata da una molla.

Gli strumenti a ferro mobile vengono tarati tutti empiricamente, cioè per confronto con apparecchi di altro tipo. Questi strumenti sono molto diffusi nella pratica industriale per la loro grande semplicità e robustezza e per il loro costo limitato.

Altra forma costruttiva adottata, è quella ad *azione succhiante*.

In genere il solenoide percorso dalla corrente da misurare, è di forma appiattita e l'equipaggio mobile è costituito da una laminetta piana, di ferro al nichel, solidale al perno su cui è posto l'indice, (fig. 116).

Il campo magnetico creato dalla corrente da misurare, magnetizza la laminetta e l'attrae con una forza proporzionale all'intensità di campo e quindi alla corrente che lo crea.

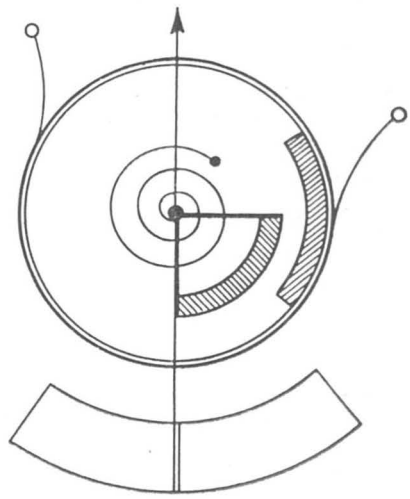


Fig. 115

La cultura è un bene dell'umanità (fantomasping@libero.it)

Amperometri elettrodinamici.

Questi apparecchi sono basati sulle azioni elettrodinamiche che si esercitano fra le correnti. Abbiamo già parlato del loro principio di funzionamento. Constano in generale di una bobina fissa e di una bobina mobile. Questa è realizzata e montata come già accennato in precedenza parlando degli strumenti.

Imperniata su pietre dure, riceve la corrente per mezzo di molle a spirale. Al circuito le due bobine possono essere inserite tra loro in serie o in parallelo. Se trattasi di misurare correnti deboli, la bobina fissa e mobile sono inserite in serie nel circuito di misura (fig. 118). Se trattasi di misurare correnti notevoli, la bobina mobile è posta in derivazione sulla bobina fissa, (fig. 117).

In tal modo la corrente nella bobina mobile, avendo questa una resistenza elettrica assai maggiore della bobina fissa, è una piccola frazione della corrente totale del circuito, e quindi tale da non alterare le caratteristiche elastiche delle molle stesse.

Consideriamo ora un amperometro in corrente continua, con le due bobine in serie. Richiamando quanto già detto sulle azioni elettrodinamiche relative a due conduttori percorsi dalla stessa corrente I, si eserciterà sull'equipaggio mobile una coppia proporzionale al quadrato della corrente stessa:

$$C = KI_f \cdot I_m = KI^2.$$

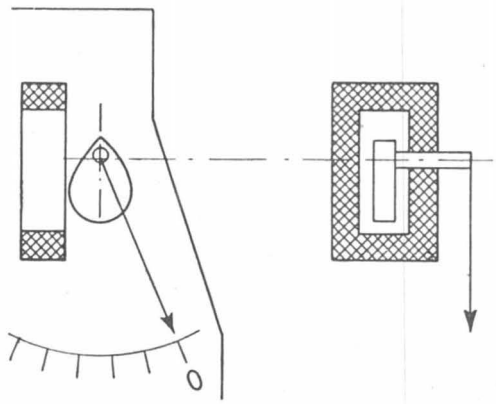


Fig. 116

Se la corrente poi è alternativa sinusoidale, la coppia sarà proporzionale al quadrato del valore efficace della corrente. Infatti indicato con i_f il valore istantaneo della corrente nella bobina fissa e con i_m, il valore istantaneo della corrente nella bobina mobile, il valore istantaneo della coppia sarà:

$$C = K\, i_f\, i_m;$$

poiché:

$$i_f = I_{Mf}\ sen\ \omega t$$

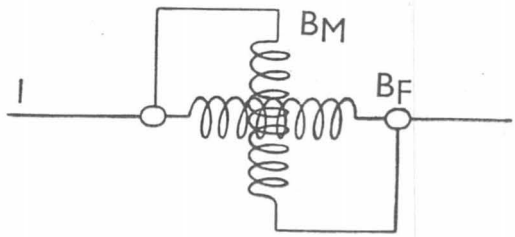


Fig. 117

La cultura è un bene dell'umanità (fantomasping@libero.it)

ed:

$$i_m = I_{Mm} \; sen \; \omega t$$

si ha ricordando che:

$$sen \, \alpha \cdot sen \; = \frac{1}{2} \; cos \, (\alpha - \beta) - \frac{1}{2} (\alpha + \beta)$$

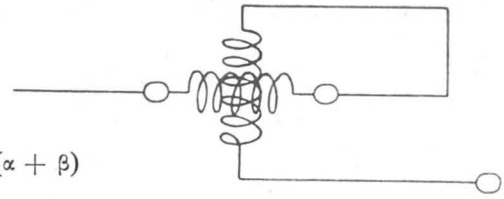


Fig. 118

dove nel nostro caso:

$$\alpha = \omega t \; ; \beta = \omega t$$

$$C = I_{Mf} \; sen \; \omega t \cdot I_{Mm} \; sen \; \omega t = \frac{I_{Mf} \, I_{Mm}}{2} \; cos \, (\omega t - \omega t) - \frac{I_{Mf} \, I_{Mm}}{2} \; cos \, (\omega t + \omega t) =$$

$$= \frac{I_{Mf} \cdot I_{Mm}}{2} \cdot 1 - \frac{I_{Mf} \cdot I_{Mm}}{2} \; (cos \; 2\omega t).$$

Pertanto il valore istantaneo della coppia risulta costituito da un termine costante

$$\left(\frac{I_{Mf} \cdot I_{Mm}}{2} \right)$$

e da un termine sinusoidale di frequenza doppia il cui valore medio, nell'intervallo di tempo uguale ad un periodo è nullo.

L'equipaggio mobile è dimensionato in modo da non poter eseguire le escursioni dovute a questa coppia alternativa. Pertanto la coppia che registra lo strumento è data da:

$$C = K \frac{I_{Mf} \cdot I_{Mm}}{2}$$

essendo inoltre:

$$I_M = \sqrt{2I},$$

dove I rappresenta il valore efficace della corrente, si ha sostituendo, e tenendo conto anche che le correnti nelle due bobine, fissa e mobile, sono uguali in quanto entrambi in serie sul circuito sotto misura si ha: $C = KI^2$

Consideriamo ora il caso in cui le due bobine sono inserite in parallelo, rispetto al circuito sotto misura.

La cultura è un bene dell'umanità (fantomasping@libero.it)

Se l'amperometro è impiegato in corrente continua si ha:

$$I_f = \frac{R_m}{R_f + R_m} I; \quad I_m = \frac{R_f}{R_f + R_m} I$$

dove i simboli f ed m indicano le grandezze elettriche relative alla bobina fissa e rispettivamente a quella mobile ed I il valore della corrente del circuito. Pertanto anche in tal caso la coppia sarà determinata da:

$$C = K I_f \cdot I_m$$

e tenendo conto delle relazioni sopra indicate di I_f e I_m si ha:

$$C = K \frac{R_f + R_m}{(R_f + R_m)^2} I^2 = K^0 I^2$$

e cioè anche in tal caso la coppia motrice dipende dal quadrato della corrente I che percorre il circuito di misura.

Nel caso di correnti alternative sinusoidali, se indichiamo con L_f e L_m, le induttanze rispettivamente della bobina fissa e della bobina mobile, e con V, la d. d. p. ai due nodi, allora i valori efficaci di I_f ed I_m nelle due bobine, saranno:

$$I_f = \frac{V}{\sqrt{R_f^2 + (\omega L_f)^2}} \quad I_m = \frac{V}{\sqrt{R_m^2 + (\omega L_m)^2}}$$

e le tangenti dei loro angoli di sfasamento rispetto alla tensione saranno definite da:

$$tg\, \varphi_f = \frac{\omega L_f}{R_f}; \quad tg\, \varphi_m = \frac{\omega L_m}{R_m}.$$

Affinché lo strumento, nel caso di bobine in parallelo, si comporti con correnti alternative in maniera analoga a quanto si è detto in corrente continua, è necessario che sia nullo lo sfasamento fra le correnti della bobina fissa e mobile, cioè $\varphi_f = \varphi_m$, per il che si deve avere:

$$\frac{\omega L_m}{R_m} = \frac{\omega L_f}{R_f}$$

La cultura è un bene dell'umanità (fantomasping@libero.it)

e cioè basterà dimensionare le resistenze R_m ed R_f in modo che:

$$\frac{R_m}{R_f} = \frac{L_m}{L_f}.$$

Solo quando è realizzata tale condizione e cioè le due correnti nelle due bobine non presentano tra loro alcun sfasamento, lo strumento da indicazioni proporzionali al valore efficace della corrente. In caso contrario, se indichiamo con φ l'angolo di sfasamento fra le correnti in parola si avrà una coppia data da:

$$C = K\, I_{Mf} \times I_{Mm} \cos \varphi;$$

cioè funzione anche dell'angolo di sfasamento tra le due correnti.

Siano infatti i_f ed i_m, le due correnti sfasate tra loro dell'angolo φ e cioè

$$i_f = I_{Mf} \operatorname{sen} \omega t \text{ ed } i_m = I_{Mm} \operatorname{sen} (\omega t + \varphi);$$

ricordando il prodotto di due grandezze alternative sinusoidali di eguale frequenza, l'espressione della coppia diverrà:

$$C = K\,[I_{Mf} \operatorname{sen} (\omega t + \varphi) \cdot I_{Mm} \operatorname{sen} \omega t],$$

da cui:

$$C = K \left\{ I_{Mf} \cdot I_{Mm} \left[\frac{1}{2} \cos (\omega t + \varphi - \omega t) - \frac{1}{2} \cos (\omega t + \omega t + \varphi) \right] \right\}$$

$$C = K \left\{ \frac{I_{Mf} \cdot I_{Mm}}{2} \cdot \cos \varphi - \frac{I_{Mf} + I_{Mm}}{2} \cdot \cos (2\omega t + \varphi) \right\}$$

da cui passando dai valori massimi ai valori efficaci, e tenendo conto che il valore medio del secondo termine, nell'intervallo di tempo uguale ad un periodo, è nullo, si ha:

$$C = K\, I_f \cdot I_m \cdot \cos \varphi,$$

cioè la coppia risulterà funzione anche dell'angolo di sfasamento.

Gli amperometri elettrodinamici, hanno in genere un consumo proprio assai forte. Sono influenzati da campi magnetici esterni e quindi

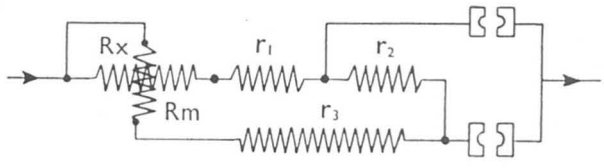


Fig. 119

La cultura è un bene dell'umanità (fantomasping@libero.it)

devono essere adoperati tenendoli lontani dai conduttori percorsi da forti intensità di corrente. Usati per correnti alternate, essi rappresentano i migliori strumenti di precisione.

Per variare la portata, in corrente alternata, in tali strumenti, si realizzano accorgimenti particolari quali quello in figura, (fig. 119) cioè con l'aggiunta di resistenze addizionali in manganina, in serie con le bobine.

Amperometri termici.

Tali strumenti sfruttano il fenomeno termico proprio della corrente, cioè quando un conduttore è percorso da corrente, si sviluppa in seno allo stesso, una certa quantità di calore, per ogni unità di tempo, determinata dalla legge di Joule:

$$q = RI^2$$

dove R rappresenta la resistenza del conduttore.

Pertanto durante l'intervallo di tempo dt, la quantità di calore che si sviluppa, in corrispondenza ad una corrente i, sarà:

$$dq = Ri^2\, dt.$$

Se la corrente è alternativa sinusoidale di periodo T, la quantità di calore sviluppata nell'unità di tempo sarà:

$$q = R\frac{1}{T}\int_o^T i^2 dt; \text{ ma } \frac{1}{T}\int_o^T i^2 dt$$

è per definizione, il quadrato del valore efficace della corrente, I^2; onde si potrà scrivere:

$$q = RI^2.$$

In genere gli amperometri termici sfruttano il fenomeno della dilatazione termica che subisce un corpo (filo) allorquando questo si riscalda. Poiché la sovraelevazione di temperatura del corpo è proporzionale alla quantità di calore:

$$q = K(T_2 - t_1)$$

e quindi alla corrente, e poiché l'allungamento unitario è proporzionale alla sovraelevazione di temperatura $\lambda = \alpha\ (T_2 - t_1)$ si ha che l'allungamento di un

La cultura è un bene dell'umanità (fantomasping@libero.it)

filo percorso da corrente è proporzionale al quadrato della corrente stessa.

Infatti:

$$RI_2 = K(T - t); \lambda = \alpha(T - t)$$

quindi:

$$\lambda = K^0 \cdot RI_2.$$

Una realizzazione pratica di tali strumenti, detti a filo caldo, può essere quella in figura, (fig. 120), in cui gli allungamenti del filo vengono trasmessi ad un indice scorrevole lungo una scala (naturalmente di tipo quadratico).

Altra realizzazione può essere a spirali bimetalliche come in figura, (fig. 121).

Tutti gli strumenti termici si prestano indifferentemente tanto alla misura di correnti continue come di correnti alternate ed in questo secondo caso, le loro indicazioni, sono indipendenti dalla forma e dalla frequenza delle correnti stesse.

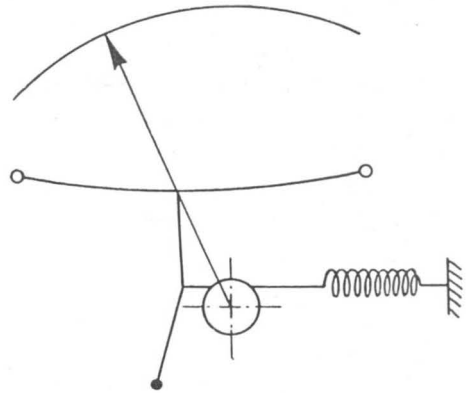


Fig. 120

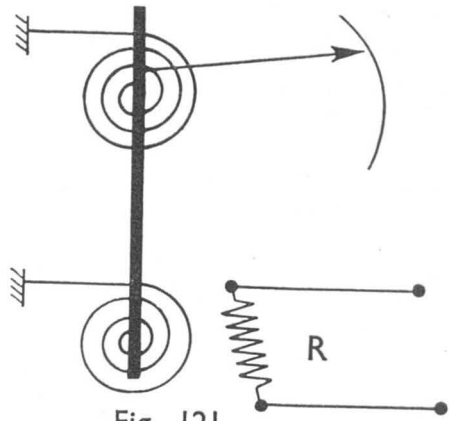


Fig. 121

Amperometri per sola corrente alternata.

Il funzionamento di questi amperometri è basato sul fenomeno dell'induzione e per tale motivo servono esclusivamente per correnti alternate.

Tralasciamo in questa sede lo studio, in realtà assai complesso, che riguarda la valutazione quantitativa della coppia agente nell'equipaggio mobile dello strumento (disco) e la legge con cui la coppia stessa varia al variare dei flussi e del loro sfasamento reciproco. Accenneremo soltanto al fatto che in genere l'equipaggio mobile è costituito da un semplice disco metallico molto leggero, di solito in alluminio con l'asse del quale è solidale l'indice *i*.

Una molla del tipo di quella in precedenza esaminata fornisce al complesso, la coppia di reazione elastica.

La cultura è un bene dell'umanità (fantomasping@libero.it)

In via di principio (la disposizione pratica è del tutto diversa) potremo qui supporre che la coppia motrice venga creata con l'ausilio di due elettromagneti distinti, indicati schematicamente in figura (fig. 122) e posti verso il bordo del disco.

Tali elettromagneti sono percorsi da correnti alternative sinusoidali, pertanto dalle loro espansioni polari, che debbono trovarsi molto vicine al disco stesso, senza naturalmente toccarlo, usciranno due flussi d'induzione alternativi sinusoidali della stessa frequenza, Φ_1 e Φ_2. Tali flussi investono ovviamente il disco e perciò suscitano in esso, delle correnti indotte le quali reagendo con i flussi induttori, originano precisamente la coppia motrice. In particolare nello studio di tale coppia si considera l'effetto dell'elettromagnete M_2 e quindi del flusso Φ_2 sulla corrente indotta in una spira del disco, passante sotto l'elettromagnete stesso e generata dal flusso dell'elettromagnete M_1 e viceversa.

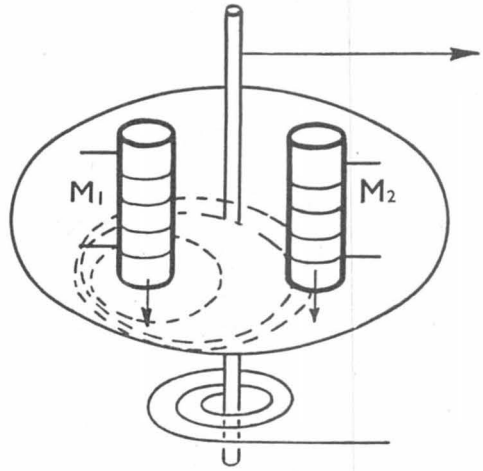


Fig. 122

Si ha che la coppia motrice assume un'espressione data da:

$$C = K\,\Phi_1\Phi_2\ sen\ \psi;$$

dove ψ è l'angolo di sfasamento tra i due flussi. Poiché in tali strumenti si fa in modo che gli elettromagneti non raggiungano la saturazione e quindi il flusso risulti proporzionale alla corrente, si ha che la coppia sarà funzione della corrente. Se poi la corrente che genera i due flussi è quella sotto misura, si comprende facilmente come tale strumento possa determinarla.

La cultura è un bene dell'umanità (fantomasping@libero.it)

PARTE VI

MISURA DIRETTA DELLE DIFFERENZE DI POTENZIALE

Voltmetri.

I voltmetri industriali possone essere divisi in due categorie:

1 — Voltmetri amperometrici: quelli in cui la misura della d. d. p. è ottenuta mediante una misura di intensità di corrente.

2 — Voltmetri elettrostatici: cioè quelli basati su azioni elettrostatiche.

Voltmetri amperometrici.

Ogni amperometro, opportunamente inserito in un circuito, può essere trasformato in voltmetro se si tiene presente il fatto che la corrente che lo attraversa determina una caduta di tensione pari al valore della corrente, per la resistenza interna dell'apparecchio, (fig. 123).

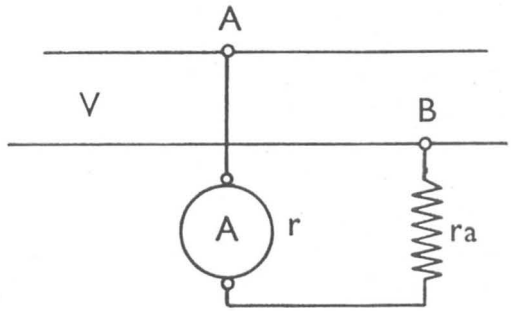


Fig. 123

Pertanto se r è la resistenza interna dell'amperometro, ed r_a, una resistenza addizionale, di valore molto elevato, in modo che all'atto dell'inserzione dello strumento non si alteri il regime elettrico del circuito sotto misura, si ha che la d. d. p. fra i punti AB, in cui è inserito l'apparecchio, è espressa:

$$V = i\,(r + r_a) = iR.$$

La cultura è un bene dell'umanità (fantomasping@libero.it)

Se c.è la costante dell'amperometro espressa in ampere per parte e δ il numero di divisioni di cui esso devia, per effetto della corrente i, avremo:

$$i = c\,\delta; \text{ e quindi: } V = c\,\delta\,R$$

indicando con:

$$K = cR; \text{ si ha } V = K\delta.$$

Tarando direttamente in volt la scala dell'apparecchio, si potrà avere, per lettura diretta, il valore della d. d. p. Lo strumento diventa quindi un voltmetro.

Si abbia ad esempio un amperometro con portata 30 $m\,A$, e 150 parti fondo scala, con una costante propria $C = 0{,}2\ mA$. per parte. Se la resistenza interna è $r = 2\,\Omega$ e se si aggiunge una resistenza addizionale $r_a = 998\,\Omega$, si ha che, come voltmetro, la costante dell'apparecchio diventa:

$$K = \frac{0{,}2}{1000}(2 + 998) : \frac{0{,}2}{1000} \times 1000 = 0.2 \text{ volt per parte}$$

(si è diviso la costante c per 1000, onde esprimerla in ampere per parte), quindi essendo 150 le parti, lo strumento si trasforma in voltmetro di portata 30 V.

Variando il valore della resistenza, si può variare a piacimento la portata del voltmetro. Così se la resistenza addizionale ha un valore di $98\,\Omega$, la costante dello strumento diventa 0,02 volt per parte, e la portata diventa $0{,}02 \times 150 = 3$ volt.

Nei voltmetri usati industrialmente come apparecchi indicatori da quadro, (cioè ad una sola portata) la resistenza addizionale è di solito interna all'apparecchio. Se usati come apparecchi di controllo, essi sono corredati da cassette di resistenza di valore opportuno che possono essere collegate in serie con il voltmetro, per mezzo di morsetti, oppure, tali resistenze, sono incorporate nello strumento.

La costanza nelle indicazioni di un voltmetro di questo tipo dipende dalla costanza della resistenza. Per rendere quanto più sia possibile costante la resistenza complessiva di un voltmetro, alle variazioni di temperatura, si fa in modo che la resistenza addizionale, oltre ad essere di valore elevato, venga costituita da un filo di manganina, il cui coefficiente di temperatura è piccolissimo.

Se si tratta di voltmetri per correnti alternate, allora bisogna tener conto dell'impedenza dell'apparecchio per cui la formula precedente $V = C\,R\,\delta$, diventa:

$$V = C\sqrt{R^2 + (\omega L)^2} \cdot \delta.$$

È quindi evidente che un voltmetro che possa servire tanto per correnti continue quanto per correnti alternate, in questo secondo caso darà indicazioni minori che nel primo, e la differenza fra le indicazioni sarà più sensibile quanto più ele-

La cultura è un bene dell'umanità (fantomasping@libero.it)

vata sarà la frequenza della corrente alternata. Tale errore sistematico può essere ridotto e reso trascurabile, riducendo al minimo possibile l'induttanza L in confronto alla resistenza R.

A questo scopo la resistenza addizionale è costituita da un filo isolato avvolto in doppio e così pure le eventuali resistenze addizionali per gli eventuali aumenti di portata dello strumento.

Dai vari tipi di amperometri già descritti derivano i corrispondenti tipi di voltmetri e cioè tipo Weston, a nucleo di ferro dolce, elettrodinamici, termici ad induzione. Per questi la variazione di portata, anzicné con resistenze addizionali, si realizza con trasformatore di tensione.

Voltmetri elettrostatici.

Abbiamo già constatato che la forza di attrazione fra due armature piane è definita da:

$$f = \frac{1}{2} \varepsilon \frac{V^2}{d^2} \cdot S;$$

da cui:

$$V = \sqrt{\frac{2fd^2}{\varepsilon S}}.$$

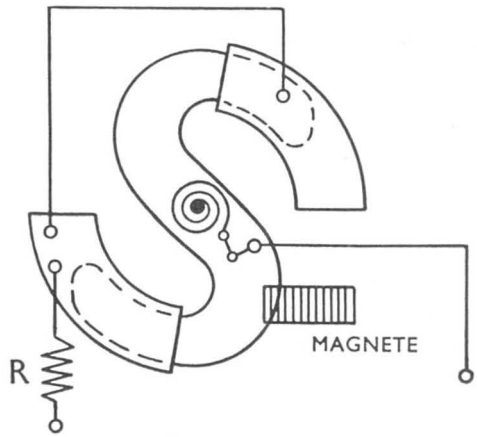


Fig. 124

Su tali relazioni sono basati i voltmetri elettrostatici. Questi voltmetri servono ugualmente bene, per correnti continue e alternate ed hanno la caratteristica fondamentale di non assorbire praticamente energia e quindi di non alterare il regime elettrico del circuito sotto misura.

Il voltmetro elettrostatico Kelvin, è costituito, come in figura, (fig. 124), da un ago di alluminio a forma di S, disposto verticalmente fra due quadranti fissi in ottone, connessi elettricamente ad uno dei morsetti dell'apparecchio. L'altro morsetto è collegato all'ago S, attraverso ad una molla spirale che serve a creare la coppia di reazione elastica. L'ago porta solidale un indice, che scorre sopra una scala graduata in volt, con taratura empirica. La resistenza R, in grafite, serve ad evitare guasti, in casi di corti circuiti per eventuali contatti fra l'ago ed i quadranti. Lo smorzamento è ottenuto facendo in modo che un lembo dell'ago si muova tra le espansioni polari di un magnete permanente.

La cultura è un bene dell'umanità (fantomasping@libero.it)

Misure di altissime tensioni con lo spinterometro.

Poiché la distanza massima alla quale avviene la scarica tra due elettrodi è, a parità di altre condizioni, dipendente dalla tensione applicata, si può, dalla misura di tale distanza, risalire al valore della tensione. Occorre osservare che la distanza a cui si verifica la scarica, dipende dalla forma degli elettrodi, dalla natura e dalle condizioni fisiche del mezzo interposto. Se inoltre si tratta di tensioni alternative, la distanza di scarica dipende dalla forma della curva della tensione.

In generale gli spinterometri usati a tale scopo hanno gli elettrodi costituiti da due sfere di eguale diametro. Il diametro sarà tanto maggiore quanto più grande è la tensione da misurare. La misura si effettua o con entrambe le sfere isolate, oppure con una isolata e l'altra a terra. Opportuni dispositivi, comandati a distanza, consentono di variare lentamente la distanza tra le sfere fino ad ottenere la scarica. Opportune tabelle, o curve di taratura, danno, in funzione della distanza e del diametro della sfera, la tensione in KV. a seconda che si tratti di spinterometro con sfere entrambe isolate ovvero con una a terra. Inoltre in tali tabelle, o curve, si deve tener conto della densità dell'aria funzione della pressione e temperatura. Le tabelle o curve sono definite per una densità dell'aria relativa a 25°C ed a $760^m/_m$ di mercurio.

La cultura è un bene dell'umanità (fantomasping@libero.it)

PARTE VII

MISURE DI RESISTENZA

Generalità.

Nel campo delle misure di resistenza è necessario fare, fin dall'inizio, una distinzione la quale ha delle notevoli ripercussioni sulla condotta delle prove; è cioè necessario stabilire se la resistenza di un determinato circuito vada determinata in quanto il circuito stesso sia destinato ad essere percorso da correnti continue ovvero da correnti alternative.

È infatti noto che genericamente parlando, la resistenza che un determinato circuito offre, allorquando è percorso da corrente alternativa, è maggiore di quella che lo stesso circuito presenta in corrente continua, a causa dell'induttanza propria; per cui nel campo delle correnti alternative si deve parlare di impedenza più che di resistenza.

Se però facciamo riferimento alla potenza reale dissipata nel circuito, allorquando questo è percorso sia da corrente continua che da corrente alternata si ha:

$$P = RI^2$$

(dove I rappresenta, in corrente alternata, il valore efficace di questa) per cui:

$$R = \frac{P}{I^2},$$

e se teniamo conto che:

$$P = RI^2 = VI,$$

La cultura è un bene dell'umanità (fantomasping@libero.it)

si ha anche:

$$R = \frac{V}{I}.$$

Se la misura può eseguirsi con corrente continua, il metodo a cui si fa luogo ricorrere, prende il nome di *metodo del voltmetro ed amperometro* e questo costituisce uno dei procedimenti più precisi e più generali, in quanto può indifferentemente applicarsi, con le dovute cautele, dai valori più bassi a quelli più elevati di resistenza.

Ridotto alla sua più semplice espressione, il metodo consiste nel misurare la differenza di potenziale V che si desta ai capi della resistenza incognita R, allorquando essa è percorsa da una corrente I.

Dalla lettura del voltmetro e dell'amperometro si avrà:

$$R_x = \frac{V}{I}.$$

Naturalmente gli schemi che possono realizzarsi sono quelli indicati in figura (fig. 125), e cioè con il voltmetro a valle dell'amperometro, o con il voltmetro a monte dell'amperometro.

In tutti e due i casi la misura però risulta affetta da un errore sistematico, del quale può in modo semplice, tenersi conto, se è il caso.

Così nello schema in cui il voltmetro è a valle dell'amperometro è chiaro che la corrente indicata dall'amperometro, non sarà esattamente quella che passa nella resistenza R_x, ma è la somma di questa più quella che assorbe il voltmetro derivato ai capi di R_x.

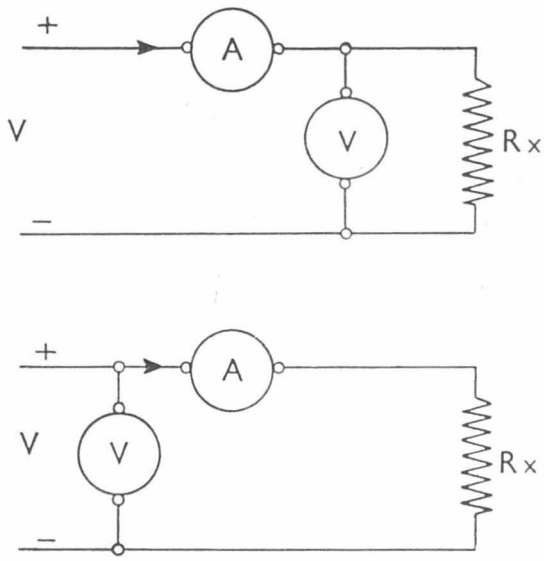


Fig. 125

Detta R_v, la resistenza interna del voltmetro ed I, la corrente segnata dall'amperometro, si ha che la corrente che passa attraverso la resistenza R_x è data:

$$I_{R_x} = I - \frac{V}{R_v}$$

La cultura è un bene dell'umanità (fantomasping@libero.it)

e quindi:

$$R_x = \frac{V}{I - \frac{V}{R_v}}.$$

Nel caso in cui il voltmetro è a monte dell'amperometro, si ha che la corrente segnata dall'amperometro stesso, è effettivamente quella che passa nella resistenza da determinare, invece la tensione segnata dal voltmetro è pari alla somma della caduta ohmica dell'amperometro ($Ra \cdot I$) e di quella della resistenza incognita ($R_x \cdot I$); è chiaro allora che:

$$R_x = \frac{V - R_a I}{I} = \frac{V}{I} - R_a.$$

Non può dirsi a priori quali dei due schemi indicati sia preferibile, ciò dipendendo sostanzialmente dall'entità della resistenza da misurare. Come regola generale converrà servirsi dello schema del voltmetro a valle dell'amperometro quando la resistenza R_x sia di piccolo valore, ciò in quanto le correnti in gioco saranno di regola ragguardevoli e quindi il termine correttivo $\frac{V}{R_v}$ che compare a denominatore risulterà piccolo in confronto alla I.

Nella realizzazione della misura con lo schema del volmetro a monte dell'amperometro, si va incontro ad una incertezza di altra natura, quella cioè che nella resistenza R_a dell'amperometro debbono intendersi conglobate le inevitabili resistenze di contatto, di non facile determinazione.

Se alla misura di resistenza deve procedersi con corrente alternativa sarà utile procedere col metodo wattmetrico.

Infatti il wattmetro misurerà la potenza dissipata $P = RI^2$ e se I è la corrente indicata dall'amperometro si avrà:

$$R_x = \frac{P}{I^2}.$$

Se la frequenza è quella industriale, la misura potrà essere eseguita comodamente con un wattmetro elettrodinamico, come nello schema in figura (fig. 126), e potrà tenersi conto anche dell'errore sistematico, dovuto al fatto che la potenza indicata dal wattmetro è comprensibile della potenza dissipata nella bobina voltmetrica del wattmetro stesso e di quella della bobina voltmetrica del voltmetro, il quale ultimo, ci consente di determinare tali errori.

La cultura è un bene dell'umanità (fantomasping@libero.it)

Infatti si ha:

$$P_{zx} = P_w - \frac{V^2}{R_{vw}} - \frac{V^2}{R_v};$$

dove P_w potenza letta al wattmetro; R_{vw} resistenza della bobina voltmetrica del wattmetro; R_v resistenza interna del voltmetro.

Quindi:

$$R_x = \frac{P_{zx}}{I^2_{zx}}.$$

Come già accennato all'inizio della presente trattazione la misura di una resistenza può essere effettuata anche con un metodo potenziometrico, con il metodo dei ponti, oppure può essere determinata direttamente con strumenti indicatori cioè, ohmetri.

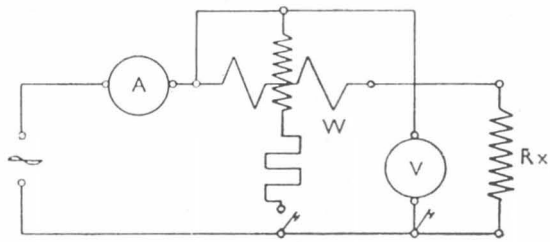


Fig. 126

Ohmetri.

Per misure di resistenza di carattere speditivo, sono largamente impiegati degli apparecchi, i cosiddetti ohmetri, i quali sono suscettibili di dare, con una sola lettura in corrispondenza di un indice, il valore di una resistenza incognita.

Ohmetri basati sulla legge di Ohm, sono destinati alla determinazione delle grandi resistenze e vengono detti anche misuratori di isolamento; con tali apparecchi con si raggiunge però che una approssimazione limitata.

Se si considera un circuito come quello in figura (fig. 127), comprendente una batteria a tensione nota e costante, un galvanometro di adeguata sensibilità, G, la resistenza incognita R_x ed una resistenza addizionale R_a, così proporzionata che, essendo R_x, nullo, il galvanometro G, vada in fondo scala, e ciò per un valore di corrente che lo attraversi:

$$I = \frac{E}{R_g + R_a};$$

è allora evidente che inserendo la R_x, la deviazione del galvanometro, percorso ora dalla corrente:

$$I = \frac{E}{R_g + R_a + R_x},$$

La cultura è un bene dell'umanità (fantomasping@libero.it)

dipenderà solo dalla resistenza inserita R_x e quindi sarà sempre possibile graduare la scala dell'apparecchio in Ohm, con che il dispositivo si trasforma senz'altro in ohmetro.

Si comprende subito a quale inconveniente si andrebbe incontro in un schema così realizzato, se mancasse il modo di aggiustare il complesso in guisa che esso segnasse correttamente i valori di resistenza, anche se la tensione della batteria con la quale il circuito viene alimentato, non avesse esattamente il valore voluto. Si rimedia facilmente alla deficienza con l'aggiunta di un tasto *t* destinato a cortocircuitare la resistenza R_x e munendo il galvanometro di un dispositivo regolabile che consenta di variarne la sensibilità; il dispositivo può essere all'atto pratico costituito da uno *shunt* regolabile derivato sul galvanometro, ovvero, più spesso, da uno shunt magnetico, pure regolabile, il quale consenta di agire direttamente sulla costante permanente del galvanometro.

La misura, con un complesso così fatto, procede allora nel modo seguente: si preme inizialmente il tasto *t*, in guisa da cortocircuitare la resistenza R_x e si regola poscia lo shunt (elettrico o magnetico) in guisa da fare al galvanometro la lettura *O* (fondo scala); ciò fatto il dispositivo è tarato e abbandonando il tasto *t*, con che si inserisce in circuito la resistenza incognita, l'indice del galvanometro ci indica senz'altro nella sua posizione finale di equilibrio, il valore della resistenza incognita stessa, ove naturalmente si sia provveduto a graduare convenientemente la scala dell'apparecchio.

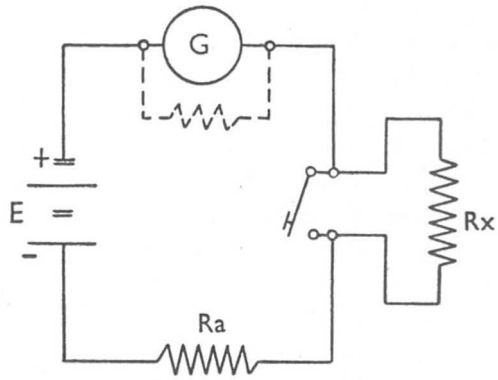


Fig. 127

Nella pratica peraltro non si ricorre volentieri a batterie di pile per l'alimentazione di dispositivi del genere, attesi gli inconvenienti di indole pratica che esse notoriamente hanno; si preferisce spesso sostituirle con un piccola dinamo *D*, alla quale si comunica il movimento per mezzo di una manovella *m* collegata al rotore attraverso un sistema di ruotismi che valgono a moltiplicare la velocità angolare conferibile con la mano alla manovella stessa, (fig. 128).

Si consegue così il vantaggio che viene meno allora ogni necessità di regolazione, per ciò che concerne la sensibilità del galvanometro.

La taratura del dispositivo si consegue regolando la velocità della manovella in guisa che a tasto *t* abbassato, l'indice del galvanometro indichi in ogni caso, nella relativa scala, una resistenza nulla (*O*), fondo scala.

La cultura è un bene dell'umanità (fantomasping@libero.it)

Tutti gli apparecchi sopra descritti hanno una scala del tipo indicato in figura; lo zero è cioè in fondo scala a destra ed i valori numerici della graduazione vanno crescendo verso sinistra.

Gli ohmetri più usati nella pratica industriale e che consentono anche un notevole grado di precisione, sono gli ohmetri elettromagnetici, (fig. 129).

Sono in generale costituiti da due bobine solidali B^1 e B^2 di regola identiche, incrociate tra di loro (donde il nome di apparecchi a bobine incrociate) ed i cui due avvolgimenti possono essere percorsi da due correnti continue I_1 e I_2. La voluta e necessaria disuniformità del campo magnetico dell'intraferro (opportunamente realizzata con sagomatura del nucleo interposto tra le espansioni polari) e quindi dell'induzione, conduce alla dipendenza della coppia, non solo dalla corrente ma anche dalla posizione dell'equipaggio mobile.

Conferendo un opportuno senso alle correnti I_1 e I_2 percorrenti le due bobine, è evidentemente possibile far si che le coppie C_1 e C_2, che sulle bobine stesse si esplicano, siano dirette in senso contrario ed è facile vedere che, qualunque sia la direzione del moto dell'equipaggio, mentre il valore assoluto dell'una coppia si accresce, l'altro diminuisce.

In tali strumenti le coppie che si esplicano su ognuna delle due bobine sono funzioni rispettivamente delle correnti relative e della posizione dell'equipaggio mobile e cioè di un angolo; e per una determinata posizione sono semplicemente proporzionali alla corrente.

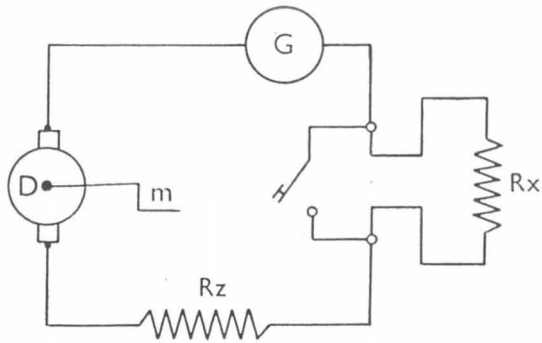


Fig. 128

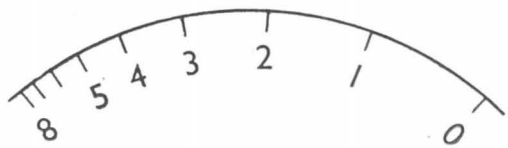
Si potrà quindi porre:

$$C_1 = K_1 I_1 f_1 (\theta)$$

$$C_2 = K_2 I_2 f_2 (\theta)$$

da cui:

$$\theta = \psi \frac{I_1}{I_2}$$



e cioè la posizione che assume l'equipaggio mobile è funzione solamente del rapporto tra le due correnti.

Per meglio chiarire il funzionamento di tali apparecchi consideriamo due bobine incrociate, come in figura (fig. 130), costituite da N spire, di area S, immerse in

La cultura è un bene dell'umanità (fantomasping@libero.it)

un campo magnetico di induzione costante B.

Le due bobine siano percorse da due correnti I_1 e I_2 nel verso indicato in figura, (fig. 130). Allora con la regola delle tre dita della mano sinistra si determina la direzione delle forze che sollecitano i lati attivi di tali bobine.

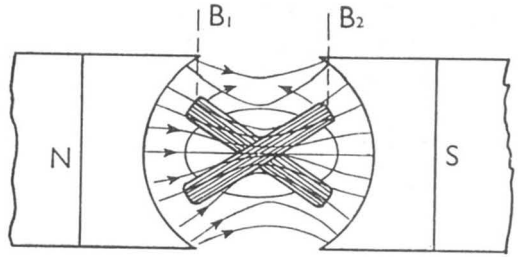


Fig. 129

Con le indicazioni in figura si ha:

$$f'_1 = f_1 \, sen\, \theta; \quad f'_2 = f_2 \, cos\, \theta;$$

$$f_1 = BlNI_1; \quad f_2 = BlNI_2,$$

quindi:

$$C_1 = BI_1lN \, sen\, \theta \cdot a = BI_1NS \, sen\, \theta$$

$$C_2 = BI_2lN \, cos\, \theta \cdot a = BI_2NS \, cos\, \theta$$

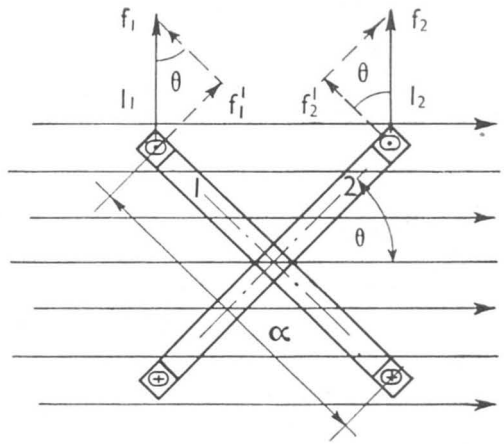


Fig. 130

Cioè l'andamento delle due coppie, per determinati valori delle correnti I_1 e I_2, in funzione della posizione angolare delle due bobine, variano una secondo la legge del seno e l'altra del coseno.

Pertanto per ogni coppia di valori di correnti, l'equipaggio mobile privo di coppia di reazione elastica, devia di un certo angolo la cui tangente, è definita dal rapporto di queste due correnti:

$$\frac{I_2}{I_1} = \frac{sen\theta}{cos\, \theta} = tg\theta.$$

Se pertanto si alimentano le due bobine con una tensione costante fornita da una batteria di pile, oppure da un piccolo generatore D, mosso dall'apposita manovella m, come in figura (fig. 131) e se sul circuito delle due bobine si inserisce, su uno una resistenza campione R_c che fa parte dell'apparecchio e sull'altro la resistenza incognita R_x; si ha che, indicate con I_1 e I_2 le correnti che si stabiliscono

La cultura è un bene dell'umanità (fantomasping@libero.it)

attraverso le due bobine e dette R_{g1} e R_{g2} le resistenze che competono alle bobine stesse:

$$I_1 = \frac{E}{R_c + R_{g1}};$$

$$I_2 = \frac{E}{R_x + R_{g2}}.$$

Poiché la deviazione θ dello strumento dipende solo dal rapporto delle due correnti, potremo scrivere:

$$\theta = K\frac{I_1}{I_2} = K\frac{R_x + R_{g2}}{R_c + R_{g1}}.$$

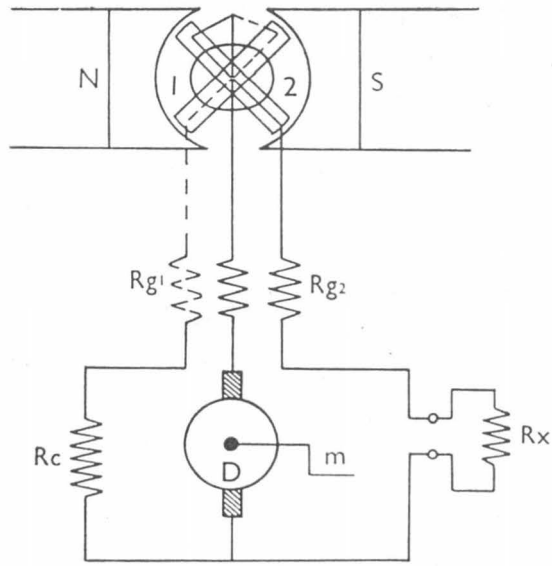


Fig. 131

La deviazione essendo dunque funzione solo di R_x (poiché R_c e R_g sono costanti) esiste anche qui la possibilità di graduare direttamente in Ohm la scala dell'apparecchio indicatore.

Sullo stesso principio di funzionamento sono basati i misuratori di terre « Meggers » nei quali una delle due bobine è percorsa dalla corrente di terra che si invia e l'altra da una corrente proporzionale alla d. d. p. esistente tra la terra da misurare e la sonda di tensione, che, come è noto, deve essere posta in un punto a potenziale nullo dell'impianto di terra stesso. In tal modo lo strumento misura effettivamente il valore della resistenza di terra in quanto la deviazione dipende dal rapporto fra la tensione assunta dal dispersore da misurare, rispetto ad un punto a potenziale nullo quando questo disperde corrente e la corrente stessa.

È da rilevare che nei Meggers a quattro morsetti, cortocircuitando esternamente tra loro quelli contraddistinti con P_1 e C_1 e rispettivamente P_2, C_2 e collegandoli a due dispersori si viene a determinare la somma delle due resistenze degli stessi, ciò in quanto una bobina dello strumento viene percorsa dalla corrente che si invia nel terreno e che interessa i due dispersori, mentre l'altra bobina viene percorsa dalla corrente che si viene in essa a determinare in quanto sottoposta alla d. d. p. esistente tra i due dispersori.

Nel Megger a tre morsetti invece, per determinare quanto sopra, basta cortocircuitare esternamente i due morsetti contraddistinti con le lettere P_2, C_2. Tale argomento farà parte di altra trattazione.

La cultura è un bene dell'umanità (fantomasping@libero.it)

INDICE

Prefazione 4

PARTE I
Concetti fondamentali 5

PARTE II
Il campo elettrico 33

PARTE III
Il campo magnetico 55

PARTE IV
Grandezze alternative 74

PARTE V
Nozioni di misure elettriche 105

PARTE VI
Misura diretta delle differenze di potenziale 123

PARTE VII
Misure di resistenza 127

La cultura è un bene dell'umanità (fantomasping@libero.it)

STAMPATO DAL
CENTRO ARTI E MESTIERI
ISOLA SAN GIORGIO MAGGIORE
VENEZIA

GIUGNO MCMLXI

La cultura è un bene dell'umanità (fantomasping@libero.it)