

DONATO D'ALESSANDRO

**CORSO DI ELETTROTECNICA,
ELETTRONICA E AUTOMAZIONE**
PER ISTITUTI TECNICI DEI TRASPORTI E DELLA LOGISTICA,
*INDIRIZZI CONDUZIONE DEL MEZZO NAVALE,
CONDUZIONE DI APPARATI E IMPIANTI MARITTIMI,
COSTRUZIONE DEL MEZZO NAVALE*

Premessa

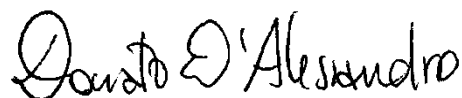
Questo libro raccoglie le dispense preparate nei lieti anni 2011-2013 per i miei studenti dell'Istituto Tecnico dei Trasporti e Logistica "Nautico Colombo" di Camogli, potrei dire a loro misura.

Con la riforma, le ore di *Elettrotecnica, elettronica e automazione* sono tre settimanali per ogni anno, dal terzo al quinto, in numero di molto inferiore rispetto al vecchio ordinamento; la disciplina *Controlli e automazione*, presente fino all'a. s. 2013-2014 al quinto anno del corso per tre ore settimanali, è stata inglobata in *Elettrotecnica*.

Ho trattato solo quello che ritengo possa riuscire a trattare in un ITTL, per renderlo più economico e non troppo dispersivo. Se qualche fortunato insegnante dovesse incontrare una classe particolarmente preparata e volenterosa, comunque, nulla gli impedirebbe di preparare approfondimenti e ulteriori esercizi. Dall'altro lato, dato il tempo ridotto, non è detto che sia possibile svolgere tutti gli argomenti di questo testo; si possono eliminare, ad esempio, il metodo delle maglie, la parte matematica sulle trasformate di Laplace, gli esercizi più complessi di elettrotecnica, i particolari sull'elettronica dei semiconduttori, e via dicendo.

Quando noi insegnanti esaminiamo un testo, spesso notiamo che alcuni argomenti sono trattati troppo in profondità per i nostri gusti, altri troppo superficialmente, altri ancora per nulla, e così via. È normale che un testo non rispecchi perfettamente l'idea che abbiamo dei programmi da svolgere e di come illustrarli; è un motivo che mi ha spinto a realizzare questo lavoro, che non è detto che trovi il favore dei colleghi.

Camogli, maggio 2013



e-mail: danitas@alice.it

Sommario

Premessa	5
Introduzione – L'elettrotecnica, l'elettronica e le navi.....	20

Parte prima

LE BASI DELL'ELETTROTECNICA

Capitolo 1 – Le grandezze elettriche e la legge di Ohm.....	22
1.1 Carica elettrica, corrente, tensione	22
1.2 I bipoli elettrici.....	22
1.2.1 Bipoli attivi	23
1.2.2 Bipoli passivi.....	23
1.3 Convenzioni dell'utilizzatore e del generatore	24
1.4 Resistenza e resistività	24
1.5 Unità di misura delle grandezze elettriche	25
1.6 Legge di Ohm.....	25
1.7 Esercizi svolti.....	25
1.7 Legge di Ohm e convenzioni sui segni	26
Capitolo 2 – La misurazione e l'errore	27
2.1 Numero di cifre significative	27
2.2 Misurazione.....	27
2.3 Incertezza	28
2.4 Errore sistematico ed errore accidentale	28
2.5 Errore relativo	28
2.6 Accuratezza e precisione.....	28
2.7 Strumenti di misura.....	29
2.7.1 Strumenti analogici	29
2.7.2 Strumenti digitali.....	30
Capitolo 3 – Definizioni e leggi sui circuiti	31
3.1 Definizioni relative ai circuiti	31
3.2 Principi di Kirchhoff	31
3.2.1 Primo principio di Kirchhoff (o legge di Kirchhoff delle correnti, LKC)	31
3.2.2 Secondo principio di Kirchhoff (o legge di Kirchhoff delle tensioni, LKT)	31
3.3 Riduzione di resistenze collegate in serie	32
3.4 Riduzione di resistenze collegate in parallelo.....	32
3.5 Generatori di tensione in serie e in parallelo.....	33
3.6 La conduttanza	34
3.6.1 Riduzione di conduttanze in serie	34
3.6.2 Riduzione di conduttanze in parallelo.....	35

3.7 Esercizi svolti.....	35
3.8 Esercizi da svolgere	37
Capitolo 4 – Risoluzione dei circuiti elettrici in regime continuo.....	39
4.1 Regola del partitore di tensione	39
4.2 Regola del partitore di corrente.....	39
4.3 Collegamenti a stella e a triangolo	40
4.3.1 Trasformazione stella-triangolo	40
4.3.2 Trasformazione triangolo-stella	41
4.4 Potenza ed energia; effetto Joule	41
4.5 Il principio di sovrapposizione degli effetti	42
4.6 Il metodo delle maglie.....	43
4.7 Esercizi svolti.....	44
4.7.1 Leggi di Ohm e di Kirchhoff, regole dei partitori.....	44
4.7.2 Trasformazione stella-triangolo	49
4.7.3 Potenza elettrica	51
4.7.4 Metodo di sovrapposizione degli effetti.....	51
4.7.5 Metodo delle maglie.....	54
4.8 Esercizi da svolgere	55
4.8.1 Leggi di Ohm e di Kirchhoff, regole dei partitori.....	55
4.8.2 Trasformazione stella-triangolo	58
4.8.3 Metodo di sovrapposizione degli effetti.....	58
4.8.4 Metodo delle maglie.....	59
Capitolo 5 – Caratteristiche dei bipoli e linearità	61
5.1 La caratteristica nel piano V-I.....	61
5.2 Corto circuito ideale.....	61
5.3 Circuito aperto.....	61
5.4 Resistenza.....	61
5.5 Generatore ideale di tensione.....	62
5.6 Generatore reale di tensione.....	62
5.7 Generatore ideale di corrente	63
5.8 Linearità di un circuito resistivo	63
Capitolo 6 – L'elettrostatica e il condensatore	64
6.1 richiami di elettrostatica.....	64
6.1.1 Forze tra cariche elettriche – la legge di Coulomb	64
6.1.2 Il campo elettrico	64
6.1.3 Linee di forza del campo elettrico.....	65
6.1.4 Induzione elettrostatica	65

6.1.5 Schermo elettrostatico.....	66
6.1.6 Fenomeno delle punte	67
6.1.7 Definizione di potenziale elettrico	67
6.2 La capacità e il condensatore	67
6.2.1 Definizione di capacità.....	67
6.2.2 Il condensatore	68
6.2.3 Geometrie e tipologie del condensatore.....	68
6.2.4 Espressione della capacità del condensatore piano.....	69
6.2.5 Campo elettrico e rigidità dielettrica.....	70
6.2.6 Energia associata a un condensatore.....	70
6.2.7 Condensatori collegati in parallelo	71
6.2.8 Condensatori collegati in serie	71
6.2.9 Trasformazioni triangolo–stella e viceversa	71
6.2.10 Applicazioni del condensatore	72
6.2.11 Transitorio di carica del condensatore	74
6.2.12 Transitorio di scarica del condensatore.....	77
6.3 Esercizi svolti.....	78
6.4 Esercizi da svolgere	79
Capitolo 7 – L’elettromagnetismo	80
7.1 Campo magnetico prodotto dai magneti permanenti	80
7.2 Campo magnetico prodotto dalla corrente	80
7.2.1 Campo magnetico prodotto da un conduttore rettilineo; legge di Biot-Savart; permeabilità magnetica	80
7.2.2 Campo magnetico prodotto da una spira.....	81
7.2.3 Campo magnetico prodotto da una bobina	81
7.2.4 Campo magnetico prodotto da una bobina di forma toroidale.....	82
7.3 Esercizi svolti (campo magnetico prodotto da correnti)	82
7.4 Materiali magnetici	83
7.5 La forza magnetizzante H e il ciclo di isteresi	84
7.5.1 Relazione tra la forza magnetizzante H e il campo B	84
7.6 L’elettromagnete	87
7.7 Induzione elettromagnetica	87
7.7.1 Il flusso magnetico	87
7.7.2 Linee di campo concatenate a una spira.....	88
7.7.3 Legge di Faraday e legge di Lenz	88
7.7.4 Un’applicazione della legge di Faraday: il generatore.....	89
7.7.5 Autoinduzione.....	90
7.7.6 Un altro bipolo passivo: l’induttore	90

7.8 Forza di Lorentz	91
7.9 Applicazioni della forza di Lorentz	91
7.8.1 Motore rudimentale a corrente continua	91
7.8.2 Strumenti di misura.....	92
7.10 Cenni sui circuiti magnetici: riluttanza, legge di Hopkinson.....	93
7.11 Esercizi svolti.....	94
Capitolo 8 – Il regime periodico e il regime alternativo sinusoidale	96
8.1 Definizioni	96
8.1.1 Periodo, frequenza, pulsazione	96
8.1.2 Valore picco-picco, grandezza alternata, componente continua, valor medio.....	96
8.1.3 Correnti e tensioni alternate: valore efficace e fattore di forma	98
8.2 Espressione matematica di una tensione o corrente sinusoidale.....	99
8.3 Generatore di tensione alternata.....	101
8.4 Esercizi da svolgere	101
8.5 Richiami sui numeri complessi	102
8.5.1 Il piano di Gauss	103
8.5.2 La forma polare di un numero complesso.....	103
8.5.3 Operazioni tra i numeri complessi	103
8.6 Esercizi svolti.....	104
8.7 Esercizi da svolgere (operazioni e formati dei numeri complessi)	104
8.8 Corrispondenza tra una sinusoide e un numero complesso	105
Capitolo 9 – Risoluzione di circuiti in regime alternativo sinusoidale	106
9.1 Impedenza di un bipolo passivo.....	106
9.1.1 Impedenza del resistore ideale	106
9.1.2 Impedenza del condensatore ideale.....	107
9.1.3 Impedenza dell'induttore ideale.....	108
9.2 Reattanza capacitiva e reattanza induttiva	109
9.3 Angolo e modulo di impedenza	110
9.4 Serie e parallelo tra impedenze	110
9.5 Ammettenza	111
9.6 La risonanza nei circuiti RLC	111
9.8 Esercizi svolti.....	112
9.8 Esercizi da svolgere	116
Capitolo 10 – Potenze nel regime alternativo sinusoidale	120
10.1 Potenza istantanea e potenza attiva	120
10.1.1 Carico puramente resistivo.....	120
10.1.2 Carico induttivo o capacitivo	121

10.2 Potenza reattiva	121
10.2.1 Carico ohmico-induttivo o ohmico-capacitivo	122
10.3 Potenza apparente e triangolo delle potenze	122
10.4 Fattore di potenza.....	123
10.5 Il rifasamento	123
10.6 Esercizi svolti.....	125
10.7 Esercizi da svolgere	127
Capitolo 11 – I sistemi trifase.....	128
11.1 Introduzione	128
11.2 Generatore trifase con collegamento a stella	128
11.3 Generatore trifase con collegamento a triangolo	130
11.4 Carichi trifase ed equivalenza dei collegamenti a stella e a triangolo	131
11.5 Equivalenza tra connessioni dei generatori a stella e a triangolo	131
11.6 Circuito trifase simmetrico ed equilibrato, con generatore e carico collegati a stella	132
11.7 Circuito trifase simmetrico ed equilibrato, con generatore e carico collegati a triangolo ...	133
11.8 Circuito trifase simmetrico ed equilibrato, con generatore collegato a stella e carico a triangolo	134
11.9 Circuito trifase simmetrico ed equilibrato, con generatore collegato a triangolo e carico a stella	134
11.10 Circuito trifase simmetrico e squilibrato, con generatore e carico collegati a stella	135
11.10.1 Circuito con conduttore di neutro	135
11.10.2 Circuito senza conduttore di neutro	135
11.11 Gli altri casi di circuito trifase simmetrico ed squilibrato.....	136
11.12 Potenze in regime trifase in sistemi simmetrici ed equilibrati	137
11.13 Potenze in regime trifase in sistemi simmetrici e squilibrati	137
11.13.1 Carico a stella con neutro.....	137
11.13.2 Carico a stella senza neutro.....	137
11.13.3 Carico a triangolo.....	137
11.14 Misurazione delle potenze nei sistemi trifase	138
11.14.1 Misura di potenza attiva su linea trifase con neutro (4 fili)	138
11.14.2 Misura di potenza attiva con l’inserzione Aron	138
11.14.3 Misura di potenza reattiva con l’inserzione Aron	140
11.14.4 Sistemi simmetrici e carichi squilibrati (con tre fili o con 3 fili + neutro)	140
11.15 Esercizi svolti.....	141
11.16 Esercizi da svolgere	143
Domande di riepilogo sulla parte prima	144

LE MACCHINE ELETTRICHE

Capitolo 12 – Il trasformatore	146
12.1 Introduzione alle macchine elettriche	146
12.1.1 Perdite e rendimento nelle macchine elettriche	146
12.2 Il trasformatore.....	147
12.3 Trasformatore ideale e circuito equivalente.....	147
12.3.1 Funzionamento a vuoto.....	148
12.3.2 Funzionamento a carico	148
12.4 Circuito equivalente del trasformatore reale.....	149
12.5 Il trasformatore trifase.....	150
12.6 Gli avvolgimenti	151
12.7 Il raffreddamento.....	151
12.8 L'autotrasformatore	151
12.9 Parallelo fra trasformatori	152
12.10 Dati di targa del trasformatore	152
Capitolo 13 – La macchina asincrona	153
13.1 Costituzione della macchina asincrona	153
13.2 Il campo magnetico rotante.....	153
13.3 La caratteristica meccanica nel funzionamento da motore	154
13.4 Avviamento del motore a induzione	155
13.4.1 Avviamento diretto	155
13.4.2 Avviamento a tensione ridotta	155
13.4.3 Avviamento stella-triangolo.....	155
13.4.4 Avviamento tramite regolazione della resistenza rotorica.....	156
13.4.5 Avviamento in motori con rotori a doppia gabbia	157
13.5 Inversione di marcia.....	158
13.6 Motore asincrono monofase.....	158
Capitolo 14 – La macchina sincrona	159
14.1 Costituzione della macchina sincrona.....	159
14.2 Circuito equivalente e diagrammi fasoriali.....	160
14.3 Funzionamento da condensatore rotante o induttore rotante	161
14.4 Caratteristica meccanica	162
14.5 Parallelo dell'alternatore con una rete di potenza prevalente	162
14.6 Caratteristica pseudo-meccanica e stabilità a frequenza e tensione costanti	163
14.7 Eccitazione senza spazzole (brushless).....	164
Capitolo 15 – La macchina a corrente continua	165

15.1 Costituzione e principio di funzionamento	165
15.2 Motore a corrente continua con eccitazione in derivazione.....	167
15.3 Motore a corrente continua con eccitazione in serie.....	167
15.4 Dinamo a eccitazione indipendente	167
15.5 Dinamo autoeccitata.....	168
Domande di riepilogo sulla parte seconda	169

Parte terza

LE BASI DELL'ELETTRONICA ANALOGICA E DIGITALE

Capitolo 16 – I materiali semiconduttori e il diodo	172
16.1 Classificazione dei materiali dal punto di vista elettrico	172
16.2 La giunzione pn.....	173
16.3 Polarizzazione della giunzione pn.....	174
16.3.1 Polarizzazione diretta.....	174
16.3.2 Polarizzazione inversa.....	174
16.4 Il diodo	175
16.5 I raddrizzatori monofase	176
16.5.1 Raddrizzatore a singola semionda.....	176
16.5.2 Raddrizzatori a doppia semionda.....	177
16.6 Raddrizzatori trifase.....	178
16.7 Il diodo Schottky	180
16.8 Il diodo Zener.....	180
Capitolo 17 – Transistor e tiristori	181
17.1 Il transistor	181
17.1.1 Introduzione e regioni di funzionamento	181
17.1.2 Guadagno di corrente in regione attiva	182
17.1.3 Configurazione a base comune	182
17.1.4 Configurazione a collettore comune	183
17.1.5 Configurazione a emettitore comune	183
17.1.6 Curve caratteristiche del transistor BJT	184
17.1.7 Retta di carico e punto di lavoro	184
17.1.8 Amplificatore ad emettitore comune.....	185
17.1.9 Il BJT come interruttore.....	185
17.2 Il tiristore.....	185
17.3 Il MOSFET (metal-oxide semiconductor field-effect transistor)	188
17.4 L'IGBT (insulated-gate bipolar transistor)	188
17.5 Il chopper	189
17.6 L'inverter	189

17.6.1 Inverter a mezzo ponte	190
17.6.2 Inverter a ponte intero	190
17.6.3 L'inverter trifase	191
17.6.4 Inverter bistadio	192
17.6.8 Convertitori bistadio ca/ca	193
Capitolo 18 – L'amplificatore operazionale	194
18.1 L'amplificatore differenziale	194
18.2 L'amplificatore operazionale	194
18.3 L'amplificatore operazionale ideale.....	196
18.4 La retroazione	196
18.5 Circuiti basati sull'amplificatore operazionale	196
18.5.1 Amplificatore operazionale in configurazione invertente.....	196
18.5.2 Amplificatore operazionale in configurazione non invertente.....	197
18.5.3 Amplificatore operazionale sommatore	197
18.5.4 Amplificatore operazionale in configurazione differenziale	198
18.5.5 Amplificatore operazionale integratore	198
18.5.6 Amplificatore operazionale derivatore.....	198
Capitolo 19 – I filtri.....	199
19.1 La risposta in frequenza	199
19.2 Filtri passivi.....	200
19.3 Filtri attivi	202
Capitolo 20 – Cenni di Elettronica digitale.....	203
20.1 Il sistema binario e il digitale	203
20.1.1 Il bit.....	204
20.1.2 Pesi dei bit.....	204
20.1.3 Conversioni	204
20.1.4 Il byte	204
20.2 L'algebra di Boole e le porte logiche.....	204
20.3 Le espressioni logiche.....	206
20.4 Circuiti logici	207
Domande di riepilogo sulla parte terza	208

Parte quarta

LE TELECOMUNICAZIONI

Capitolo 21 – Natura e propagazione delle onde elettromagnetiche	210
21.1 Introduzione alle onde elettromagnetiche	210
21.2 Relazioni tra velocità, lunghezza d'onda e frequenza.....	211
21.3 Polarizzazione dell'onda	212

21.4 Propagazione delle onde elettromagnetiche.....	213
21.4.1 Onde di superficie	213
21.4.2 Onde spaziali.....	213
21.4.3 Propagazione per onda diretta.....	214
21.4.4 Propagazione per onda riflessa terrestre	215
21.4.5 Propagazione per onda riflessa dalla ionosfera.....	215
21.4.6 Diffusione troposferica (scattering)	216
21.5 Caratteristiche delle bande di frequenza	216
21.6 Linee di trasmissione	217
21.7 Impedenza caratteristica.....	217
21.8 L'effetto pelle.....	217
21.9 Il cavo coassiale	218
21.10 Attenuazioni e perdite in una linea	218
21.11 Efficienza di schermatura.....	218
Capitolo 22 – Le antenne	220
22.1 I dipoli	220
22.2 Condizione di adattamento.....	220
22.3 Solido di radiazione e diagrammi di radiazione.....	222
22.4 Tipologie di antenne.....	223
22.5 Le modulazioni	225
Capitolo 23 – Elettronica nel radar di navigazione	227
23.1 Principio di funzionamento del radar a impulsi	227
23.1.1 Schema a blocchi e principali componenti	227
23.1.2 Ricevitore e frequenza intermedia	229
23.1.3 Modulatore del magnetron	230
23.2 Radar a onde persistenti	232
23.3 Propagazione dell'onda radar.....	232
23.3.1 Riflessione, diffrazione, diffusione.....	232
23.3.2 Riflessione sul mare	234
23.4 Indicatori radar	235
23.5 Antenne radar	237
23.6 Parametri d'antenna ed equazione radar	239
23.7 La risoluzione radar	240
Domande di riepilogo sulla parte quarta	242

Parte quinta

IMPIANTI ELETTRICI DI BORDO

Capitolo 24 – Nozioni di impianti elettrici	244
24.1 Introduzione agli impianti elettrici: definizioni, classificazioni, enti normatori.....	244
24.2 Classificazione dei sistemi elettrici in relazione alla messa a terra	245
24.3 La protezione contro le sovracorrenti nelle reti di distribuzione elettrica in bassa tensione	246
24.3.1 Il fusibile	246
24.3.2 Relè termici	247
24.3.3 Interruttori magnetotermici	248
24.3.4 La selettività.....	248
24.4 Protezione dai contatti diretti e indiretti.....	249
24.4.1 Protezione dai contatti diretti	249
24.4.2 Protezione dai contatti indiretti	250
24.4.3 Rischio elettrico	250
24.4.5 Impianto di terra.....	250
24.5 Altri componenti fondamentali di un impianto elettrico.....	251
24.5.1 Il sezionatore	251
24.5.2 Il contattore	251
24.5.3 Relè ausiliari	252
24.5.4 Pulsanti.....	253
Capitolo 25 – Impianti elettrici di bordo	254
25.1 Introduzione agli impianti elettrici navali	254
25.2 Sistemi di distribuzione negli impianti elettrici navali	255
25.3 Distribuzione in media tensione.....	256
25.4 Distribuzione in bassa tensione.....	257
25.4.1 Schema radiale semplice.....	257
25.4.2 Schema radiale composto.....	258
25.4.3 Schema radiale composto con anello di riserva normalmente aperto	259
25.5 I cavi a bordo.....	259
25.5.1 Scelta del cavo	259
25.5.2 Installazione	260
25.5.3 Posa di cavi entro condotte metalliche (tubi e simili).....	260
25.5.4 Cavi atossici per applicazioni navali.....	260
25.6 Sistemi di protezione.....	261
25.7 Compatibilità elettromagnetica	261
25.7.1 Definizioni	261
25.7.2 Compatibilità elettromagnetica nel contesto navale	262

Capitolo 26 – La propulsione elettrica nei sistemi navali.....	264
26.1 Introduzione	264
26.2 Confronto fra propulsione diesel elettrica e diesel meccanica tradizionale.....	264
26.3 Motori per la propulsione elettrica.....	265
26.4 Vantaggi della propulsione elettrica	266
26.5 Il generatore asse.....	268
26.5.1 Sistema PTO/PTI	269
26.6 Tipologie di propulsioni elettriche	270
26.6.1 Propulsione ad asse	270
26.6.2 Propulsore azimutale standard	270
26.6.3 Pod di propulsione	271
26.6.2 Elica con motore integrato	271
Domande di riepilogo sulla parte quinta	272

Parte sesta

I CONTROLLI E L'AUTOMAZIONE NAVALI

Capitolo 27 – Introduzione ai controlli e all'automazione	274
27.1 Sistemi di controllo: cenni storici	274
27.2 L'automazione della nave	274
27.3 Impianti di navigazione.....	275
27.4 Automatismi, apparati di controllo, di telemisura e di allarme.....	276
27.5 Terminologia.....	276
27.6 Algebra degli schemi a blocchi	277
27.6.1 Blocchi e nodi sommatori	277
27.6.2 Collegamento in retroazione	278
27.7 Esercizi da svolgere	279
Capitolo 28 – Sistemi, segnali e trasformate di Laplace.....	280
28.1 Sistemi lineari	280
28.2 Problema oggetto e problema immagine: la trasformata di Laplace	281
28.3 Segnali canonici	281
28.4 Antitrasformata di Laplace.....	282
28.5 Linearità della trasformata di Laplace	282
28.6 Trasformata di Laplace delle funzioni esponenziali	282
28.7 Antitrasformata e di Laplace delle funzioni esponenziali.....	282
28.8 Funzione di trasferimento	283
28.9 Trasformata di Laplace e risposta dei circuiti	283
28.10 Esercizi svolti.....	284
28.11 Esercizi da svolgere	285

Capitolo 29 – Sistemi del primo e del secondo ordine	286
29.1 Sistemi del primo ordine	286
29.2 Sistemi del secondo ordine	287
29.3 Esercizi svolti.....	291
29.4 Esercizi da svolgere	291
29.5 Simulazione delle risposte ai sistemi del primo ordine con Scicoslab	293
29.6 Simulazione delle risposte ai sistemi del II ordine con Scicoslab	296
29.6.1 Sistema sottosmorzato (poli complessi e coniugati)	296
29.6.2 Sistema sovrasmorzato (poli reali).....	297
Capitolo 30 – Stabilità e retroazione nei sistemi lineari	298
30.1 Definizioni sulla stabilità	298
30.2 Relazione tra stabilità e poli nei sistemi lineari	299
30.3 La retroazione	299
30.4 Esempi di controlli con retroazione	300
30.5 Esercizi svolti.....	302
Capitolo 31 – I regolatori	304
31.1 Il regolatore ON-OFF.....	304
31.2 Il regolatore ad azione proporzionale, o di tipo P	306
31.3 Il regolatore ad azione integrale, o di tipo I	308
31.4 Un caso in cui l'errore a regime può essere nullo senza l'integratore	309
31.5 Il regolatore ad azione derivativa, o di tipo D.....	310
31.6 Regolatori di tipo PI, PD e PID.....	311
31.7 Simulazione su retroazione e regolatore PID con Scicoslab.....	313
Capitolo 32 – Attuatori, sensori e trasduttori	314
32.1 Gli attuatori	314
32.2 Sensori e trasduttori	314
32.2.1 Definizioni e caratteristiche	314
32.2.2 Potenzimetro resistivo.....	315
32.2.3 Interruttori di posizione meccanici	317
32.2.4 Contatti reed.....	317
32.2.5 Sensore a effetto Hall.....	317
32.2.6 Sensore centrifugo di velocità.....	317
32.2.7 Ruota fonica	318
32.2.8 Accelerometri.....	318
32.2.9 Termometri.....	319
32.2.10 Sensori di livello	319
Capitolo 33 – Applicazioni nella navigazione.....	320

33.1 L'autopilota della nave.....	320
33.2 Navigazione integrata	322
33.3 Stabilizzazione della nave	323
33.3.1 Sistemi passivi di controllo del rollio	323
33.3.2 Sistemi attivi di controllo del rollio	324
33.3.3 Il controllo del beccheggio.....	325
Capitolo 34 – Cenni sul PLC.....	327
34.1 Caratteristiche e costituzione del PLC	327
34.2 Linguaggi di programmazione	328
34.2.1 Functional Block Diagram	328
34.2.2 Ladder diagram (LD)	329
34.3 Esempi di programmi in ladder.....	329
34.3.1 Corrispondenza tra diagrammi in ladder e porte logiche	329
34.3.2 Autoritenuta	329
34.3.3 Avviamento stella-triangolo di un motore asincrono.....	330
Domande di riepilogo sulla parte sesta	332
Bibliografia e sitografia	333

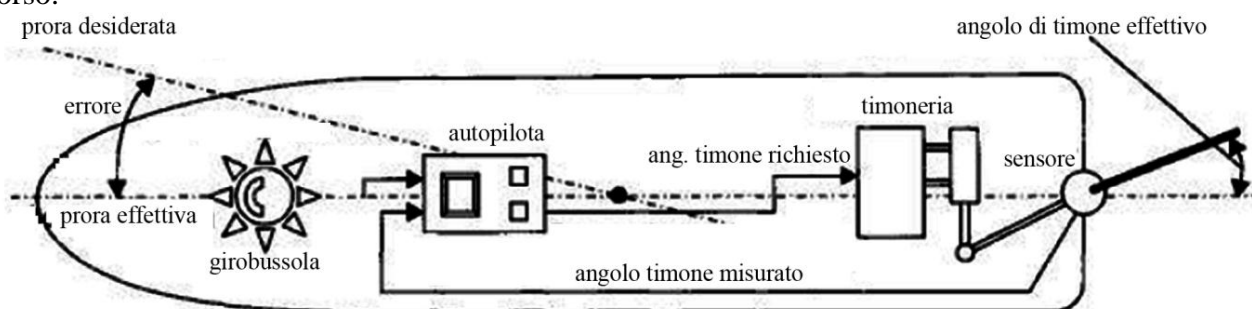
Introduzione

L'elettrotecnica, l'elettronica e le navi

Negli ultimi decenni l'elettrotecnica e l'elettronica sono diventate quanto mai importanti nelle grandi imbarcazioni. Si pensi innanzitutto alla propulsione elettrica; se fino trent'anni fa le eliche di propulsione erano azionate da motori diesel, oggi il loro moto è dovuto molto spesso a motori elettrici, alimentati da gruppi elettrogeni formati da motori diesel, o a turbina a vapore o a gas, e generatori elettrici. Grazie a questa soluzione ci sarà più flessibilità nel posizionamento delle macchine a bordo, dal momento che i motori elettrici sono piccoli se confrontati con motori diesel; il gruppo elettrogeno, più ingombrante, può essere posizionato dovunque nella nave, e collegato al motore elettrico di propulsione (coassiale di solito all'elica) tramite fili elettrici; il motore elettrico, inoltre, è più facilmente regolabile del motore diesel, grazie ai progressi tecnologici nell'elettronica di potenza.

Oggi, pertanto, la generazione elettrica a bordo produce una potenza sempre maggiore e sono così usate tensioni sempre maggiori; la potenza in gioco su una grande nave può essere di decine di *megawatt*, pari a quella consumata da una intera cittadina. Notevole attenzione deve essere posta quindi nella realizzazione degli impianti di generazione, trasformazione e distribuzione, al fine di scongiurare guasti e incendi. Uno dei pericoli principali della corrente è infatti il calore prodotto dal suo passaggio nei cavi e negli utilizzatori.

Grazie all'automazione navale si è ridotto l'equipaggio, che vive in condizioni migliori, si ottengono prestazioni migliori, si facilita la specializzazione, si rilevano guasti più velocemente. L'elettronica è parte essenziale di automatismi presenti nella nave e nel porto: si pensi ai sensori di livello di cisterne, di temperatura di turbine o del condizionamento, ai sensori che forniscono l'angolo di prora, al radar, alla macchina del timone, all'autopilota. Di seguito vediamo schematizzata l'azione del pilota automatico: se la prora effettiva è diversa da quella desiderata, il regolatore decide come muovere il timone, al fine di ottenere nei tempi migliori e col miglior andamento possibile la prora voluta. Dietro questo meccanismo, basato sulla retroazione, ci sono circuiti elettronici, realizzati con componenti come resistori, condensatori e amplificatori operazionali, che studieremo in questo corso.



Per fare un altro esempio di applicazione dell'elettronica, si pensi a una gir bussola che segnala una frequente variazione di prora; un dispositivo elettronico chiamato *filtro passa-basso* filtrerà tutti i segnali ad alta frequenza (quindi quelli più veloci), facendo pervenire al regolatore dell'autopilota solo le variazioni più lente; la nave, infatti, ha una grande inerzia, e avrebbe poco senso cercare di correggere ogni istante la sua prora modificando continuamente l'angolo del timone, la qual cosa produrrebbe consumo eccessivo di energia e dei meccanismi.

Chi lavora sulla navi, pertanto, conoscendo cosa c'è dietro gli strumenti che utilizza, potrà usarli meglio, reagire nel migliore dei modi in caso di guasti, dialogare con altri tecnici e sapere meglio come proseguire per accrescere la propria cultura e acquisire nuove competenze.

PARTE PRIMA

LE BASI
DELL'ELETTROTECNICA

Capitolo 1

Le grandezze elettriche e la legge di Ohm

1.1 Carica elettrica, corrente, tensione

La **corrente elettrica** è un moto ordinato di cariche elettriche; è data dalla quantità di carica elettrica che attraversa una determinata superficie nell'unità di tempo.

Per convenzione, il verso della *corrente* corrisponde al verso delle cariche positive, nonostante solitamente siano le cariche negative (elettroni) che si spostano all'interno di un conduttore elettrico (fig. 1.1).

L'intensità di corrente elettrica, indicata usualmente col

simbolo I , è assunta come grandezza fondamentale nel *sistema internazionale* (SI) e si definisce come la carica che attraversa una sezione in un certo intervallo di tempo, diviso il tempo stesso:

$$I = \frac{\Delta q}{\Delta t} \quad \frac{[C]}{[s]} = [A]$$

La sua unità di misura è l'*ampere* [A].

Il *coulomb* [C] è l'unità di misura della carica. Un *coulomb* corrisponde alla carica elettrica trasportata da una corrente di un *ampere* in un *secondo*.

La **tensione elettrica** V è definita come l'energia, che produce lo spostamento della carica, diviso la carica stessa:

$$V = \frac{W}{q} \quad \frac{[J]}{[C]} = [V]$$

e si misura in *volt* [V].

In presenza di una *tensione*, o **differenza di potenziale** (che possiamo paragonare a un dislivello), in un materiale conduttore si forma una *corrente*, un flusso di cariche (paragonabile alla caduta di un corpo lungo il dislivello). A volte può esserci *tensione* ma non *corrente*, come ai capi di una pila o ai morsetti di una presa elettrica quando non sono collegate; nel momento in cui chiudiamo il circuito collegando un carico, si forma la corrente. La corrente, quindi, è presente solo se può correre lungo un *percorso chiuso*.

I materiali si distinguono dal punto di vista elettrico in

- **conduttori** (rame, argento, alluminio...), utilizzati per costruire i fili elettrici; in essi gli elettroni migrano facilmente da un atomo all'altro;
- **semiconduttori** (silicio, germanio...); in questi materiali gli elettroni che si muovono non sono molti come nei conduttori; sono utilizzati per costruire componenti elettronici come diodi e transistor e i pannelli fotovoltaici;
- **isolanti** (PVC, EPR, ceramica...); hanno pochissimi elettroni che si spostano e sono utilizzati per isolare i fili elettrici e proteggere dai contatti con parti intensione.

1.2 I bipoli elettrici

Il **bipolo elettrico** è un componente (o un insieme di componenti riducibili a uno equivalente) che interagisce col resto del sistema elettrico in

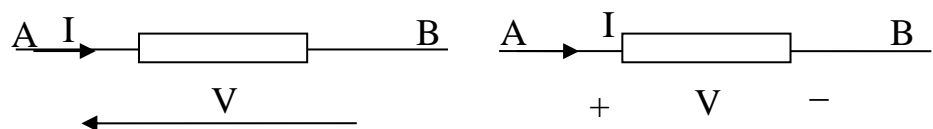


Figura 1.2. Bipoli elettrici generici e rappresentazione grafica di corrente e tensione

due punti soltanto.

Ogni bipolo è caratterizzato dalle due seguenti grandezze:

-*tensione* V tra i punti A e B, pari alla *differenza di potenziale elettrico* tra i due punti;

-*corrente* I che circola tra i punti A e B.

La *tensione* può essere rappresentata con una *freccia* o con i segni “+” e “-”(fig. 1.2). Il segno “+” corrisponde alla punta della freccia, il segno “-” alla coda.

I bipoli possono essere *attivi* o *passivi*.

1.2.1 Bipoli attivi

I bipoli attivi sono capaci di erogare energia elettrica, e sono essenzialmente i *generatori*. Essi possono essere di tensione o di corrente.

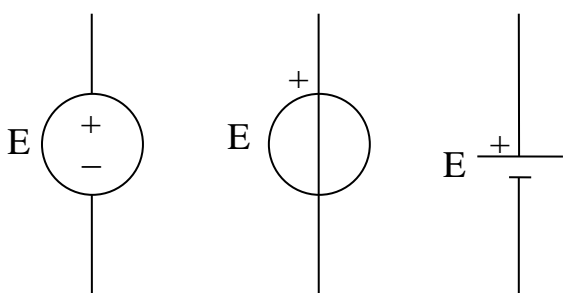


Figura 1.3. Simboli circuitali del generatore ideale di tensione

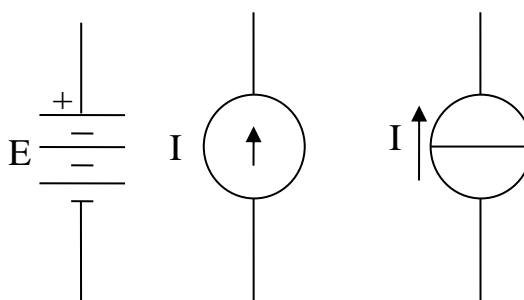


Figura 1.4. Simboli circuitali del generatore ideale di corrente

Il *generatore ideale di tensione continua* è un bipolo che mantiene ai suoi capi una *tensione sempre costante*, qualsiasi sia la corrente erogata o il carico collegato. Nella realtà la tensione ai capi diminuisce all’aumentare della corrente erogata, ma per ora consideriamo generatori ideali. Il morsetto *positivo* (“+”) è a *potenziale maggiore* rispetto a quello del morsetto *negativo* (“-”). I simboli usati nei circuiti sono rappresentati nella figura 1.3; i simboli letterali della tensione sono di solito E , V , U .

Il *generatore ideale di corrente* è un bipolo che eroga una *corrente costante*, qualsiasi sia la tensione ai suoi capi o il carico collegato. Anche questa è una semplificazione del generatore reale di corrente. I simboli circuitali sono nella figura 1.4; il simbolo della corrente è I .

1.2.2 Bipoli passivi

Utilizziamo tutti i giorni *bipoli passivi*: lampade, televisori, asciugacapelli. Tutti ricevono l’energia elettrica da due poli, che vediamo sulla spina¹. Un bipolo particolarmente importante è il *resistore*, la cui caratteristica principale è la *resistenza*, che consiste nell’opposizione al passaggio di corrente. Nella figura 1.5 è rappresentato il simbolo circuitali; accanto vi è l’immagine un resistore utilizzato in circuiti elettronici.

Anche un *filo elettrico* oppone una resistenza al passaggio della corrente, ma è una resistenza che per ora possiamo trascurare. Nei circuiti, quindi, il tratto continuo rappresenterà un filo elettrico di *resistenza nulla* (detto *corto circuito ideale*), mentre il simbolo visto prima un bipolo (il resi-

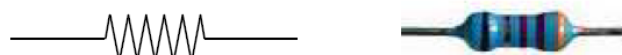


Figura 1.5. Simbolo di una resistenza e un resistore usato in elettronica

¹ Alcune spine hanno tre poli (lavatrice, frigorifero...): il polo centrale serve per collegare l’utilizzatore all’impianto di terra, tramite il conduttore giallo/verde di protezione (PE, *protective earthing*), che approfondiremo in seguito.

store) di resistenza maggiore di zero. La *resistenza* di un mezzo conduttore ideale (trascorrendo ad esempio variazioni dovute alla temperatura) è uguale al rapporto tra tensione ai capi del conduttore e la corrente che lo attraversa: $R = \frac{V}{I}$.

1.3 Convenzioni dell'utilizzatore e del generatore

Dal momento che nella realtà in un componente passivo la corrente entra dal morsetto positivo, quando possibile la corrente e la tensione su un bipolo passivo sono rappresentati come nella figura 1.6: la corrente entra dal morsetto a potenziale maggiore, e mentre scorre il potenziale si abbassa, analogamente a quello che avviene a un corpo che scende giù da una collina, in cui l'energia potenziale diminuisce al diminuire della quota. Questo modo di rappresentare le grandezze elettriche è chiamata *convenzione dell'utilizzatore*.

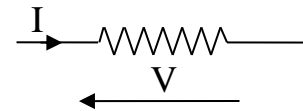


Figura 1.6. Convenzione dell'utilizzatore

La differenza di potenziale ai capi del bipolo passivo è detta anche *caduta di tensione*. Rappresentando la caduta di tensione con una freccia, si può dire che essa ha verso contrario rispetto a quello della corrente.

In un generatore solitamente accade che la corrente fuoriesce dal morsetto positivo (a meno che non si tratti di una batteria che si sta ricaricando). Solitamente si sceglie, pertanto, la rappresentazione dei versi delle grandezze elettriche rappresentati nella figura 1.7 (convenzione del generatore).

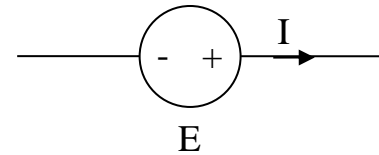


Figura 1.7. Convenzione del generatore

1.4 Resistenza e resistività

I fili elettrici, o qualsiasi altro componente del circuito, provocano una *resistenza* al movimento degli elettroni. Tale resistenza si misura in *ohm* [Ω].

Essa dipende dal materiale (ogni materiale ha la *resistività* ρ), dalla *lunghezza* L del filo in cui la corrente passa e dalla *sezione* S del filo. Intuitivamente, più lungo è il filo, maggiore è la resistenza, maggiore è la sezione del filo, minore è la resistenza. Si può scrivere quindi:

$$R = \rho \frac{l}{S}$$

È possibile calcolare la resistività ad una temperatura t [$^{\circ}\text{C}$] diversa da 0°C con la seguente espressione:

$$\rho = \rho_0(1 + \alpha_0 t)$$

dove α è un valore che dipende dal materiale ed è detto *coefficiente di temperatura*.

Analogamente, conoscendo la resistenza R_0 a 0°C , la resistenza R ad una temperatura t [$^{\circ}\text{C}$] diversa da 0°C è data da

$$R = R_0(1 + \alpha_0 t).$$

Se il coefficiente di temperatura è positivo (come accade nei conduttori), la resistenza aumenta con la temperatura. Per spiegare questo fenomeno, immaginiamo che delle persone debbano uscire da un aeroplano a causa di un incendio a bordo; se non rispettano ordine, ma sono prese dal panico, l'uscita sarà difficile e quindi più lenta; in maniera analoga, gli elettroni, a causa dell'aumento della temperatura, si agitano maggiormente, e per loro è più difficile passare da un atomo all'altro. Nei materiali semiconduttori, invece, il coefficiente di temperatura è negativo; la resistenza, pertanto, diminuisce all'aumentare della temperatura; questo perché nei semiconduttori la conduzione è dovuta a un numero di elettroni relativamente piccolo, che con l'aumentare della temperatura non si scontrano tra loro ma acquistano invece più energia, potendo quindi saltare più facilmente da un atomo all'altro.

Nella tabella seguente si riporta la *resistività elettrica* ed il *coefficiente di temperatura* di alcuni materiali riferiti alla temperatura di 0 °C.

Temperatura di riferimento: 0 °C			
	Materiale	Resistività elettrica ρ_0 [$\rho \cdot \text{mm}^2/\text{m}$]	Coefficiente di temperatura α [1/°C]
Buoni conduttori	Argento	0,015	$4 \cdot 10^{-3}$
	Rame	0,016	$4,2 \cdot 10^{-3}$
	Oro	0,021	$3,9 \cdot 10^{-3}$
	Alluminio	0,026	$4,3 \cdot 10^{-3}$
Conduttori	Tungsteno (Wolframio)	0,05	$4,5 \cdot 10^{-3}$
	Stagno	0,115	$4,3 \cdot 10^{-3}$
	Ferro dolce	0,13	$4,8 \cdot 10^{-3}$
	Piombo	0,2	$4,2 \cdot 10^{-3}$
	Manganina (Cu, Mn, Ni)	0,4	$0,01 \cdot 10^{-3}$
	Costantina (Cu, Ni)	0,5	$3,1 \cdot 10^{-6}$
	Ferro-Nichel	0,85	$0,6 \cdot 10^{-3}$
	Mercurio	0,951	$0,9 \cdot 10^{-3}$
Semiconduttori	Carbone	30	negativo
	Germanio purissimo	$5 \cdot 10^5$	negativo
	Silicio purissimo	$25 \cdot 10^8$	negativo
Isolanti	Olio minerale	$\approx 10^{17}$	
	Porcellana	$\approx 10^{18}$	
	Mica	$\approx 10^{20}$	
	Polistirolo	$\approx 10^{22}$	

1.5 Unità di misura delle grandezze elettriche

Ricapitoliamo le unità di misura delle grandezze elettriche viste sinora:

Carica [C] *coulomb* **Corrente** [A] *ampere*, [C]/[s] *coulomb/secondo*
Tensione [V] *volt* **Resistenza** [Ω] *ohm*

Nota bene: le unità di misura che derivano da nomi propri di persona, in sigla sono sempre lettere maiuscole; per esteso sono comunque scritte sempre in minuscolo e senza accenti.

1.6 Legge di Ohm

Si nota che la tensione ai capi di una *resistenza* è proporzionale alla corrente che l'attraversa. Il coefficiente di proporzionalità è proprio il valore della resistenza. La **legge di Ohm**, se è rispettata la convenzione dell'utilizzatore (fig. 1.8), è la seguente:

$$V = R \cdot I$$

1.7 Esercizi svolti

1. Un resistore di resistenza di 100 Ω è attraversato da una corrente di 2 A. A quale tensione è sottoposto?

Soluzione: $V = R \cdot I = 100 \cdot 2 = 200 \text{ V}$

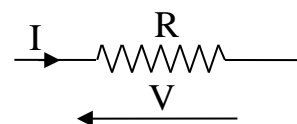


Figura 1.8. Corrente e tensione su una resistenza, rispettando la convenzione dell'utilizzatore

2. Si applica una tensione di $4,5\text{ V}$ ai capi di un resistore; si misura una corrente di 15 mA . Qual è il valore della resistenza?

Soluzione: è necessario esprimere la corrente in [A]. Poiché $1\text{ mA}=0,001\text{ A}$, $15\text{ mA}=0,015\text{ A}$. Esplicitando la relazione vista prima rispetto alla R , si ottiene:

$$R = \frac{V}{I} = \frac{4,5}{0,015} \Omega = 300 \Omega$$

Nota bene: come separatore decimale, in italiano, si usa la virgola; il punto è utilizzato nei paesi anglosassoni.

1.7 Legge di Ohm e convenzioni sui segni

Quando si scrivono i valori di corrente e tensione, è bene sempre rappresentare il loro verso graficamente.

Le tensioni e le correnti possono assumere *valori negativi*; in questo caso il verso reale della tensione o della corrente è opposto a quello rappresentato sullo schema. Per esempio, se la corrente nella figura 1.9 vale $I = -0,5\text{ A}$, nella realtà scorre verso sinistra, e non verso destra come è invece rappresentato.

Nel caso in cui non sia rispettata la *convenzione dell'utilizzatore* (ovvero la corrente entra dal morsetto negativo ed esce da quello positivo; vedi fig. 1.10), nella *legge di Ohm* si deve introdurre un *segno negativo*, poiché una delle due grandezze elettriche I e V deve essere, nella realtà, opposta a quella disegnata, e quindi negativa:

$$V = -R \cdot I$$



Figura 1.9. La corrente I scorre in R e ha un certo verso

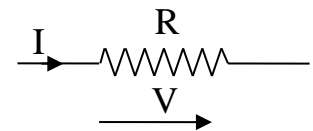


Figura 1.10. Convenzione dell'utilizzatore non rispettata (la corrente entra nel polo negativo dell'utilizzatore)

Capitolo 2

La misurazione e l'errore

2.1 Numero di cifre significative

Per indicare la precisione con la quale una misura è stata eseguita, si è molto attenti al *numero di cifre significative* con cui si trascrivono i risultati. Le cifre significative contenute in un numero comprendono tutte le cifre presenti nel numero i cui valori sono conosciuti con completa certezza.

In ogni numero, il numero di cifre significative è dato dal numero di cifre scritte dalla prima diversa da 0 in poi.

Ad esempio, in

3,46

ci sono 3 cifre significative, come pure in

0,00346 0,00306 0,00300.

Scrivere

3,46 e 3,460

non è esattamente la stessa cosa. Se è vero che questi due numeri esprimono la stessa quantità, è anche vero che nel secondo caso siamo certi che la terza cifra decimale è uno 0; nel primo non lo sappiamo: ci potrebbe essere stato un arrotondamento. Nel primo caso ci sono 3 cifre significative; nel secondo ce ne sono 4.

Nel numero

34600

ci potrebbero essere 3, 4 o 5 cifre significative. Per eliminare il dubbio si usa la notazione scientifica: scrivendo

$3,46 \cdot 10^4$

si evidenzia che ce ne sono 3. Se si scrive

$3,460 \cdot 10^4$

le cifre significative sono 4.

2.2 Misurazione

La **misurazione** è un processo col quale si estrae un risultato numerico da una operazione di comparazione tra la grandezza e un modello di riferimento.

La misura è il risultato di questo processo.

Il Sistema Internazionale (S. I.) è il sistema adottato universalmente, basato su sette unità di misura:

- *metro*, per le lunghezze
- *kilogrammo massa*, per le masse
- *secondo*, per il tempo
- *ampere*, per la corrente elettrica²
- *kelvin*, per la temperatura
- *candela*, per l'intensità luminosa
- *mole*, per la quantità di materia coinvolta in una reazione chimica.

Ogni unità di misura ha multipli e sottomultipli evidenziati da un prefisso:

<i>Tera</i> , T, 10^{12}	<i>Giga</i> , G, 10^9	<i>Mega</i> , M, 10^6	<i>kilo</i> , k, 10^3
<i>milli</i> , m, 10^{-3}	<i>micro</i> , μ , 10^{-6}	<i>nano</i> , n, 10^{-9}	<i>pico</i> , p, 10^{-12}

² Si noti che *ampere* si scrive senza l'accento grave sulla prima lettera e, come invece si scrive il nome proprio *Ampère*.

2.3 Incertezza

Ogni misurazione porta con sé un grado di approssimazione che dipende dagli strumenti e dal metodo utilizzati e che non può essere annullato.

L'indicazione della misura X_a , che chiamiamo *valore atteso*, è la seguente:

$$X_a = X_m - \varepsilon_a$$

dove X_m è il valore misurato e ε_a è l'errore assoluto.

L'**errore assoluto**, quindi, è definito come la differenza tra il valore misurato e il valore atteso, cioè:

$$\varepsilon_a = X_m - X_a$$

L'*errore assoluto* è una grandezza algebrica (con segno) che si esprime nell'unità di misura della grandezza esaminata; non deve essere confuso con il *valore assoluto* di un errore.

2.4 Errore sistematico ed errore accidentale

Gli **errori sistematici** sono quelli che ricorrono ad ogni misurazione e sono legati alla precisione dello strumento ed al metodo di misura utilizzato. Non sono eliminabili, ma se ne può valutare il valore massimo.

Gli **errori accidentali** sono le variazioni casuali che si rilevano ripetendo più volte una misurazione con lo stesso metodo e gli stessi strumenti. Essi hanno una natura casuale e sono legati principalmente a variazioni ambientali (pressione, temperatura, campi elettrici e magnetici...). Questo errori non sono calcolabili come quelli sistematici.

2.5 Errore relativo

L'**errore relativo** è definito come il rapporto tra errore assoluto e valore misurato:

$$\varepsilon_r = \frac{\varepsilon_a}{X_m}$$

È una grandezza adimensionale.

2.6 Accuratezza e precisione

In passato, specialmente nel mondo anglo sassone, il termine *accuratezza* era sinonimo di *precisione*. I due termini, invece, indicano concetti differenti.

La **precisione** rappresenta quanto un insieme di misure si avvicina alla sua media. Facendo una analogia con una serie di frecce scagliate su un bersaglio, quanto più le frecce giungono raggruppate, tanto più la serie di tiri è *precisa*. Non importa quanto il centro del gruppo (la media) si avvicini al centro del bersaglio; quest'altro fattore è, infatti, determinato dall'*accuratezza*.

L'**accuratezza** è tanto migliore quanto più l'insieme di misure si avvicina al valore atteso. Un insieme di misure, allora, può essere preciso, ma non accurato.

Nella figura 2.1 se ne dà una rappresentazione grafica.

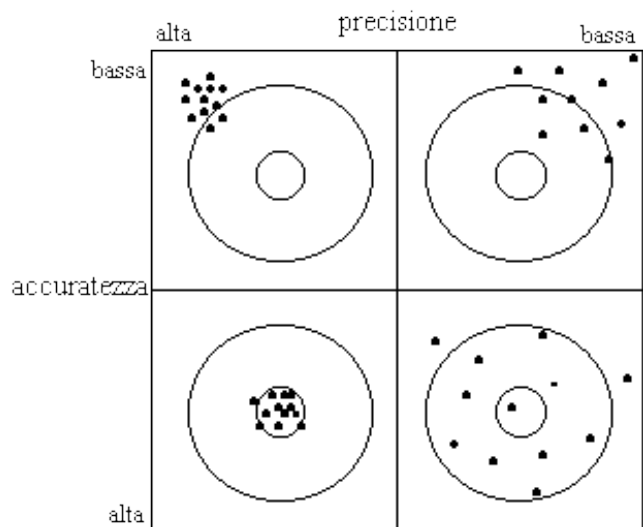


Figura 2.1. Rappresentazione grafica di accuratezza e precisione in un processo di misurazione.

2.7 Strumenti di misura

Gli strumenti di misura forniscono la misura per mezzo di un indice (strumenti analogici) o su un display numerico (strumenti digitali). A seconda della grandezza elettrica misurata, essi hanno le seguenti denominazioni: **amperometro** (corrente), **voltmetro** (tensione), **ohmmetro** (resistenza), **capacimetro** (capacità); il **multimetro** può misurare anche più grandezze elettriche, a volte anche temperatura, e testare componenti elettronici come diodi e transistor ed effettuare test di continuità di cavi. Si riportano le specifiche più importanti.

La **sensibilità** è il rapporto tra la minima deviazione apprezzabile dell'indice e la variazione della grandezza che l'ha provocata.

La **portata** è il valore massimo misurabile, spesso indicato come **valore di fondo scala** V_{fs} ; essa può essere variata in uno stesso strumento.

La **classe di precisione** definisce appunto la precisione dello strumento. È data dall'errore relativo percentuale calcolato sul valore di fondo scala:

$$C = \frac{\varepsilon_a}{V_{fs}} \cdot 100.$$

La classe è, quindi, il **minimo errore relativo percentuale** che si commette utilizzando quello strumento.

L'**errore relativo percentuale** di una misura può essere calcolato a partire dalla classe di precisione, il valore di **fondo scala** e il valore **misurato**:

$$\varepsilon_r \% = \frac{\varepsilon_a}{V_m} \cdot 100 = C \cdot \frac{V_{fs}}{V_m}.$$

Per minimizzare l'errore relativo, quindi, è bene utilizzare il valore di fondo scala più piccolo possibile. Esso, inoltre, diminuisce all'aumentare del valore misurato.

Si riportano esempi di classi di precisione:

- 0,1; 0,2; 0,5 per strumenti da laboratorio;
- 1; 1,5 per strumenti portatili;
- 2,5; 5 per strumenti da quadro.

2.7.1 Strumenti analogici

A seconda del principio di funzionamento alla base del meccanismo che converte una grandezza elettrica in una deviazione dell'indice si possono avere diversi tipi di strumenti. Senza per ora entrare nel merito del funzionamento, elenchiamo i più importanti:

a) strumenti **magnetoelétrici** (detti *a bobina mobile*), usati in corrente continua; possono essere impiegati come amperometro, voltmetro, ohmmetro;

b) strumenti **elettromagnetici** (detti *a ferro mobile*), usati sia in corrente continua che alternata; possono essere impiegati come amperometro, voltmetro, frequenzimetro;

c) strumenti **elettrodinamici**, usati sia in corrente continua che alternata; possono essere impiegati come amperometro, voltmetro, frequenzimetro, wattmetro, contatore;

d) strumenti **a induzione**, usati in corrente alternata; possono essere impiegati come wattmetro e contatore di energia.



Figura 2.2. Amperometro analogico, di classe pari a 2,5

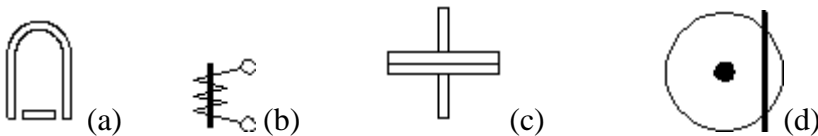


Figura 2.3. Simboli degli strumenti di misura analogici, riportati sugli strumenti: (a) magnetoelettrico, (b) elettromagnetico, (c) elettrodinamico, (d) a induzione.

2.7.2 Strumenti digitali

Gli strumenti digitali forniscono il risultato del processo di misurazione in forma digitale o numerica diretta. Rispetto agli analogici, hanno maggiore facilità di lettura (non vi è l'operazione di interpolazione tra due divisioni contigue e il calcolo della costante di lettura), maggiore accuratezza e risoluzione, basso livello di rumore, elevata velocità di misura, possibilità di inserimento in un complesso di misura automatico controllato da un elaboratore elettronico. Di contro, devono essere alimentati; hanno, inoltre, una minore precisione degli analogici (la lancetta dello strumento analogico, infatti, si muove in maniera continua e può assumere infinite posizioni sul quadro; i numeri su un *display*, invece, sono comunque limitati).

Nella figura 2.3 vediamo un multimetro digitale, uno strumento, cioè, che può misurare diverse grandezze (tensione e corrente continue e alternate, resistenza, temperatura) e testare diodi e *transistor*; ruotando il selettore scegliamo la grandezza da misurare e il valore di fondo scala.

Si notino i *puntali* (col bordo, per evitare a chi li impugna di toccare accidentalmente la parte conduttrice), di colori rosso (polo positivo) e nero (polo negativo). I colori sono importanti nel testare un diodo o misurare una tensione continua; se la misura di tensione è negativa, ad esempio, il polo positivo sarà non quello corrispondente al puntale rosso, ma a quello nero.

È necessario prestare attenzione, poiché se selezioniamo la misura della corrente, ma poniamo i due puntali in una presa elettrica, ci sarà un botto, poiché abbiamo collegato due poli a tensione molto diversa tra loro con un collegamento di bassissima resistenza; l'amperometro ideale, infatti, è un corto circuito, mentre il voltmetro ideale è un circuito aperto.

Lo strumento della figura 2.3 è a *tre digit e mezzo*; questo perché ha un display a 4 cifre, ma la prima può assumere valori 0 o 1; il numero più grande visualizzabile, pertanto, è 1999. Uno strumento a *quattro digit*, invece, può mostrare come valore massimo 9999.



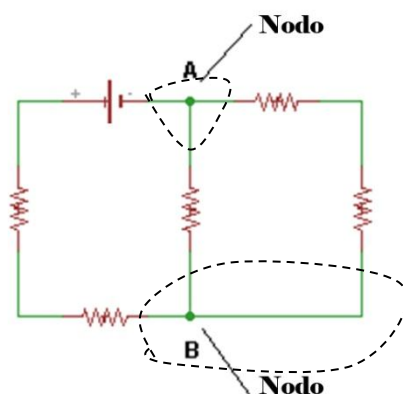
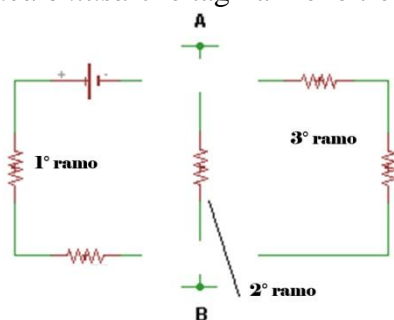
Figura 2.3. Multimetro digitale.

Capitolo 3

Definizioni e leggi sui circuiti

3.1 Definizioni relative ai circuiti

Per *lato* o *ramo* si intende ogni parte della rete che è percorsa da un'unica corrente. Si chiama *nodo* ogni punto della rete in cui confluiscono almeno tre rami³. Per estensione, un nodo è qualunque *linea chiusa* che tagli almeno tre conduttori equipotenziali della rete.



Si dice *maglia* ogni percorso chiuso della rete costituito da rami. Nel circuito a fianco vi sono tre maglie.

3.2 Principi di Kirchhoff

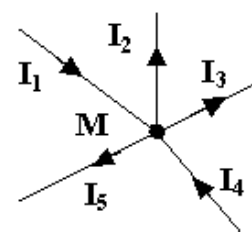
3.2.1 Primo principio di Kirchhoff (o legge di Kirchhoff delle correnti, LKC)

La somma delle correnti entranti in un nodo è uguale alla somma delle correnti uscenti dal nodo stesso.

Il principio è valido pure per la linea chiusa di cui si parlava prima.

Esempio: le correnti I_1 e I_4 sono correnti entranti nel nodo M (fig. al lato); le altre sono uscenti. Pertanto l'equazione corrispondente alla LKC è:

$$I_1 + I_4 = I_2 + I_3 + I_5$$

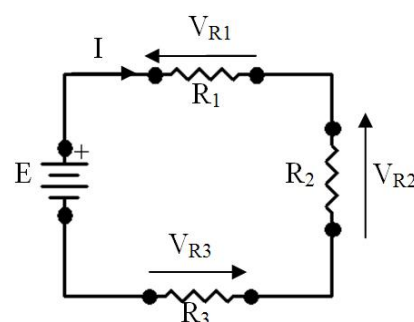


3.2.2 Secondo principio di Kirchhoff (o legge di Kirchhoff delle tensioni, LKT)

La somma algebrica di tutte le tensioni dei generatori e della cadute di tensione sui bipoli passivi che si incontrano percorrendo un qualsiasi percorso chiuso di una rete elettrica è pari a zero.

Per applicare tale legge conviene scegliere innanzitutto un *verso positivo di percorrenza* della maglia (di solito è lo stesso verso della corrente di maglia) e considerare con segno positivo le tensioni con tale verso, con segno negativo le tensioni con verso opposto.

Nel circuito in figura, costituito da una sola maglia, sono state riportate per dare un esempio la tensione E sul generatore e le cadute di tensione sulle resistenze. La corrente è stata disegnata



³ Per altri autori, il ramo corrisponde a un bipolo e un nodo è il punto di incontro di almeno due rami.

uscite dal morsetto positivo del generatore. Le cadute di tensione sono state scelte, rispettando la convenzione dell'utilizzatore, di verso opposto a quello della corrente. Scegliamo come verso positivo quello orario, cioè quello della corrente. L'equazione della *LKT*, quindi, è

$$E - V_{R1} - V_{R2} - V_{R3} = 0$$

3.3 Riduzione di resistenze collegate in serie

Due o più bipoli si dicono collegati in *serie* se sono percorsi dalla stessa corrente.

In figura vediamo due resistenze collegate in serie.

La tensione complessiva ai capi di esse è

$$V = V_{R1} + V_{R2}$$

che, applicando la *legge di Ohm*, si può scrivere

$$V = R_1 I + R_2 I$$

e raccogliendo a fattore comune la *I* si ottiene

$$V = (R_1 + R_2) \cdot I$$

Quest'ultima espressione ci ricorda la *legge di Ohm*, applicata a una resistenza di valore $R_1 + R_2$, cioè pari alla somma delle due resistenze poste in serie. Capiamo, quindi, che **la resistenza equivalente di più resistenze collegate in serie è la somma delle resistenze stesse**:

$$R_s = R_1 + R_2 + \dots + R_n$$

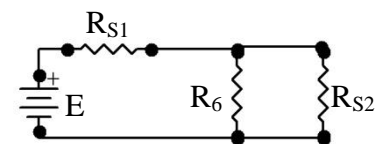
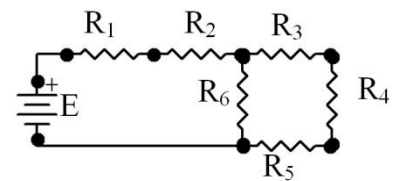
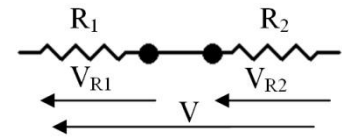
Riduciamo ora a una sola resistenza le resistenze collegate in serie nel circuito in figura (dati: $R_1 = 200\Omega$, $R_2 = 700\Omega$, $R_3 = 400\Omega$, $R_4 = 1k\Omega$, $R_5 = 320\Omega$, $R_6 = 250\Omega$). Dallo schema circuitale si evince che le resistenze R_1 e R_2 sono collegate in serie tra loro, poiché sono attraversate dalla stessa corrente; esse si possono ridurre a un'unica resistenza, di valore

$$R_{S1} = R_1 + R_2 = 200 + 700\Omega = 900\Omega.$$

Stessa cosa si può dire per le resistenze R_3 , R_4 e R_5 . La resistenza serie in questo caso vale

$$R_{S2} = R_3 + R_4 + R_5 = 400 + 1000 + 320\Omega = 1720\Omega.$$

La resistenza R_6 , invece, non può essere accorpata con nessun'altra. Il circuito diventa quello a destra.



3.4 Riduzione di resistenze collegate in parallelo

Due o più bipoli si dicono collegati in *parallelo* se ai loro capi presentano la stessa tensione.

Consideriamo due resistenze collegate in parallelo. Entrambe sono sottoposte alla stessa tensione V e nel parallelo entra la corrente I . Cerchiamo una resistenza equivalente R_p , attraversata dalla corrente I e sottoposta alla tensione V , per cui dovrà valere la legge di Ohm:

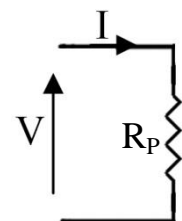
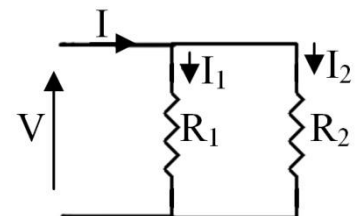
$$V = R_p I.$$

Per la *LKC*, la corrente I sarà la somma delle correnti che attraversano le due resistenze R_1 e R_2 , cioè:

$$I = I_1 + I_2 \tag{1}$$

Applicando la legge di Ohm, otteniamo:

$$I_1 = \frac{V}{R_1} \text{ e } I_2 = \frac{V}{R_2}. \tag{2}$$



Sostituendo le (2) nella (1), abbiamo

$$I = \frac{V}{R_1} + \frac{V}{R_2} = V \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) = V \frac{R_1 + R_2}{R_1 R_2}$$

da cui

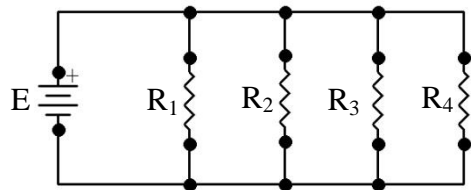
$$V = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} I$$

Tale espressione corrisponde alla legge di Ohm. Si capisce, quindi, che **la resistenza equivalente del parallelo tra due resistenze è il prodotto delle due resistenze diviso la loro somma**:

$$R_p = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$$

Questa formula vale per ridurre solo *due* resistenze. Si noti che, nel caso di due resistenze di ugual valore in parallelo, la resistenza complessiva vale la metà di quel valore.

Consideriamo ora *più resistenze in parallelo*. Nella figura al lato, quattro resistenze sono collegate *in parallelo* tra loro e a un *generatore ideale* di tensione. Poiché il collegamento è effettuato con fili ideali che producono una caduta di tensione nulla, è evidente che il generatore imponga la sua tensione a tutte le resistenze.

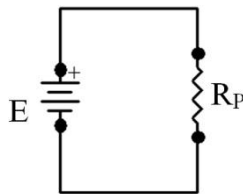


In maniera analoga a quanto è stato fatto per il caso di due resistenze, si può dimostrare che la resistenza equivalente di *n resistenze* vale

$$R_p = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots + \frac{1}{R_n}}$$

Assegniamo dei valori alle resistenze del circuito: $R_1 = 200\Omega$, $R_2 = 700\Omega$, $R_3 = 400\Omega$, $R_4 = 1\text{k}\Omega$.

Il circuito diventa il seguente:



con una resistenza equivalente pari a

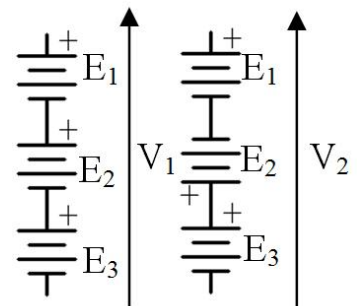
$$R_p = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4}} = \frac{1}{\frac{1}{200} + \frac{1}{700} + \frac{1}{400} + \frac{1}{1000}} \Omega = 80,5 \Omega.$$

Si noti che **il valore della resistenza equivalente del parallelo è inferiore alla più piccola delle resistenze**. La ragione è facile da intuire: la corrente, se scorresse solo nella resistenza più piccola, avrebbe un solo conduttore dove passare; con l'aumentare delle resistenze in parallelo, aumentano le vie percorribili, e quindi diminuisce la resistenza complessiva.

3.5 Generatori di tensione in serie e in parallelo

Anche i generatori di tensione possono essere collegati tra loro. Pensiamo alle pile che inseriamo nel telecomando del televisore: solitamente se ne inseriscono due in serie. Ciascuna pila genera una tensione di 1,5 V; quella complessiva sarà 3 V.

Per batteria si intende un insieme di oggetti; in questo caso, un insieme di pile in serie. La batteria dei cellulari, di solito, è da 3,6 V;



questo perché è formata da tre pile ricaricabili da 1,2 V ognuna.

Più generatori di tensione *in serie*, quindi, si possono ridurre ad n unico generatore, sommando algebricamente le tensioni. Nella prima serie della figura a destra, la tensione complessiva è

$$V_1 = E_1 + E_2 + E_3.$$

Se un generatore è posto in verso contrario rispetto agli altri, la sua tensione si sottrae alle altre. Nella seconda serie, quindi, poiché la tensione E_2 è orientata verso il basso, la tensione complessiva sarà

$$V_2 = E_1 - E_2 + E_3.$$

Più generatori di tensione possono essere collegati *in parallelo* al fine di ottenere una potenza erogabile superiore. Questo collegamento si può effettuare solo se sono posti nello *stesso verso* e sono della *stessa tensione*. Altrimenti si creerebbe una differenza di potenziale ai capi di un conduttore di resistenza bassissima, e ci sarebbero forti correnti che danneggerebbero il circuito.

3.6 La conduttanza

La *conduttanza* è una caratteristica del resistore o del conduttore, che, al contrario della *resistenza*, indica quanto facilmente il conduttore si lascia attraversare da corrente. Essa è pari all'inverso della resistenza e il suo simbolo è la G :

$$G = \frac{1}{R} \quad [\text{siemens}], [S]; [\text{mho}]$$

La sua unità di misura è il *siemens* o anche il *mho*, che si usa nei paesi anglosassoni e che, come noterai, è una parola ottenuta da ohm leggendola da destra verso sinistra.

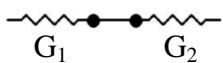
Per indicare i valori caratteristici dei resistori nei circuiti, quindi, si può indicare la loro conduttanza. La legge di Ohm, espressa in funzione della conduttanza, diventa

$$V = \frac{1}{G} I \quad \text{oppure} \quad I = GV$$

La conduttanza, quindi, è pari al rapporto tra corrente e tensione: $G = \frac{I}{V}$.

3.6.1 Riduzione di conduttanze in serie

La formula per la conduttanza equivalente serie è analoga a quella della resistenza equivalente del parallelo:



$$G_s = \frac{G_1 \cdot G_2}{G_1 + G_2} \quad \text{nel caso di due conduttanze in serie}^4$$

$$G_s = \frac{1}{\frac{1}{G_1} + \frac{1}{G_2} + \dots + \frac{1}{G_n}} \quad \text{nel caso di due o più conduttanze in serie}$$

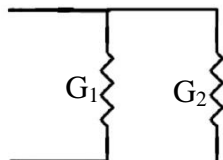
⁴ Per verificare ciò, è sufficiente sostituire l'espressione della resistenza nella formula vista:

$$\frac{1}{R_s} = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}} = \frac{1}{\frac{R_1 + R_2}{R_1 R_2}} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}, \text{ da cui si ottiene } R_s = R_1 + R_2, \text{ che sappiamo essere vero.}$$

3.6.2 Riduzione di conduttanze in parallelo

La conduttanza equivalente del parallelo si calcola in maniera analoga alla resistenza equivalente della serie, e quindi è data dalla somma delle conduttanze⁵:

$$G_p = G_1 + G_2 + \dots + G_n$$



Capiamo quindi che nel caso di resistori collegati in parallelo, è molto più comodo calcolare la conduttanza equivalente che la resistenza.

3.7 Esercizi svolti

1. Calcola la tensione del generatore di tensione E_1 , conoscendo i valori delle resistenze e della corrente. Dati: $R_1 = 100\Omega$; $R_2 = 50\Omega$; $R_3 = 70\Omega$; $E_2 = 30\text{ V}$, $I = 2\text{ A}$.

Soluzione. Disegniamo i versi delle cadute di tensione sulle resistenze. Scriviamo la LKT:

$$E_1 - V_{R1} - V_{R2} - E_2 - V_{R3} = 0$$

da cui $E_1 = V_{R1} + V_{R2} + E_2 + V_{R3}$

Calcoliamo le cadute di tensione sulle resistenze utilizzando la legge di Ohm:

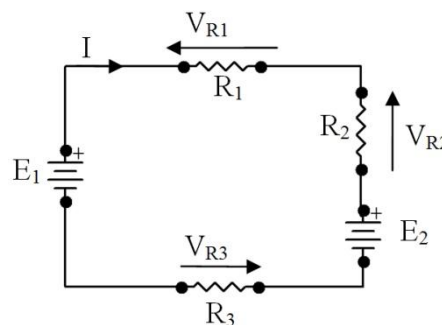
$$V_{R1} = R_1 I = 100 \cdot 2\text{ V} = 200\text{ V}$$

$$V_{R2} = R_2 I = 50 \cdot 2\text{ V} = 100\text{ V}$$

$$V_{R3} = R_3 I = 70 \cdot 2\text{ V} = 140\text{ V}$$

Calcoliamo quindi la tensione E_1 del generatore dalla LKT:

$$E_1 = V_{R1} + V_{R2} + E_2 + V_{R3} = 200 + 100 + 140 + 30 = 470\text{ V}$$

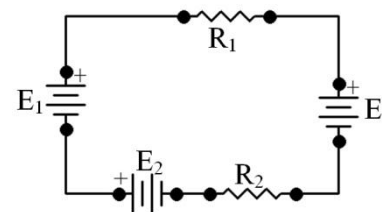


2. Calcolare la corrente che scorre nel seguente circuito.

Dati: $E_1 = 20\text{ V}$; $E_2 = 12\text{ V}$; $E_3 = 50\text{ V}$; $R_1 = 200\Omega$; $R_2 = 700\Omega$.

Soluzione. In questo circuito a singola maglia vi sono tre generatori di tensione e due resistenze. Notiamo che i generatori E_1 e E_2 sono in verso orario; E_3 è in verso antiorario.

Prendiamo la corrente in verso orario (scegliamo tale verso arbitrariamente). Calcoliamo la corrente utilizzando due metodi.



Metodo 1: LKT e legge di Ohm. Indichiamo sul disegno versi di corrente e di cadute di tensione:

Per la LKT si può scrivere:

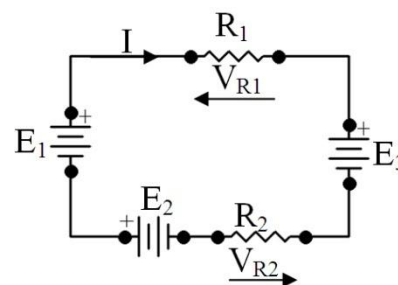
$$E_1 + E_2 - E_3 - V_{R1} - V_{R2} = 0 \quad (1)$$

Per la legge di Ohm:

$$V_{R1} = R_1 \cdot I \quad (2)$$

$$V_{R2} = R_2 \cdot I \quad (2)$$

Sostituendo le (2) nella (1) si ottiene



⁵ Anche questa espressione si può dimostrare, come fatto nella nota precedente; prova a dimostrarla tu.

$$E_1 + E_2 - E_3 - R_1 \cdot I - R_2 \cdot I = 0$$

È una equazione di primo grado nell'incognita I ;
da essa si ottiene il valore della corrente:

$$I = \frac{E_1 + E_2 - E_3}{R_1 + R_2} = \frac{20 + 12 - 50}{200 + 700} \text{ A} = \frac{-18}{900} = -\frac{1}{50} \text{ A}$$

La corrente assume un *valore negativo*. Ciò vuol dire che il verso reale della corrente è opposto a quello scelto inizialmente; questo a causa del valore del generatore E_3 , posto in verso antiorario, che eroga una tensione maggiore della somma degli altri due, posti in verso orario. I generatori E_1 ed E_2 stanno assorbendo corrente: evidentemente sono batterie che si stanno ricaricando.

Metodo 2: riduzione di generatori e resistenze collegati in serie. Sommando algebricamente le tensioni ai capi dei generatori e le resistenze, si ottiene un circuito con un unico generatore di valore

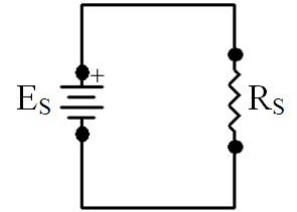
$$E_s = E_1 + E_2 - E_3 = 20 + 12 - 50 \text{ V} = -18 \text{ V}$$

e un'unica resistenza

$$R_s = R_1 + R_2 = 200 + 700 \text{ } \Omega = 900 \text{ } \Omega$$

È facile quindi calcolare la corrente, applicando la legge di Ohm, ottenendo lo stesso risultato avuto col metodo precedente, ma in maniera più rapida:

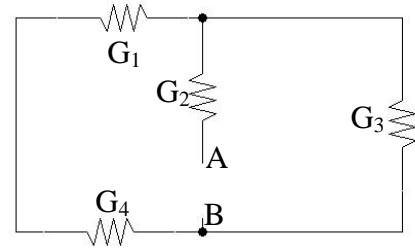
$$I = \frac{E_s}{R_s} = \frac{-18}{900} \text{ A} = -\frac{1}{50} \text{ A}$$



3. Calcola la conduttanza equivalente vista dai morsetti A e B.

Calcola, inoltre, la corrente erogata da un generatore di tensione da 20 V collegato ai morsetti A e B.

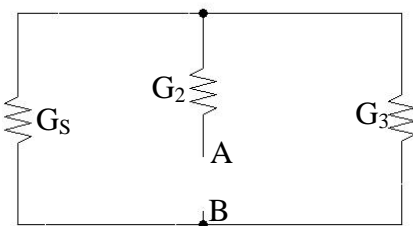
Dati: $G_1=0,03 \text{ S}$; $G_2=0,05 \text{ S}$; $G_3=0,025 \text{ S}$; $G_4=0,01 \text{ S}$.



Soluzione. L'unico collegamento che riconosciamo è quello serie tra G_1 e G_4 . La conduttanza serie equivalente vale

$$G_s = \frac{G_1 \cdot G_4}{G_1 + G_4} = \frac{0,03 \cdot 0,01}{0,03 + 0,01} \text{ S} = 0,075 \text{ S}$$

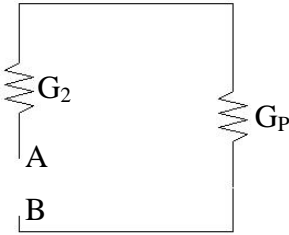
Il circuito diventa il seguente:



Riconosciamo il collegamento in parallelo tra G_3 e G_s , che sono infatti sottoposte alla stessa tensione. La conduttanza equivalente del parallelo è data dalla somma:

$$G_p = G_s + G_3 = 0,075 + 0,025 \text{ S} = 0,1 \text{ S}$$

Il circuito diviene il seguente:



Per finire, la conduttanza equivalente vista dai morsetti A e B è data dalla somma di G_2 e G_P , che sono in serie, poiché percorse dalla stessa corrente:

$$G_{eq} = \frac{G_2 \cdot G_P}{G_2 + G_P} = \frac{0,05 \cdot 0,1}{0,05 + 0,1} = 0,033 \text{ S}$$

La corrente erogata dal generatore di tensione $E=20 \text{ V}$ collegato ai morsetti A e B si calcola utilizzando la legge di Ohm:

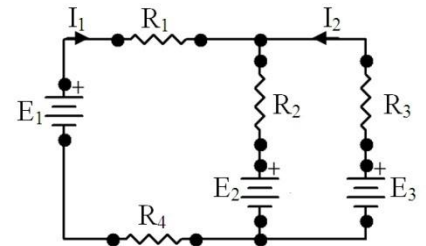
$$I = G_{eq} V = 0,033 \cdot 20 \text{ A} = 0,66 \text{ A}$$

3.8 Esercizi da svolgere

1. Calcola la tensione ai capi del generatore E_3 e la corrente entrante dal morsetto positivo dalla batteria E_2 , conoscendo i seguenti dati: $R_1 = 100 \Omega$, $R_3 = 300 \Omega$, $R_4 = 200 \Omega$, $I_1 = 1,2 \text{ A}$, $I_2 = 2 \text{ A}$, $E_1 = 12 \text{ V}$.

Il verso della batteria E_2 disegnato è quello reale? (*suggerimento: applica la LKT a una maglia contenente il generatore E_2 e cerca di capire se il segno di E_2 è positivo o negativo*)

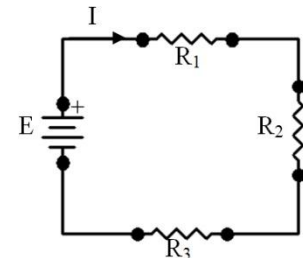
[Risultati: $E_3 = 252 \text{ V}$; $I_{E_2} = 3,2 \text{ A}$; No]



2. Calcola la resistenza R_1 necessaria a far sì che nel circuito circoli una corrente $I = 50 \text{ mA}$.

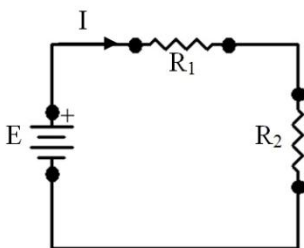
Dati: $E = 100 \text{ V}$, $R_2 = 70 \Omega$, $R_3 = 150 \Omega$.

[Risultato: $R_1 = 1780 \Omega$]



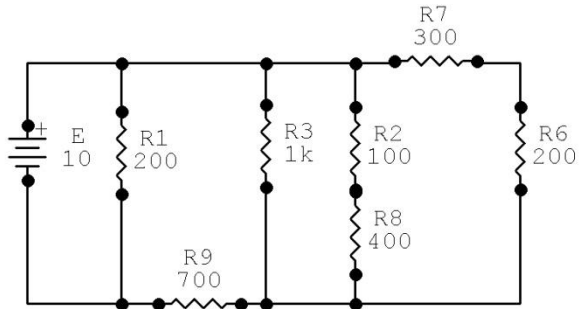
3. Calcola la corrente nel seguente circuito, conoscendo i valori della tensione del generatore, di R_1 e della caduta di tensione su R_2 .

Dati: $E = 30 \text{ V}$, $R_1 = 70 \Omega$, $V_{R_2} = 15 \text{ V}$. [Risultato: $I = 214 \text{ mA}$]



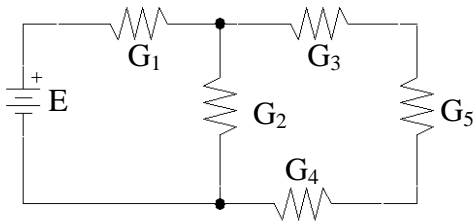
4. Riduci a un'unica resistenza equivalente le resistenze nel seguente circuito e calcola la corrente erogata dal generatore (la tensione è espressa in volt e le resistenze in ohm).

[Risultati: $R_{eq} = 164\Omega$; $I = 61\text{mA}$]



5. Calcola la conduttanza vista dai morsetti del generatore e la corrente erogata. Dati: $E=50\text{ V}$; $G_1=0,02\text{ S}$; $G_2=0,01\text{ S}$; $G_3=0,05\text{ S}$; $G_4=0,03\text{ S}$; $G_5=0,04\text{ S}$.

[Ris.: $G_{eq}=0,0106\text{ S}$; $I=0,532\text{ A}$]



Capitolo 4

Risoluzione dei circuiti elettrici in regime continuo

4.1 Regola del partitore di tensione

Se conosciamo la *tensione* V ai capi di una serie di resistenze e i *valori delle resistenze* stesse (fig. 4.1), è possibile calcolare la *caduta di tensione* ai capi di ciascuna resistenza, tramite un'unica formula.

Per ottenere quella formula, utilizziamo la legge di Ohm e la resistenza equivalente serie.

La corrente che scorre nella serie in figura è data da

$$I = \frac{V}{R_1 + R_2} \quad (4.1)$$

La tensione ai capi di R_1 , per la legge di Ohm, sarà

$$V_{R1} = R_1 I \quad (4.2)$$

Sostituendo la (4.1) nella (4.2) si ottiene

$$V_{R1} = R_1 \frac{V}{R_1 + R_2}$$

ovvero, riscritta raggruppando le resistenze,

$$V_{R1} = V \frac{R_1}{R_1 + R_2}$$

Questa formula ci dice che la tensione ai capi di una resistenza facente parte di una serie di resistenze è pari alla tensione ai capi della serie moltiplicata la resistenza stessa diviso la somma delle resistenze in serie.

Analogamente, la tensione ai capi di R_2 sarà

$$V_{R2} = V \frac{R_2}{R_1 + R_2}.$$

La tensione totale su una serie di resistenze, quindi, si ripartisce proporzionalmente ai valori delle resistenze stesse. Se $R_1 = 20 \Omega$ e $R_2 = 40 \Omega$, ci aspettiamo che la tensione ai capi di R_1 sia la metà rispetto a quella su R_2 .

4.2 Regola del partitore di corrente

Se conosciamo la *corrente* I entrante in un parallelo tra due resistenze e i *valori delle resistenze* stesse (fig. 4.2), è possibile calcolare la *corrente che scorre in ciascuna resistenza*, tramite una sola formula.

Per ottenere quella formula, utilizziamo la legge di Ohm e la resistenza equivalente del parallelo.

La tensione ai capi del parallelo in figura è data da

$$V = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} I \quad (4.3)$$

La corrente che scorre in R_1 sarà, per la legge di Ohm,

$$I_1 = \frac{V}{R_1} \quad (4.4)$$

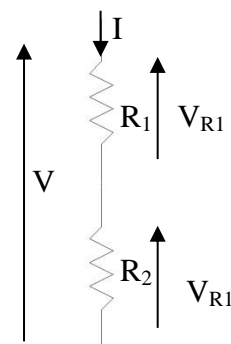


Figura 4.1. Due resistenze in serie e relative cadute di tensione

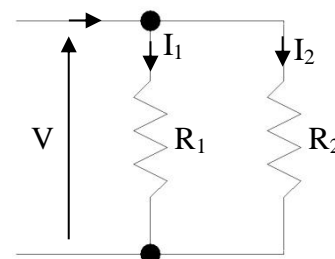


Figura 4.2. Due resistenze in parallelo e relative correnti

che, sostituendo la (4.3) nella (4.4), diventa

$$I_1 = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} I \frac{1}{R_1}$$

ovvero

$$I_1 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} I$$

Questa regola, detta del partitore di corrente, ci dice che in un parallelo di due resistenze la corrente si ripartisce preferendo andare in misura maggiore nel ramo in cui la resistenza è minore; nella resistenza R_1 , per esempio, la corrente I_1 è tanto maggiore quanto maggiore è il valore della resistenza R_2 , che si trova al numeratore.

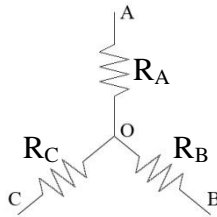
Analogamente, la corrente nella seconda resistenza è

$$I_2 = \frac{R_1}{R_1 + R_2} I$$

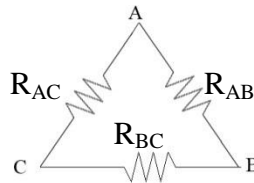
4.3 Collegamenti a stella e a triangolo

Come abbiamo visto, le resistenze (e tutti i bipoli) possono essere collegate in *serie* e in *parallelo*. Esistono circuiti in cui non è possibile riconoscere alcun collegamento in serie o parallelo. In quei casi, però, sono riconoscibili collegamenti *a stella* o *a triangolo*.

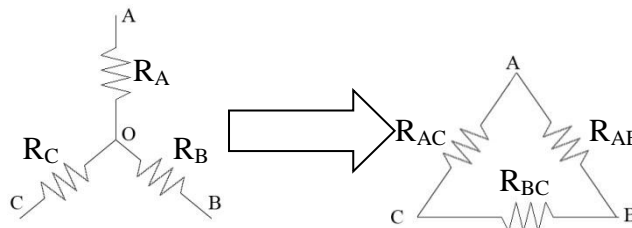
Tre bipoli si dicono collegati **a stella** se hanno in comune un morsetto. In figura vediamo tre resistenze collegate a stella. Con la lettera "O" si indica il morsetto comune, detto **centro stella**.



Tra bipoli si dicono collegati **a triangolo** se ciascuno ha in comune un morsetto con uno e l'altro morsetto con l'altro. Nella figura seguente, tre resistenze collegate a triangolo:



4.3.1 Trasformazione stella-triangolo

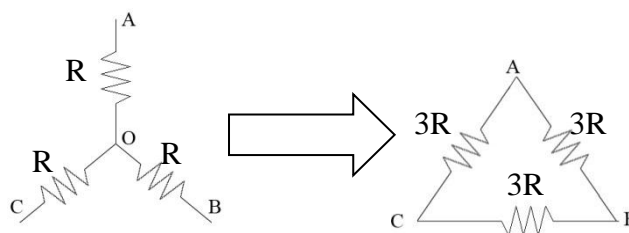


È possibile sostituire una *stella di resistenze* con un *triangolo di resistenze*, calcolando opportunamente i valori delle **nuove resistenze** da utilizzare. Le formule per calcolare le resistenze del triangolo a partire da quelle della stella sono le seguenti:

$$R_{AB} = \frac{R_A R_B + R_A R_C + R_B R_C}{R_C}; \quad R_{AC} = \frac{R_A R_B + R_A R_C + R_B R_C}{R_B}; \quad R_{BC} = \frac{R_A R_B + R_A R_C + R_B R_C}{R_A}$$

Notiamo che se le resistenze della stella sono tutte e tre dello **stesso valore R** , il triangolo sarà costituito da resistenze pari al triplo delle prime. Risulta, infatti:

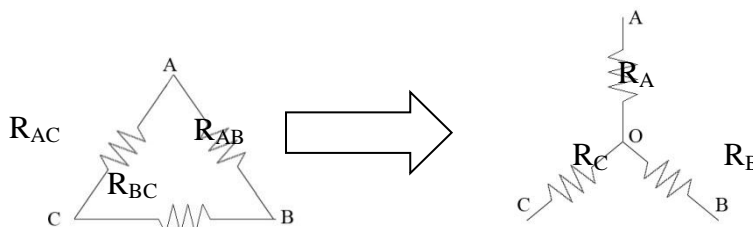
$$R_{AB} = \frac{R \cdot R + R \cdot R + R \cdot R}{R} = \frac{3R^2}{R} = 3R$$



4.3.2 Trasformazione triangolo-stella

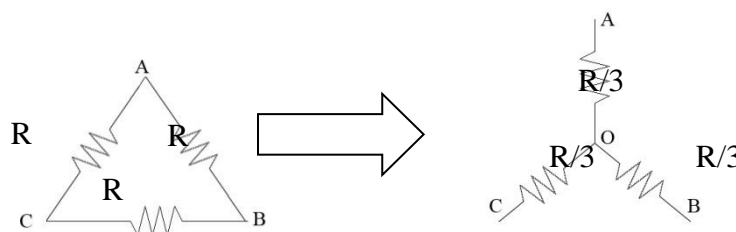
Per trasformare un triangolo di resistenze in una stella, è necessario calcolare le nuove resistenze a partire da quelle della stella; si utilizzano le formule seguenti:

$$R_A = \frac{R_{AB}R_{AC}}{R_{AB} + R_{AC} + R_{BC}}; \quad R_B = \frac{R_{AB}R_{BC}}{R_{AB} + R_{AC} + R_{BC}}; \quad R_C = \frac{R_{AC}R_{BC}}{R_{AB} + R_{AC} + R_{BC}}$$



Notiamo che se le resistenze della stella sono tutte e tre dello **stesso valore R** , la stella sarà costituita da resistenze pari a un terzo delle prime. Infatti:

$$R_A = \frac{R \cdot R}{R + R + R} = \frac{R^2}{3R} = \frac{R}{3}$$



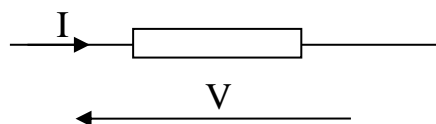
4.4 Potenza ed energia; effetto Joule

Si definisce **potenza elettrica** associata a un bipolo il prodotto tra tensione ai suoi capi e corrente che lo attraversa:

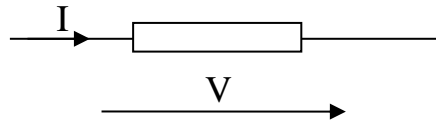
$$P = VI \quad [\text{watt}], [W]$$

La sua unità di misura è il **watt**, in sigla [W].

Se è rispettata la **convenzione dell'utilizzatore** (figura in basso), la potenza si dice **assorbita**. Se il suo valore dovesse essere **negativo**, nella realtà si tratterebbe di una potenza **erogata**.



Se è rispettata la *convenzione del generatore* (figura in basso), la potenza si dice *erogata*. Se il suo valore dovesse essere *negativo*, nella realtà si tratterebbe di una potenza *assorbita*.



È possibile calcolare l'*energia* assorbita in un certo intervallo di tempo da un utilizzatore, o erogata da un generatore, moltiplicando la potenza (supposta costante) per tale periodo di tempo. Adoperiamo la lettera *W* come simbolo dell'energia (da non confondere con l'unità di misura della potenza, il *watt*):

$$W = P \cdot t \quad [J]=[W][s]$$

La sua unità di misura è il *joule*, in sigla [*J*], equivalente al prodotto *watt* per *secondo*.

Spesso nella pratica l'energia elettrica è misurata in *kilowattora*, [*kWh*], come vediamo nei contatori nelle nostre case. Come puoi facilmente ricavare, un *kWh* equivale a $3,6 \cdot 10^6$ *J*.

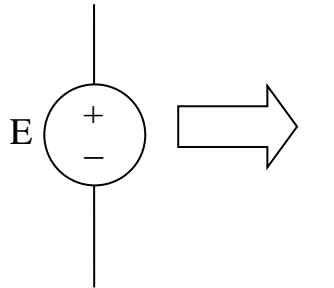
Un resistore trasforma la potenza assorbita totalmente in calore; pensa al forno, alla stufa elettrica o all'asciugacapelli: al loro interno un resistore diventa rovente a causa del passaggio di corrente elettrica. Tale fenomeno è detto *effetto Joule*. È possibile calcolare tale potenza utilizzando la formula vista prima, $P = VI$, oppure formule in cui figurano solo la tensione o solo la corrente, ricavate applicando la legge di Ohm:

$$P = RI^2$$

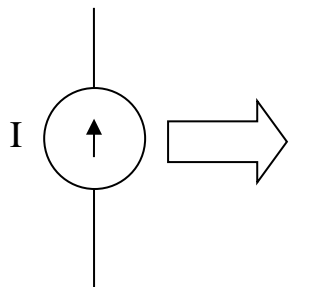
$$P = \frac{V^2}{R}$$

4.5 Il principio di sovrapposizione degli effetti

Passivizzare un generatore vuol dire annullare la sua grandezza elettrica caratteristica. Per passivizzare un *generatore di tensione* è necessario far sì che il bipolo produca una *tensione nulla*, e quindi bisogna rimpiazzarlo con un *corto circuito*.



Per passivizzare un *generatore di corrente* è necessario far sì che il bipolo eroghi una *corrente nulla*; bisogna sostituirlo, quindi, con un *circuito aperto*.



Nei *circuiti lineari*, come sono quelli costituiti da resistenze e generatori, vale il *principio di sovrapposizione degli effetti*. In circuiti in cui sono presenti elementi non lineari come *diodi* e *transistor*, tale principio non si può applicare.

Questo principio è utile per risolvere un circuito contenenti più generatori. Supponiamo di voler calcolare la corrente che scorre in un ramo. Applicando un generatore per volta (passivizzando tutti gli

altri) si calcola ogni volta la *corrente incognita*; alla fine, quindi, avremo tante correnti quanti sono i generatori. Per calcolare la corrente esistente nel ramo quando tutti i generatori sono applicati è sufficiente *sommare algebricamente* i valori trovati in precedenza.

Il discorso è analogo se si vuole calcolare una tensione tra due nodi.

4.6 Il metodo delle maglie

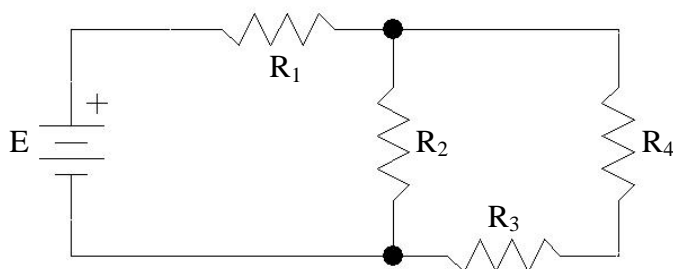
In un circuito resistivo, conoscendo i valori dei generatori di tensione e delle resistenze, è possibile calcolare tutte le correnti e le tensioni risolvendo un sistema lineare, di tante equazioni e tante incognite quante sono le maglie indipendenti.

Il numero di *maglie indipendenti* è il numero di maglie che è sufficiente considerare per risolvere il circuito ed è inferiore al numero di maglie presenti; si calcola tramite la seguente formula:

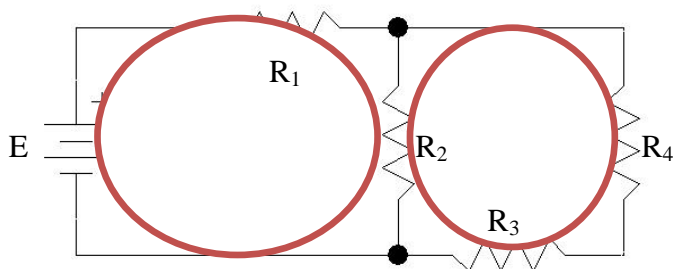
$$m_i = m - n + 1$$

dove m è il numero di maglie e n è il numero di nodi del circuito.

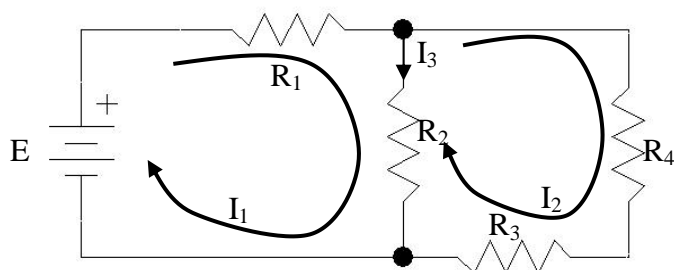
Ad esempio, nel seguente circuito ci sono 3 maglie e 2 nodi. Il numero di maglie indipendenti, pertanto, è di 2 maglie.



Per applicare tale metodo, dobbiamo scegliere quindi 2 delle 3 maglie presenti, ad esempio quelle evidenziate qui:



Ora disegniamo le cosiddette *correnti di maglia*, scegliendo per entrambe lo *stesso verso* (in questo caso abbiamo scelto il verso orario):



Nel generatore e nella resistenza R_1 scorre la corrente I_1 ; nelle resistenze R_3 e R_4 la corrente I_2 . Nel ramo centrale le due correnti si sovrappongono: I_1 sale, mentre I_2 scende. La corrente complessiva che scende sarà data dalla **differenza tra le due correnti di maglia**:

$$I_3 = I_1 - I_2.$$

Lo stesso risultato si ottiene applicando la LKC in uno dei due nodi.

Scriviamo il sistema di due equazioni in due incognite. Le due incognite sono le *correnti di maglia* I_1 e I_2 .

Ecco le regole per scrivere le equazioni⁶:

I equazione:

-il coefficiente di I_1 è dato dalla somma delle *resistenze* che si affacciano *sulla prima maglia*;

-il coefficiente di I_2 è dato dalla somma delle *resistenze in comune* tra la prima e la seconda maglia cambiata di segno;

-il termine noto, a destra dell'uguale, è dato dalla somma algebrica dei generatori di tensione che si affacciano sulla prima maglia, prendendo il segno positivo se hanno lo stesso verso della corrente di maglia, negativo in caso contrario.

II equazione:

-il coefficiente di I_1 è dato dalla somma delle *resistenze in comune* tra la prima e la seconda maglia cambiata di segno;

-il coefficiente di I_2 è dato dalla somma delle *resistenze* che si affacciano *sulla seconda maglia*;

-il termine noto segue le stesse regole della I equazione.

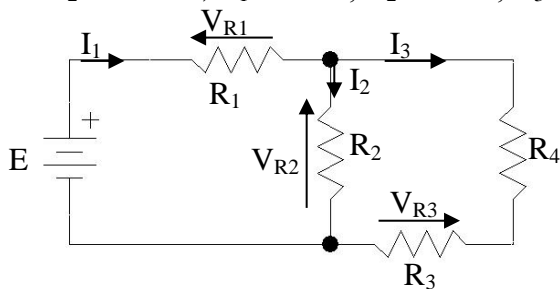
$$\begin{cases} (R_1 + R_2)I_1 - R_2I_2 = E \\ -R_2I_1 + (R_2 + R_4 + R_5)I_2 = 0 \end{cases}$$

4.7 Esercizi svolti

4.7.1 Leggi di Ohm e di Kirchhoff, regole dei partitori

1. Calcola la tensione ai capi della resistenza R_3 sapendo la corrente che scorre in R_2 e i valori delle resistenze. Calcola, inoltre, la tensione E del generatore.

Dati: $I_2=250$ mA; $R_1=100$ Ω ; $R_2=500$ Ω ; $R_3=250$ Ω ; $R_4=160$ Ω .



Soluzione. La resistenza R_3 è in serie a R_4 . È possibile applicare la tensione ai capi di R_3 applicando la regola del partitore di tensione, se sappiamo la tensione ai capi della serie R_3 - R_4 . Tale tensione è pari alla tensione V_{R2} , che possiamo calcolare applicando la legge di Ohm:

⁶ Queste regole si ricavano applicando la LKT e la legge di Ohm alle due maglie:

$$\begin{cases} E - V_{R1} - V_{R2} = 0 \\ -V_{R2} - V_{R3} - V_{R4} = 0 \end{cases}; \begin{cases} E - R_1I_1 - R_2(I_1 - I_2) = 0 \\ -R_2(I_2 - I_1) - R_3I_2 - R_4I_2 = 0 \end{cases}; \begin{cases} -R_1I_1 - R_2I_1 + R_2I_2 = -E \\ -R_2I_2 + R_2I_1 - R_3I_2 - R_4I_2 = 0 \end{cases};$$

$$\begin{cases} R_1I_1 + R_2I_1 - R_2I_2 = E \\ R_2I_2 - R_2I_1 + R_3I_2 + R_4I_2 = 0 \end{cases}; \begin{cases} (R_1 + R_2)I_1 - R_2I_2 = E \\ -R_2I_1 + (R_2 + R_4 + R_5)I_2 = 0 \end{cases}$$

$$V_{R2} = R_2 I_2 = 500 \cdot 0,25 \text{ V} = 125 \text{ V}$$

La tensione ai capi di R_3 , quindi, sarà

$$V_{R3} = V_{R2} \frac{R_3}{R_3 + R_4} = 125 \frac{250}{250 + 160} \text{ V} = 76,2 \text{ V}$$

Per calcolare la tensione del generatore E possiamo applicare la LKT alla maglia $E-R_1-R_2$:

$$E - V_{R1} - V_{R2} = 0$$

da cui $E = V_{R1} + V_{R2}$

Possiamo calcolare V_{R1} applicando la legge di Ohm a R_1 , ma non conosciamo la corrente che l'attraversa; dobbiamo quindi prima calcolare I_1 , applicando la LKC in uno dei due nodi del circuito. Ci serve, però, ancora un altro dato, la corrente I_3 , che possiamo calcolare a partire dalla tensione V_{R3} :

$$I_3 = \frac{V_{R3}}{R_3} = \frac{76,2}{250} \text{ A} = 0,305 \text{ A}$$

Scriviamo quindi la LKC sul nodo superiore:

$$I_1 = I_2 + I_3 = 0,250 + 0,305 \text{ A} = 0,555 \text{ A}$$

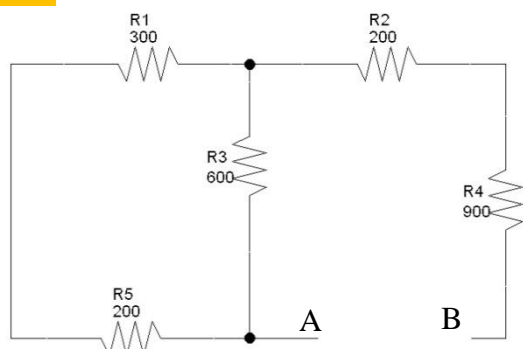
La caduta di tensione su R_1 , quindi, sarà

$$V_{R1} = R_1 I_1 = 100 \cdot 0,555 \text{ V} = 55,5 \text{ V}$$

e quindi, tornando alla LKT, la del generatore varrà

$$E = V_{R1} + V_{R2} = 55,5 + 125 \text{ V} = 180,5 \text{ V}$$

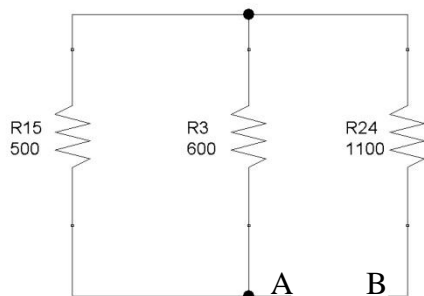
2. Calcola la resistenza vista dai morsetti A e B (tutti i valori sono espressi in *ohm*).



Soluzione. Riconosciamo i collegamenti in serie R_1-R_5 e R_2-R_4 . Calcoliamo le resistenze equivalenti:

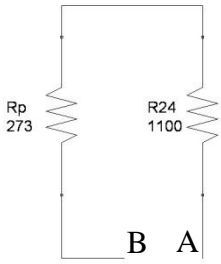
$$R_{15} = R_1 + R_5 = 500 \Omega; \quad R_{24} = R_2 + R_4 = 1100 \Omega$$

Il circuito diventa il seguente:



Ora riconosciamo il collegamento in parallelo tra R_{15} e R_3 : $R_P = \frac{R_{15} \cdot R_3}{R_{15} + R_3} = \frac{500 \cdot 600}{500 + 600} \Omega = 273 \Omega$. Il

nuovo circuito è riportato sotto:



La resistenza equivalente vista dai morsetti A e B, infine, è data dalla serie tra R_P e R_{24} :

$$R_{eq} = R_P + R_{24} = 273 + 1100 \Omega = 1373 \Omega$$

3. Calcola la corrente che scorre nella resistenza R_5 sapendo la corrente erogata dal generatore e i valori delle resistenze. Calcola inoltre la tensione E del generatore. Dati: $I_1=50$ mA; $R_1=200$ Ω ; $R_2=300$ Ω ; $R_3=50$ Ω ; $R_4=120$ Ω , $R_5=60$ Ω .

Soluzione. Le resistenze R_3 e R_4 sono in serie, e possono essere considerate un'unica resistenza di valore pari alla loro somma. Applicando il partitore di corrente, calcoliamo la corrente in R_5 :

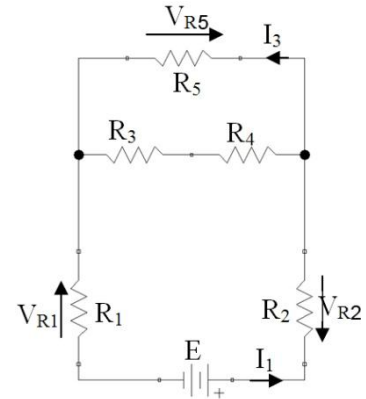
$$I_3 = \frac{R_3 + R_4}{R_3 + R_4 + R_5} I_1 = \frac{50 + 120}{50 + 120 + 60} A = \frac{170}{230} A = 0,739 A$$

Per calcolare la tensione del generatore, applichiamo la LKT nella maglia esterna, poiché non conosciamo né le tensioni né la corrente sul ramo interno. Scriviamo, quindi, $E - V_{R1} - V_{R5} - V_{R2} = 0$.

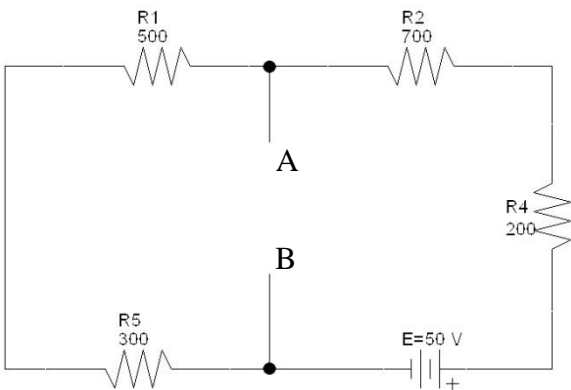
Le cadute di tensione su R_1 , R_2 e R_5 possono essere calcolate con la legge di Ohm:

$$V_{R1} = R_1 \cdot I_1 = 200 \cdot 0,05 V = 10 V; \quad V_{R2} = R_2 \cdot I_1 = 300 \cdot 0,05 V = 15 V; \quad V_{R5} = R_5 \cdot I_3 = 60 \cdot 0,739 V = 44,3 V$$

La tensione del generatore vale quindi $E = V_{R1} + V_{R5} + V_{R2} = 10 + 15 + 44,3 V = 69,3 V$.

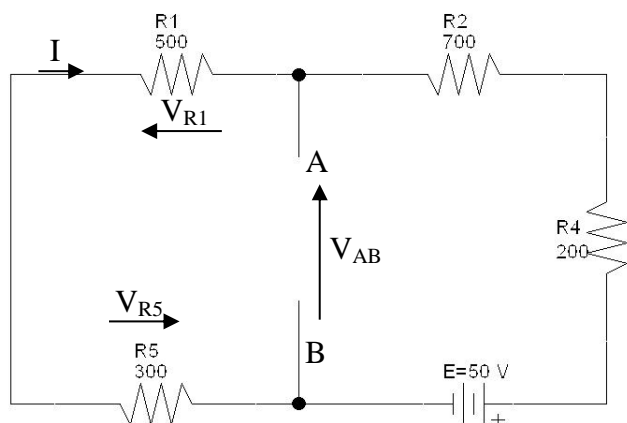


4. Calcola la tensione ai capi dei morsetti A e B conoscendo tensione del generatore e i valore delle resistenze.



Tutte le resistenze e il generatore sono tra loro in serie. Dai morsetti A e B, infatti, non scorre via corrente. La corrente, quindi, è unica in questo circuito, ed è pari al rapporto tra tensione del

generatore e la serie delle resistenze:
$$I = \frac{E}{R_1 + R_2 + R_4 + R_5} = \frac{50}{500 + 700 + 200 + 300} A = 29,4 mA$$



Abbiamo indicato nel disegno sopra il verso della corrente e le cadute di tensione su R_1 e R_5 , che ci serviranno per calcolare V_{AB} .

Le frecce delle cadute di tensione sulle resistenze le abbiamo scelte in verso contrario a quello della corrente, per rispettare la convenzione dell'utilizzatore e applicare la legge di Ohm senza segni negativi.

Per V_{AB} si intende la differenza $V_A - V_B$; la *prima lettera* del pedice di V_{AB} (A) coincide col morsetto scelto a *potenziale maggiore* (morsetto positivo), e quindi la punta della freccia è sul morsetto A. Useremo sempre questa regola per indicare la differenza di potenziale fra due morsetti, che saranno etichettati con lettere o numeri.

Applicando la LKT alla maglia R_1 - R_5 - AB ⁷ possiamo calcolare V_{AB} . Per comodità di calcolo, prendiamo col segno positivo le tensioni in verso antiorario:

$$V_{AB} + V_{R1} + V_{R2} = 0, \text{ da cui otteniamo } V_{AB} = -V_{R1} - V_{R2}.$$

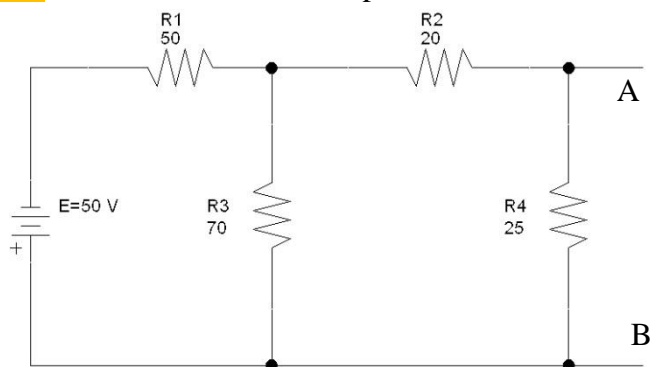
Applicando la legge di Ohm, calcoliamo

$$V_{R1} = R_1 \cdot I = 500 \cdot 0,0294 \text{ V} = 14,7 \text{ V}; \quad V_{R5} = R_5 \cdot I = 300 \cdot 0,0294 \text{ V} = 8,82 \text{ V}$$

$$\text{Quindi } V_{AB} = -V_{R1} - V_{R2} = (-14,7 - 8,82) \text{ V} = -23,5 \text{ V}.$$

Il segno è negativo; nella realtà, pertanto, il morsetto positivo è B, e non A, come tra l'altro era facilmente prevedibile guardando il verso della tensione del generatore.

5. Calcola la tensione ai capi dei morsetti A e B.



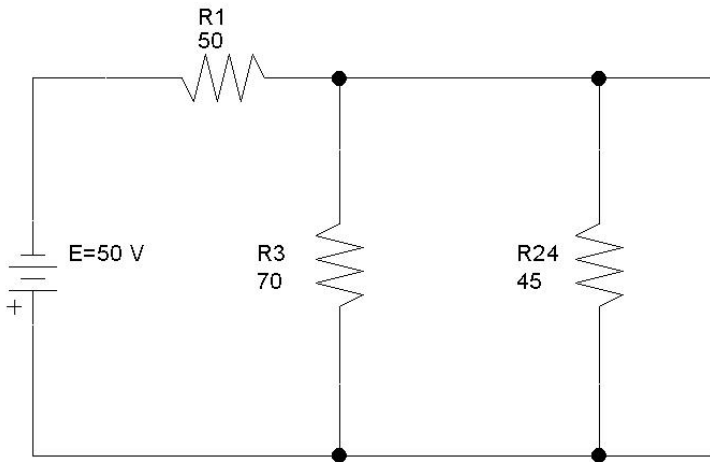
Soluzione. La tensione ai capi dei morsetti A e B è pari alla caduta di tensione sulla resistenza R_4 . È necessario, quindi, calcolare la corrente che attraversa R_4 . Possiamo farlo in due modi:

- 1) calcolare la corrente erogata dal generatore di tensione e quindi applicare la regola del partitore di corrente;
- 2) applicare il metodo delle maglie.

⁷ È ovviamente possibile considerare anche la maglia AB - R_2 - R_4 - E . Preferiamo però la prima soluzione, poiché il numero di bipoli è inferiore e quindi semplifica il procedimento.

Applichiamo il **primo metodo**. Per calcolare la corrente erogata dal generatore calcoliamo la resistenza equivalente vista dal generatore stesso. Notiamo che R_2 e R_4 sono in serie:

$$R_{24} = R_2 + R_4 = 45\Omega$$

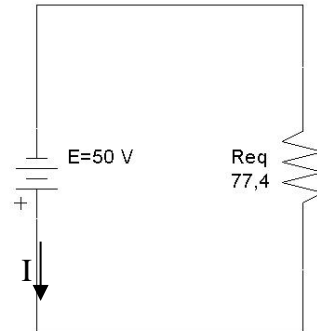


Calcoliamo quindi il parallelo tra R_3 e

$$R_{24}: R_p = \frac{R_3 R_{24}}{R_3 + R_{24}} = \frac{70 \cdot 45}{70 + 45} \Omega = 27,4\Omega$$

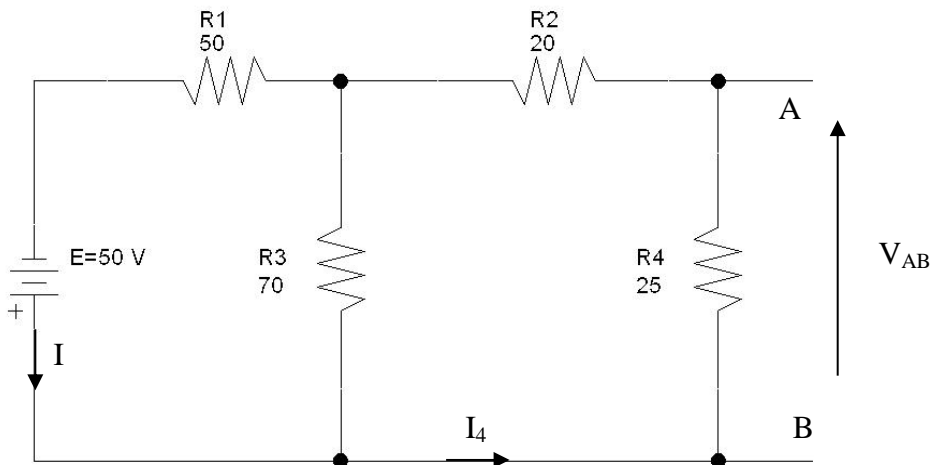
La resistenza vista dal generatore sarà la serie fra R_1 e R_p :

$$R_{eq} = R_1 + R_p = 50 + 27,4\Omega = 77,4\Omega$$



La corrente erogata sarà: $I = \frac{E}{R_{eq}} = \frac{50}{77,4} \text{ A} = 0,646 \text{ A}$.

Ora, tornando nello schema originario, segniamo le frecce della corrente I , della corrente I_4 e della tensione V_{AB} :



Applichiamo la regola del partitore di corrente; le due resistenze in parallelo sono R_3 e la serie R_2 -

$$R_4. \text{ Si avrà pertanto } I_4 = \frac{R_3}{R_3 + R_2 + R_4} I = \frac{70}{70 + 20 + 25} 0,646 \text{ A} = 0,393 \text{ A}.$$

La tensione V_{AB} si ottiene applicando la legge di Ohm, ponendo un segno negativo poiché non è rispettata la convenzione dell'utilizzatore (la corrente I_4 entra dal morsetto negativo di R_4):

$$V_{AB} = -R_4 \cdot I_4 = -25 \cdot 0,393 \text{ V} = -9,83 \text{ V}$$

Il verso reale della tensione ai capi di A e B sarà opposto a quello disegnato.

Ora puoi risolvere il problema utilizzando il metodo delle maglie, verificando che il risultato sia lo stesso.

4.7.2 Trasformazione stella-triangolo

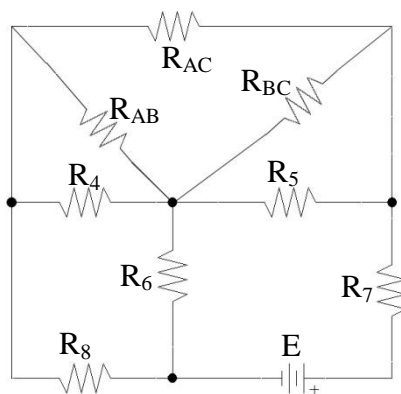
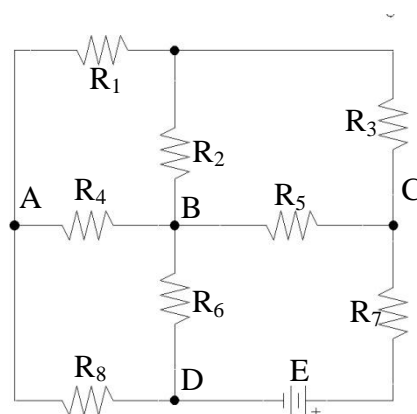
6. Calcola la **resistenza equivalente** vista dai morsetti del generatore.

Dati: $R_1=100\ \Omega$; $R_2=500\ \Omega$; $R_3=250\ \Omega$; $R_4=160\ \Omega$, $R_5=250\ \Omega$; $R_6=160\ \Omega$, $R_7=60\ \Omega$, $R_8=200\ \Omega$.

Soluzione. Nel circuito seguente notiamo **tre stelle**: $R_1-R_2-R_3$, $R_5-R_6-R_7$, $R_1-R_4-R_8$.

Ci sono, inoltre, **tre triangoli**: $R_1-R_4-R_2$, $R_2-R_3-R_5$, $R_4-R_6-R_8$. Dobbiamo calcolare la resistenza equivalente vista dal generatore. Non riconosciamo, però, nessun collegamento in serie o parallelo tra resistenze. In questo caso, per risolvere il problema, è necessario trasformare una delle stelle in un triangolo equivalente (o un triangolo in una stella equivalente). Compariranno, quindi, collegamenti in serie e parallelo, che potremo ridurre.

Scegliamo quindi di trasformare la stella $R_1-R_2-R_3$ (collegata ai morsetti A, B e C) in un triangolo, composto dalle nuove resistenze R_{AB} , R_{AC} , R_{BC} . Il circuito diventa il seguente:



Calcoliamo i valori delle nuove resistenze:

$$R_{AB} = \frac{R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3}{R_3} = \frac{100 \cdot 500 + 100 \cdot 250 + 500 \cdot 250}{250} \Omega = 800 \Omega$$

$$R_{AC} = \frac{R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3}{R_2} = \frac{100 \cdot 500 + 100 \cdot 250 + 500 \cdot 250}{500} \Omega = 400 \Omega$$

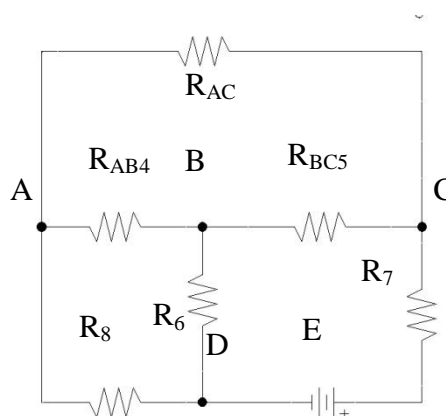
$$R_{BC} = \frac{R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3}{R_1} = \frac{100 \cdot 500 + 100 \cdot 250 + 500 \cdot 250}{100} \Omega = 2000 \Omega$$

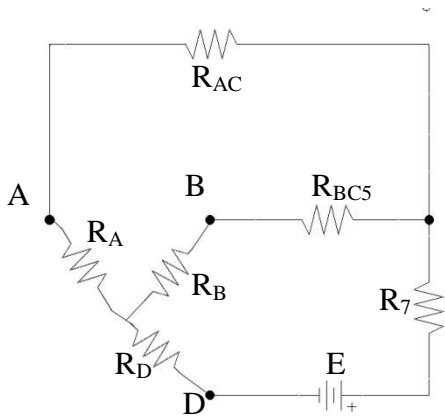
Possiamo ora individuare collegamenti che conosciamo: nella figura sopra R_{AB} ed R_4 sono in parallelo, come pure R_{BC} ed R_5 . Calcoliamo quindi le resistenze equivalenti dei paralleli:

$$R_{AB4} = \frac{R_{AB} R_4}{R_{AB} + R_4} = \frac{800 \cdot 160}{800 + 160} \Omega = 133 \Omega$$

$$R_{BC5} = \frac{R_{BC} R_5}{R_{BC} + R_5} = \frac{2000 \cdot 250}{2000 + 250} \Omega = 222 \Omega$$

Ora è necessario effettuare un'altra trasformazione; scegliamo di trasformare il triangolo $R_{AB4}-R_6-R_8$ in una stella, per dare al circuito questa forma:





Le resistenze della stella sono calcolate con le seguenti formule:

$$R_A = \frac{R_{AB4} R_8}{R_{AB4} + R_8 + R_6} = \frac{133 \cdot 200}{133 + 200 + 160} \Omega = 54,0 \Omega$$

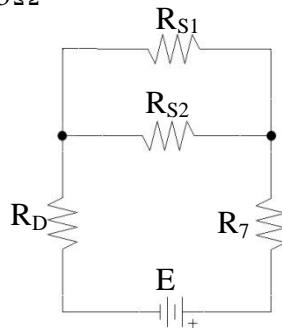
$$R_B = \frac{R_{AB4} R_6}{R_{AB4} + R_8 + R_6} = \frac{133 \cdot 160}{133 + 200 + 160} \Omega = 43,2 \Omega$$

$$R_D = \frac{R_6 R_8}{R_{AB4} + R_8 + R_6} = \frac{160 \cdot 200}{133 + 200 + 160} \Omega = 64,9 \Omega$$

Possiamo ora calcolare le serie R_A-R_{AC} e R_B-R_{BC5} :

$$R_{S1} = R_A + R_{AC} = 54,0 + 400 \Omega = 454 \Omega$$

$$R_{S2} = R_B + R_{BC5} = 43,2 + 222 \Omega = 265 \Omega$$



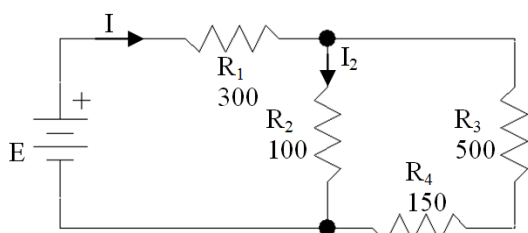
Basta, infine, calcolare il parallelo R_P e la serie tra R_P , R_D , R_7 , che è la resistenza vista dal generatore:

$$R_P = \frac{R_{S1} R_{S2}}{R_{S1} + R_{S2}} = \frac{454 \cdot 265}{454 + 265} \Omega = 167 \Omega$$

$$R_{eq} = R_P + R_D + R_7 = 167 + 64,9 + 60 \Omega = 292 \Omega$$

4.7.3 Potenza elettrica

7. Calcola la potenza assorbita dalla resistenza R_2 e l'energia assorbita in due ore e mezza, sapendo che il generatore eroga una corrente I di 80 mA.



Soluzione. Applicando il partitore di corrente, calcoliamo la corrente che scorre in R_2 :

$$I_2 = \frac{R_3 + R_4}{R_2 + R_3 + R_4} I = \frac{500 + 150}{100 + 500 + 150} \cdot 0,08 \text{ A} = 0,0763 \text{ A}$$

La potenza dissipata da R_2 sarà pertanto

$$P_{R_2} = R_2 I_2^2 = 100 \cdot 0,0763^2 \text{ W} = 0,582 \text{ W}.$$

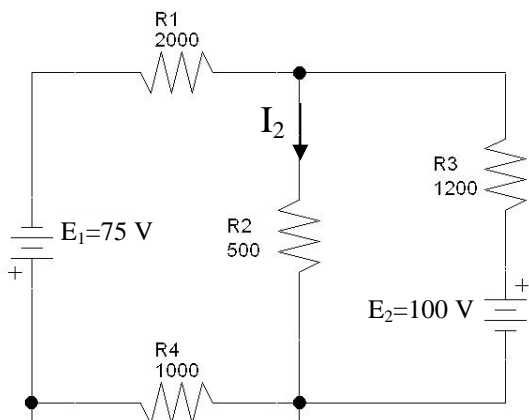
L'energia in due ore e mezza, ovvero in 9000 secondi,

sarà

$$W = P_{R_2} \cdot t = 0,582 \cdot 9000 \text{ J} = 5235 \text{ J}.$$

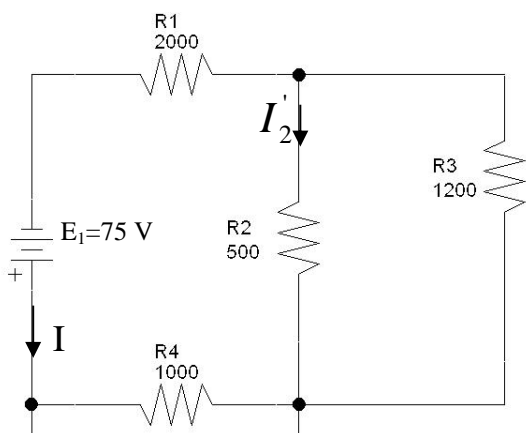
4.7.4 Metodo di sovrapposizione degli effetti

8. Calcola la **corrente** che scorre nella resistenza R_2 applicando il principio di sovrapposizione degli effetti (*le resistenze sono espresse in ohm*).



Soluzione. Poiché il circuito è composto da generatori e resistenze, è un circuito lineare, e pertanto si può applicare il principio di sovrapposizione degli effetti. Come vediamo, sono presenti **due generatori**.

I circuito) Applichiamo solo il primo generatore passivizzando il secondo (sostituendo quindi un corto circuito al posto di E_2). Il circuito diventa il seguente:



Dobbiamo ora calcolare la corrente I'_2 in quel ramo, ovvero la corrente in R_2 nel primo circuito. Per fare ciò possiamo calcolare la corrente erogata da E_1 e quindi, col partitore di corrente, calcolare la corrente che scorre in R_2 .

Parallelo tra R_2 e R_3 :

$$R_p = \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3} = \frac{1200 \cdot 500}{1200 + 500} \Omega = 353 \Omega$$

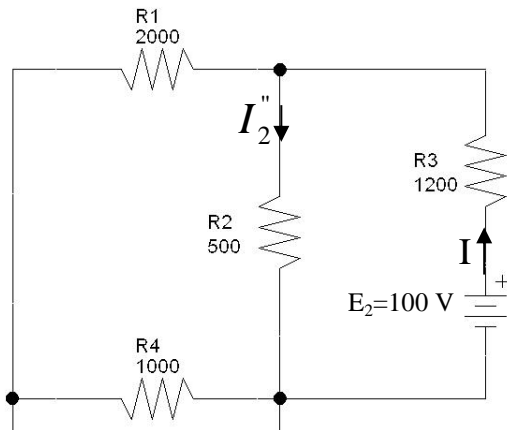
La corrente erogata sarà data da E_1 fratto la serie tra R_1 , R_p e R_4 :

$$I = \frac{E_1}{R_1 + R_p + R_4} = \frac{75}{2000 + 353 + 1000} \text{ A} = 22,4 \text{ mA}$$

Applichiamo la regola del partitore di corrente, ponendo un segno negativo poiché il verso della corrente I entrante nel parallelo è contrario a quello della corrente in R_2 :

$$I_2' = -\frac{R_3}{R_2 + R_3} I = -\frac{1200}{500 + 1200} 22,4 \text{ mA} = -15,8 \text{ mA}$$

II circuito) Applichiamo solo il secondo generatore. Il circuito diventa il seguente:



Dobbiamo ora calcolare la corrente I_2'' in quel ramo, ovvero la corrente in R_2 nel secondo circuito. Analogamente al caso precedente, calcoliamo la corrente erogata da E_2 e quindi, col partitore di corrente, calcolare la corrente che scorre in R_2 .

Serie tra R_1 e R_4 : $R_{14} = R_1 + R_4 = 3000 \Omega$.

Parallelo tra R_{14} e R_2 : $R_p = \frac{R_2 R_{14}}{R_2 + R_{14}} = \frac{500 \cdot 3000}{500 + 3000} \Omega = 429 \Omega$.

La corrente erogata sarà data dal rapporto tra E_2 e la serie tra R_3 ed R_p :

$$I = \frac{E_2}{R_3 + R_p} = \frac{100}{1200 + 429} \text{ A} = 0,0614 \text{ A}$$

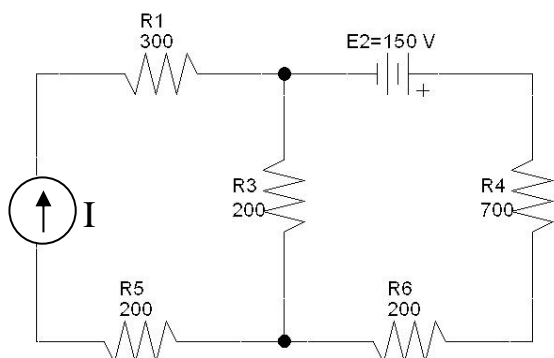
Applichiamo la regola del partitore di corrente:

$$I_2'' = \frac{R_{14}}{R_2 + R_{14}} I = \frac{3000}{500 + 3000} 61,4 \text{ mA} = 52,6 \text{ mA}$$

Somma algebrica delle correnti. La corrente in R_2 sarà data quindi dalla somma algebrica delle due correnti calcolate:

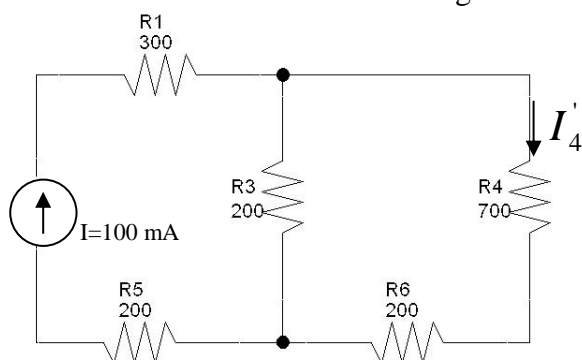
$$I_2 = I_2' + I_2'' = (-15,8 + 52,6) \text{ mA} = 36,8 \text{ mA}$$

9. Calcola la potenza dissipata dalla resistenza R_4 , applicando il principio di sovrapposizione degli effetti.



Soluzione. Sono presenti sia un generatore di corrente che uno di tensione. Questo problema non potrebbe essere risolto coi metodi finora studiati. Per calcolare la potenza dissipata su R_4 è necessario calcolare la corrente che la attraversa.

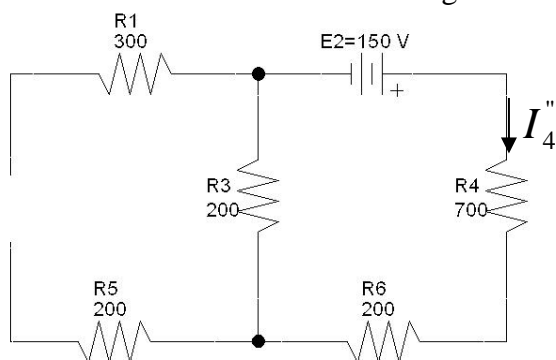
I circuito. Passivizziamo il generatore di tensione; otteniamo il circuito seguente:



La corrente in R_4 può essere calcolata con la regola del partitore di corrente:

$$I'_4 = \frac{R_3}{R_3 + R_6 + R_4} I = \frac{200}{200 + 200 + 700} 100 \text{ mA} = 18,2 \text{ mA}$$

II circuito. Passivizziamo il generatore di corrente; otteniamo il circuito seguente:



Nelle resistenze R_1 e R_5 non c'è corrente. Le resistenze R_3 , R_4 e R_6 sono, pertanto, in serie. La corrente in R_4 è

$$I''_4 = \frac{E_2}{R_3 + R_6 + R_4} = \frac{150}{200 + 200 + 700} \text{ A} = 136 \text{ mA}$$

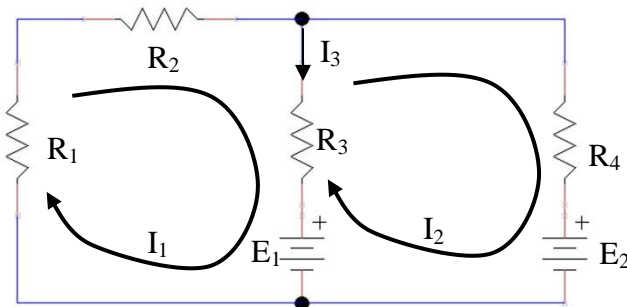
Somma algebrica delle correnti e calcolo potenza. La corrente che scorre in R_4 nel circuito originario, quando sono applicati entrambi i generatori, vale

$$I_4 = I'_4 + I''_4 = 18,2 + 136 \text{ mA} = 154,2 \text{ mA}$$

La potenza dissipata su R_4 : $P_{R_4} = R_4 I_4^2 = 700 \cdot 0,1542^2 \text{ W} = 16,6 \text{ W}$.

4.7.5 Metodo delle maglie

10. Calcola col metodo delle maglie le correnti in ciascun ramo e le cadute di tensione su ogni resistenza del circuito in figura. Dati: $E_1=30\text{ V}$; $E_2=70\text{ V}$; $R_1=30\ \Omega$; $R_2=60\ \Omega$; $R_3=130\ \Omega$; $R_4=40\ \Omega$.



Soluzione. Ci sono due maglie indipendenti. Disegniamo le correnti di maglia I_1 e I_2 e scriviamo il sistema risolutivo:

$$\begin{cases} (R_1 + R_2 + R_3)I_1 - R_3I_2 = -E_1 \\ -R_3I_1 + (R_3 + R_4)I_2 = E_1 - E_2 \end{cases}$$

Sostituendo i valori si ottiene:
$$\begin{cases} 220I_1 - 130I_2 = -30 \\ -130I_1 + 170I_2 = -40 \end{cases}$$

Risolviamo con un metodo a piacere; utilizziamo, ad esempio, il metodo di sostituzione, dopo aver semplificato tutti i termini dividendo per 10:

$$\begin{cases} 22I_1 - 13I_2 = -3 \\ -13I_1 + 17I_2 = -4 \end{cases}; \begin{cases} 22I_1 = -3 + 13I_2 \\ \text{"} \end{cases}; \begin{cases} I_1 = \frac{-3 + 13I_2}{22} \\ -13 \frac{-3 + 13I_2}{22} + 17I_2 = -4 \end{cases};$$

$$\begin{cases} \text{"} \\ -13(-3 + 13I_2) + 374I_2 = -88 \end{cases}; \begin{cases} \text{"} \\ 39 - 169I_2 + 374I_2 = -88 \end{cases};$$

$$\begin{cases} \text{"} \\ 39 + 205I_2 = -88 \end{cases}; \begin{cases} \text{"} \\ 205I_2 = -127 \end{cases}; \begin{cases} \text{"} \\ I_2 = -0,620\text{ A} \end{cases}; \begin{cases} I_1 = \frac{-3 - 13 \cdot 0,620}{22} = -0,502\text{ A} \\ I_2 = -0,620\text{ A} \end{cases}$$

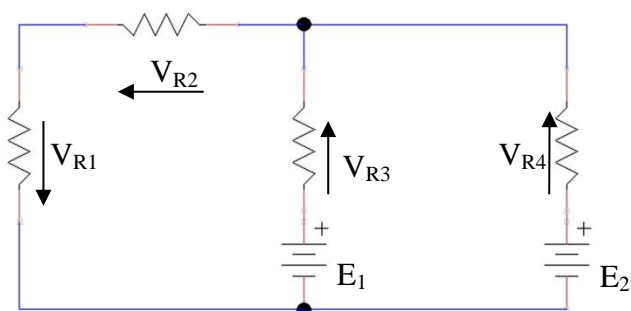
Le correnti sono entrambi negative; questo sta a significare che i versi reali sono contrari a quelli disegnati.

La corrente I_3 nel ramo centrale:

$$I_3 = I_1 - I_2 = -0,502 + 0,620\text{ A} = 0,118\text{ A}$$

Il generatore E_1 assorbe la corrente I_3 (batteria che si ricarica), mentre il generatore E_2 eroga la corrente I_2 cambiata di segno.

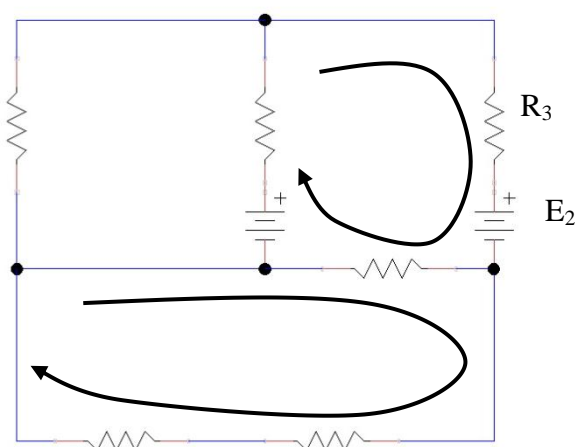
Le cadute di tensione sulle resistenze si calcolano applicando la *legge di Ohm*, moltiplicando quindi ciascuna resistenza per la corrente che la percorre:



$$V_{R1} = R_1 I_1 = 30 \cdot (-0,502) \text{ A} = -15 \text{ V}; \quad V_{R2} = R_2 I_1 = 60 \cdot (-0,502) \text{ A} = -30 \text{ V}$$

$$V_{R3} = R_3 I_3 = 130 \cdot 0,118 \text{ A} = 15,3 \text{ V}; \quad V_{R4} = R_4 I_2 = 40 \cdot (-0,62) \text{ A} = -24,8 \text{ V}$$

11. Scrivere il sistema risolutivo del seguente circuito.



Soluzione. Esso ha 3 maglie indipendenti. Possiamo scrivere, infatti: $m_i = 6 - 4 + 1 = 3$. Il sistema quindi avrà 3 equazioni. Nella *prima equazione* avremo 3 coefficienti, uno per ogni corrente. Il primo coefficiente è dato dalla somma delle resistenze che si affacciano sulla I maglia, il secondo dalla somma delle resistenze in comune tra I e II maglia, cambiata di segno; il terzo consisterà analogamente nella somma delle resistenze in comune tra I e III maglia, cambiata di segno. Se non vi sono resistenze in comune, il coefficiente è nullo.

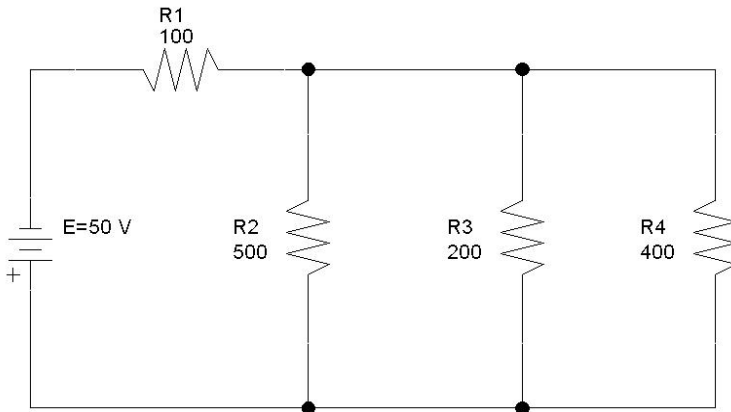
Nella *seconda equazione*, il primo coefficiente è dato dalla somma delle resistenze in comune tra II e I maglia, cambiata di segno; il secondo dalla somma delle resistenze che si affacciano sulla II maglia; il terzo dalla somma delle resistenze in comune tra III e II maglia, cambiata di segno. Analogamente si crea la terza equazione.

$$\begin{cases} (R_1 + R_2)I_1 - R_2 I_2 - 0 \cdot I_3 = -E_1 \\ -R_2 I_1 + (R_2 + R_3 + R_4)I_2 - R_4 \cdot I_3 = E_1 - E_2 \\ -0 \cdot I_1 - R_4 I_2 + (R_4 + R_5 + R_6) \cdot I_3 = 0 \end{cases}$$

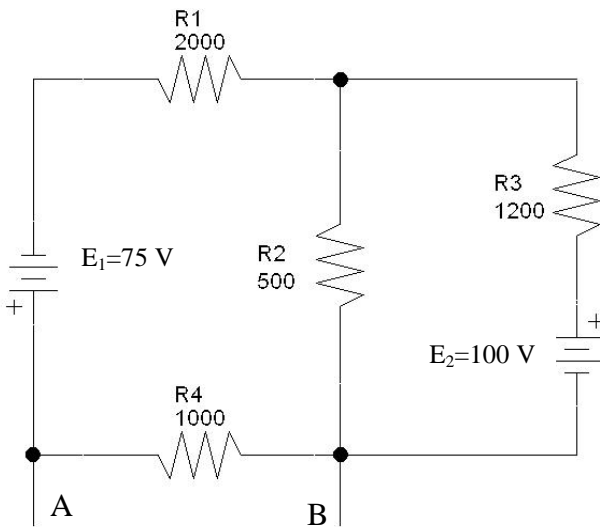
4.8 Esercizi da svolgere

4.8.1 Leggi di Ohm e di Kirchhoff, regole dei partitori

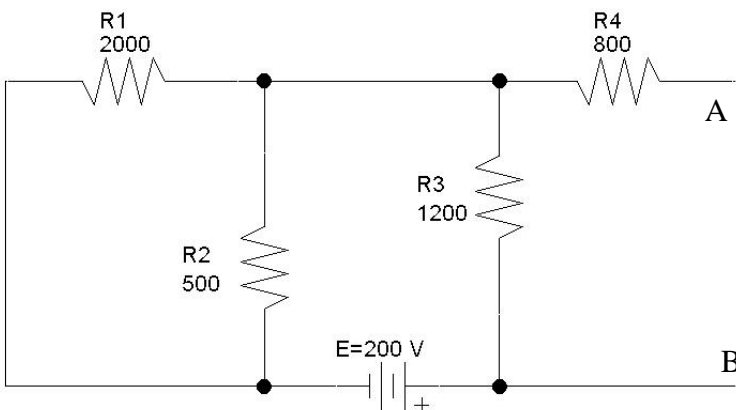
1. Calcola la corrente che scorre in R_3 e la tensione ai capi di R_4 . (Suggerimento: calcola la corrente erogata dal generatore, quindi la caduta di tensione su...) [Risultati: $I_3 = 0,128 \text{ A}$, $V_{R4} = 25,6 \text{ V}$]



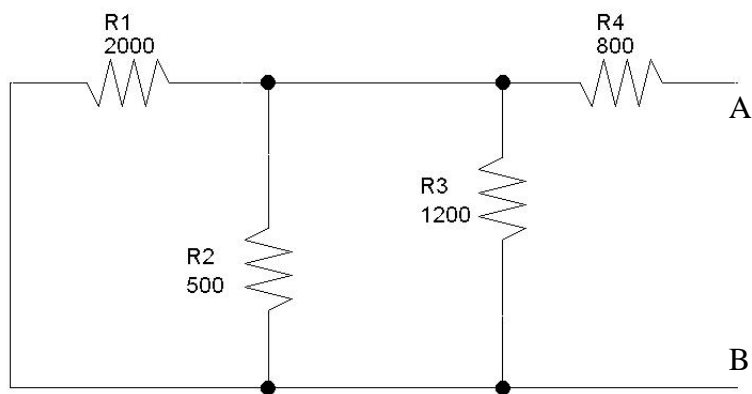
2. Calcola la tensione ai capi dei morsetti A e B. [Risultato: $V_{AB} = 31,1\text{ V}$]



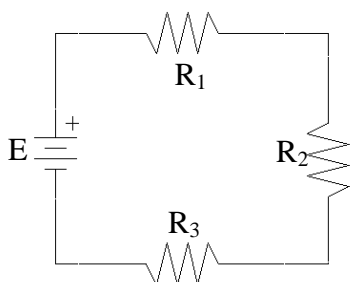
3. Calcola la tensione ai capi dei morsetti A e B (suggerimento: la resistenza R_4 non è percorsa da corrente, quindi...). [Risultato: $V_{AB} = -150\text{ V}$]



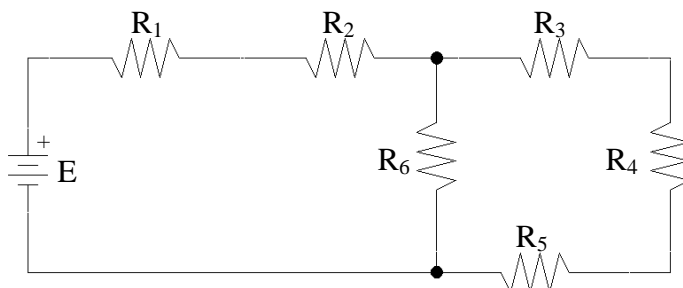
4. Calcola la resistenza vista dai morsetti A e B. [Risultato: $R_{AB} = 1100\ \Omega$]



5. Calcola la caduta di tensione ai capi di R_2 conoscendo la tensione E del generatore.
 Dati: $E=12\text{ V}$; $R_1=200\ \Omega$; $R_2=300\ \Omega$; $R_3=50\ \Omega$. [Risultato: $V_{R_2}=6,55\text{ V}$]

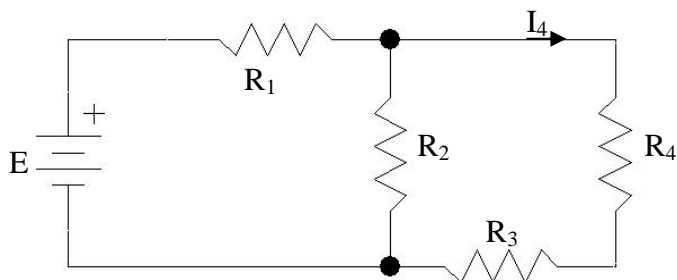


6. Calcola le cadute di tensione ai capi di R_4 e di R_5 conoscendo la corrente I_6 che attraversa R_6 . Calcola, inoltre, la tensione E del generatore. Dati: $I_6=50\text{ mA}$; $R_1=200\ \Omega$; $R_2=300\ \Omega$; $R_3=50\ \Omega$; $R_4=120\ \Omega$; $R_5=60\ \Omega$; $R_6=300\ \Omega$.
 [Risultati: $V_{R_4}=7,83\text{ V}$, $V_{R_5}=3,91\text{ V}$, $E=72,6\text{ V}$]



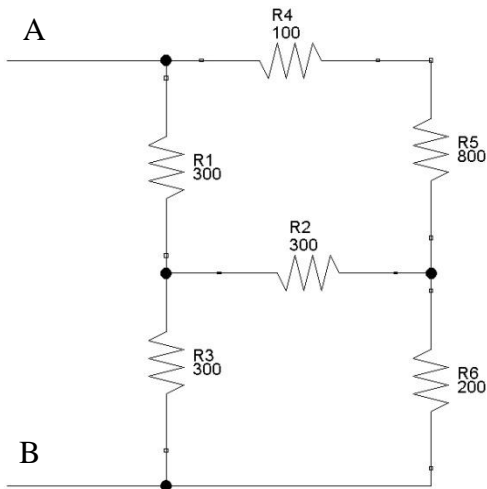
7. Riferendoti allo schema dell'esercizio precedente, calcola la corrente che percorre R_6 conoscendo la tensione ai capi di R_1 (suggerimento: puoi calcolare la corrente che scorre in R_1 , e quindi...) Dati: $V_{R_1}=5\text{ V}$; $R_1=200\ \Omega$; $R_2=300\ \Omega$; $R_3=50\ \Omega$; $R_4=120\ \Omega$; $R_5=60\ \Omega$; $R_6=300\ \Omega$. [Risultato: $I_6=10,8\text{ mA}$]

8. Calcola la corrente erogata dal generatore conoscendo la corrente che percorre R_4 e i valori delle resistenze. Dati: $I_4=100\text{ mA}$; $R_1=100\ \Omega$; $R_2=300\ \Omega$; $R_3=50\ \Omega$; $R_4=80\ \Omega$. [Ris.: $I=143\text{ mA}$]

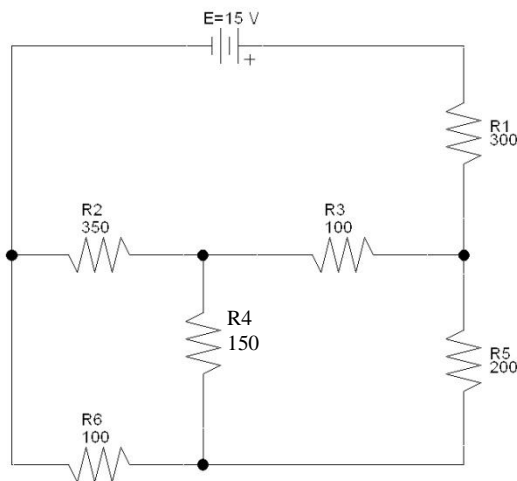


4.8.2 Trasformazione stella-triangolo

9. Calcola la resistenza vista dai morsetti A e B (*i valori delle resistenze sono espressi in ohm*).
 [Risultato: $R_{AB}=365 \Omega$]

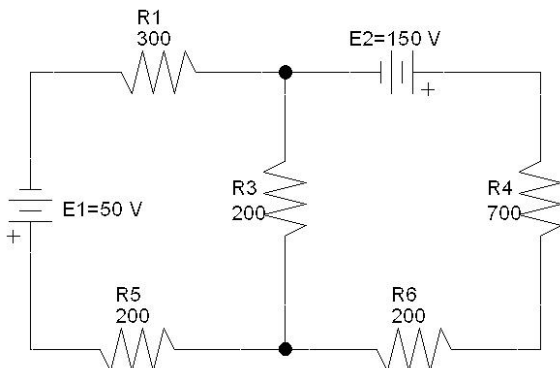


10. Calcola la corrente erogata dal generatore (*i valori delle resistenze sono espressi in ohm*).
 [Risultato: $I=32,6 \text{ mA}$]

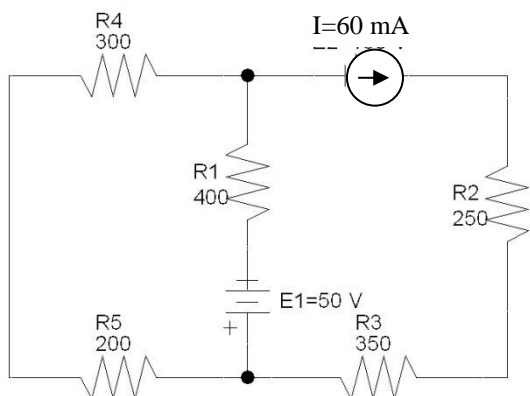


4.8.3 Metodo di sovrapposizione degli effetti

11. Calcola la corrente erogata dal generatore E_1 applicando il principio di sovrapposizione degli effetti. [Risultato: $I_1=34,2 \text{ mA}$]



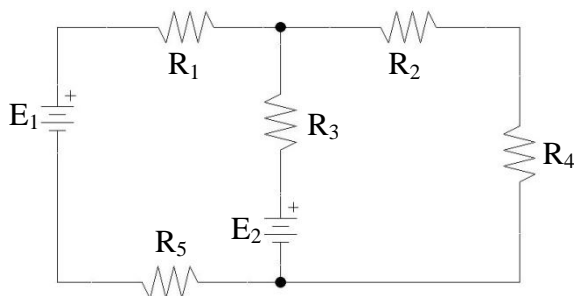
12. Calcola la corrente che percorre la resistenza R_5 applicando il principio di sovrapposizione degli effetti. [Risultato: $I_5=82,2 \text{ mA}$]



4.8.4 Metodo delle maglie

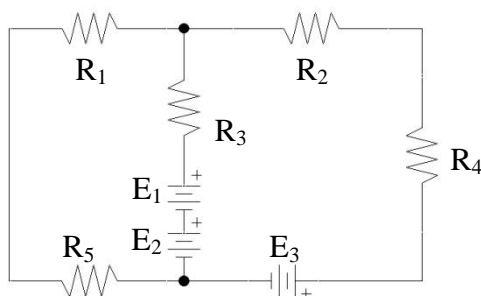
13. Calcolare le correnti in tutti i rami nel seguente circuito utilizzando il metodo delle maglie. Le correnti calcolate hanno il verso disegnato? Entrambi i generatori erogano energia o ce n'è uno che ne assorbe?

Dati: $E_1=12\text{ V}$; $E_2=24\text{ V}$; $R_1=800\ \Omega$; $R_2=1\text{ k}\Omega$; $R_3=2\text{ k}\Omega$; $R_4=400\ \Omega$; $R_5=600\ \Omega$.



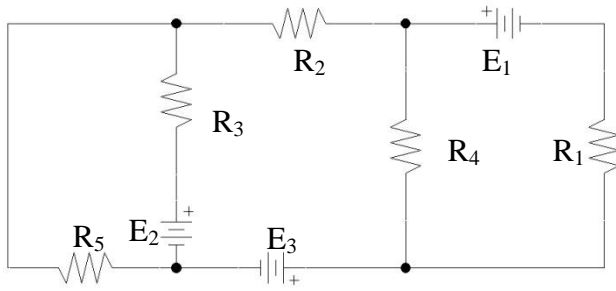
[Risultati: $I_{R1}=0,952\text{ mA}$, $I_{R3}=-6,67\text{ mA}$, $I_{R2}=7,62\text{ mA}$]

14. Calcolare le cadute di tensione ai capi di R_1 e R_4 applicando il metodo delle maglie (prima calcola le correnti di maglia, e quindi...). Dati: $E_1=60\text{ V}$; $E_2=20\text{ V}$; $E_3=40\text{ V}$; $R_1=300\ \Omega$; $R_2=600\ \Omega$; $R_3=400\ \Omega$; $R_4=480\ \Omega$; $R_5=1\text{ k}\Omega$.



[Risultati: $V_{R1}=-11\text{ V}$, $V_{R4}=21,2\text{ V}$]

15. Calcolare le correnti in tutti i rami nel seguente circuito applicando il metodo delle maglie.
 Dati: $E_1=300\text{ V}$; $E_2=200\text{ V}$; $E_3=200\text{ V}$; $R_1=330\ \Omega$; $R_2=160\ \Omega$; $R_3=230\ \Omega$; $R_4=400\ \Omega$, $R_5=100\ \Omega$.



[Risultati: $I_{R5}=-1,12\text{ A}$, $I_{R3}=-0,38\text{ A}$, $I_{R2}=-0,740\text{ A}$, $I_{R4}=0,76\text{ A}$, $I_{R1}=-0,816\text{ A}$]

Capitolo 5

Caratteristiche dei bipoli e linearità

5.1 La caratteristica nel piano V-I

Ad alcuni bipoli è possibile associare un grafico, detto *caratteristica del bipolo*, in un piano cartesiano avente per ascissa la tensione ai capi e per ordinata la corrente che vi scorre, detto appunto *piano V-I*. La caratteristica, quindi, sarà l'insieme dei punti di funzionamento del bipolo; a ogni punto è associata la *tensione* ai suoi capi e la *corrente* che lo attraversa.

5.2 Corto circuito ideale

Un *corto circuito* è un collegamento di resistenza trascurabile, idealmente nulla. La tensione ai capi di un corto circuito ideale è nulla, poiché, in assenza di resistenza, non ci può essere alcuna caduta di tensione; la corrente può assumere, invece, un qualunque valore, che dipende dal circuito alla quale tale bipolo è collegato.

La caratteristica sul piano V-I (fig. 5.2) coincide quindi con l'*asse delle correnti*, i cui punti hanno tutti ascissa (tensione) nulla.

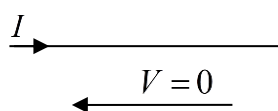
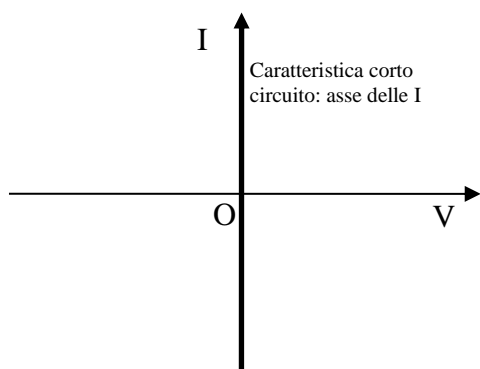


Figura 5.1. La tensione ai capi di un corto circuito ideale è sempre nulla.

Figura 5.2. Caratteristica del bipolo corto circuito nel piano V-I.

5.3 Circuito aperto

Non può esserci corrente su un *circuito aperto*. La tensione può assumere un qualunque valore (è determinata dal resto del circuito). La caratteristica sul piano V-I (fig. 5.4) coincide quindi con l'*asse delle tensioni*.

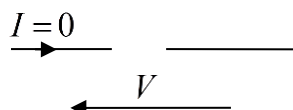
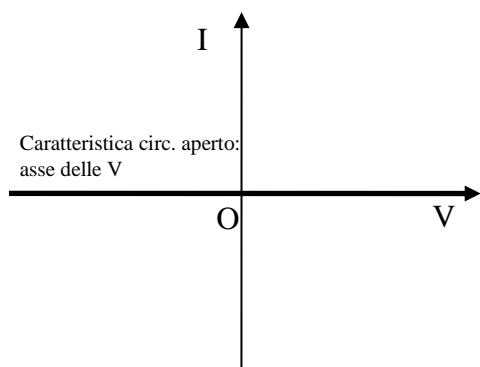


Figura 5.3. La corrente in un circuito aperto è sempre nulla.

Figura 5.4. Caratteristica del bipolo circuito aperto nel piano V-I.

5.4 Resistenza

La tensione e la corrente in una resistenza sono legate tra loro dalla *legge di Ohm*. Tra le due vi è proporzionalità diretta:

$$V = RI$$

Questa formula ci ricorda quella della *retta passante per l'origine* (fig. 5.6) studiata in geometria analitica, $y=mx$. Se si fa corrispondere x alla tensione e y alla corrente, per comodità è bene riscrivere la legge di Ohm in questo modo:

$$I = \frac{1}{R}V$$

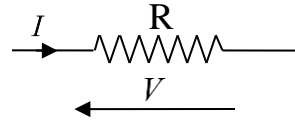
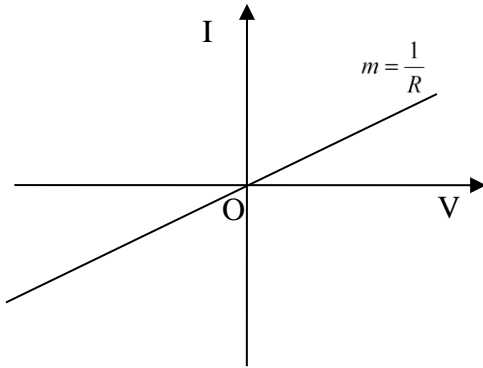


Figura 5.5. Tensione e corrente in una resistenza, secondo la convenzione dell'utilizzatore.

Figura 5.6. Caratteristica della resistenza nel piano V-I.

Il coefficiente angolare della retta è quindi $m = \frac{1}{R}$. Ogni punto della retta rappresenta un *punto di funzionamento* della resistenza. All'aumentare della resistenza, il coefficiente angolare diminuisce, come pure la pendenza della retta.

5.5 Generatore ideale di tensione

Come sappiamo, il generatore ideale di tensione fornisce una tensione sempre costante ai suoi morsetti, qualunque sia la corrente erogata. Sul piano $V-I$, quindi, la sua caratteristica sarà un insieme di punti la cui ascissa (una tensione) è sempre la stessa; sarà, cioè, una **retta verticale**.

Nella figura 5.7 vediamo la caratteristica di un generatore di tensione E ; questo valore di tensione è l'ascissa comune a tutti i punti del grafico.

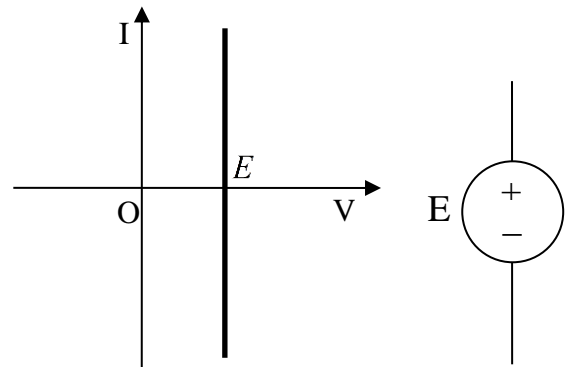


Fig. 5.7. Caratteristica nel piano V-I di un generatore ideale di tensione e simbolo grafico

5.6 Generatore reale di tensione

Il generatore di tensione *reale* non eroga la stessa tensione per qualunque corrente erogata, ma all'aumentare della corrente erogata la tensione ai suoi morsetti diminuisce.

Il suo modello può essere realizzato, come vediamo in figura, tramite un generatore ideale di tensione E con in serie una resistenza R_i , detta **resistenza interna del generatore**. Tale resistenza produrrà una *caduta di tensione* proporzionale alla corrente erogata, e quindi la tensione ai morsetti dipenderà dal carico collegato e varrà:

$$V = E - R_i I$$

Nella caratteristica (fig. 5.9) sono evidenziati le intersezioni tra la caratteristica e gli assi:

-la *tensione a vuoto* E , in caso cioè di corrente nulla (nessun carico collegato al generatore);

-la *corrente di corto circuito* I_{CC} , ottenuta utilizzando un corto circuito come carico e corrispondente a una tensione erogata nulla.

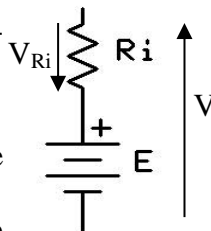


Fig. 5.8. Modello del generatore reale di tensione

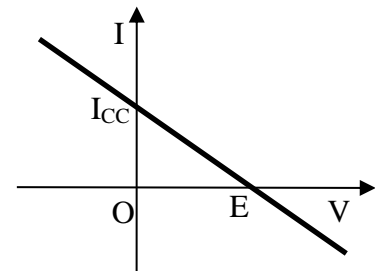


Fig. 5.9. Caratteristica nel piano V-I del generatore reale di tensione.

5.7 Generatore ideale di corrente

Il generatore ideale di corrente eroga una corrente sempre costante, qualunque sia il carico e la tensione ai suoi morsetti. Sul piano V - I , quindi, la sua caratteristica sarà un insieme di punti la cui ordinata (una corrente) è sempre la stessa; sarà, cioè, una **retta orizzontale**.

Nella figura 5.10 vediamo la caratteristica di un generatore di corrente I_0 ; questo valore di corrente è l'ordinata comune a tutti i punti del grafico.

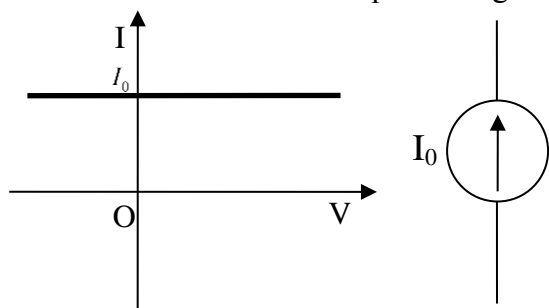


Fig. 5.10. Caratteristica nel piano V - I del generatore ideale di corrente e simbolo grafico.

Il modello del *generatore reale di corrente* è costituito da un generatore ideale di corrente collegato in parallelo a una resistenza, ma per brevità non lo trattiamo in questo corso.

5.8 Linearità di un circuito resistivo

Come abbiamo visto, la caratteristica nel piano V - I di una resistenza è una *linea retta*. La corrente è direttamente proporzionale alla tensione; pertanto, se raddoppio la tensione, raddoppierà la corrente; se triplico la tensione, triplicherà la corrente, e così via.

Se applichiamo, inoltre, la *somma* tra due tensioni V_1 e V_2 , la corrente che scorrerà sarà proprio la *somma* I_1+I_2 , dove I_1 è la corrente che sarebbe prodotta dalla sola V_1 , I_2 la corrente relativa alla sola tensione V_2 .

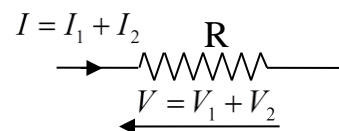
Ad esempio, consideriamo la resistenza $R = 10\Omega$.

Applico la tensione $V_1 = 20\text{ V}$: la corrente sarà $I_1 = \frac{20}{10}\text{ A} = 2\text{ A}$.

Applico la tensione $V_2 = 60\text{ V}$: la corrente sarà $I_1 = \frac{60}{10}\text{ A} = 6\text{ A}$.

Se applico la tensione $V = V_1 + V_2 = 80\text{ V}$, la corrente sarà $I = \frac{80}{10}\text{ A} = 8\text{ A}$, che

è proprio la somma $I_1 + I_2$.



In generale, applicando una tensione $V = c_1V_1 + c_2V_2$ scorrerà una corrente $I = c_1I_1 + c_2I_2$.

La proprietà appena descritta si chiama **linearità**. Qualsiasi circuito composto da generatori e resistenze⁸ gode della proprietà di linearità.

È un concetto importante, poiché i circuiti lineari⁹ si prestano a metodi risolutivi e semplificativi che vedremo più avanti.

⁸ Vale anche per circuiti composti pure da capacità e induttanze, che si studieranno in seguito.

⁹ Più in generale si parla di *sistemi lineari*; la linearità è una proprietà pure di operatori matematici come *derivate*, *integrali* e *trasformate di Laplace*, che si studieranno in negli anni successivi.

Capitolo 6

L'elettrostatica e il condensatore

6.1 richiami di elettrostatica

6.1.1 Forze tra cariche elettriche; la legge di Coulomb

Un atomo è per natura neutro. Se l'atomo perde degli elettroni, che sono cariche elettriche negative, diventa carico positivamente; se l'atomo acquista elettroni, diventa carico negativamente.

Cariche di segno opposto si attraggono, cariche dello stesso segno si respingono

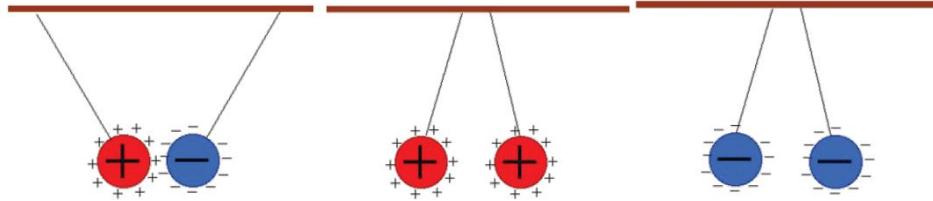


Figura 6.1. Attrazione e repulsione fra cariche

È possibile calcolare la forza di attrazione o repulsione fra due cariche Q_1 e Q_2 immerse in un mezzo isolante con la **legge di Coulomb**. Tale forza è proporzionale al prodotto delle cariche e inversamente proporzionale al quadrato della loro distanza:

$$F = k \cdot \frac{Q_1 \cdot Q_2}{d^2} \quad \text{dove } k = \frac{1}{4\pi\epsilon}$$

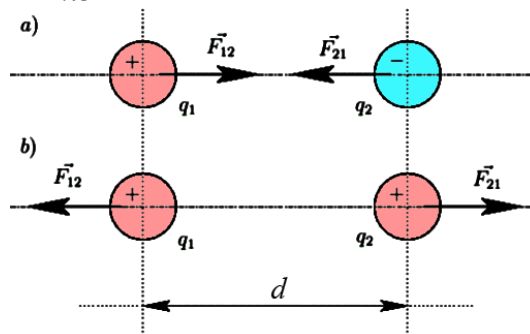


Figura 6.2. Legge di Coulomb

ϵ è detta costante dielettrica assoluta del mezzo isolante.

La costante dielettrica nel vuoto vale $\epsilon_0 = 8,854 \cdot 10^{-12} \frac{C^2}{Nm^2}$.

Per un mezzo diverso dal vuoto, ϵ si esprime di solito come prodotto tra ϵ_0 e ϵ_r (costante dielettrica relativa del mezzo): $\epsilon = \epsilon_0 \cdot \epsilon_r$.

6.1.2 Il campo elettrico

Il campo elettrico è un *campo vettoriale*; ciò significa che i vettori del campo elettrico possono essere presenti in ogni punto dello spazio. Ogni vettore del campo elettrico è il rapporto tra il vettore della forza che sente una carica elettrica (forza dovuta ad altre cariche) e la carica stessa:

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q} \quad \left[\frac{V}{m} \right]$$

Il campo elettrico si indica quindi con E , da non confondere col simbolo usato spesso per la tensione dei generatori: il campo elettrico non è una tensione.

Nella figura 6.3 la carica q_2 sente la forza F prodotta dalla carica q_1 ; sulla carica q_2 , pertanto agisce un campo elettrico E_1 pari al rapporto F/q_2 ; si può dire che il campo elettrico E_1 è prodotto dalla carica q_1 .

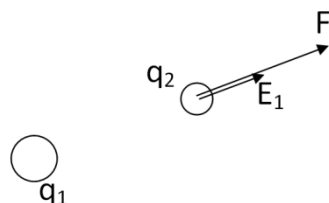


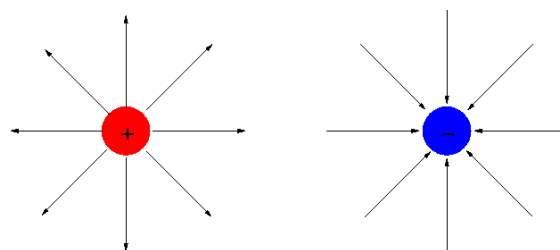
Figura 6.3. Definizione di campo elettrico come rapporto tra forza che sente la carica e la carica stessa

Il campo elettrico, quindi, ha lo stesso verso della forza se la carica è positiva, verso opposto altrimenti.

L'unità di misura del campo elettrico è $\frac{volt}{metro}$; vedremo che esso può essere calcolato, infatti, come vedremo in seguito, anche come il rapporto tra una *tensione* e una *lunghezza*.

6.1.3 Linee di forza del campo elettrico

Dal momento che non è possibile rappresentare su carta tutti i vettori del campo elettrico, si utilizzano le **linee di forza**. Esse sono linee orientate alle quali i vettori del campo sono **tangenti**. Nella figura 6.4 sono mostrate le linee di forza del campo prodotto da una carica positiva e una negativa, entrambe isolate.



Nelle figure 6.5 vediamo le linee di forza prodotte da due cariche opposte e, a destra, da due cariche positive.

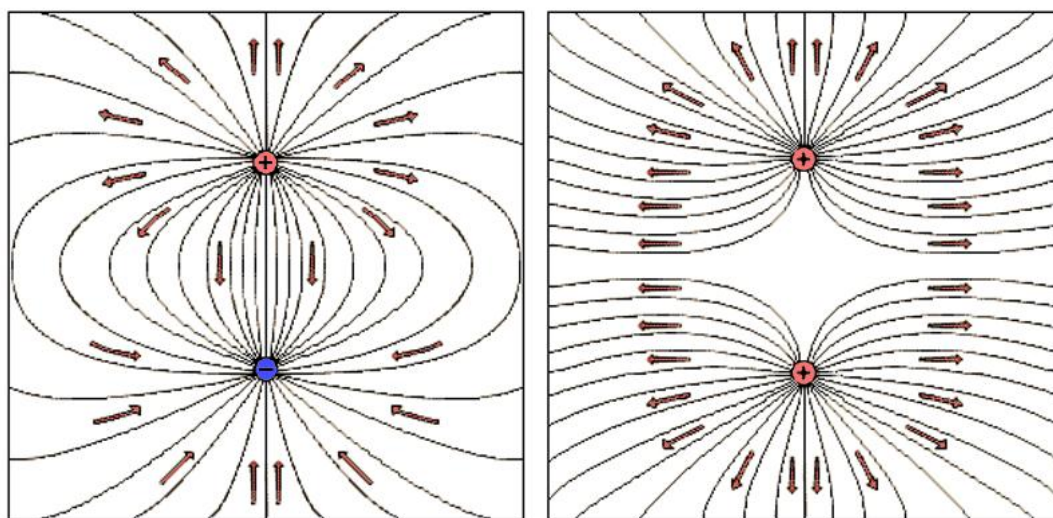


Figura 6.4. Linee di forza del campo elettrico nel caso di singole cariche isolate

Figura 6.5. Linee di forza prodotte dall'interazione tra due cariche di segno opposto (a sinistra) o uguale (a destra)

6.1.4 Induzione elettrostatica

Poniamo carica q positiva di fronte a conduttore scarico: la carica genera campo elettrico (fig. 6.6). Gli **elettroni liberi** nel conduttore, pertanto, migrano a sinistra, attratti dalla carica positiva. Ci sarà, quindi, un eccesso di carica positiva dalla parte opposta, che è una **carica indotta**. Si tratta in questo caso di **induzione parziale**, perché non tutte le **linee di forza** che partono dalla carica q terminano sul conduttore. A equilibrio raggiunto, all'interno del conduttore non possono esserci cariche elettriche. Le cariche, infatti, si distribuiscono sulla superficie del conduttore. Si noti, infine, che le linee di forza arrivano perpendicolari alla superficie del conduttore.

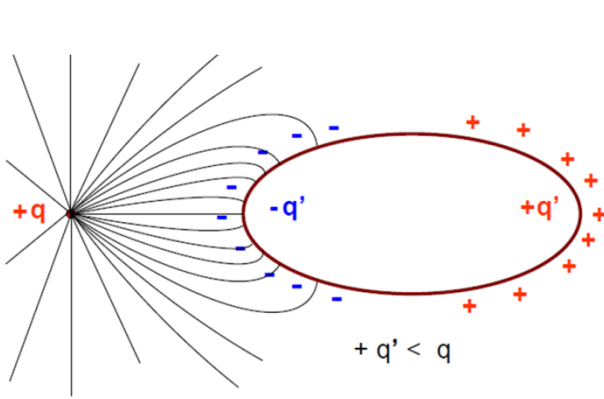


Figura 6.6. Induzione parziale di una carica positiva su un conduttore scarico

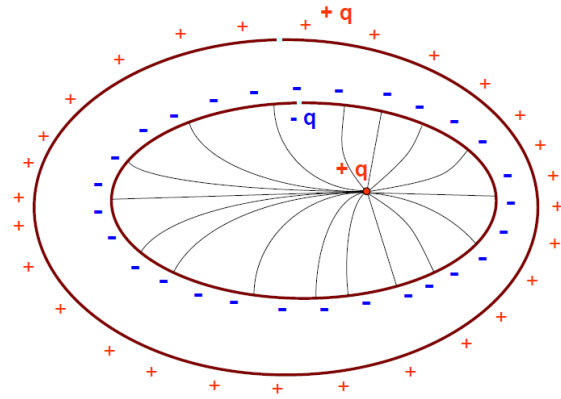


Figura 6.7. Induzione completa di una carica positiva posta all'interno di una cavità

Si ha, invece, **induzione completa** se tutte le linee del campo provenienti dalla prima carica terminano sul conduttore (fig. 6.7). Questo accade, ad esempio, se una carica è posta in una cavità all'interno di un conduttore scarico. Sulla parete interna si induce una carica $-q$; di conseguenza, su quella esterna una carica $+q$. Sottolineiamo che sul conduttore non è stata aggiunta alcuna carica.

6.1.5 Schermo elettrostatico

Se tra un **generatore di tensione** e un **rilevatore** interponiamo una lastra conduttrice collegata a terra, il rilevatore non sente campo elettrico: abbiamo realizzato uno schermo elettrostatico (fig. 6.8).

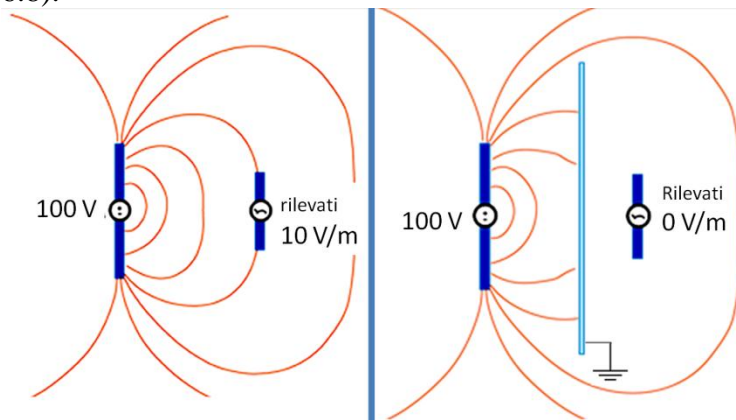


Figura 6.8. Lastra metallica collega a terra come schermo elettrostatico

Il campo elettrico nella cavità di un conduttore immerso in un campo elettrostatico è nullo, come pure a carica sulla superficie interna del conduttore. Se avviciniamo corpi carichi, o depositiamo carica sul conduttore, nella cavità non c'è mai alcun campo elettrico (in condizioni statiche).

La schermatura può essere anche utilizzata per la protezione da **scariche atmosferiche** (fulmini). Una scarica elettrica non è percepita da chi è all'interno del conduttore.

Nella figura 6.9 vediamo un esperimento in cui un **fulmine artificiale** colpisce un'auto con all'interno un uomo. L'uomo è protetto non perché ci sono le gomme a isolare da terra l'auto, come si pensa comunemente, ma perché l'auto fa da **gabbia di Faraday**¹⁰ (schermo elettrostatico). Vediamo infatti nel cerchio rosso il fulmine che salta a terra dai cerchioni, dimostrando che le gomme non possono isolare da terra in presenza di un campo elettrico così alto.

Lo schermo elettrico è utilizzato in molte applicazioni, come ad esempio i cavi audio e di antenna (fig. 6.10), in cui ci può essere una calza o un foglio di alluminio.

¹⁰ Michael Faraday (1791-1867) è stato un chimico e fisico britannico, che ha contribuito ai campi dell'elettromagnetismo e dell'elettrochimica.



Figura 6.9. La carrozzeria dell'auto scherma l'abitacolo



Figura 6.10. Schermatura in un cavo d'antenna

6.1.6 Fenomeno delle punte

Si può verificare che le cariche elettriche si addensino sulle punte del conduttore e i fulmini siano attratti dalle punte. Il parafulmine ha per questo motivo le punte, che attirano la scarica elettrica.

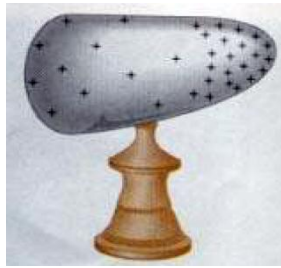


Figura 6.11. Le cariche addensate sulla punta e un parafulmine

6.1.7 Definizione di potenziale elettrico

Si dice che tra due punti A e B di una regione di spazio sede di un campo elettrico (fig. 6.12) vi è una differenza di potenziale di 1 V se la forza elettrica compie il lavoro di 1 J per portare una carica di 1 C da A a B. Ci sarà bisogno di lavoro, infatti, per trasportare la carica, poiché essa sente una forza a causa della presenza del campo elettrico; maggiore è il valore del campo, maggiore sarà il lavoro necessario, e quindi maggiore sarà la differenza di potenziale (tensione). Nota che se la forza del campo aiuta lo spostamento della carica invece di contrastarla, la differenza di potenziale sarà negativa.

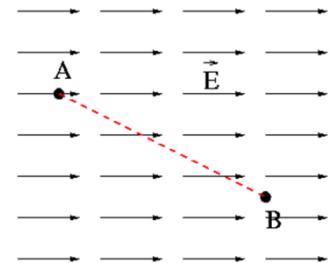


Figura 6.12. Definizione di potenziale elettrico

6.2 La capacità e il condensatore

6.2.1 Definizione di capacità

Consideriamo un conduttore carico di forma qualsiasi:

Si definisce **capacità del conduttore** il rapporto tra *carica* Q presente sul conduttore e il *potenziale* V del conduttore rispetto all'infinito:

$$C = \frac{Q}{V} \quad [\text{F}]$$

Da questa si ricavano altre relazioni utili: $Q = CV$, $V = \frac{Q}{C}$.

La sua unità di misura nel *Sistema Internazionale* è il *farad*, in sigla [F], dal nome di Michael Faraday.

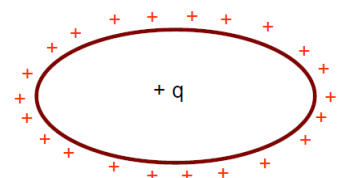


Figura 6.13. Definizione di potenziale capacità

6.2.2 Il condensatore

Il **condensatore** è un bipolo passivo costituito da due conduttori metallici, chiamati **armature**, tra i quali c'è **induzione elettrostatica**. Tra le armature vi è posto un materiale **dielettrico** (ovvero **isolante**). Il simbolo circuitale più comune è il seguente:



Nella figura 6.14 sono riportati altri simboli circuitali del condensatore. Quelli **polarizzati** devono essere montati tenendo presente che il morsetto positivo deve essere a potenziale maggiore rispetto al negativo (vedi più avanti i **condensatori elettrolitici**).

Collegate a un **generatore di tensione continua**, le due armature si caricano; una volta caricate, non passa più corrente. Nel **condensatore ideale**, tra le due armature c'è **induzione elettrostatica completa**; se su una armatura c'è la carica Q , cioè, sull'altra ci sarà la carica opposta, $-Q$.

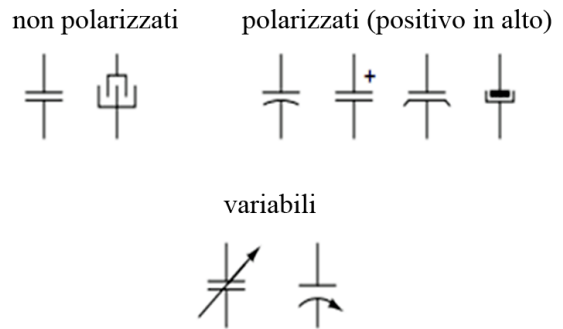


Figura 6.14. Simboli circuitali di condensatori



Figura 6.15. Condensatore collegato a un generatore di tensione

La **capacità** C del condensatore è il rapporto tra carica accumulata e tensione tra le due armature; la sua unità di misura è il **farad**, $[F]$:

$$C = \frac{Q}{V} \quad [F]$$

6.2.3 Geometrie e tipologie del condensatore

Il condensatore è realizzato utilizzando armature piane, cilindri concentrici o sfere concentriche. Nelle figure 6.16 sono indicati le linee del campo elettrico e la polarità della carica.

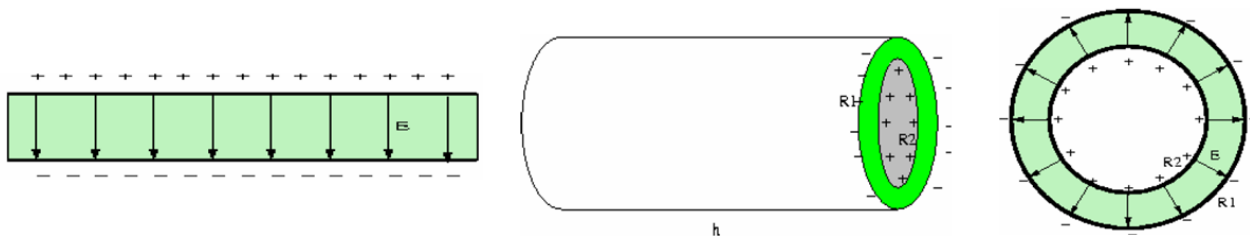


Figura 6.16. Condensatore piano, cilindrico e sferico

I condensatori **ceramici** sono costituiti da un **sandwich** di lastre conduttrici alternate con materiale ceramico. Tipicamente le loro **capacità sono piccole** (da qualche **picofarad** a qualche **nanofarad**). Possono resistere a **grandi differenze di potenziale**. I valori sono stampigliati sopra e solitamente espressi in **picofarad**; ad esempio, 103 indica $10 \cdot 10^3 \text{ pF} = 10 \text{ nF}$.

I condensatori **a carta** o **a lamina** Sono costituiti da due lamine metalliche intervallate da due fogli di carta o di lamina plastica arrotolati a cilindro. Hanno capacità più grandi dei ceramici (fino a $1-2 \mu\text{F}$), ma sono meno resistenti alle alte tensioni. Solitamente la capacità è espressa in **microfarad**; il valore è seguito da una lettera che indica la tolleranza:

- .1K $\rightarrow 0,1 \mu\text{F}$ con tolleranza del 10%
- 4.7M $\rightarrow 4,7 \mu\text{F}$ con tolleranza del 20%

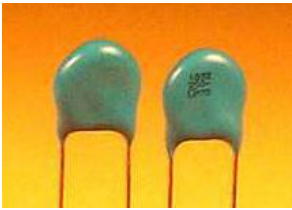


Figura 6.17. Condensatori ceramici

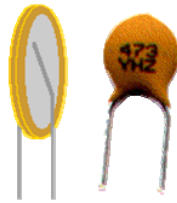


Figura 6.18. Condensatori a carta

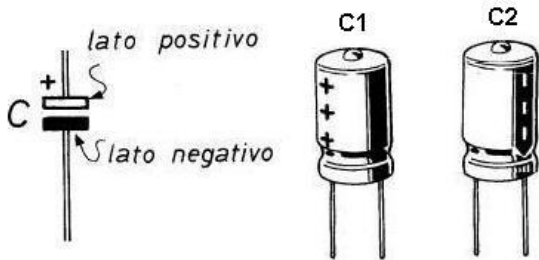
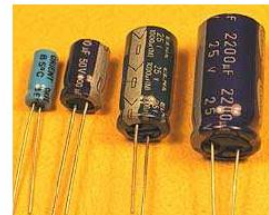


Figura 6.19. Condensatori elettrolitici



I condensatori *elettrolitici* (fig. 6.19) sono costituiti da due lamine metalliche avvolte a cilindro. Le lamine sono separate da sottile strato di ossido, ottenuto tramite un procedimento elettrolitico. Le capacità sono molto elevate, dell'ordine dei centinaia di *microfarad*, ma resistono tipicamente a poche decine di *volt*.

È necessario rispettare la polarità: una delle due armature va sempre caricata positivamente e l'altra sempre negativamente; se la polarità non è rispettata, il condensatore elettrolitico può esplodere. Essendo abbastanza voluminosi, i valori sono indicati chiaramente. Le tolleranze non sono indicate, perché sono molto grandi: arrivano al 20%.

Altri tipi di condensatori sono quelli a film plastico, in poliestere, in polipropilene, in policarbonato, in polistirolo, a mica argentata, ciascuno con specifiche caratteristiche e utilizzi.

6.2.4 Espressione della capacità del condensatore piano

La *capacità* di un condensatore ad armature piane e parallele è proporzionale alla *superficie* delle armature S e alla *costante dielettrica* ϵ dell'isolante interposto; è inoltre inversamente proporzionale alla *distanza* d tra le armature (si ricorda che la *costante dielettrica* rappresenta quanto il dielettrico si polarizza; maggiore è la costante dielettrica, maggiore è la polarizzazione del dielettrico a parità di distanza dalla carica polarizzante). La sua espressione è la seguente:

$$C = \epsilon \frac{S}{d} \quad [\text{F}]$$

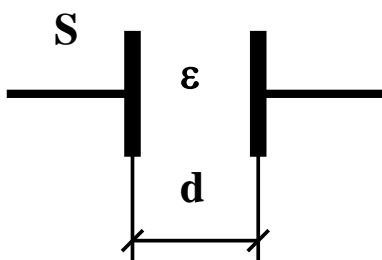


Figura 6.20. Condensatore piano: superficie S delle armature, distanza d tra le armature e costante dielettrica

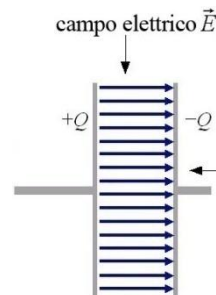


Figura 6.21. Condensatore piano: campo elettrico tra le due armature

6.2.5 Campo elettrico e rigidità dielettrica

Il *campo elettrico* all'interno del condensatore (quindi nel materiale isolante) va dall'armatura positiva a quella negativa (fig. 6.21). Supponiamo che sia costante in tutti i punti; il suo valore è dato dalla tensione diviso la distanza tra le armature:

$$E = \frac{V}{d} \quad \left[\frac{V}{m} \right]$$

La **rigidità dielettrica** di un materiale isolante è il massimo *campo elettrico* al quale può essere sottoposto senza cedere. Se il campo elettrico supera la rigidità dielettrica, l'isolante cede e inizia a *condurre*.

Costante dielettrica assoluta del vuoto $\epsilon_0 = 8,854 \cdot 10^{-12}$ F/m		
Costante dielettrica del materiale $\epsilon = \epsilon_0 \cdot \epsilon_r$		
Mezzo dielettrico	Costante dielettrica relativa ϵ_r	Rigidità dielettrica [kV/mm]
Aria secca (alla pressione di 1 bar)	1,0006	3
Acqua pura	81,07	15
Olio minerale	2,2; 2,5	7,5; 16
Olio per trasformatori	2; 2,5	12; 17
Bachelite	5,5; 8,5	10
Carta comune	2	6
Carta paraffinata	2,5; 4	40; 50
Carta da condensatori	5; 5,5	30
Gomma	2,2; 2,5	15; 40
Mica	6; 8	50; 100
Polietilene	2,3	50
Porcellana	4; 7	12; 30
Vetro	6; 8	25; 100
Ossido di titanio	90; 170	5
Titanati di Ba-Sr	1000; 10000	5

Un tipico esempio di materiale *dielettrico* che cede è l'aria, nel momento in cui avviene un **arco elettrico** (fig. 6.22). Avvicinando due fili aventi un diverso potenziale, se tale tensione è sufficientemente grande l'aria perde le sue proprietà isolanti e inizia a condurre. Questo fenomeno può essere dannoso per le apparecchiature, specie in presenza di media o alta tensione, e si evita utilizzando, per interrompere la corrente, dispositivi in grado di interrompere anche l'arco elettrico; essi sono detti, appunto, *interruttori*. In casa potrebbe esserti capitato di spegnere un carico potente come uno scaldacqua elettrico e di aver visto una scintilla: è un arco elettrico, ovvero corrente che scorre in aria.

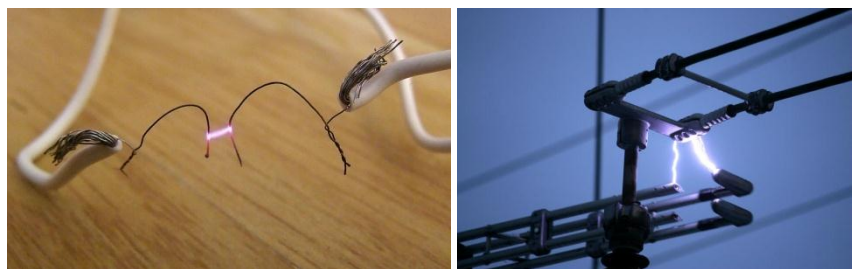


Figura 6.22. Archi elettrici

Questo fenomeno può essere dannoso per le apparecchiature, specie in presenza di media o alta tensione, e si evita utilizzando, per interrompere la corrente, dispositivi in grado di interrompere anche l'arco elettrico; essi sono detti, appunto, *interruttori*. In casa potrebbe esserti capitato di spegnere un carico potente come uno scaldacqua elettrico e di aver visto una scintilla: è un arco elettrico, ovvero corrente che scorre in aria.

6.2.6 Energia associata a un condensatore

Un condensatore, nel momento in cui si carica, accumula una certa **energia**; si può dimostrare che il valore dell'energia, espresso in *joule*, è dato dalle seguenti espressioni equivalenti:

$$W = \frac{1}{2}qV, \quad W = \frac{1}{2}CV^2, \quad W = \frac{1}{2} \frac{q^2}{C}. \quad [\text{J}]$$

Suggerimento: puoi ricordarne una sola e quindi ricavare le altre due applicando la relazione $q = CV$.

6.2.7 Condensatori collegati in parallelo

Come tutti i bipoli, due condensatori in parallelo sono sottoposti alla stessa tensione (fig. 6.23).

La **capacità equivalente** sarà il rapporto tra carica totale e la tensione del parallelo:

$$C_{eq} = \frac{Q_{TOT}}{V} = \frac{Q_1 + Q_2}{V}$$

Sappiamo che $Q_1 = C_1V$ e $Q_2 = C_2V$. Sostituendo queste espressioni nella precedente si ottiene

$$C_{eq} = \frac{Q_1 + Q_2}{V} = \frac{C_1V + C_2V}{V} = \frac{(C_1 + C_2)V}{V} = C_1 + C_2$$

La **capacità equivalente del parallelo**, quindi, ha una formula simile a quella della resistenza equivalente della serie:

$$C_{eq} = C_1 + C_2$$

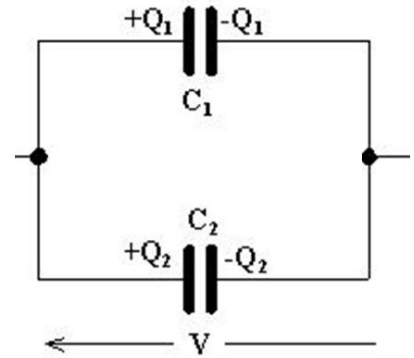


Figura 6.23. Parallelo tra due capacità

6.2.8 Condensatori collegati in serie

Su due condensatori in serie (fig. 6.24) si accumula la **stessa carica**, perché il conduttore in rosso è inizialmente neutro. Se sull'armatura nera di C_1 si accumula una carica positiva $+Q$, gli elettroni per induzione migrano dall'armatura rossa di C_2 all'armatura rossa di C_1 . Resta quindi a destra un eccesso di carica positiva $+Q$ sull'armatura rossa di C_2 a causa degli elettroni andati via, che induce carica $-Q$ sull'altra armatura.

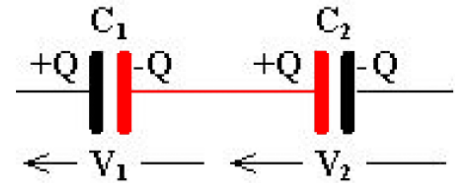


Figura 6.24. Serie tra due capacità

La capacità equivalente sarà il rapporto tra carica Q e tensione totale della serie, $V_1 + V_2$:

$$C_{eq} = \frac{Q}{V_{TOT}} = \frac{Q}{V_1 + V_2}$$

Ma sappiamo che $V_1 = \frac{Q}{C_1}$ e $V_2 = \frac{Q}{C_2}$. Sostituendo queste espressioni nella precedente si ottiene

$$C_{eq} = \frac{Q}{V_1 + V_2} = \frac{Q}{\frac{Q}{C_1} + \frac{Q}{C_2}} = \frac{1}{\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}} = \frac{1}{\frac{C_2 + C_1}{C_1 C_2}} = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2}$$

La **capacità equivalente della serie**, quindi, ha una formula simile a quella della resistenza equivalente del parallelo:

$$C_{eq} = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2}$$

6.2.9 Trasformazioni triangolo-stella e viceversa

Come per le resistenze, anche per i condensatori i collegamenti a *stella* posso essere resi equivalenti a collegamenti a *triangolo*, e viceversa (fig. 6.25). Le formule delle trasformazioni, analogamente a quanto accade per serie e parallelo, si scambiano fra loro rispetto a quelle delle resistenze:

$$\left\{ \begin{array}{l} C_A = \frac{C_{AB}C_{BC} + C_{BC}C_{CA} + C_{CA}C_{AB}}{C_{BC}} \\ C_B = \frac{C_{AB}C_{BC} + C_{BC}C_{CA} + C_{CA}C_{AB}}{C_{CA}} \\ C_C = \frac{C_{AB}C_{BC} + C_{BC}C_{CA} + C_{CA}C_{AB}}{C_{AB}} \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} C_{AB} = \frac{C_A C_B}{C_A + C_B + C_C} \\ C_{BC} = \frac{C_B C_C}{C_A + C_B + C_C} \\ C_{CA} = \frac{C_C C_A}{C_A + C_B + C_C} \end{array} \right.$$

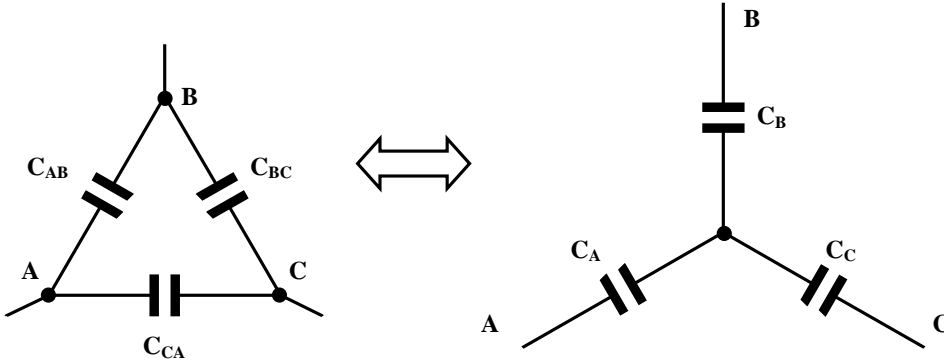


Figura 6.25. Trasformazione triangolo-stella tra condensatori

Se le capacità sono uguali fra loro, le relazioni diventano

$$C_\lambda = 3C_\Delta \quad C_\Delta = \frac{1}{3}C_\lambda$$

6.2.10 Applicazioni del condensatore

Citiamo alcune applicazioni del condensatore, parte delle quali saranno trattate i prossimi anni.

Il condensatore è utilizzato in elettronica come **filtro**. È attraversato, infatti, facilmente da corrente ad *alta frequenza*, mentre oppone più resistenza al passaggio di correnti a *bassa frequenza*¹¹ e impedisce il passaggio alla *corrente continua*. In una *cassa acustica* a più vie, ad esempio, un condensatore è montato in serie al *tweeter* (il piccolo altoparlante che diffonde i suoni *acuti*) per filtrare le basse frequenze che, con la loro potenza, potrebbero distruggerlo (fig. 6.23).

In elettronica si usa pure per **livellare le tensioni raddrizzate**, come studierai al quinto anno. La *tensione alternata* che abbiamo in casa, infatti, per alimentare cellulari, computer e gli altri dispositivi elettronici, deve essere trasformata in *tensione continua*, e lo si fa per mezzo dei cosiddetti **raddrizzatori** (fig. 6.21); i condensatori permettono di avere una tensione più costante.

Sfruttando il processo di carica del condensatore, è possibile effettuare **operazioni di integrazione** in circuiti con amplificatori operazionali (figura 6.22); integrare vuol dire calcolare cioè l'area sottesa a una curva, come studierai in *Matematica* al quinto anno. Nell'automazione industriale e navale (pensiamo all'autopilota), questi circuiti integratori sono, ad esempio, nei regolatori di tipo integrale, che potresti studiare al quinto anno.

Una funzione simile si ha in alcune fotocamere più vecchie in cui la **misurazione della quantità di luce** avviene caricando un condensatore attraverso una **fotoresistenza** (fig. 6.29), un bipolo costituito da materiale semiconduttore, la cui resistenza dipende dalla luce che lo investe. L'otturatore

¹¹ Questo si può capire considerando la relazione $q = CV$; alle variazioni diventa $\frac{\Delta q}{\Delta t} = C \frac{\Delta V}{\Delta t}$ e quindi

$$I = C \frac{\Delta V}{\Delta t} \text{ . L'espressione } \frac{\Delta V}{\Delta t} \text{ rappresenta la velocità di variazione della tensione. La corrente, quindi, sarà elevata}$$

se la tensione varia velocemente (e quindi varia velocemente anche la carica), sarà più piccola se la tensione varia lentamente, sarà nulla quando la tensione è costante.

si apre nel momento in cui si schiaccia il pulsante e si chiude quando il condensatore si è caricato completamente.

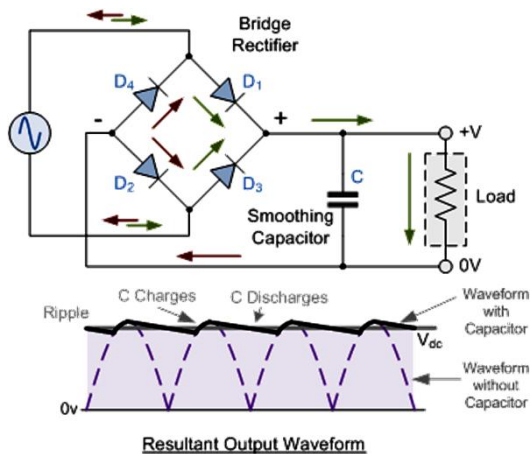


Figura 6.26. Raddrizzatore con condensatore di livellamento

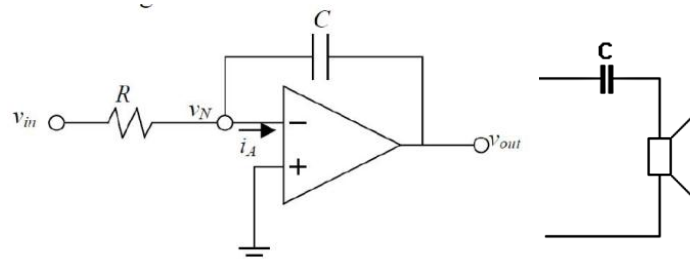


Figura 6.27. Amplificatore operazionale integratore

Figura 6.28. Condensatore come filtro passa-alto per tweeter



Figura 6.29. Fotoresistenza

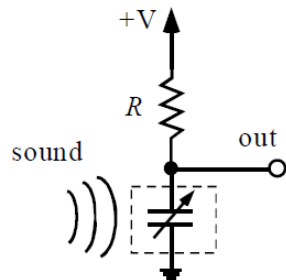


Figura 6.30. Schema di microfono a condensatore

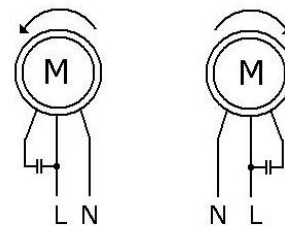


Figura 6.31. Motore elettrico monofase

Nel *microfono a condensatore* (fig. 6.30), una membrana costituisce una delle *armature* ed è posta in vibrazione dalle onde sonore; queste provocano una variazione di distanza dall'armatura fissa da cui consegue variazione di capacità e quindi di tensione ai capi del condensatore.

Come una pila, il condensatore, caricandosi, può *mantenere in tensione circuiti* che assorbono correnti molto basse, ad esempio mantenendo in memoria in un apparecchio radiofonico dati, come orario e canali sintonizzati, anche a dispositivo spento.

Negli impianti elettrici industriali è utilizzato per *rifasare i carichi*, per far sì, cioè, che la corrente sulla linea sia *in fase* con la tensione; questo permette alla corrente di essere minore possibile a parità di potenza trasmessa, consentendo il risparmio di energia dissipata per *effetto Joule*, una minore *caduta di tensione* sulla linea e risparmio di rame.

Nei *motori elettrici asincroni monofase* (fig. 6.31), il condensatore è utilizzato per *sfasare* la corrente e creare una seconda fase, indispensabile perché il motore si avvii da solo; nel momento in cui il condensatore si guasta, infatti, il motore parte solo se gli si dà una spinta. Tutti i motori *monofase* che abbiamo in casa (lavatrice, serrande elettriche, asciugacapelli, ventilatori, pompe d'acqua per il riscaldamento, compressore del frigorifero) hanno un condensatore; i motori *trifase*, invece, non ne hanno bisogno.

6.2.11 Transitorio di carica del condensatore

Nei circuito con *resistori ideali*, che abbiamo studiato finora, appena sono chiusi gli interruttori si stabiliscono *istantaneamente le condizioni di regime*, ovvero le correnti sui rami e le tensioni sui bipoli sono costanti e restano tali sin dall'inizio.

Nei circuiti aventi *condensatori*, seppur ideali, inizialmente c'è un **transitorio**, ovvero un periodo di tempo in cui le grandezze elettriche variano e dopo il quale si arriva al cosiddetto **regime**, periodo in cui le correnti e le tensioni restano costanti.

Studiamo ora il caso più semplice di transitorio in circuiti aventi resistenze e condensatori. Consideriamo il circuito in figura, detto **circuito R-C**, poiché il suo carico è composto da una *resistenza* e un *condensatore*. La resistenza, se non presente fisicamente come bipolo, rappresenta la resistenza dei fili.

Chiudiamo l'interruttore all'istante $t=0$. Scorrerà una corrente in verso orario. Gli elettroni viaggeranno, quindi, in verso antiorario, e si accumuleranno sulla armatura inferiore del condensatore; nell'armatura superiore, pertanto, ci sarà una carica indotta (si suppone induzione completa) uguale in valore assoluto e opposta alla carica negativa dell'altra.

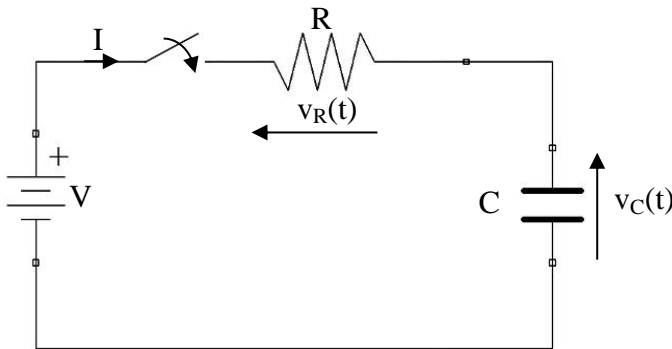


Figura 6.32. Circuito di carica del condensatore

La carica sul condensatore andrà crescendo, e crescerà anche la sua tensione, che è proporzionale ad essa. **Nel condensatore, sia la carica che la tensione, proporzionali tra loro, non possono variare in maniera discontinua**, ma solo gradualmente.

La corrente, massima all'istante $t=0$, andrà diminuendo. Per determinare la sua espressione matematica, calcoliamo la caduta di tensione ai capi della resistenza. La tensione ai capi di R è, per la LKT, la differenza tra la tensione del generatore e la tensione sul condensatore v_C :

$$v_R(t) = V - v_C(t)$$

Applicando la legge di Ohm si ottiene

$$i(t) = \frac{v_R(t)}{R} = \frac{V - v_C(t)}{R}$$

All'aumentare di $v_C(t)$, il numeratore diminuirà, e quindi diminuirà anche la corrente.

Si può dimostrare che l'**andamento della corrente** è esponenziale decrescente, dato dalla seguente funzione e avente grafico di figura 6.33:

$$i(t) = \frac{V}{R} e^{-\frac{t}{RC}}$$

La corrente, all'aumentare del tempo, riduce sempre più il suo valore, senza mai, almeno in teoria, arrivare a essere nulla (l'asse delle ascisse, in questo caso, si dice *asintoto* per tale funzione, ovvero una retta alla quale la curva si avvicina senza mai toccarla).

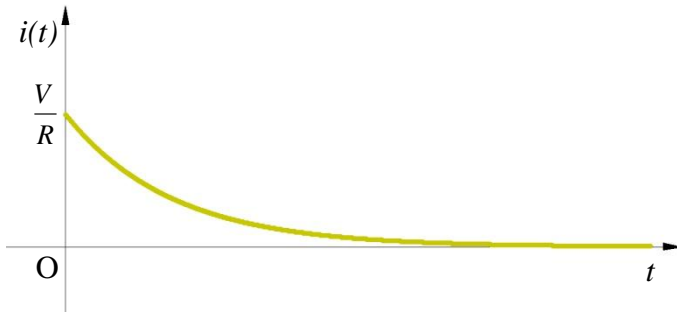


Figura 6.33. Andamento grafico della corrente nel processo di carica del condensatore

Il prodotto RC è chiamato **costante di tempo**, una quantità, espressa in *secondi*, che rappresenta la *velocità* di risposta del circuito. Il suo simbolo è τ (lettera greca *tau*). Si può quindi scrivere

$$i(t) = \frac{V}{R} e^{-\frac{t}{\tau}} \quad \text{dove } \tau = RC$$

La *costante di tempo*, e quindi il *tempo di risposta* del circuito, aumenta se c'è un aumento di R o di C . L'aumento di R fa diminuire la corrente, e quindi fa aumentare il tempo di carica del condensatore; l'aumento di C fa sì che ci voglia più carica per caricare il condensatore completamente.

Si dimostra che dopo un tempo pari a 5 volte la costante di tempo, la corrente è circa allo 0,7% della corrente iniziale, e quindi praticamente nulla (si è pertanto in **condizioni di regime**). Il tempo per raggiungere questa condizione si chiama **tempo di assestamento**, e si calcola quindi in questo modo:

$$t_a = 5\tau \quad [\text{s}]$$

Vediamo **come si visualizza la costante di tempo sul grafico** della corrente. È sufficiente mandare una *retta tangente* al grafico della funzione in corrispondenza dell'origine; l'ascissa intercettata sarà il valore della costante di tempo:

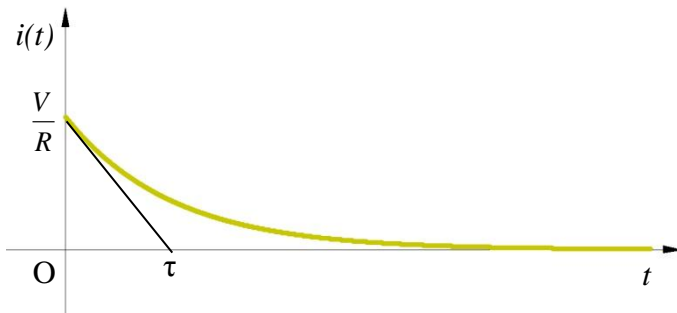


Figura 6.34. Significato grafico della costante di tempo nell'andamento della corrente nella carica del condensatore

Considerando un circuito con *costante di tempo* inferiore, e quindi più veloce nella risposta, la corrente avrà un andamento di questo tipo:

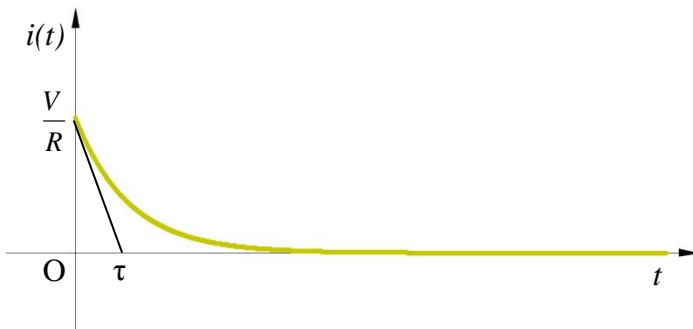


Figura 6.35. Costante di tempo più piccola rispetto a quella di figura 6.34

La **tensione sul condensatore**, invece, sarà crescente, e avrà la seguente espressione matematica:

$$v_c(t) = V \left(1 - e^{-\frac{t}{RC}} \right)$$

che si può scrivere, esplicitando la *costante di tempo*, in questo modo:

$$v_c(t) = V \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right)$$

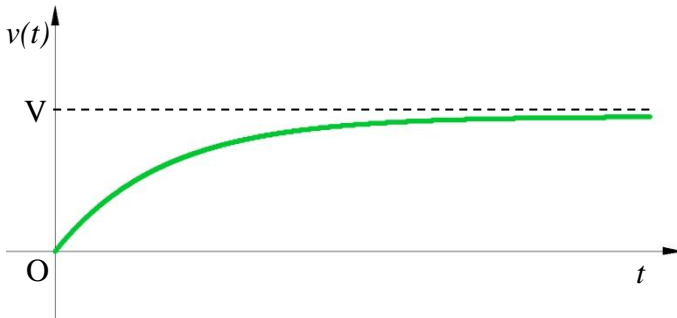


Figura 6.36. Andamento grafico della tensione nel processo di carica del condensatore

A regime, ovvero quando le grandezze elettriche si sono stabilizzate, la corrente sarà nulla e la tensione sul condensatore sarà pari a quella del generatore; la retta tratteggiata indica appunto il *valore finale*, a cui la curva tende asintoticamente.

Notiamo che **una corrente continua non può attraversare il condensatore**, che all'interno ha un materiale isolante; esso quindi **a regime continuo si comporta come un circuito aperto**. La corrente può attraversarlo solo quando è variabile; gli elettroni comunque non attraversano fisicamente il condensatore, ma c'è una **variazione di carica** su una armatura che si trasmette all'altra per **induzione elettrostatica**. La variazione di carica, come sappiamo, è una corrente.

Anche sulla curva della tensione è possibile visualizzare la *costante di tempo* del circuito, tracciando la retta tangente nell'origine; la costante di tempo sarà l'ascissa del punto di intersezione tra la tangente e la retta del valore finale.

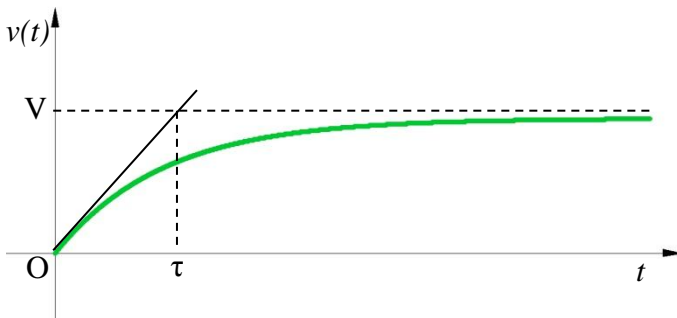


Figura 6.37. Significato grafico della costante di tempo nell'andamento della tensione nella carica del condensatore

Trascorso il tempo di assestamento, pari a $t_a = 5\tau$, la tensione avrà raggiunto circa il 99,3% del valore finale. A volte il tempo di assestamento è calcolato come $t_a = 3\tau$ o $t_a = 4\tau$. Nella tabella riportata di seguito riportiamo la *percentuale della tensione finale* raggiunta dopo un certo tempo trascorso, multiplo della costante di tempo:

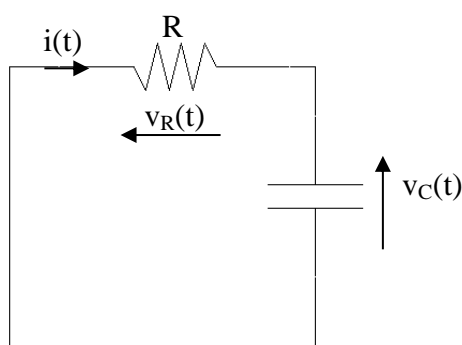
Tempo trascorso	Percentuale della tensione finale
τ	63,21 %
2τ	86,47 %
3τ	95,02 %
4τ	98,17 %
5τ	99,33 %

6.2.12 Transitorio di scarica del condensatore

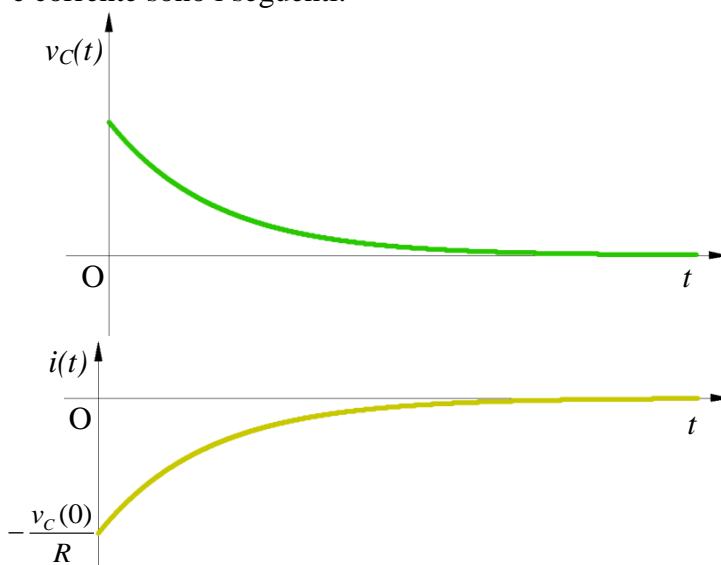
Collegando nell'istante $t=0$ un condensatore carico con una resistenza, si ha la sua scarica: la carica sulle armature diminuisce progressivamente, e quindi anche la tensione ai suoi capi, e vi è una corrente uscente dal suo morsetto positivo. Tale corrente, nell'istante zero, è pari all'opposto¹² del rapporto tra tensione sul condensatore e resistenza:

$$i(0) = -\frac{v_C(0)}{R}$$

Al diminuire della tensione $v_C(t)$, diminuirà anche la corrente (in valore assoluto). Col diminuire della corrente, la carica dal condensatore andrà via sempre più lentamente, e pertanto la tensione diminuirà anch'essa sempre più lentamente, poiché è proporzionale alla carica.



I grafici di tensione e corrente sono i seguenti.



Solitamente i condensatori nei circuiti restano carichi per un certo tempo, anche se stacciamo la spina dell'apparecchio; chi deve riparare un circuito elettronico, quindi, dovrebbe sempre scaricare i condensatori di maggiore capacità, collegandoli a una resistenza scelta opportunamente (in modo cioè che non scarichi il condensatore troppo velocemente o troppo lentamente), al fine di non prendere scosse elettriche.

¹² Nota che la corrente è negativa, poiché ora il condensatore eroga corrente; sul disegno abbiamo conservato, infatti, il verso della corrente del caso della carica del condensatore, ma in questo caso nella realtà il verso della corrente è opposto.

6.3 Esercizi svolti

Come sappiamo, nei circuiti capacitivi alimentati da tensioni continue c'è corrente solo nel *transitorio*, fino a quando, cioè, i condensatori si caricano. A *regime* non passa corrente. Negli esercizi sulle reti capacitive considereremo solo le situazioni a regime e, pertanto, determineremo la *carica* depositata sulle armature, e sarà utilizzata la relazione

$$q = CV$$

che ricorda la legge di Ohm $I = \frac{1}{R}V$, oppure, usando la conduttanza, $I = GV$.

Notiamo che la *carica* corrisponde alla *corrente* e la *capacità* alla *conduttanza* (reciproco della resistenza).

La **LKC** diventa la seguente: **la somma algebrica delle cariche che fanno capo a un nodo è nulla.**

La **LKT** resta identica a quella che conosciamo.

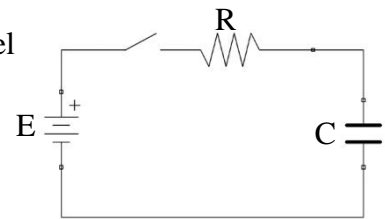
Si può applicare il **teorema di Millman** in reti capacitive binodali, scrivendo le capacità al posto delle conduttanze.

1. Calcola la *costante di tempo* e il *tempo di assestamento* del circuito R-C di figura. Dati: $R=3\text{ k}\Omega$, $C=5\text{ }\mu\text{F}$.

Soluzione. La costante di tempo vale

$$\tau = RC = 3000 \cdot 5 \cdot 10^{-6} \text{ ms} = 15 \text{ ms} .$$

Il circuito andrà a regime dopo un tempo $t_a = 5\tau = 5 \cdot 15 \text{ ms} = 75 \text{ ms}$.



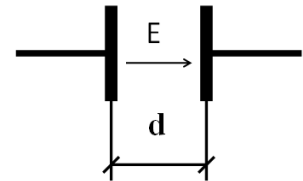
2. La differenza di potenziale tra le due piastre di un condensatore è di 400 V e il campo elettrico tra esse misura 16000 V/m. Qual è la distanza tra le armature del condensatore? Le due piastre sono avvicinate fino a ridurre a metà la distanza. Quanto vale ora il campo elettrico?

Soluzione. Dal momento che il campo elettrico è dato dal rapporto tra tensione e distanze tra le armature, la distanza sarà

$$d = \frac{V}{E} = \frac{400}{16000} \text{ m} = 0,025 \text{ m} = 25 \text{ mm} .$$

Riducendo alla metà la distanza il campo elettrico raddoppia.

$$\text{Infatti } E' = \frac{V}{d'} = \frac{V}{0,5d} = \frac{400}{0,5 \cdot 0,025} \frac{\text{V}}{\text{m}} = 32000 \frac{\text{V}}{\text{m}} .$$



4. Si trovino la capacità vista dal generatore, la carica di ciascun condensatore e l'energia accumulata in ciascun condensatore nel circuito di figura.

Soluzione. I condensatori C_1 e C_2 sono collegati in parallelo. La capacità equivalente vale

$$C_{eq} = C_1 + C_2 = (10 + 15) \mu\text{F} = 25 \mu\text{F}$$

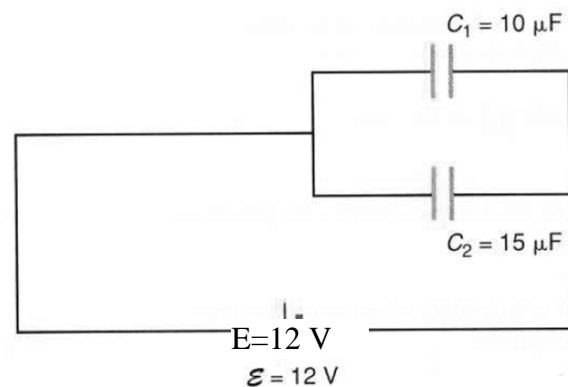
La carica accumulata su C_1 e C_2 :

$$q_1 = C_1 E = 10 \cdot 10^{-6} \cdot 12 \text{ C} = 120 \mu\text{C} ;$$

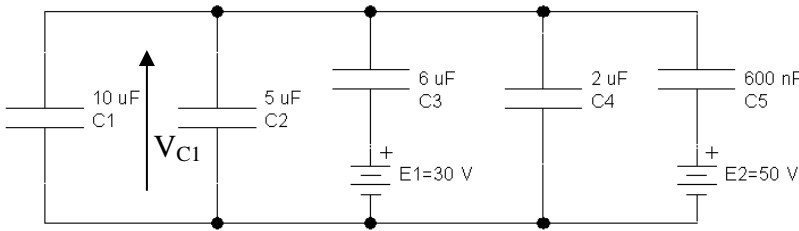
$$q_2 = C_2 E = 15 \cdot 10^{-6} \cdot 12 \text{ C} = 180 \mu\text{C}$$

L'energia accumulata dai due condensatori:

$$W_1 = \frac{1}{2} C_1 E^2 = 0,72 \text{ mJ} ; \quad W_2 = \frac{1}{2} C_2 E^2 = 1,08 \text{ mJ} .$$



4. Calcola la tensione ai capi del condensatore C_1 e la carica accumulata su di esso.



Soluzione. Dal momento che si tratta di una *rete binodale*, possiamo applicare il teorema di Millman.

$$V_{C1} = \frac{E_1 C_3 + E_2 C_5}{C_1 + C_2 + C_3 + C_4 + C_5} = \frac{30 \cdot 6 \cdot 10^{-6} + 50 \cdot 0,6 \cdot 10^{-6}}{10 \cdot 10^{-6} + 5 \cdot 10^{-6} + 6 \cdot 10^{-6} + 2 \cdot 10^{-6} + 0,6 \cdot 10^{-6}} \text{ V} = 8,90 \text{ V}$$

La carica accumulata sul condensatore C_1 vale $q_4 = C_1 V_{C1} = 10 \cdot 8,90 \mu\text{C} = 89 \mu\text{C}$.

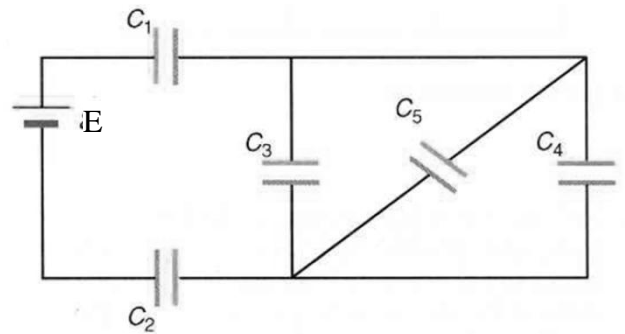
6.4 Esercizi da svolgere

1. La differenza di potenziale tra le due armature di un condensatore è di 1 kV e il campo elettrico tra esse misura 4 kV/m. Qual è la distanza tra le armature del condensatore? Le due piastre sono avvicinate fino a ridurre a 1/3 la distanza. Quanto vale ora il campo elettrico?

[Risultati: 25 cm; 12 kV/m]

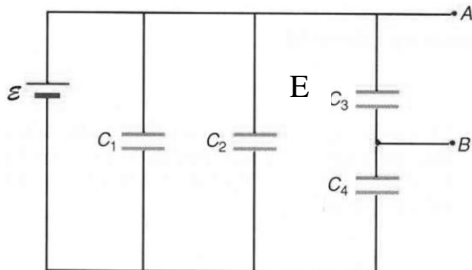
2. Calcola la capacità equivalente vista dal generatore nel circuito di figura.

Dati: $C_1=10 \mu\text{F}$, $C_2=20 \mu\text{F}$, $C_3=5 \mu\text{F}$, $C_4=8 \mu\text{F}$ e $C_5=15 \mu\text{F}$. [Risultato: $C_{eq}=5,38 \mu\text{F}$]



3. Calcola la caduta di tensione ai capi di AB nel circuito di figura.

Dati: $C_1=3 \mu\text{F}$, $C_2=6 \mu\text{F}$, $C_3=9 \mu\text{F}$, $C_4=12 \mu\text{F}$ e $E=24 \text{ V}$. [Risultato $V_{AB}=13,7 \text{ V}$]



4. Si alimenta un circuito serie R-C ($R=300 \Omega$ e $C=1200 \mu\text{F}$) con una tensione continua di 30 V. Calcola in quanto tempo il condensatore si carica (*tempo di assestamento*) e disegna la curva di carica della tensione, evidenziando il significato grafico della costante di tempo.

[Risultato: $t_a=1,8 \text{ s}$]

5. Calcola il valore della resistenza da montare in un circuito serie R-C in cui la capacità è di 200 μF , al fine di avere un tempo di carica di 3 s. [Risultato: $R=3 \text{ k}\Omega$]

Capitolo 7

L'elettromagnetismo

7.1 Campo magnetico prodotto dai magneti permanenti

Un magnete permanente fa sì che un ago magnetico si orienti parallelamente alle *linee di forza del campo magnetico* che produce. Tali linee di forza, come sappiamo, sono linee orientate a cui il campo magnetico è tangente; esse fuoriescono dal *polo nord* ed entrano nel *polo sud*.

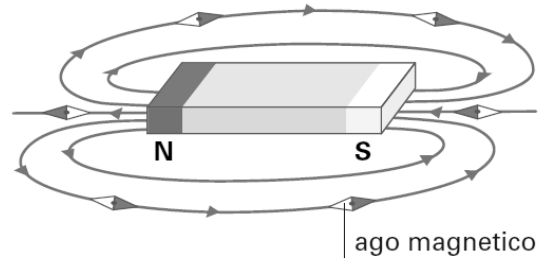


Figura 7.1. Linee di forza del campo magnetico prodotto da un magnete permanente

7.2 Campo magnetico prodotto dalla corrente

Un *campo magnetico* può essere prodotto anche da *cariche in movimento*, e quindi dalla corrente elettrica (il *campo elettrico*, invece, è prodotto anche se le cariche sono immobili).

7.2.1 Campo magnetico prodotto da un conduttore rettilineo; legge di Biot-Savart; permeabilità magnetica

Un ago magnetizzato in prossimità di un conduttore rettilineo percorso da corrente che si orienta lungo le linee di forza del campo magnetico prodotto dalla corrente; esse consistono in circonferenze concentriche. È importante stabilire correttamente il loro verso; *viste dalla punta della freccia della corrente, le linee del campo hanno verso antiorario*. Si può utilizzare, se si vuole, la *regola della mano destra* (figura al lato) per individuare il verso di tali linee di forza: il pollice indica il verso della corrente e le altre dita, chiudendosi, quello del campo magnetico.

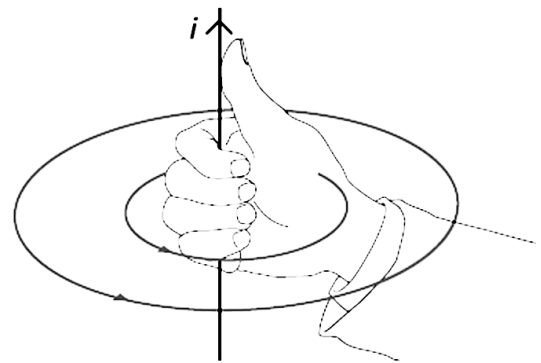


Figura 7.2. Regola della mano destra per l'individuazione del verso del campo magnetico prodotto da un filo di corrente

Il simbolo del campo magnetico è \mathbf{B} ; si misura in *tesla*,

[T], o in *weber su metro quadro*, $\left| \frac{\text{Wb}}{\text{m}^2} \right|$.

Per calcolare l'intensità del campo magnetico B in un punto dello spazio circostante si usa la *legge di Biot-Savart*¹³, per cui $B = \frac{\mu_0 i}{2\pi d}$, dove d è la distanza del punto considerato dal conduttore e μ_0 è

una costante detta *permeabilità magnetica del vuoto* e vale $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{Wb}}{\text{A} \cdot \text{m}}$.

Vedremo che nella materia la *permeabilità magnetica* assume altri valori, e pertanto il campo magnetico B nella materia avrà valori diversi rispetto a quelli assunti nel vuoto. La *permeabilità*

¹³ Legge formulata nel 1820 dai francesi *Baptiste Biot* (1774-1862), fisico e matematico, e *Félix Savart* (1791-1841), fisico e medico.

magnetica, come dice la parola stessa, è una grandezza fisica che indica quanto il materiale fa *permeare* il campo magnetico.

È possibile, per essere più chiari, rappresentare i vettori campo magnetico e di corrente sul foglio senza utilizzare la prospettiva, ma in **proiezione ortogonale**; il vettore uscente dal foglio sarà rappresentato con un puntino racchiuso in una circonferenza, mentre il vettore entrante da una crocetta in una circonferenza:

⊙ vettore uscente dal foglio ⊗ vettore entrante nel foglio

Si rappresenta, quindi, un conduttore rettilineo percorso da corrente, e il relativo campo magnetico prodotto, nel modo seguente. A sinistra la corrente esce dal foglio perpendicolarmente ad esso, e quindi il campo B ha verso antiorario; al contrario nella figura a destra.

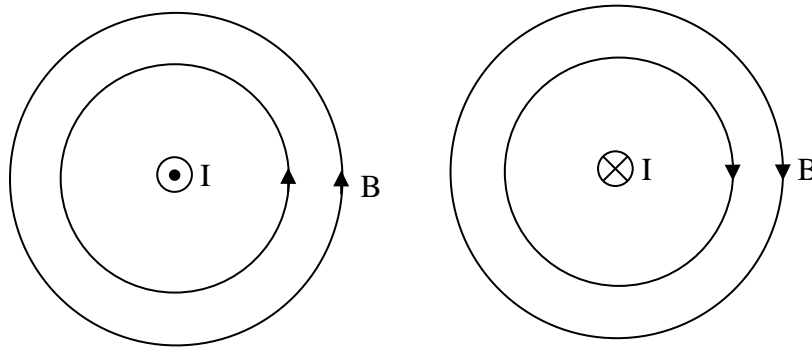


Figura 7.3. Linee di forza del campo magnetico prodotto da un filo rettilineo percorso da corrente

7.2.2 Campo magnetico prodotto da una spira

Una spira è costituita da un filo conduttore chiuso su sé stesso, di forma circolare, rettangolare, etc... Se percorsa da corrente, la spira produce un campo magnetico le cui linee di forza sono rappresentate in figura.

Il campo si concentra all'interno della spira, ed è massimo nel suo centro; le linee di forza, infatti, si infittiscono all'interno della spira e si produce così un campo maggiore di quello prodotto dal filo rettilineo percorso da stessa corrente.

È importante stabilire il verso del campo magnetico conoscendo quello della corrente. Nota che, guardando dalla punta delle frecce del campo, in questo caso dall'alto, la corrente circola sulla spira in senso antiorario. Invertendo il verso della corrente, anche il campo magnetico prodotto cambia il verso.

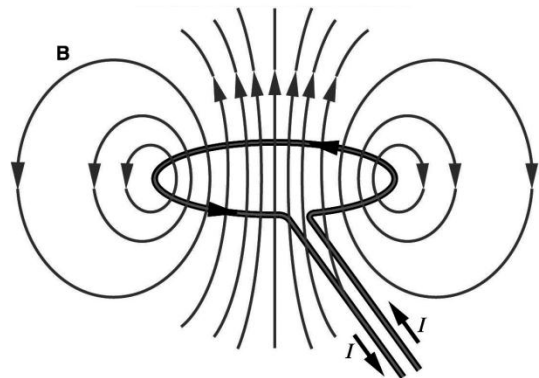


Figura 7.4. Linee di forza del campo magnetico prodotto da una spira

7.2.3 Campo magnetico prodotto da una bobina

Una bobina è costituita da più spire; produce, pertanto, un campo ben maggiore di una singola spira percorsa dalla stessa corrente. Nella pratica, in effetti, non si utilizzano spire per produrre il campo magnetico, bensì bobine.

Se poniamo al suo interno degli aghi magnetici, essi si orientano tutti lungo l'asse della bobina; le linee di forza all'interno, quindi, possono essere approssimate a segmenti paralleli all'asse.

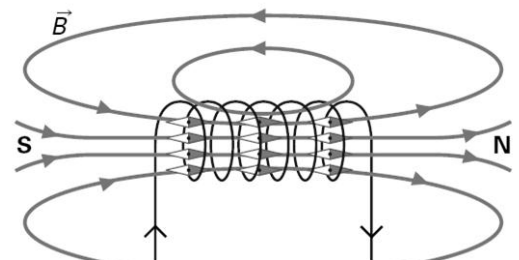


Figura 7.5. Linee di forza del campo magnetico prodotto da una bobina

Anche qui guardando la corrente dalla punta dei vettori del campo, essa scorre in verso antiorario. Se la bobina fosse avvolta nell'altro verso, il campo B avrebbe verso opposto.

7.2.4 Campo magnetico prodotto da una bobina di forma toroidale

Per produrre un campo magnetico ancora maggiore all'interno della bobina, si può chiudere su sé stessa, dandole una forma *toroidale*. Le linee di campo possono essere approssimate a circonferenza concentriche al toro. Ancora una volta, stabilito il verso della corrente e dell'avvolgimento, si può determinare univocamente il verso del campo magnetico.

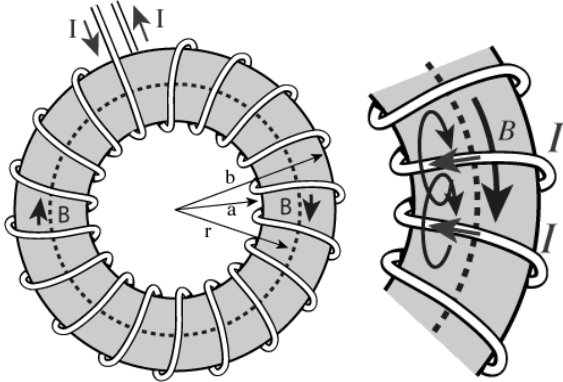


Figura 7.6. Campo magnetico prodotto da un solenoide toroidale

7.3 Esercizi svolti (campo magnetico prodotto da correnti)

Esempio 1. Un conduttore rettilineo è percorso da una corrente di 3 A. Calcola il campo magnetico che esso produce in un punto a una distanza di 5 cm dal conduttore stesso.

Soluzione: $B = \frac{\mu_0 i}{2\pi d} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 3}{2\pi \cdot 0,05} \text{ T} = 4,8 \cdot 10^{-5} \text{ T}$

Esempio 2. Due conduttori rettilinei paralleli e distanti tra loro 14 cm sono percorsi da correnti con verso opposto, una di 1,2 A e l'altra di 0,7 A. Calcola il campo magnetico prodotto su un punto equidistante dai due fili, appartenente allo stesso loro piano.

Se le due correnti hanno stesso verso, quanto vale il campo?

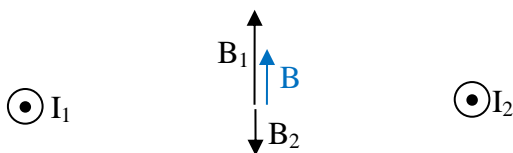
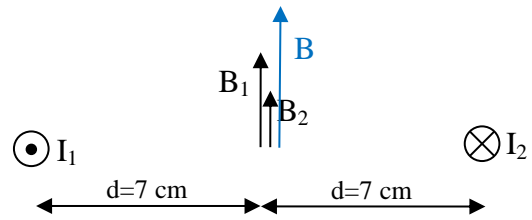
Soluzione. La situazione è rappresentata in figura. In caso di verso opposto di correnti, sul punto mediano i campi magnetici si sommano, poiché hanno lo stesso verso.

La distanza d tra ciascun filo e il punto considerato è 7 cm. Applicando la legge di Biot-Savart, i due campi prodotti dalle due correnti sono:

$$B_1 = \frac{\mu_0 i_1}{2\pi d} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 1,2}{2\pi \cdot 0,07} \text{ T} = 3,4 \cdot 10^{-7} \text{ T}; \quad B_2 = \frac{\mu_0 i_2}{2\pi d} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 0,7}{2\pi \cdot 0,07} \text{ T} = 2 \cdot 10^{-7} \text{ T}$$

Il campo risultante è $B = B_1 + B_2 = 5,4 \cdot 10^{-7} \text{ T}$.

Se i versi delle correnti sono opposti, bisogna effettuare la sottrazione tra i due campi. Il campo magnetico risultante sarà verso l'alto e pari a $B = B_1 - B_2 = 1,4 \cdot 10^{-7} \text{ T}$.



7.4 Materiali magnetici

In relazione al comportamento magnetico, si distinguono tre tipi di materiali: diamagnetici, paramagnetici e ferromagnetici.

Sostanze diamagnetiche (es. rame): la permeabilità magnetica è di poco inferiore a quella nel vuoto: $\mu \approx < \mu_0$. Essa non dipende dalla temperatura. Al lato (fig. 7.7a) vediamo le modifiche prodotte a un campo magnetico uniforme dalla presenza di un materiale diamagnetico: all'interno del materiale le linee di forza sono meno fitte, ovvero il campo è attenuato.

Sostanze paramagnetiche (es. alluminio): al loro interno il campo magnetico è leggermente superiore di quanto sarebbe nel vuoto; ciò significa che la permeabilità magnetica è di poco superiore a quella nel vuoto: $\mu \approx > \mu_0$. Essa si mantiene costante per temperature non troppo elevate. Nella figura 7.7b vediamo le modifiche prodotte a un campo magnetico uniforme dalla presenza di un materiale paramagnetico: le linee di forza si infittiscono un po'.

Sostanze ferromagnetiche: la permeabilità magnetica non è costante e in generale assume valori molto superiori alla permeabilità del vuoto: $\mu \gg \mu_0$. Nella figura 7.7c vediamo come la presenza di un materiale ferromagnetico fa sì che le linee di un campo magnetico uniforme siano molto concentrate al suo interno; tale materiale costituisce così uno schermo magnetico, poiché le linee del campo tendono a concentrarsi all'interno di esso senza andare nello spazio vuoto che la forma geometrica contiene.

Le proprietà magnetiche di questi materiali dipendono dal tipo di sostanza, dall'intensità del campo magnetico esterno e dal trattamento che il materiale ha subito in precedenza. Queste sostanze, infatti, *si magnetizzano*; tendono, cioè, a conservare proprietà magnetiche anche in assenza di un campo magnetico esterno. All'interno del materiale ferromagnetico si individuano delle piccole aree, chiamate *domini di Weiss*¹⁴, i cui grani hanno una orientazione magnetica (fig. 7.8). Se il materiale non è magnetizzato, essi sono orientati casualmente; se è sottoposto a un campo magnetico, essi tendono a orientarsi lungo la sua direzione, come si vede nella rappresentazione seguente.

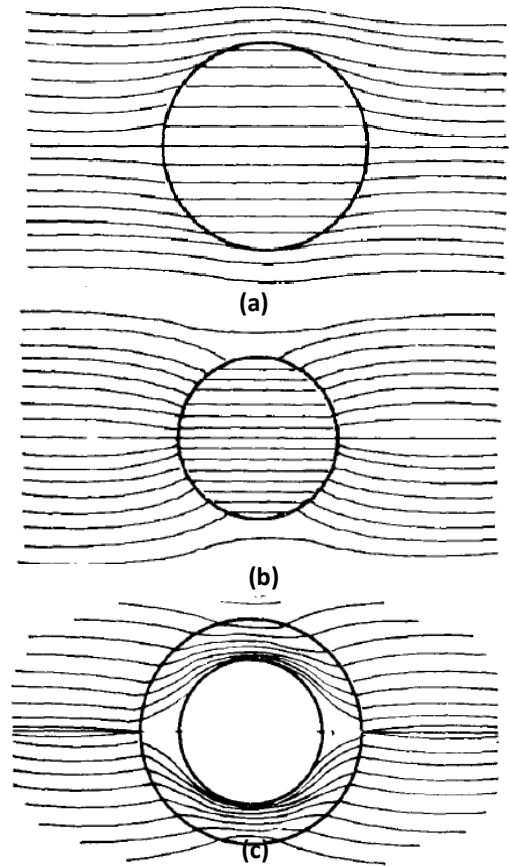


Figura 7.7. Linee di forza del campo magnetico in prossimità di sostanze (a) paramagnetiche, (b) diamagnetiche e (c) ferromagnetiche

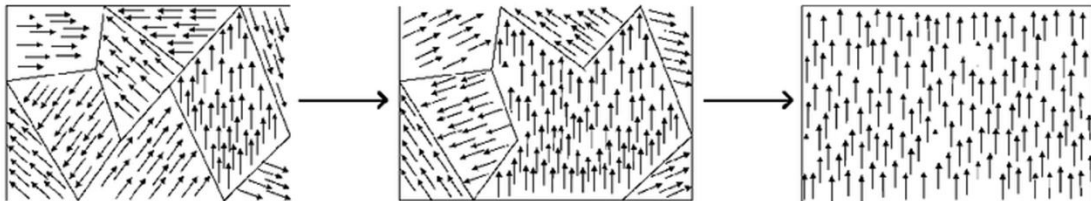


Figura 7.8. Domini di Weiss all'interno del materiale ferromagnetico

¹⁴ Pierre-Ernest Weiss (1865–1940) è stato uno scienziato francese ed uno degli sviluppatori del magnetismo.

7.5 La forza magnetizzante H e il ciclo di isteresi

Consideriamo una bobina di lunghezza l avente N spire e percorsa da una corrente i (fig. 7.9). Ogni spira darà il suo contributo al campo magnetico creato; pertanto, a parità di corrente, maggiore è il numero di spire, maggiore è il campo magnetico prodotto.

Definiamo **forza magnetizzante H** il rapporto tra Ni (numero di spire per corrente) e la lunghezza l della bobina:

$$H = \frac{Ni}{l} \quad \left[\frac{\text{Asp}}{\text{m}} \right]$$

Tale grandezza è anche chiamata *induzione magnetica H* o più semplicemente *campo H* ¹⁵.

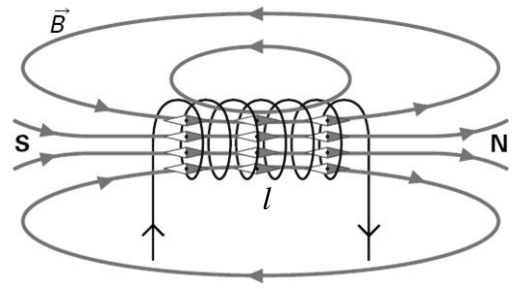


Figura 7.9. Bobina percorsa da corrente

7.5.1 Relazione tra la forza magnetizzante H e il campo B

Si può dimostrare che il campo B è pari al prodotto tra il campo H e la permeabilità magnetica del materiale:

$$B = \mu H$$

Caso di μ costante

Nel *vuoto* e nei materiali *diamagnetici* e *paramagnetici*, la **permeabilità magnetica è costante**. Se la bobina è avvolta intorno uno di questi materiali, la relazione tra B e H (e quindi fra B e la corrente), graficamente, corrisponde a una retta passante per l'origine degli assi¹⁶, il cui *coefficiente angolare m* è proprio μ (fig. 7.10).

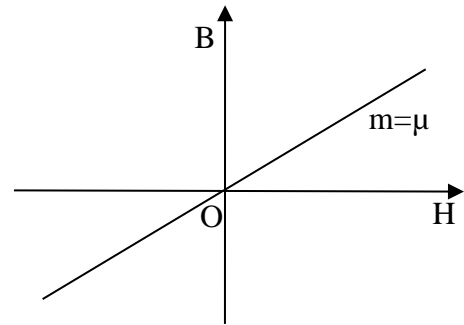


Figura 7.10. Relazione grafica tra il campo B e la forza magnetizzante H in materiali con permeabilità magnetica costante

Caso di μ non costante

Ora consideriamo la **bobina avvolta su un materiale ferromagnetico**, per cui, come sappiamo, la **permeabilità magnetica non è costante**, ma dipende dal campo magnetico e dalla storia precedente di magnetizzazione del materiale. È possibile utilizzare un circuito del tipo di quello rappresentato nella figura seguente; un reostato alimentato da una tensione E produce una tensione regolabile U , che alimenta la bobina avvolta sul ferro.

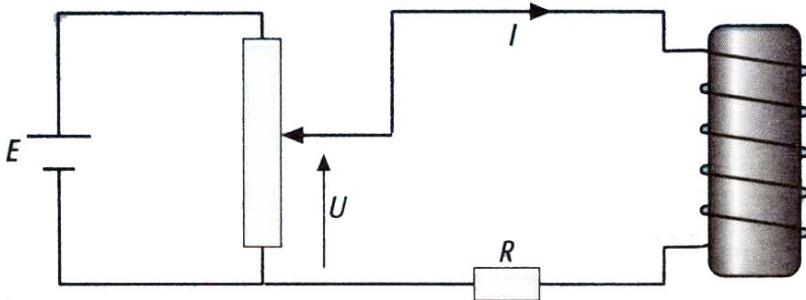
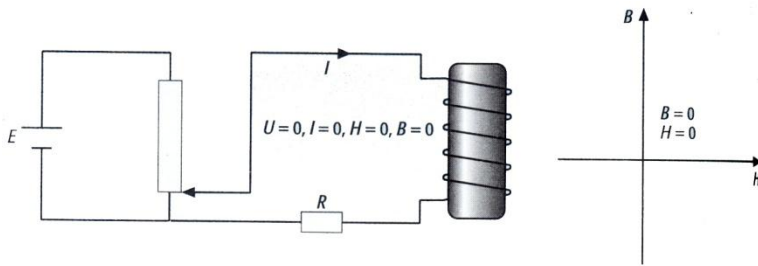


Figura 7.11. Circuito con reostato che permette di regolare la corrente nella bobina avvolta su materiale ferromagnetico

Nella sequenza che segue, si parte da un valore di corrente nullo nella bobina, e il campo magnetico B è ugualmente nullo, come mostrato nella figura seguente.

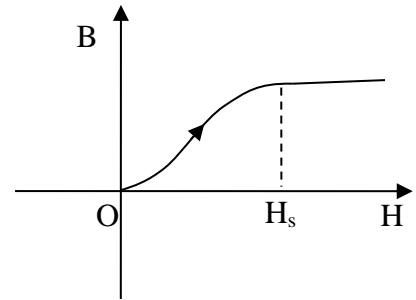
¹⁵ Alcuni autori chiamano il campo B *campo magnetico* e la forza magnetizzante H *induzione magnetica*; altri, invece, invertono i due nomi. Per non confonderci possiamo chiamarli *campo B* e *campo H* .

¹⁶ Ricorda l'equazione della retta passante per l'origine studiata in matematica, $y = mx$; in questo caso B corrisponde a y , mentre H a x .

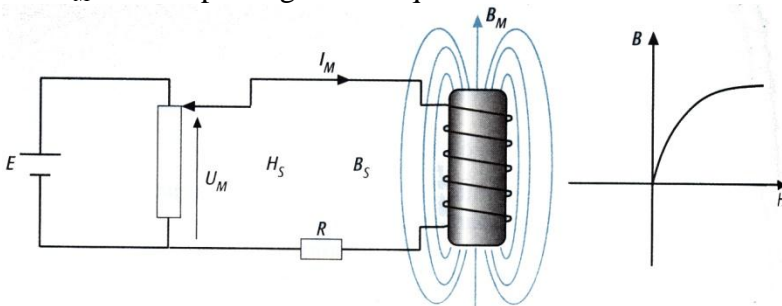


Si aumenti **il valore della corrente**; in corrispondenza di ogni valore di corrente avremo un valore della forza magnetizzante H , proporzionale ad essa. H costituisce la variabile sull'asse delle ascisse del grafico che ci apprestiamo a disegnare.

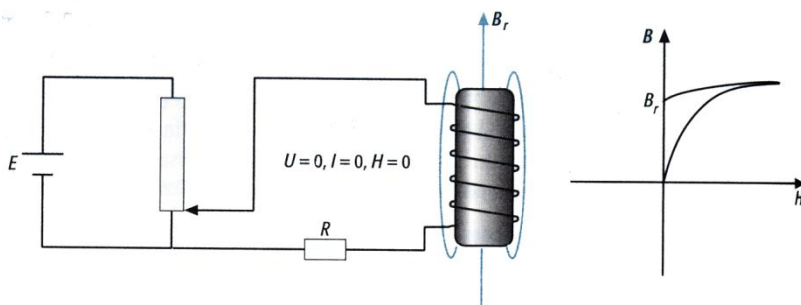
In corrispondenza di H ci sarà all'interno del ferro un **campo magnetico B** , che cresce anch'esso, ma non proporzionalmente alla corrente. Si nota che oltre un certo valore di H , chiamato H_s , il campo B continua ad aumentare, ma molto lentamente: si dice che è andato in **saturazione**. Il diagramma di questa esperienza, detto **caratteristica di prima magnetizzazione**, è riportato a destra.



Nella figura seguente, la tensione variabile è al suo valore massimo U_M e il campo magnetico è quasi in saturazione.

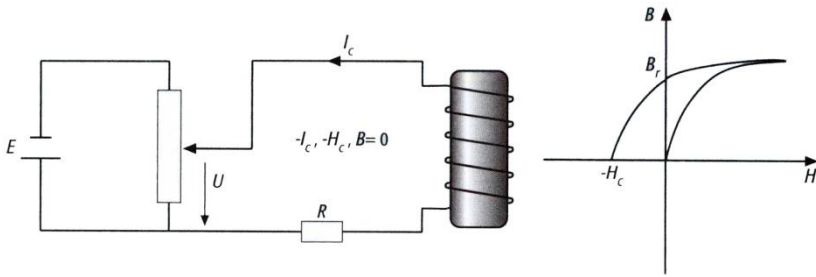


Ora diminuiamo lentamente la tensione U , e quindi la corrente nella bobina. Si nota che il campo magnetico **B diminuisce, ma con velocità inferiore a quella con cui era aumentato**. Tale fenomeno si chiama **isteresi** (dal greco, ritardo), ed è dovuta a una inerzia dei *domini di Weiss* del materiale a tornare nella posizione originaria. L'isteresi è una proprietà importante, ma solitamente non desiderata, dei materiali ferromagnetici; essa, infatti, produce **perdite** nelle macchine che utilizzano i circuiti magnetici, ovvero le *macchine elettriche*¹⁷, che studierai l'anno prossimo. Continuiamo a diminuire U sino ad annullare la corrente (e quindi H); si nota che è rimasto nel materiale un **campo magnetico residuo B_r** , il ferro è rimasto magnetizzato.

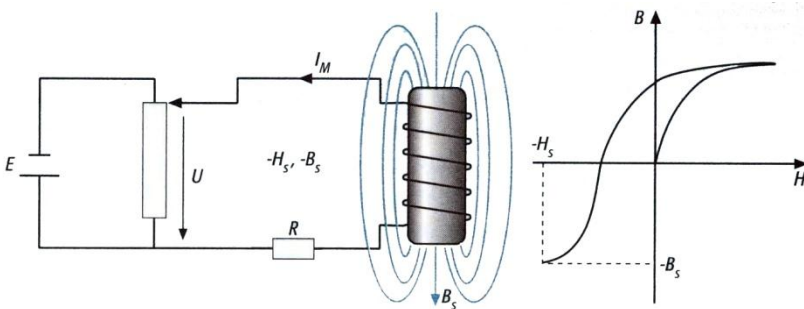


Ora invertiamo la polarità del generatore E . Facciamo quindi crescere U . La corrente ha cambiato verso; il campo B continua a diminuire, fino ad annullarsi in corrispondenza di una forza magnetizzante $-H_c$, ovvero campo H **coercitivo**, cioè che costringe B ad annullarsi.

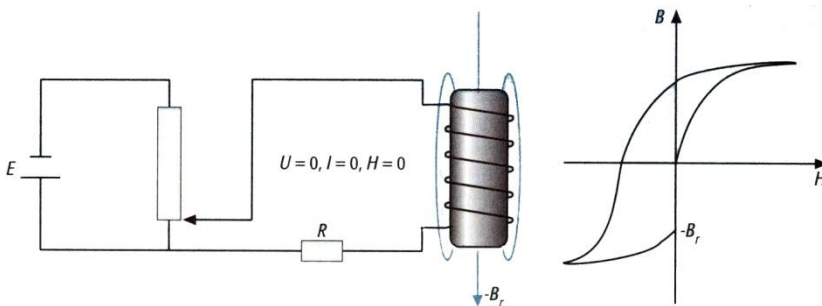
¹⁷ Le *macchine elettriche* fondamentali sono quattro, e si dividono in macchine *statiche* (il trasformatore, che innalza o abbassa la tensione) e *rotanti* (macchina a corrente continua, macchina sincrona e macchina asincrona), che possono funzionare da generatori o da motori.



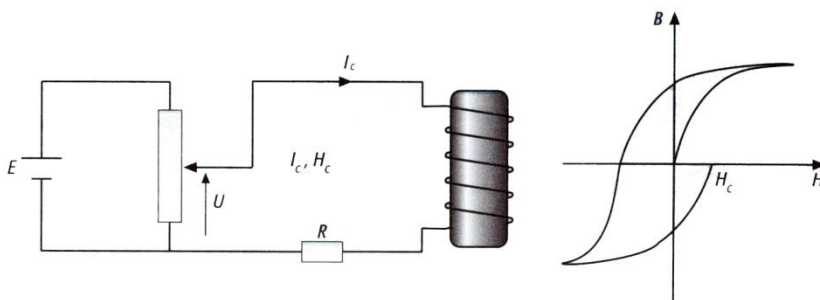
Continuando ad aumentare la corrente (spostandoci più a sinistra), il grafico continua come vediamo in figura, fino a far saturare ancora una volta B , in corrispondenza di $-H_s$. Anche tale *saturation* è un fenomeno importante di cui bisogna tener conto, perché può produrre forti sovracorrenti nelle macchine elettriche.



Diminuendo la corrente in valore assoluto, il campo B diminuirà in valore assoluto e, come prima, in corrispondenza di un H nullo ci sarà un campo magnetico residuo, $-B_r$.



Ci sarà quindi un campo H coercitivo che porterà il campo B ad annullarsi.



Si ottiene così il cosiddetto ***ciclo di isteresi magnetica***, mostrato nella figura 7.12. In tale figura a destra sono rappresentati un ciclo di isteresi relativo all'*acciaio* ed uno relativo al *ferro dolce*, che è visibilmente più stretto e di minore area. Si può dimostrare che ***tale area è proporzionale all'energia persa per l'isteresi magnetica*** nelle macchine elettriche.

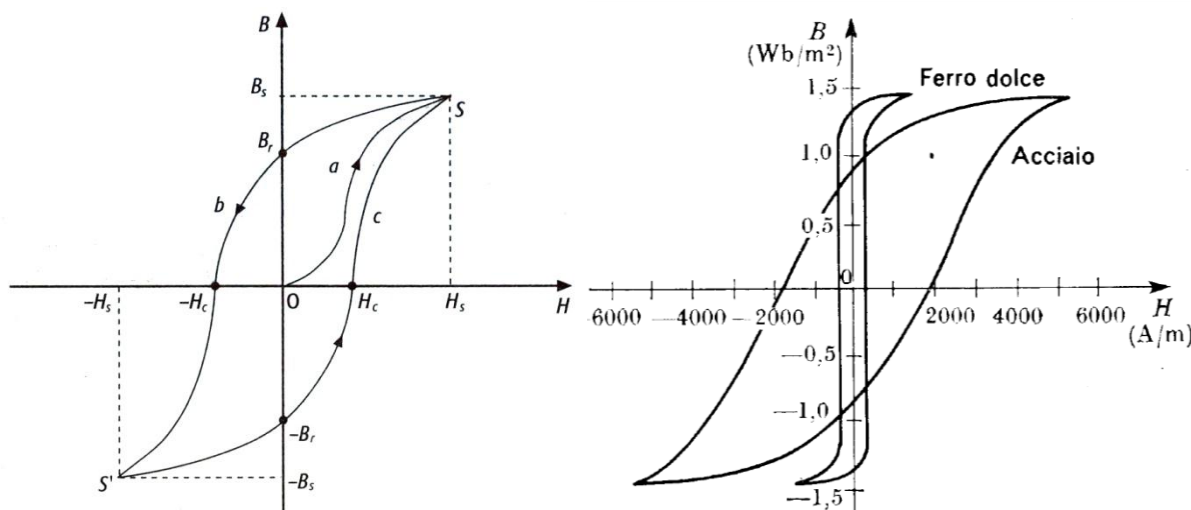


Figura 7.12. Curva di prima magnetizzazione e ciclo di isteresi magnetica; l'area del ciclo, proporzionale alle perdite per isteresi, è più piccola nel ferro dolce che nell'acciaio

7.6 L'elettromagnete

Vediamo una prima applicazione dell'elettromagnetismo. L'*elettromagnete* consiste in una bobina avvolta su un materiale ferromagnetico. Nel momento in cui la bobina è alimentata, si produce un campo magnetico, e pertanto il dispositivo si comporta come una calamita. Se si toglie l'alimentazione, il campo magnetico torna ad essere praticamente nullo.

Un esempio tipico è costituito dai *relè* (figura a destra): un elettromagnete, eccitato da una opportuna corrente, esercita un'azione attrattiva su un piccolo elemento ferromagnetico mobile (*ancoretta*, A) tenuto in posizione da una molla; se la forza di attrazione supera la forza di richiamo F_R offerta dalla molla, l'ancoretta può spostarsi azionando, ad esempio, un interruttore (il contatto C).

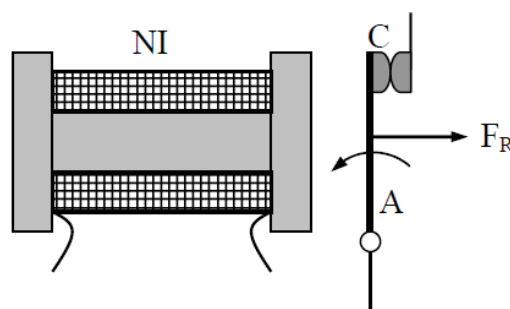


Figura 7.13. Un elettromagnete può attrarre un'ancoretta per aprire o chiudere contatti

7.7 Induzione elettromagnetica

7.7.1 Il flusso magnetico

Consideriamo linee di un campo B uniforme che arrivano in maniera ortogonale a una spira piana di superficie S (fig. 7.14). Si definisce allora *flusso del campo magnetico*, e lo si indica con Φ , il prodotto tra campo B e l'area della superficie S , e lo si misura in *weber*:

$$\Phi = BS \quad [Wb]$$

Nel caso in cui lo stesso campo B arrivi sulla superficie con un *angolo di incidenza* α diverso da 90° (fig. 7.15), capiamo che *il flusso sarà inferiore a quello del caso precedente*, perché esso vede meno superficie (pensa a quando guardi il televisore di lato: la superficie dello schermo ti appare più piccola). Nella formula, pertanto, bisognerà aggiungere un fattore pari al *seno dell'angolo*, che per un angolo retto vale 1 e quindi non influenza il risultato, ma per un altro angolo ha valore minore di 1:

$$\Phi = BS \sin \alpha$$

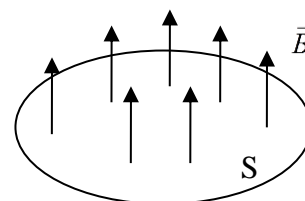


Figura 7.14. Campo magnetico B ortogonale a una superficie S

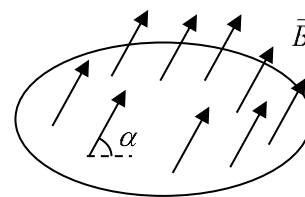


Figura 7.15. Campo magnetico B uniforme su di una superficie

Il *flusso magnetico* può anche essere rappresentato come un vettore parallelo a quelli del campo B (fig. 7.6).

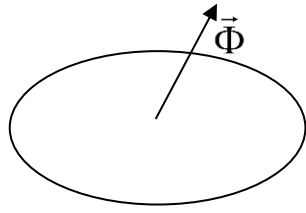


Figura 7.16. Vettore del flusso magnetico

7.7.2 Linee di campo concatenate a una spira

Si dice che una linea del campo magnetico *si concatena* a una spira quando le sue linee di forza passano all'interno della spira e si richiudono all'esterno di essa, come anelli di catena. Ad esempio nella figura 7.17 la linea del campo B , in rosso, è concatenata alla spira.

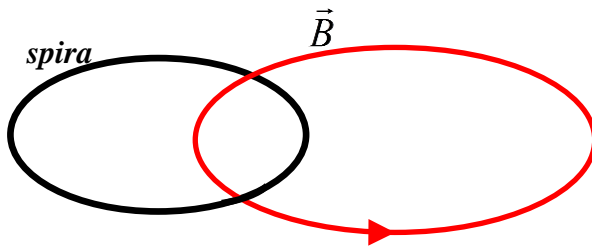


Figura 7.17. Campo magnetico B concatenato con la spira

Nella figura 7.18, invece, nessuna delle due linee del campo è concatenata alla spira.

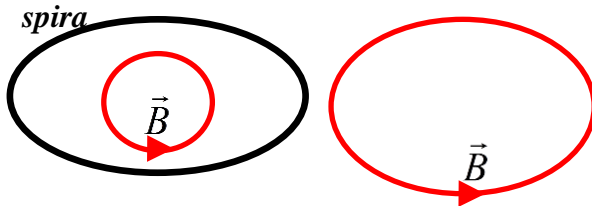


Figura 7.18. Campo magnetico B non concatenato con la spira

Questo concetto è importante, perché, come vedremo nel paragrafo seguente, solo le linee del campo concatenate possono indurre corrente sulla spira. Le linee del campo interamente interne o del tutto esterne alla spira non possono generare corrente.

7.7.3 Legge di Faraday e legge di Lenz

Consideriamo una *spira* con cui si concatena un *flusso magnetico* Φ , prodotto da un magnete o da un altro circuito elettrico (fig. 7.19). Se questo flusso *varia* nel tempo, ci sarà una *forza elettromotrice indotta* (abbreviato f.e.m), che consiste in una tensione distribuita lungo la spira; indichiamo tale tensione indotta con la lettera greca ε .

La *legge di Faraday* dice che *quanto più velocemente varia il flusso magnetico concatenato alla spira, tanto maggiore è la tensione indotta nella spira*, ed è pari al rapporto, cambiato di segno, tra variazione del flusso ($\Delta\Phi = \Phi_{finale} - \Phi_{iniziale}$) e il tempo trascorso Δt per ottenere

quella variazione; si può scrivere quindi $\varepsilon = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$.

Se la f.e.m. indotta è positiva, il verso effettivo è proprio quello rappresentato in figura (antiorario visto dalla punta del vettore del flusso Φ); se è negativa, il suo verso nella realtà sarà contrario a quello raffigurato. Ad esempio, se il flusso magnetico vale inizialmente $\Phi_i = 2 \text{ Wb}$ e dopo un tempo di 3 secondi vale $\Phi_f = 5 \text{ Wb}$, la f.e.m. indotta sarà

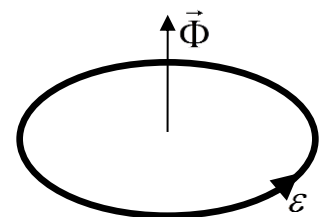


Figura 7.19. Flusso magnetico concatenato e forza elettromotrice indotta su una spira

$$\varepsilon = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = -\frac{\Phi_f - \Phi_i}{\Delta t} = -\frac{5-2}{3} \text{ V} = -1 \text{ V}$$

Il segno è negativo; la corrente, pertanto, scorrerà nel verso contrario a quello indicato in figura, cioè in verso orario visto dalla punta del vettore del flusso.

Il flusso magnetico che non si concatena alla spira (flusso totalmente all'interno o all'esterno della spira) non induce alcuna corrente.

Il significato fisico del *segno negativo* nella formula vista è dato dalla **legge di Lenz**¹⁸, che dice che **la tensione indotta sulla spira ha un verso tale che si oppone alla causa che l'ha generata**. Pertanto se il flusso magnetico concatenato sta aumentando, il verso della corrente indotta sarà tale che questa genererà a sua volta un **campo magnetico** di verso opposto rispetto a quello che l'ha generata, per cercare così di farlo diminuire. Viceversa, se il campo sta diminuendo, la corrente indotta genererà un **campo magnetico** dello stesso verso di quello che l'ha prodotta.

Nelle seguenti figure vediamo quattro possibili casi, con indicati i versi effettivi di flusso e di f.e.m. indotta; come noti, il verso effettivo di ε è tale che il **flusso magnetico Φ** prodotto da ε è contrario all'aumento (o diminuzione) del flusso che l'ha prodotta.

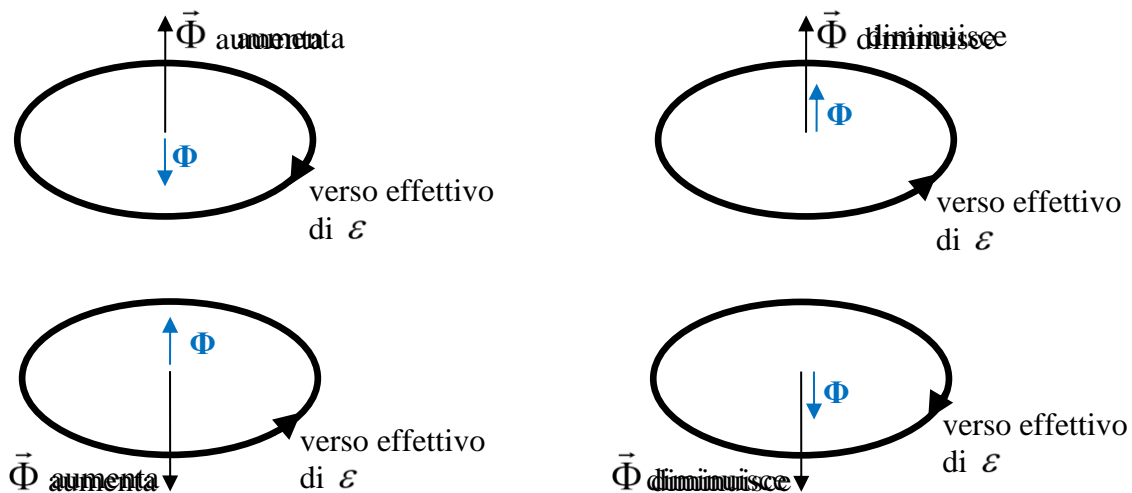


Figura 7.20. Legge di Lenz

7.7.4 Un'applicazione della legge di Faraday: il generatore

Da quanto abbiamo visto, possiamo dire che **si può produrre energia elettrica muovendo una bobina rispetto a un magnete fermo** o, viceversa, un magnete rispetto a una bobina ferma; il moto fa sì che il flusso magnetico concatenato alla bobina vari nel tempo, e pertanto si induce corrente nella bobina stessa. Su questo principio si basano i generatori utilizzati nelle centrali elettriche, nelle navi, nelle auto, sulle ruote delle biciclette.

Nella figura 7.21 si fa ruotare una spira. Il flusso magnetico concatenato con la spira è massimo quando il piano della spira è verticale, minimo quando è orizzontale. L'area effettiva della spira e quindi il **flusso concatenato** variano in maniera sinusoidale; se l'angolo, infatti, è pari ad esempio a 30°, l'area effettiva è allo 87% di quella reale (infatti $\cos 30^\circ = 0,87$).

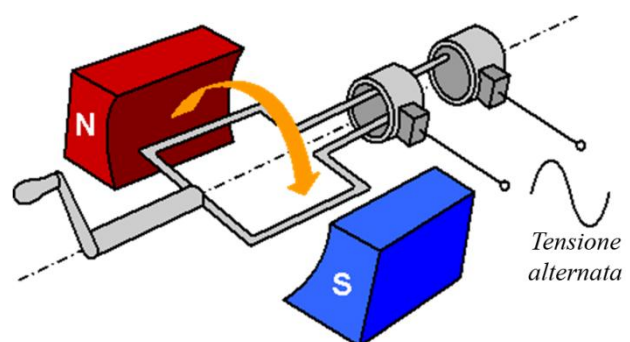


Figura 7.21. Generazione di tensione alternata

¹⁸ Heinrich Friedrich Emil Lenz (1804-1865) è stato un fisico russo.

Anche *tensione indotta* varia in maniera sinusoidale; questo significa che gli elettroni non scorrono sempre in un unico verso, ma vanno avanti e indietro, cambiando alternativamente verso ogni mezzo giro della spira. Questo tipo di generatore è detto, per questo motivo, **alternatore**.

Nella figura 7.22 è mostrato l'andamento nel tempo del *flusso concatenato* alla spira (linea tratteggiata) e la *f.e.m. indotta*. Nota che **la tensione indotta è massima quando il flusso decresce alla massima velocità**, è minima quando il flusso cresce alla massima velocità ed è **nulla nei punti in cui il flusso è massimo o minimo**; negli istanti in cui esso massimo o minimo, infatti, non sta variando.

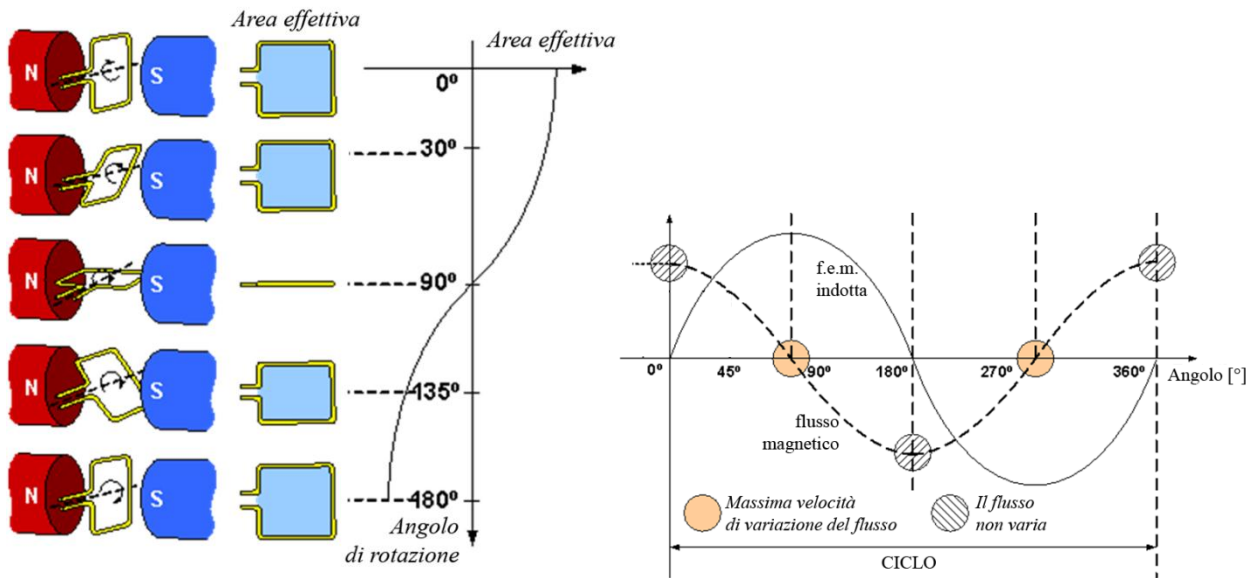


Figura 7.22. Flusso concatenato e f.e.m. indotta al variare dell'angolo della spira

7.7.5 Autoinduzione

In una bobina, la corrente crea un campo magnetico che si concatena con la bobina stessa; se la corrente è variabile, lo sarà anche il campo magnetico che produce, e questo induce a sua volta corrente. Tale fenomeno prende il nome di **autoinduzione**.

Si verifica che il rapporto tra *flusso magnetico concatenato* e *corrente* resta pressoché costante; tale rapporto è detto **induttanza** (o **autoinduttanza**) della bobina, si indica con L e si misura in *henry*, [H]:

$$L = \frac{\Phi}{i} \quad [H]$$

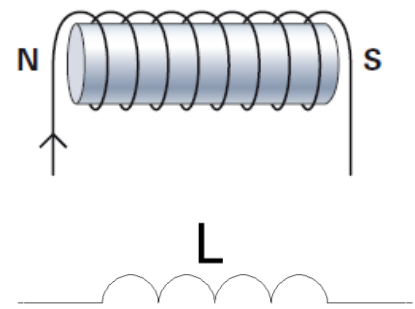


Figura 7.23. Induttore e suo simbolo circuitale

7.7.6 Un altro bipolo passivo: l'induttore

Il bipolo passivo in cui è notevole il fenomeno dell'induttanza è l'**induttore**, che consiste appunto in una bobina, avvolta eventualmente su materiale ferromagnetico, il cui simbolo è rappresentato nella figura 7.23. Nell'*induttore ideale* si considera nulla la *resistenza* del filo e nulli gli *accoppiamenti capacitivi* tra una spira e l'altra.

In regime continuo, l'induttore ideale si comporta come un corto circuito, in quanto i fenomeni di induzione magnetica, come sappiamo, esistono solo se il flusso magnetico è variabile. Se, infatti, la corrente è variabile, il flusso magnetico da essa prodotto che si concatena alla bobina induce un'altra corrente, che si oppone alla causa che l'ha generata, e quindi a regime variabile l'induttore non si comporta come un corto circuito.

Come sul condensatore la tensione varia sempre con continuità (altrimenti si avrebbe un accumulo di una carica finita in un tempo nullo, e quindi una corrente infinita), **sull'induttore la corrente non può variare bruscamente** (altrimenti ci sarebbe una variazione di flusso in un intervallo di tempo nullo, e quindi una tensione infinita).

7.8 Forza di Lorentz

Abbiamo studiato che un campo elettrico produce una forza $F=qE$ su cariche anche ferme. Un *campo magnetico*, invece, produce una forza solo su cariche *in movimento*.

Un conduttore percorso da corrente (ovvero elettroni in movimento), immerso in un campo magnetico per una lunghezza l , è sottoposto a una forza, detta **forza di Lorentz**¹⁹.

Se il conduttore e il campo sono perpendicolari tra loro, essa è pari a

$$F = i \cdot l \cdot B \quad [N]$$

Stabiliamo ora **direzione e verso del vettore della forza**.

Per quanto riguarda la direzione, essa è perpendicolare al piano individuato dai vettori di \vec{i} e \vec{B} ; per stabilire il verso di \vec{F} , è necessario sapere che, visto dalla punta del vettore \vec{F} , **il vettore \vec{i} si deve sovrapporre sul vettore \vec{B} ruotando in senso antiorario**, seguendo l'angolo più piccolo.

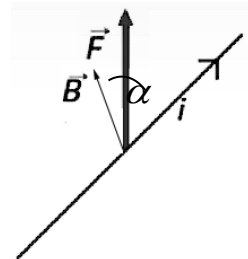
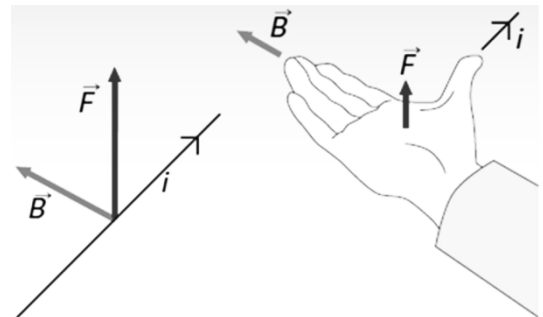
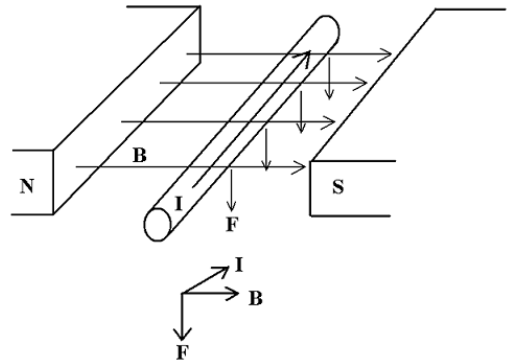
Alternativamente si può memorizzare la **regola della mano destra** (figura al lato): se il pollice indica il verso della corrente e le altre dita il verso di B , allora la forza esce dal palmo della mano.

Ognuno può usare o inventare il metodo che ritiene più comodo.

Nel caso in cui il conduttore **non è perpendicolare** al vettore del campo B (figura a destra), la forza sarà minore rispetto al caso precedente, e nella formula si inserisce il seno dell'angolo α compreso tra il conduttore e il vettore B :

$$F = i \cdot l \cdot B \cdot \sin \alpha$$

Nota che se il conduttore è parallelo (o antiparallelo) al campo magnetico, non si produce alcuna forza; il seno di un angolo nullo o piatto, infatti, è nullo.

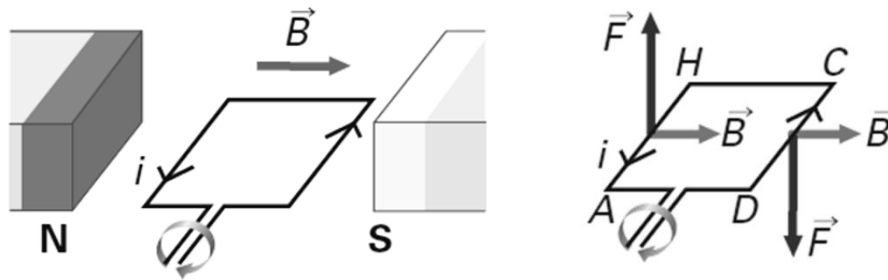


7.9 Applicazioni della forza di Lorentz

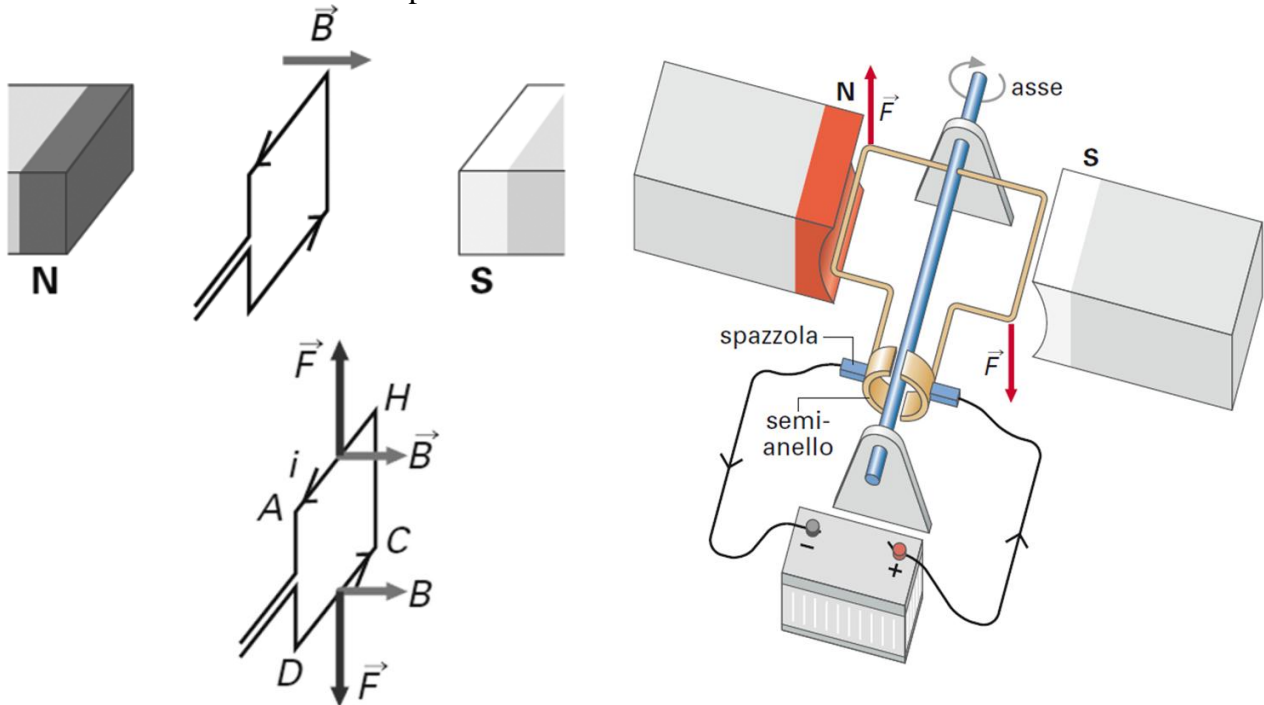
7.8.1 Motore rudimentale a corrente continua

Vediamo come funziona un motore alimentato in corrente continua, che approfondirai nel quarto anno. Poniamo una spira rettangolare percorsa da corrente tra un polo sud e uno nord di un magnete permanente. Il campo B , che va da nord a sud, interagendo con la corrente sui lati AH e CD produrrà una **coppia di forze**, che tenderanno a far ruotare la spira in verso orario. Sui lati AD e CH non si produrrà alcuna coppia di forze.

¹⁹ Hendrik Antoon Lorentz (1853-1928) è stato un fisico olandese.



Le forze tendono a far disporre la spira verticalmente; una volta che la spira è in posizione verticale, come vedi nella figura seguente, le forze prodotte sono opposte e lungo la stessa direzione, e pertanto non riescono a far ruotare la spira.



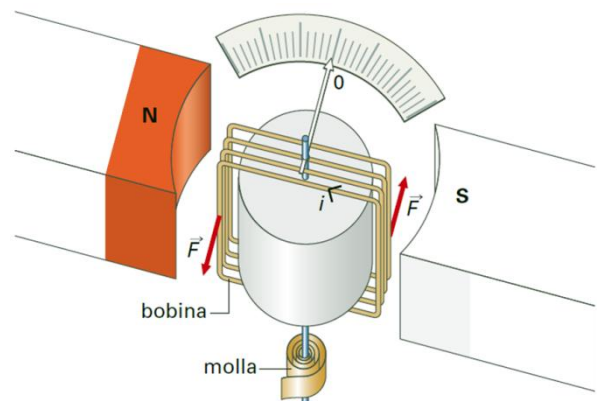
Non è il motore che vorremmo; sarebbe più utile, infatti, la rotazione continua della spira. Se a questo punto, però, si trovasse il modo di **invertire il verso della corrente**, si invertirebbe il verso delle forze e, sfruttando l'inerzia meccanica, sarebbe possibile far continuare il moto rotatorio.

Utilizzando il cosiddetto **commutatore**, composto da due **semianelli** e due **spazzole**, è possibile far ruotare indefinitamente la spira alimentata da corrente continua: mentre la spira ruota, **le spazzole strisciano sui semianelli** e portano corrente alla spira; quando la spira arriva alla posizione verticale, **ciascuna spazzola passa a strisciare sull'altro semianello, invertendo così il verso della corrente nella spira** e permettendo la continuazione del moto rotatorio.

7.8.2 Strumenti di misura

Come sappiamo, l'**amperometro** è uno strumento di misura della corrente elettrica. Vediamo il principio di funzionamento dell'**amperometro analogico** per corrente continua.

La corrente da misurare attraversa un avvolgimento posto intorno ad un equipaggio mobile, che comprende un indicatore che segna il valore misurato su una scala graduata. Un magnete permanente produce un campo magnetico B , che interagisce con la corrente e produce la **forza di Lorentz**,



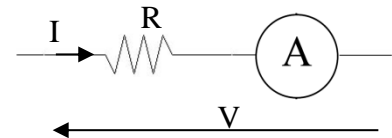
pari a

$$F = i \cdot l \cdot B.$$

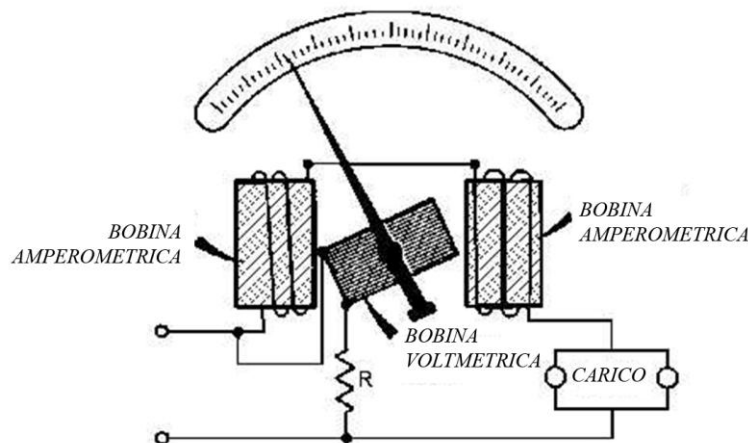
dove l è la lunghezza complessiva dei conduttori verticali. La deviazione dell'indice, pertanto, sarà **proporzionale alla corrente**.

Nota che **solo i conduttori verticali contribuiscono a creare la coppia di forze**; quelli orizzontali, infatti, producono due forze uguali e opposte che non possono far ruotare l'equipaggio mobile (in particolare, nella posizione rappresentata in figura, le forze dovute ai conduttori orizzontali sono nulle, perché l'angolo compreso tra il conduttore e il campo magnetico è nullo).

Il **voltmetro analogico** è semplicemente un **amperometro** collegato in serie a un **resistore** di resistenza R molto grande, in modo da assorbire meno corrente possibile, per non perturbare il circuito (figura a destra). Indichiamo con R_A la resistenza interna dell'amperometro, che è molto piccola se confrontata con R . La corrente misurata sarà circa proporzionale alla tensione ai capi di questa serie: $V = (R + R_A)I$.



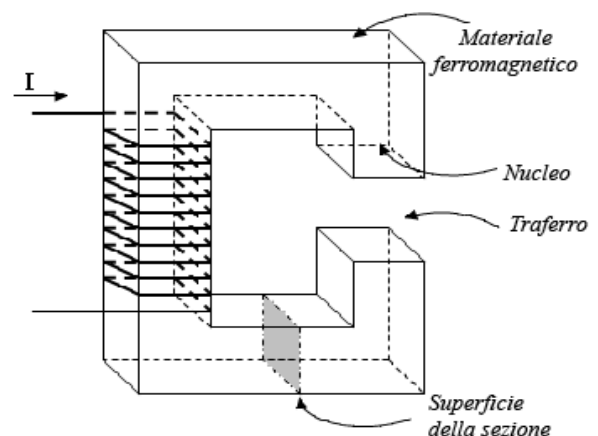
Il **wattmetro analogico**, il cui principio di funzionamento è rappresentato di seguito, sfrutta la forza che si sviluppa fra le bobine **amperometriche**, fisse, e quella **voltmetrica**, mobile e collegata all'indice. Tale forza è proporzionale al prodotto tra le due correnti che le attraversano. Ciascuna bobina, infatti, crea un **campo magnetico**, proporzionale alla corrente che la percorre, e tale campo magnetico sviluppa una **forza di Lorentz** sull'altra bobina. Dal momento che una delle due correnti è proporzionale alla tensione fra i due morsetti, la forza risultante è proporzionale al prodotto VI , e quindi alla **potenza elettrica**. La forza prodotta dall'interazione fra le bobine, compensata da una **molla antagonista**, causa lo spostamento dell'indice sulla scala graduata.



7.10 Cenni sui circuiti magnetici: riluttanza, legge di Hopkinson

I circuiti magnetici sono alla base del funzionamento dei trasformatori, dei generatori e dei motori elettrici.

Nei **circuiti elettrici** resistivi, come sappiamo, una corrente elettrica erogata da un generatore scorre attraverso conduttori e bipoli aventi una certa resistenza. Nei **circuiti magnetici**, in maniera analoga, esiste un flusso magnetico che scorre in materiale ferromagnetico opportunamente sagomato, detto **nucleo**. Il flusso è generato dalla **forza magnetomotrice** degli avvolgimenti, che corrisponde al prodotto tra il loro numero di spire e la corrente che scorre in essi, Ni .



Ecco di seguito schematizzata l'analogia tra i due tipi di circuiti:

- tensione V \Leftrightarrow forza magnetomotrice Ni**
- resistenza R \Leftrightarrow riluttanza \mathcal{R}**
- corrente I \Leftrightarrow flusso magnetico Φ**

Il nucleo può essere interrotto da traferri. Il **traferro** è una porzione di circuito che sta, come dice la parola stessa, tra due ferri; esso è, quindi, una interruzione del circuito di ferro, consistente in *aria*. L'aria ha una *permeabilità magnetica* vicina a quella nel vuoto, quindi molto inferiore rispetto a quella del materiale ferromagnetico; **il traferro, pertanto, riduce il campo magnetico complessivo nel circuito.**

Il circuito magnetico è caratterizzato dalla sua **riluttanza**, il cui simbolo è \mathcal{R} (corsivo maiuscolo). La riluttanza è una grandezza che rappresenta quanto il circuito si oppone (è appunto *riluttante*) al passaggio del flusso. Essa è direttamente proporzionale alla *lunghezza* del circuito e inversamente proporzionale all'area della sua *sezione* e alla *permeabilità magnetica* del materiale:

$$\mathcal{R} = \frac{l}{\mu S} \quad [H^{-1}]$$

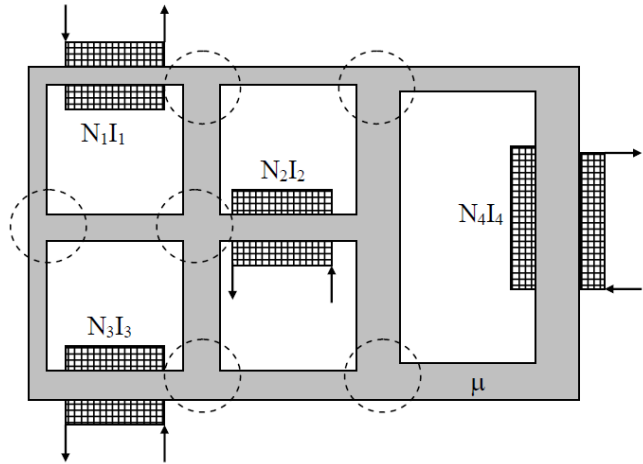
Come nei circuiti elettrici si utilizza la legge

di Ohm, nei circuiti magnetici esiste la **legge di Hopkinson**, per cui la *forza magnetomotrice Ni* è pari al prodotto tra *riluttanza* del circuito e *flusso magnetico*:

$$Ni = \mathcal{R}\Phi$$

Come la corrente, porzioni di circuito poste **in serie** sono attraversate dallo stesso flusso. Nell'esempio della figura in alto c'è una porzione di circuito di materiale ferromagnetico posta in serie al traferro.

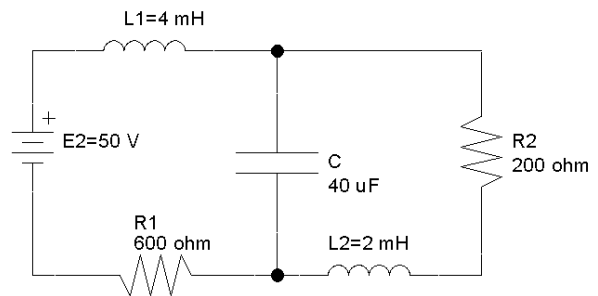
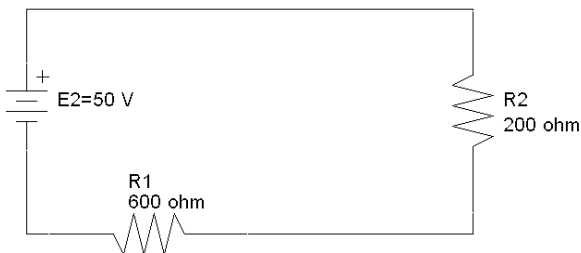
In basso un esempio di *circuito magnetico*, in cui sono evidenziati i **nodi**, in corrispondenza dei quali il flusso magnetico si divide, e gli **avvolgimenti**, che producono la *forza magnetomotrice*.



7.11 Esercizi svolti

1. Calcola *a regime* la corrente erogata dal generatore e il flusso magnetico negli induttori nel circuito rappresentato in figura.

Soluzione. Dopo un periodo *transitorio* in cui tensioni e correnti sono variabili, *a regime continuo* il condensatore si comporta come un circuito aperto, mentre l'induttore come un corto circuito. Il circuito diventa quindi il seguente:



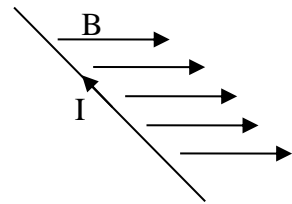
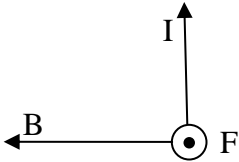
La corrente erogata dal generatore a regime vale quindi $I = \frac{E}{R_1 + R_2} = 62,5 \text{ mA}$.

Il flusso magnetico nell'induttore L_1 vale $\Phi_1 = L_1 I = 0,004 \cdot 0,0625 \text{ Wb} = 0,25 \text{ mWb}$.

Il flusso magnetico nell'induttore L_2 vale $\Phi_2 = L_2 I = 0,002 \cdot 0,0625 \text{ Wb} = 0,125 \text{ mWb}$.

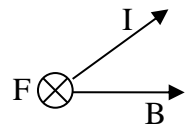
2. Un conduttore percorso da una corrente di 500 mA è immerso in un campo magnetico di $0,2 \text{ T}$ ortogonale ad esso, per una lunghezza di 30 cm . Calcola la forza al quale è sottoposto.

Soluzione. Usando la proiezione ortogonale, più comoda da usare sul foglio o sulla lavagna, il fenomeno può essere rappresentato come in figura. Una volta disegnati i vettori della corrente e del campo B , la forza è un vettore uscente dal foglio, poiché, guardando dalla sua punta, il vettore I si sovrappone al vettore B in senso antiorario, seguendo l'angolo più piccolo; la forza vale $F = i \cdot l \cdot B \cdot \sin \alpha = 0,5 \cdot 0,3 \cdot 0,2 \cdot \sin 90^\circ \text{ N} = 0,03 \text{ N}$.



3. Un conduttore percorso da una corrente di 500 mA è immerso in un campo magnetico di $0,2 \text{ T}$, per una lunghezza di 30 cm . Tra il campo e il conduttore c'è un angolo di 36° . Calcola la forza al quale è sottoposto.

Soluzione. La forza vale $F = i \cdot l \cdot B \cdot \sin \alpha = 7,2 \cdot 2 \cdot 0,01 \cdot \sin 36^\circ \text{ N} = 0,085 \text{ N}$.



Capitolo 8

Il regime periodico e il regime alternativo sinusoidale

8.1 Definizioni

8.1.1 Periodo, frequenza, pulsazione

Una grandezza si dice *periodica* se assume gli stessi valori dopo un determinato intervallo di tempo, detto *periodo*. In linguaggio matematico, una funzione $f(t)$ è periodica se $f(t) = f(t+T)$ per qualsiasi valore di t , dove T è il *periodo*. Di seguito è mostrato un esempio grafico.

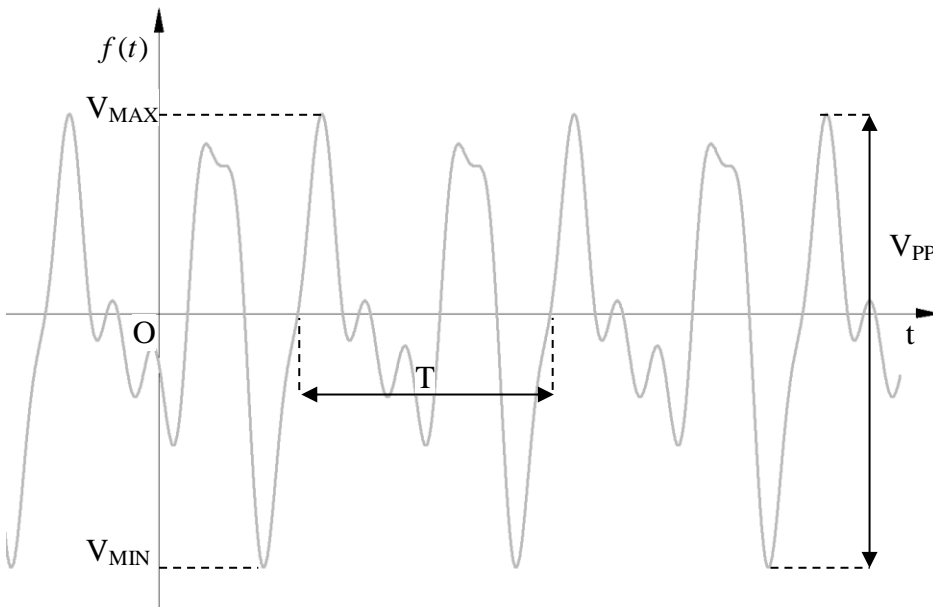


Figura 8.1.
Rappresentazione grafica di una grandezza periodica

Se la variabile indipendente è il tempo, il periodo si misura in secondi.

La frequenza è definita come il reciproco del periodo e si misura in *hertz*:

$$f = \frac{1}{T} \quad [Hz]$$

La rete elettrica europea ha una frequenza di 50 Hz; il periodo, pertanto, è pari a 20 ms.

La *pulsazione* ω corrisponde al numero di giri, espressi in *radianti*, effettuati in un *secondo*; dal momento che un giro corrisponde a 2π rad, la relazione tra *pulsazione* e *frequenza* è

$$\omega = 2\pi f \quad \left[\frac{rad}{s} \right]$$

A una *frequenza* di 50 Hz corrisponde una *pulsazione* di 314 rad/s.

8.1.2 Valore picco-picco, grandezza alternata, componente continua, valor medio

Una grandezza periodica $v(t)$ avrà un valore massimo, V_{MAX} , e un valore minimo, V_{MIN} . Il *valore picco-picco* (figura in alto) a pari alla differenza tra massimo e minimo:

$$V_{PP} = V_{MAX} - V_{MIN}$$

Una grandezza si dice *alternata* (o alternativa) se è periodica e se la somma algebrica dei valori assunti in un periodo è nulla. I valori istantanei positivi, cioè, formano, con l'asse dei tempi, un'area equivalente a quella analoga di segno opposto formata dai valori negativi: le due aree si compensa-

no esattamente. Le funzioni seno e coseno sono grandezze alternate, come pure quella rappresentata dal grafico seguente:

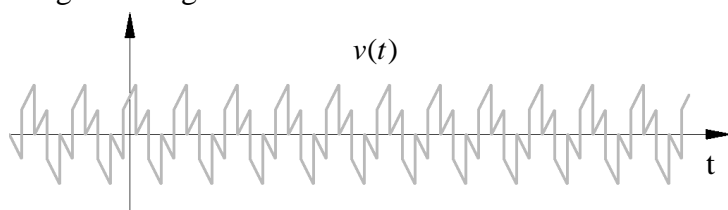


Figura 8.2. Rappresentazione grafica di una grandezza alternata

Il grafico riportato in figura 8.3, invece, rappresenta una grandezza non alternata; è chiaro, infatti, che l'area delimitata dalla curva superiormente all'asse delle ascisse è maggiore di quella delimitata di sotto.

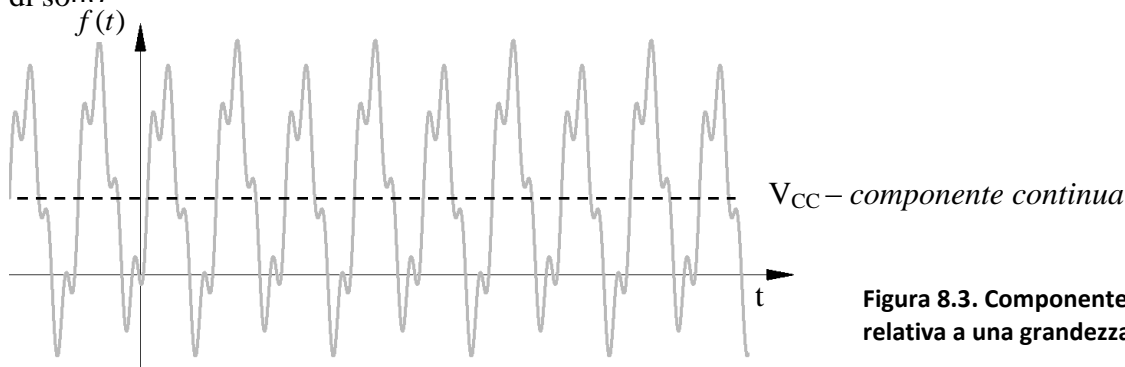


Figura 8.3. Componente continua relativa a una grandezza periodica

La **componente continua** di una grandezza periodica è data dal rapporto tra la somma delle aree sottese alla curva (prese col segno positivo se sopra l'asse delle ascisse, col segno negativo se sotto), e il periodo: $V_{CC} = \frac{\sum A_i}{T}$.

Se tracciamo la retta della **componente continua** (fig. 8.3), notiamo che le aree delimitate superiormente ed inferiormente hanno lo stesso valore (se l'asse delle ascisse fosse traslato in corrispondenza di quella retta, la grandezza diverrebbe alternata).

Il nome **componente continua** deriva dal fatto che la grandezza periodica può essere vista come la somma tra una **grandezza alternata** (**componente alternata**) e una **grandezza continua**, di valore V_{CC} , come schematizzato in figura 8.4.

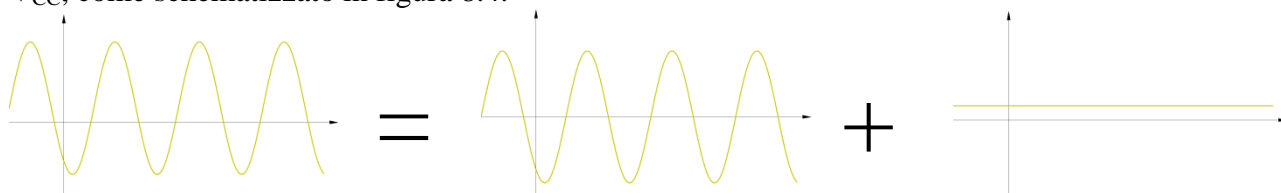


Figura 8.4. Scomposizione di una grandezza periodica in componente alternata e componente continua

Le funzioni alternate, come seno e coseno, hanno **componente continua** nulla.

Il **valor medio** è la **componente continua** ottenuta considerando i valori assoluti delle aree:

$V_m = \frac{\sum |A_i|}{T}$. Nella figura 8.5 è mostrato l'andamento grafico di una grandezza periodica $f(t)$ e a

destra quello del suo **valore assoluto** $|f(t)|$, da cui si calcola il **valor medio**.

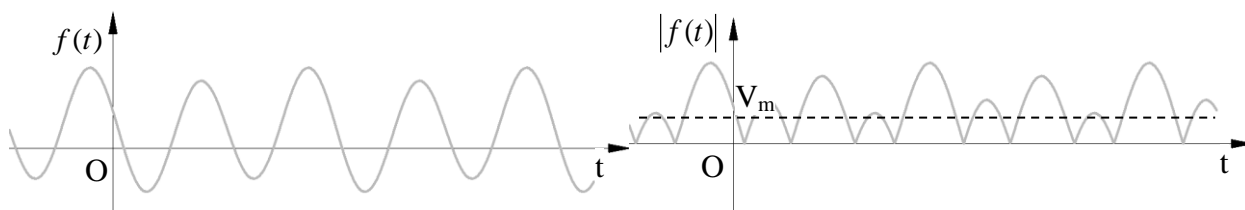


Figura 8.5. Valor medio di una grandezza periodica

Una grandezza alternata, pertanto, ha valor medio diverso da zero. Alcuni autori, comunque, usano l'espressione *valor medio* come sinonimo di *componente continua*.

8.1.3 Correnti e tensioni alternate: valore efficace e fattore di forma

Se ai capi di un bipolo vi è una *tensione alternata*, sui morsetti cambierà continuamente la differenza di potenziale e la polarità; se un filo è attraversato da una *corrente alternata*, gli elettroni non scorrono sempre in un verso, ma lo cambiano continuamente e la corrente assume sempre diversi valori compresi fra un massimo e un minimo.

Il **valore efficace** di una tensione (o corrente) alternata è il valore di tensione (o corrente) continua che dissiperebbe la stessa potenza su una resistenza.

Nel caso di forma d'onda sinusoidale, c'è una relazione precisa tra *valore efficace* e *valore massimo*:

$$V_{eff} = \frac{V_{MAX}}{\sqrt{2}}$$

Delle sinusoidi di tensione e corrente si fornisce generalmente il *valore efficace*, e non il *valore massimo*. Di solito i *valori efficaci* di tensione e corrente si indicano rispettivamente con V e I , senza il pedice "eff"; i *valori massimi*, invece, con V_{MAX} e I_{MAX} (o V_M e I_M).

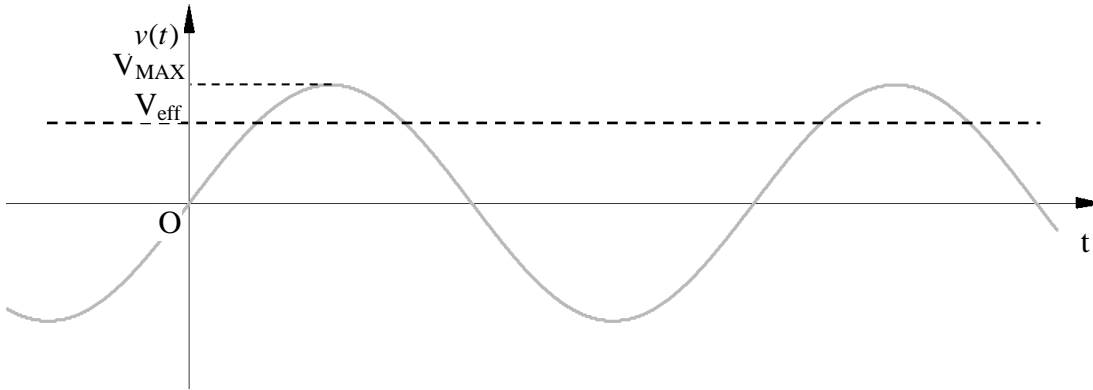


Figura 8.6. Valore efficace di una grandezza periodica

La tensione alternata che utilizziamo nelle nostre abitazioni è di 230 V in valore efficace; la sinusoidale, pertanto, ha un valore massimo pari a

$$V_{MAX} = \sqrt{2} \cdot V_{eff} = \sqrt{2} \cdot 230 \text{ V} = 325 \text{ V}$$

In regime alternativo sinusoidale, le tensioni sono classificate in base al loro valore efficace in *bassa, media e alta tensione*, come riportato nella seguente tabella:

Valore efficace	da 0 V a 1 kV	da 1 kV a 30 kV	oltre 30 kV
Denominazione	Bassa tensione (BT)	Media tensione (MT)	Alta tensione (AT)

Nelle navi sono utilizzate diverse tensioni, a seconda della potenza complessiva richiesta; esse sono riportate nella seguente tabella, con a fianco la frequenza utilizzata:

Bassa tensione		Media tensione	
380 V	50 Hz	2200 V	50 Hz
415 V	50 Hz	3300 V	50 Hz
440 V	60 Hz	6000 V	50 Hz
600 V	60 Hz	6600 V	50 Hz
660 V	60 Hz		

Il **fattore di forma** di una tensione o corrente periodica è un numero adimensionale, definito come il rapporto tra *valore efficace* e *valor medio*:

$$K_f = \frac{V_{eff}}{V_m}$$

Nel caso di forma d'onda *sinusoidale*, esso assume sempre lo stesso valore, pari a $K_f = 1,11$.

Ora vediamo come lavora uno **strumento di misura** nel caso di grandezza alternata sinusoidale. Esso la raddrizza, ovvero fa diventare positiva la semionda negativa (come fa matematicamente il *valore assoluto*), come vediamo nei grafici di figura 8.7.

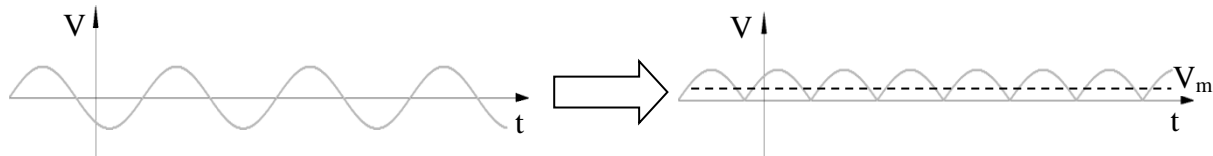


Figura 8.7. Funzionamento degli strumenti di misura di tensioni e correnti

Misura quindi il *valor medio* dell'onda raddrizzata, con lo stesso meccanismo utilizzato per misurare le grandezze continue (abbiamo visto il funzionamento dell'amperometro nel capitolo sul magnetismo), e lo moltiplica per il *fattore di forma*, fornendo un *valore efficace*:

$$V_{eff} = V_m \cdot K_f = V_m \cdot 1,11$$

Una grandezza misurata potrebbe non essere perfettamente sinusoidale, poiché ad esempio proviene da un *inverter*²⁰ o da un *generatore di funzioni* (fig. 8.8), o poiché è inquinata da armoniche²¹ (la curva rossa nella fig. 8.9). La formula appena vista darà un risultato falsato, perché il fattore di forma avrà un valore diverso da 1,11; in quel caso, perciò, è bene utilizzare degli **strumenti a vero valore efficace**, su cui è riportata la sigla *RMS* (*root mean square, valore quadratico medio*); essi misurano il calore prodotto dalla corrente, risalendo quindi alla effettiva potenza dissipata, o analizzano digitalmente le forme d'onda ricavando lo *spettro*, cioè le varie armoniche contenute nell'onda non sinusoidale, da cui calcolano il valore efficace.

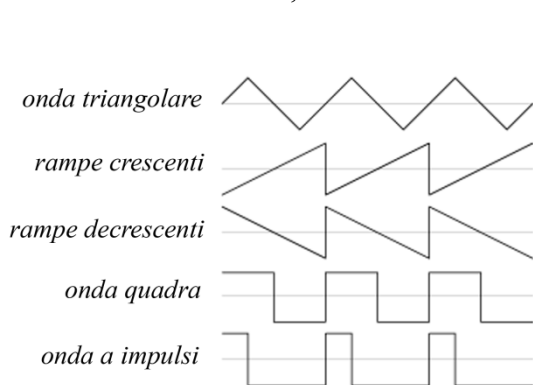


Figura 8.8. Grandezze periodiche generate da un generatore di funzioni

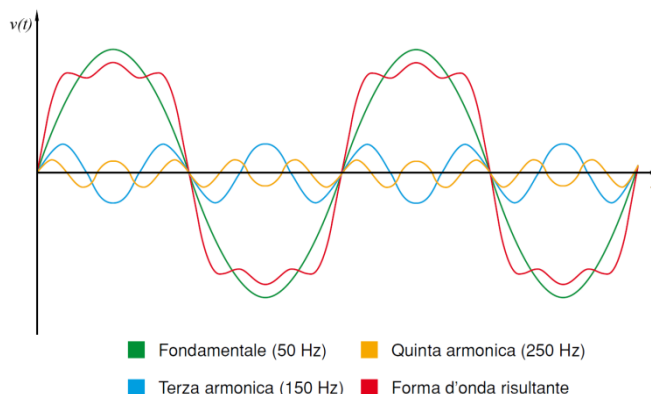


Figura 8.9. Forma d'onda di una grandezza alternata come somma di diverse armoniche

8.2 Espressione matematica di una tensione o corrente sinusoidale

Le *tensioni* e le *correnti* alternate utilizzate negli impianti e nei dispositivi elettrici hanno, di norma, forma d'onda sinusoidale. Una grandezza elettrica sinusoidale è solitamente indicata come segue:

$$\begin{aligned} v(t) &= V_{MAX} \sin(\omega t + \varphi) && \text{tensione} \\ i(t) &= I_{MAX} \sin(\omega t + \varphi) && \text{corrente} \end{aligned}$$

Con $v(t)$ e $i(t)$ si indica il nome della *funzione*; solitamente per indicare le *grandezze variabili*, qual è una grandezza sinusoidale, si usa la *lettera minuscola*. All'interno della parentesi si indica la

²⁰ L'*inverter* è un dispositivo elettronico, che studierai nei prossimi anni, che permette di convertire una tensione continua in una tensione alternata; la forma d'onda non è però sinusoidale. I gruppi di continuità, ad esempio, di solito hanno una batteria di tensione di 12 V continua; per alimentare gli apparecchi che richiedono tensione alternata, la invertono.

²¹ Le *armoniche* sono sinusoidi a frequenza multipla di una sinusoide fondamentale, a cui si sovrappongono, rendendola come "frastagliata". Non sono desiderate solitamente armoniche di tensione e di corrente, perché producono perdite e possono provare malfunzionamenti negli utilizzatori; esse sono indispensabili, invece, nelle onde sonore, poiché creano il timbro caratteristico di ogni suono.

variabile indipendente, che in questo caso è il tempo. Il coefficiente della funzione seno, V_{MAX} o I_{MAX} , è il *valor massimo* rispettivamente della funzione tensione e corrente.

Spesso nelle formule si utilizza il *valore efficace* V o I ; le espressioni diventano quindi

$$v(t) = \sqrt{2}V \sin(\omega t + \varphi)$$

$$i(t) = \sqrt{2}I \sin(\omega t + \varphi)$$

Il prodotto ωt è un angolo. Sul grafico di una sinusoide, conviene riportare sull'asse delle ascisse proprio ωt invece che t , al fine di svincolare i valori da riportare su tale asse dalla frequenza. Per qualsiasi frequenza, infatti, quei valori saranno gli angoli che siamo abituati a riportare sull'asse delle ascisse.

Visualizzeremo, inoltre, la *fase* φ della sinusoide, ovvero l'angolo, cambiato di segno, in corrispondenza del quale la sinusoide inizia a crescere dal valore nullo.

Ad esempio, una tensione di valore efficace pari a 150 V , di pulsazione di 314 rad/s e di fase 30° , può essere rappresentata dalla seguente espressione:

$$v(t) = \sqrt{2} \cdot 150 \sin\left(314t + \frac{\pi}{6}\right) = 212 \sin\left(314t + \frac{\pi}{6}\right)$$

Nota che abbiamo espresso l'angolo in radianti²², in quanto la pulsazione si misura in *rad/s*.

Possiamo distinguere tre casi:

1. sinusoide con fase nulla inizia a crescere nell'origine degli assi;
2. sinusoide traslata verso sinistra: parte in *anticipo* e la fase φ è positiva;
3. sinusoide traslata verso destra: parte in *ritardo* e la fase φ è negativa.

Nel grafico di figura 8.10 è rappresentato il primo caso, ovvero una sinusoide con fase nulla.

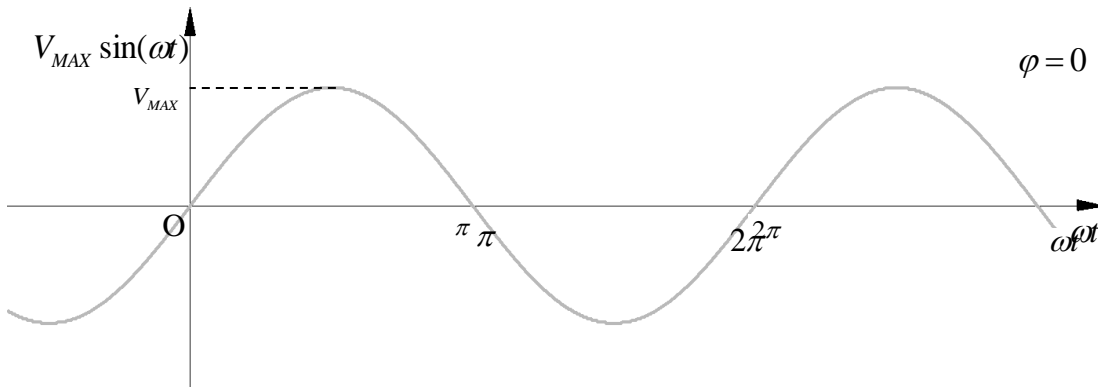


Figura 8.10. Sinusoide con fase nulla

Negli due grafici di figura 8.11 e 8.12 sotto sono mostrati gli altri due casi, rispettivamente una sinusoide in *anticipo* rispetto alla sinusoide di fase nulla, quindi con $\varphi > 0$, e una in *ritardo*, con $\varphi < 0$.

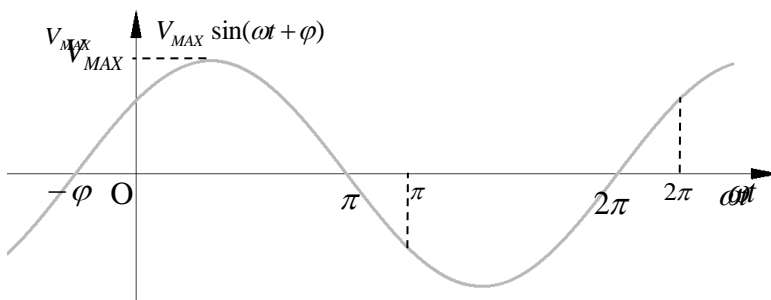


Figura 8.11. Sinusoide con $\varphi > 0$, in anticipo rispetto alla sinusoide di fase nulla: se ci poniamo nell'origine, la sinusoide è già nella semionda positiva

²² Ricorda che per esprimere in radianti un angolo espresso in gradi sessagesimali è sufficiente risolvere la proporzione $\alpha_{gradi} : \beta_{rad} = 180 : \pi$. Sulla calcolatrice imposta DEG se esprimi gli angoli in gradi, RAD se usi i radianti.

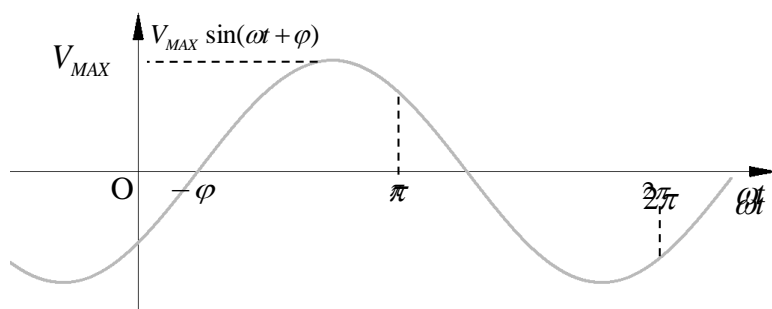


Figura 8.12. Sinusoide con $\varphi < 0$, in ritardo rispetto alla sinusoide di fase nulla: se ci poniamo nell'origine, la sinusoide è ancora nella semionda

8.3 Generatore di tensione alternata

Il figura 8.13 è mostrato il simbolo circuitale del *generatore di tensione alternata*.

In regime alternativo sinusoidale, come in quello continuo, hanno notevole importanza le convenzioni sui segni. Si noti che, nonostante sia alternata, è raffigurato un segno positivo (o, in alternativa, una freccia, in questo caso verso l'alto). Esso è indispensabile per conoscere, in ogni istante di tempo, quale dei due morsetti è effettivamente positivo. Se la tensione è positiva (semionda positiva), il *morsetto positivo* è quello segnato col “+” sul disegno; durante la semionda negativa, invece, il morsetto segnato col “+” è quello che effettivamente è negativo.

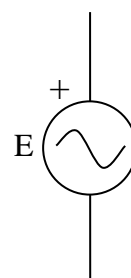
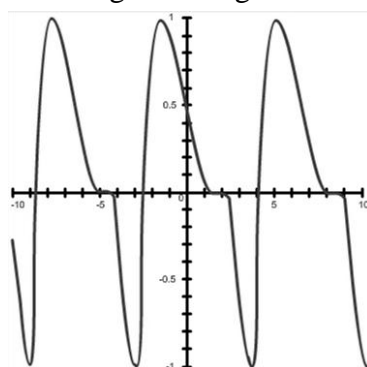


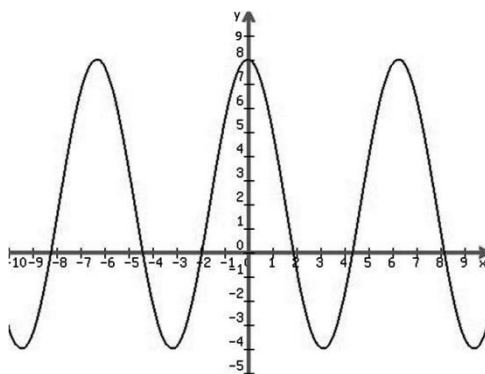
Figura 8.13. Simbolo del generatore di tensione alternata

8.4 Esercizi da svolgere

- Una tensione sinusoidale ha un valore efficace di 40 V; calcola il valore massimo e il valore picco-picco. [Ris.: $V=57\text{ V}$, $V_{PP}=114\text{ V}$]
- Determina il periodo, la frequenza, il valore picco-picco, il valore massimo e il valore minimo della grandezza periodica rappresentata nel grafico seguente.



- Determina il periodo, la frequenza, il valore picco-picco, il valore massimo, il valore minimo e la componente continua della grandezza periodica rappresentata nel grafico seguente.



4. Disegna una sinusoide di tensione di valore efficace di 100 V e fase di 30° .
5. Disegna una sinusoide di corrente di valore massimo di 2 A e fase di -60° .
6. Disegna il grafico di una sinusoide di ampiezza 5 e fase nulla e quindi modificalo in modo che abbia una *componente continua* pari a 2.
7. Il fattore di forma di una tensione periodica è pari a 1,6; il suo valor medio è pari a 12 V; calcola il suo valore efficace. [Risultato: $V=19,2$ V]
8. Una corrente sinusoidale ha la seguente espressione: $i(t) = 2\sin\left(40t - \frac{\pi}{6}\right)$. Determina la fase, se è in ritardo o in anticipo rispetto a una sinusoide di fase nulla, il valore efficace, la pulsazione e la frequenza; disegna quindi il suo grafico.
9. Una tensione sinusoidale ha la seguente espressione: $v(t) = 600\sin\left(200t + \frac{\pi}{2}\right)$. Determina la fase, se è in ritardo o in anticipo rispetto all'origine, il valore efficace, la pulsazione e la frequenza; disegna quindi il suo grafico. [Risultati: $\varphi=\pi/2$ rad, $\omega=200$ rad/s, $f=31,8$ Hz]
10. Scrivi l'espressione matematica di una tensione sinusoidale avente fase nulla, pulsazione di 500 rad/s e valore efficace di 230 V.
11. Scrivi l'espressione matematica di una tensione sinusoidale avente fase di -60° , pulsazione di 200 rad/s e valore massimo di 200 V. (Attenzione: nella formula, la fase si esprime in *radiani*).
12. Scrivi l'espressione matematica di una corrente sinusoidale avente fase di 40° , frequenza di 60 Hz e valore efficace di 200 mA.

8.5 Richiami sui numeri complessi

Estrarre la radice di indice pari (ad es. quadrata) di un *numero reale negativo* non dà un risultato reale, poiché non esiste un numero reale che moltiplicato per sé stesso dà come risultato un numero negativo.

Si è definita, così, *unità immaginaria* il valore della radice quadrata di -1: $i = \sqrt{-1}$.

Gli elettrotecnici usano il simbolo j , poiché i è usato per la corrente. Si ha pertanto $j = \sqrt{-1}$.

Qualsiasi radice quadrata di un numero reale negativo, quindi, può essere così calcolata come nell'esempio seguente: $\sqrt{-16} = \sqrt{-1}\sqrt{16} = j\sqrt{16} = \pm j4$.

Il *prodotto* tra l'*unità immaginaria* e un *numero reale* è un numero appartenente all'insieme dei *numeri immaginari*.

La *somma* tra un numero reale e un numero immaginario è un numero complesso, appartenente all'insieme dei *numeri complessi C*.

Un numero complesso, quindi, si può scrivere come

$$\bar{z} = a + jb$$

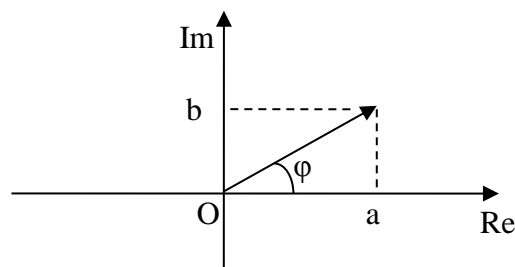
dove a è detta **parte reale**, b **parte immaginaria**. La **parte immaginaria**, quindi, è il coefficiente di j , ed è un **numero reale**.

Il **coniugato** di un numero complesso è ottenuto cambiando il segno della parte immaginaria di tale numero. Il coniugato di $\bar{z} = a + jb$, pertanto, è $\bar{z}^* = a - jb$.

8.5.1 Il piano di Gauss

Un numero complesso può essere associato a ogni punto di un piano cartesiano, sulle cui ascisse è riportata la parte reale e sulle cui ordinate la parte immaginaria. Questo piano è detto **piano di Gauss**²³.

Congiungendo l'origine del piano al punto rappresentante il numero, si ottiene un vettore. Il modulo di tale vettore coincide col cosiddetto **modulo del numero complesso**. L'angolo che il vettore forma rispetto al semiasse positivo delle ascisse corrisponde all'**angolo** del numero complesso.



8.5.2 La forma polare di un numero complesso

Il numero complesso, quindi, può essere espresso oltre che con la forma cartesiana ($\bar{z} = a + jb$), anche con la cosiddetta **forma polare**, ovvero tramite il modulo e l'angolo: $\bar{z} = M \angle \varphi$

A partire dalla forma cartesiana, il **modulo** si calcola applicando il teorema di Pitagora:

$$M = |\bar{z}| = \sqrt{a^2 + b^2}$$

L'**angolo** si calcola in questo modo: $\varphi = \text{arctg} \frac{b}{a} (+\pi)$

Si aggiunge l'angolo piatto (posto tra parentesi), in questo caso espresso in radianti, se il vettore si trova nel secondo o nel terzo quadrante, ovvero se la parte reale a è negativa, poiché la funzione **arcotangente** ritorna solo valori compresi tra $-\frac{\pi}{2}$ e $\frac{\pi}{2}$.

Se conosciamo, invece, il modulo e l'angolo di un numero complesso, possiamo calcolare parte reale e immaginaria, sfruttando la trigonometria:

$$a = |\bar{z}| \cos \varphi \quad b = |\bar{z}| \sin \varphi$$

8.5.3 Operazioni tra i numeri complessi

Addizione, sottrazione. Per sommare (sottrarre) due numeri complessi è necessario sommare (sottrarre) tra loro le parti reali e le parti immaginarie. Sul piano di Gauss, tali operazioni equivalgono a somme o differenze vettoriali.

Esempi: $3 + 4j + 10 - 2j = 13 + 2j$; $3 + j - (3 - 12j) = 3 + j - 3 + 12j = 13j$.

Moltiplicazione. Iniziamo col considerare alcune potenze dell'unità immaginaria:

$$j^2 = j \cdot j = \sqrt{-1} \sqrt{-1} = -1$$

$$j^3 = j \cdot j \cdot j = j^2 \cdot j = -1 \cdot j = -j$$

$$j^4 = j^2 \cdot j^2 = -1 \cdot (-1) = 1$$

²³ Carl Friedrich Gauss (1777-1855), matematico, astronomo e fisico tedesco, ha dato contributi determinanti in analisi matematica, teoria dei numeri, statistica, calcolo numerico, geometria differenziale, geodesia, geofisica, magnetismo, elettrostatica, astronomia e ottica.

Per calcolare il prodotto tra due numeri complessi si può procedere in maniera analoga ai metodi applicati nel prodotto tra polinomi. Ad esempio:

$$(3 + 4j)(10 - 2j) = 30 - 6j + 40j - 8j^2 = 60 - 6j + 40j + 8 = 68 + 34j$$

Consideriamo il **prodotto tra due numeri coniugati** fra loro:

$$\bar{z} \cdot z^* = (a + jb)(a - jb) = a^2 + jab - jab + b^2 = a^2 + b^2$$

Notiamo che il risultato è un numero reale, dato dalla somma dei quadrati di parte reale e parte immaginaria.

Divisione. Nel rapporto tra due numeri complessi è possibile fare in modo che al denominatore compaia un numero reale, moltiplicando numeratore e denominatore per il coniugato del denominatore. Ad esempio:

$$\frac{3 + 4j}{5 - 2j} = \frac{3 + 4j}{5 - 2j} \cdot \frac{5 + 2j}{5 + 2j} = \frac{15 + 6j + 20j - 8}{25 + 4} = \frac{7 + 26j}{29} = \frac{7}{29} + j \frac{26}{29}$$

Moltiplicazione e divisione utilizzando la forma polare. Si può dimostrare che per moltiplicare tra loro due numeri complessi in forma polare, è sufficiente moltiplicare tra loro i moduli e sommare gli angoli. Analogamente, per dividere tra loro due numeri complessi in forma polare, si dividono tra loro i moduli e si sottrae l'angolo del divisore all'angolo del dividendo.

8.6 Esercizi svolti

1. Porre in forma polare i seguenti numeri complessi: a) $\bar{z} = 3 + 4j$; b) $\bar{z} = 10 - 7j$.

Soluzioni. a) $|\bar{z}| = \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{3^2 + 4^2} = \sqrt{9 + 16} = 5$

$$\varphi = \arctan \frac{b}{a} = \arctan \frac{4}{3} = 0,93 \text{ rad}; \quad \bar{z} = 5 \angle 0,93 \text{ rad}$$

b) $|\bar{z}| = \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{10^2 + 7^2} = \sqrt{100 + 49} = 12,2$

$$\varphi = \arctan \frac{b}{a} = \arctan \frac{7}{-10} = 0,61 \text{ rad}; \quad \bar{z} = 12,2 \angle 0,61 \text{ rad}$$

2. Porre in forma rettangolare i seguenti numeri complessi: a) $\bar{z} = 50 \angle 2,3 \text{ rad}$; b) $\bar{z} = 7 \angle \frac{\pi}{3} \text{ rad}$.

Soluzioni. a) $a = |\bar{z}| \cos \varphi = 50 \cos 2,3 = -33$ $b = |\bar{z}| \sin \varphi = 50 \sin 2,3 = 37$

Quindi $\bar{z} = -33 + 37j$.

b) $a = |\bar{z}| \cos \varphi = 7 \cos \frac{\pi}{3} = 3,5$ $b = |\bar{z}| \sin \varphi = 7 \sin \frac{\pi}{3} = 6$

Quindi $\bar{z} = 3,5 + 6j$.

3. Calcola il rapporto tra i seguenti numeri complessi: $\bar{z}_1 = 20 \angle 30^\circ$; $\bar{z}_2 = 5 \angle -12^\circ$

Soluzione: $\frac{\bar{z}_1}{\bar{z}_2} = \frac{20}{5} \angle (30^\circ - (-12^\circ)) = 4 \angle 42^\circ$

4. Calcola il prodotto tra i seguenti numeri complessi: $\bar{z}_1 = 12 \angle 15^\circ$; $\bar{z}_2 = 5 \angle 80^\circ$

Soluzione: $\bar{z}_1 \bar{z}_2 = 12 \cdot 5 \angle (15^\circ + 80^\circ) = 60 \angle 95^\circ$

8.7 Esercizi da svolgere (operazioni e formati dei numeri complessi)

1. Calcola il rapporto tra le seguenti coppie di numeri complessi, dopo averli posti in forma polare, e disegna le sinusoidi e i vettori corrispondenti sul piano di Gauss.

a) $\bar{z}_1 = 3 - j$, $\bar{z}_2 = -11 + 24,5j$; b) $\bar{z}_1 = 23 - 11j$, $\bar{z}_2 = 3,2 + 4j$

Soluzioni: a) $\frac{\bar{z}_1}{\bar{z}_2} = 0,118 \angle -133^\circ$; b) $\frac{\bar{z}_1}{\bar{z}_2} = 4,98 \angle -76,9^\circ$

2. Porta in forma rettangolare i seguenti numeri complessi: a) $\bar{z}_1 = 20 \angle 30^\circ$; b) $\bar{z}_2 = 5 \angle -12^\circ$

Soluzioni: a) $\bar{z}_1 = 17,3 + 10j$; b) $\bar{z}_2 = 4,9 - 1,0j$

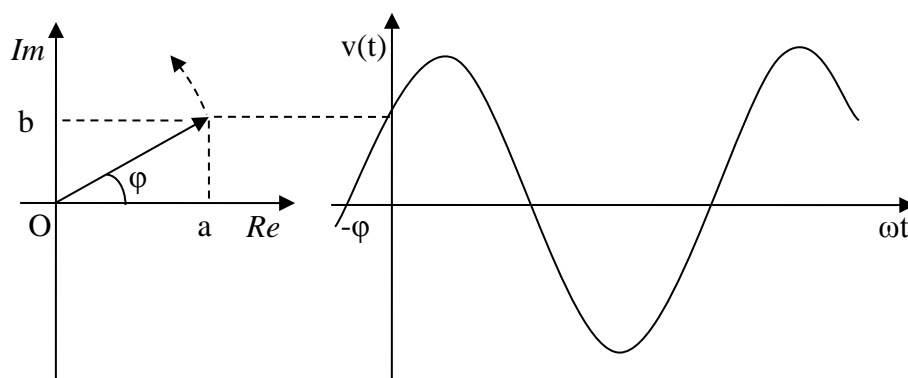
3. Calcola il prodotto tra i seguenti numeri complessi: $\bar{z}_1 = 12 \angle 15^\circ$; $\bar{z}_2 = 5 + 4j$

Soluzione: $\bar{z}_1 \bar{z}_2 = 1,7 - 0,75j$

8.8 Corrispondenza tra una sinusoide e un numero complesso

È possibile associare una sinusoide, caratterizzata da fase e ampiezza, a un numero complesso.

La **fase** della sinusoide corrisponderà all'**angolo** del numero; il **valore massimo** della sinusoide (oppure il suo **valore efficace**) corrisponderà al **modulo** del vettore.



In figura è mostrato un vettore che rappresenta un numero complesso nel piano di Gauss. Se immaginiamo che il vettore (in questo caso di modulo pari al **valore massimo**) ruoti in senso antiorario (diventa così un **fasore**), la sinusoide sarà prodotta dalla proiezione dell'ordinata della punta della freccia in corrispondenza di ogni angolo ωt (grandezza sull'asse delle ascisse).

Di solito, comunque, il **modulo del vettore** associato alla sinusoide non è il **valore massimo**, bensì quello **efficace**.

Capitolo 9

Risoluzione di circuiti in regime alternativo sinusoidale

9.1 Impedenza di un bipolo passivo

In regime alternativo sinusoidale, si definisce **impedenza** di un bipolo passivo il *rapporto* tra i numeri complessi associati alla sinusoide della *tensione* e la sinusoide della *corrente*, aventi verso indicato nella figura 9.1 (convenzione dell'utilizzatore):

$$\dot{z} = \frac{\bar{V}}{\bar{I}} \quad [\Omega]$$

Essa si misura, come la resistenza, in *ohm*.

In formato cartesiano l'impedenza può essere scritta con parte reale R (**resistenza**) e parte immaginaria X (**reattanza**):

$$\dot{z} = R + jX$$

L'impedenza può essere scritta, come tensione e corrente, in formato polare:

$$\dot{z} = |\dot{z}| \angle \varphi_z$$

Può essere rappresentata su un *piano di Gauss* da un vettore (fig. 9.2).

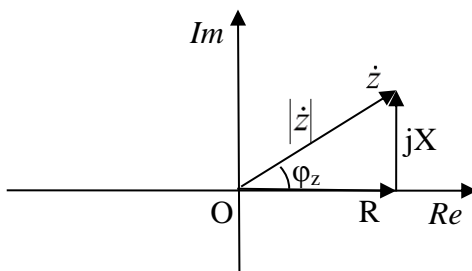


Figura 9.2. Vettore dell'impedenza nel piano di Gauss

In regime alternativo sinusoidale, se è soddisfatta la convenzione dell'utilizzatore la *legge di Ohm* può essere scritta con l'utilizzo di numeri complessi, come segue:

$$\bar{V} = \dot{z} \bar{I} ; \bar{I} = \frac{\bar{V}}{\dot{z}}$$

Se non è soddisfatta la convenzione dell'utilizzatore, è necessario aggiungere un segno negativo nella legge di Ohm, analogamente al caso del regime continuo.

9.1.1 Impedenza del resistore ideale

Il *resistore ideale* non è un elemento con memoria: la corrente che lo percorre in un dato istante di tempo dipende solo dalla tensione che è ai suoi capi in quello stesso istante. Se applichiamo una forma d'onda sinusoidale di *tensione*, quindi, anche la *corrente* sarà sinusoidale e avrà la *stessa fase*.

L'impedenza del resistore ideale di *resistenza* R è quindi un numero reale, e corrisponde proprio a R ; il prodotto tra un numero *complesso* e uno *reale* ha lo stesso angolo del numero complesso, per cui **su una resistenza, tensione e corrente sono in fase** (fig. 9.4).

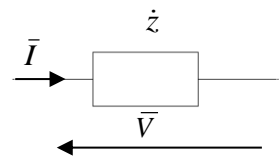


Figura 9.1. Simbolo dell'impedenza e convenzione dell'utilizzatore

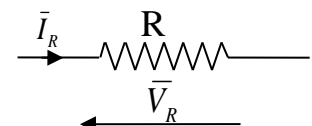


Figura 9.3. Resistore ideale, corrente e tensione

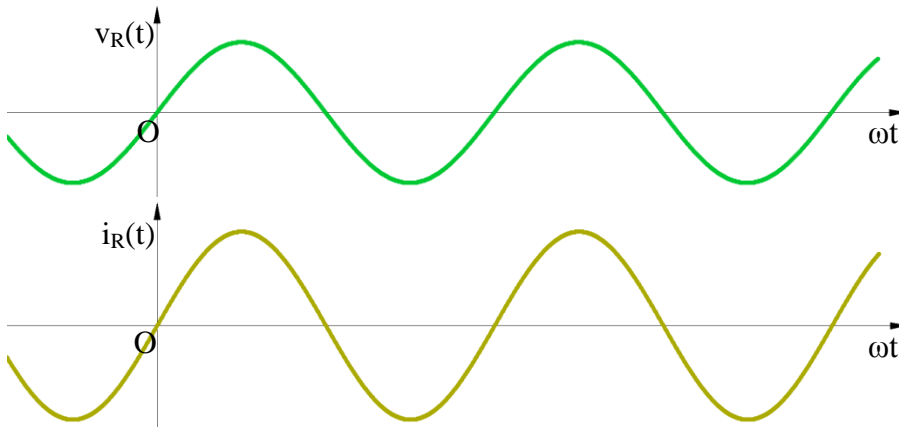


Figura 9.4. Corrente e tensione sono in fase ai capi di un resistore ideale

La legge di Ohm diventa $\bar{V} = R \cdot \bar{I}$.

9.1.2 Impedenza del condensatore ideale

Nel condensatore, la *carica* q accumulata sulle sue armature è proporzionale alla *tensione* V applicata; la costante di proporzionalità è la sua **capacità** C :

$$q = CV$$

Passando alle variazioni nel tempo, si ottiene che la variazione della carica è proporzionale alla variazione di tensione:

$$\frac{\Delta q}{\Delta t} = C \frac{\Delta V}{\Delta t}$$

e, poiché la *variazione della carica* è la *corrente*, si ha la relazione tra corrente e tensione:

$$I = C \frac{\Delta V}{\Delta t}$$

L'espressione $\frac{\Delta V}{\Delta t}$ rappresenta la velocità di variazione della tensione. La

corrente, quindi, come si vede nelle sinusoidi rappresentate di seguito, sarà *più elevata* negli istanti in cui la tensione varia più velocemente (con la carica), sarà *più piccola* negli istanti in cui la tensione varia lentamente, sarà *nulla* quando la tensione non varia, cioè nel massimo o nel minimo della sinusoid²⁴; la corrente, inoltre, sarà positiva quando la tensione aumenta, negativa quando la tensione diminuisce.

La sinusoid della corrente nella capacità, quindi, come si vede nella figura 4.6, è **sfasata di 90° in anticipo rispetto alla sinusoid della tensione**.

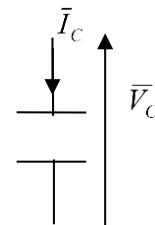


Figura 9.5. Condensatore ideale, corrente e tensione

²⁴ Se in matematica si sono studiate le derivate, si può fare un discorso più rigoroso con le variazioni infinitesime: $I = C \frac{dV}{dt}$. La corrente nel condensatore, quindi, è proporzionale tramite C alla *derivata* della tensione ai suoi capi. Se

la tensione è una sinusoid, la sua derivata è una cosinusoid, ovvero una sinusoid sfasata di $\frac{\pi}{2}$ in anticipo, moltiplicata per la pulsazione:

$$i(t) = C \cdot \frac{d}{dt} \sqrt{2}V \sin(\omega t + \varphi_v) = \omega C \sqrt{2}V \sin\left(\omega t + \varphi_v + \frac{\pi}{2}\right)$$

La corrente nel condensatore, quindi, è in anticipo di un angolo retto rispetto alla tensione e il suo valore efficace si ottiene moltiplicando il valore efficace della tensione V per la pulsazione ω e per la capacità C .

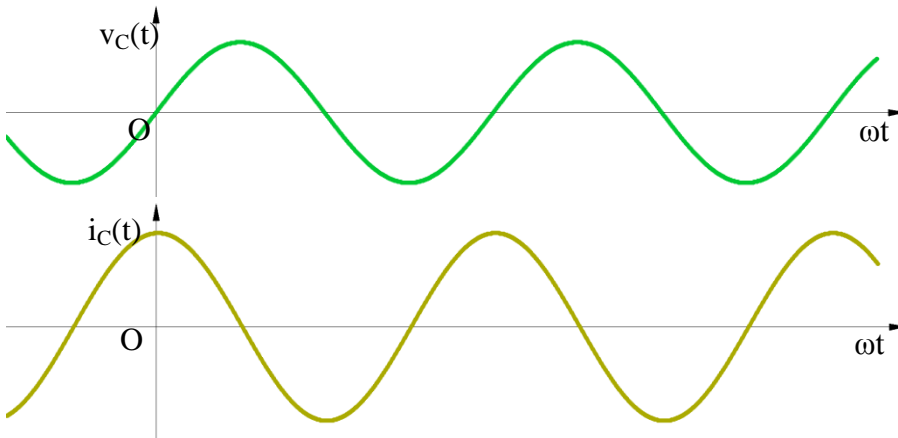


Figura 9.6. La corrente in un condensatore ideale è sfasata 90° in anticipo rispetto alla tensione ai suoi capi

La corrente, inoltre, cresce all'aumentare della pulsazione e della capacità, poiché con esse crescerà anche la velocità con cui variano la tensione e la carica sulle armature del condensatore. La corrente, quindi, come si può intuire (e dimostrare con l'utilizzo della derivata) è proporzionale al prodotto ωC .

Passiamo alla rappresentazione con numeri complessi. Sfasare in anticipo di 90° equivale a moltiplicare un numero per l'unità immaginaria j ; si possono scrivere, pertanto, le relazioni tra corrente e tensione espressi come valori efficaci:

$$\bar{I} = j\omega C \bar{V} \quad \text{oppure} \quad \bar{V} = \frac{\bar{I}}{j\omega C}$$

L'*impedenza del condensatore ideale* sarà, quindi, $\dot{z}_C = \frac{\bar{V}}{\bar{I}} = \frac{1}{j\omega C} = -\frac{j}{\omega C}$.

9.1.3 Impedenza dell'induttore ideale

Sappiamo dal terzo anno che l'*induttanza* L è il coefficiente di proporzionalità tra corrente I che percorre l'induttore ideale e il flusso magnetico:

$$\Phi = LI$$

Passando alle variazioni, otteniamo

$$\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = L \frac{\Delta I}{\Delta t}$$

da cui otteniamo

$$V = L \frac{\Delta I}{\Delta t}$$

L'espressione $\frac{\Delta I}{\Delta t}$ rappresenta la velocità di variazione della corrente. La tensione, quindi, sarà *più elevata* negli istanti in cui la corrente varia più velocemente, sarà *più piccola* negli istanti in cui la corrente varia lentamente e sarà *nulla* quando la corrente non varia, cioè nel massimo o nel minimo della sinusoide²⁵.

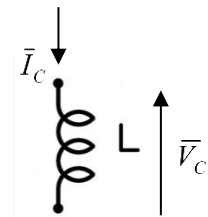


Figura 9.7. Induttore ideale, corrente e tensione

²⁵ Passando alle variazioni infinitesime (utilizzando le derivate): $v = L \frac{dI}{dt}$. La tensione ai capi dell'induttore, quindi, è proporzionale tramite L alla *derivata* della corrente che lo percorre. Se la corrente è una sinusoide, la sua derivata è una cosinusoide, ovvero una sinusoide sfasata di $\frac{\pi}{2}$ in anticipo, moltiplicata per la pulsazione:

$$v(t) = L \cdot \frac{d}{dt} \sqrt{2}I \sin(\omega t + \varphi_i) = \omega L \sqrt{2}I \sin\left(\omega t + \varphi_i + \frac{\pi}{2}\right).$$

La corrente nell'induttore, quindi, è in ritardo di 90° rispetto alla tensione, come mostrato nella figura 9.8.

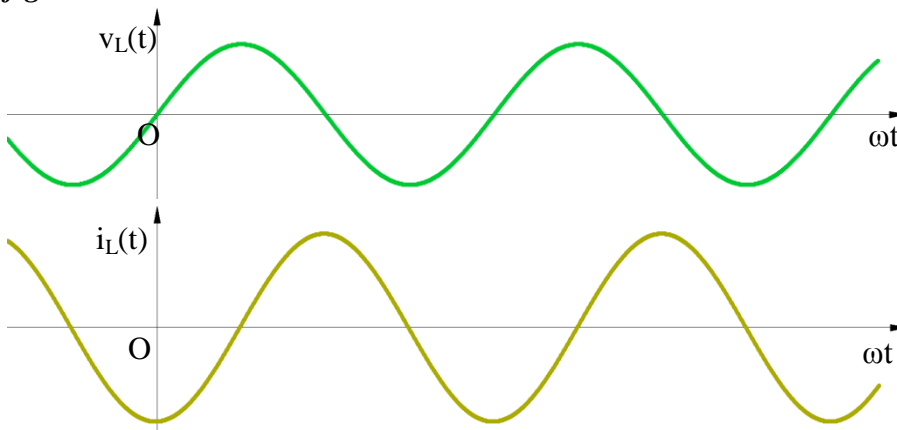


Figura 9.8. La corrente in un induttore ideale è sfasata di 90° in ritardo rispetto alla tensione ai suoi capi

Nella rappresentazione con numeri complessi, sfasare in anticipo di 90° equivale a moltiplicare un numero per l'unità immaginaria j ; la velocità di variazione della corrente, inoltre, sarà proporzionale alla pulsazione e all'induttanza. Si possono scrivere, pertanto, le relazioni tra corrente e tensione espressi come valori efficaci:

$$\bar{V} = j\omega L \bar{I} \quad \text{oppure} \quad \bar{I} = \frac{\bar{V}}{j\omega L}.$$

L'impedenza dell'induttore ideale sarà, quindi,

$$\dot{z}_L = \frac{\bar{V}}{\bar{I}} = j\omega L$$

Entrambe le impedenze capacitiva e induttiva sono numeri immaginari puri; si noti che l'impedenza induttiva ha parte immaginaria *positiva*, diversamente da quella capacitiva, che ha parte immaginaria *negativa*.

9.2 Reattanza capacitiva e reattanza induttiva

L'impedenza capacitiva si può scrivere $\dot{z}_C = -jX_C$, dove X_C è detta *reattanza capacitiva* e corrisponde a $X_C = \frac{1}{\omega C}$.

L'impedenza induttiva si può scrivere $\dot{z}_L = jX_L$, dove X_L è detta *reattanza induttiva* e corrisponde a $X_L = \omega L$.

Se in un bipolo passivo oltre a una componente capacitiva (o induttiva) c'è anche una componente resistiva, la sua impedenza si può scrivere con una formula generale:

$$\dot{z} = R + jX$$

che corrisponde a una somma vettoriale, come si vede nelle figure 9.9.

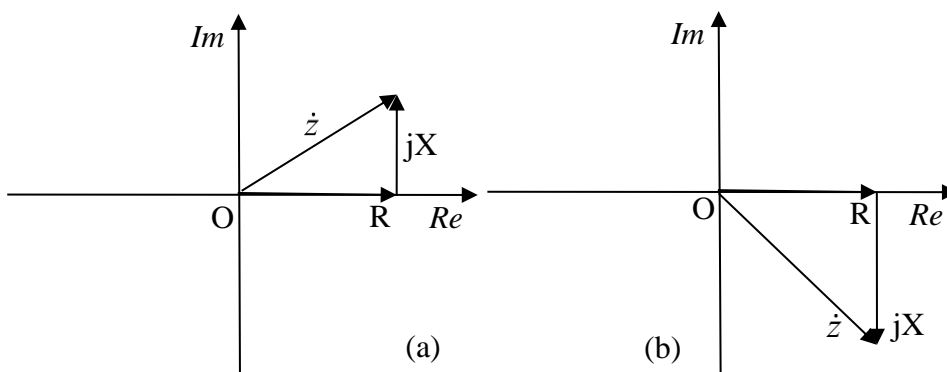


Figura 9.9. Diagrammi vettoriali di impedenze (a) ohmico-induttiva e (b) ohmico-capacitiva

La *parte reale* dell'impedenza, R , è la **resistenza** e X , la *parte immaginaria*, è detta **reattanza**. Si parla, in questi casi, di **bipolo ohmico-induttivo** (L - R , la cui impedenza ha parte immaginaria positiva, fig. 9.9-a) o **ohmico-capacitivo** (R - C , impedenza a parte immaginaria negativa, fig. 9.9-b), aventi simboli circuitali rappresentati nella figura 9.10.



Figura 9.10. Bipoli serie ohmico-induttivo e ohmico-capacitivo

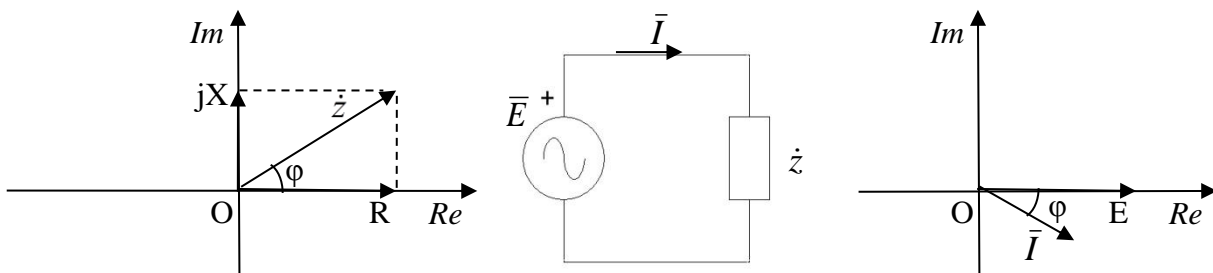
Se la reattanza generica può essere un numero reale negativo (nel bipolo ohmico-capacitivo) o positivo (nel bipolo ohmico-induttivo), la *reattanza induttiva* e quella *capacitiva* assumono, per convenzione, sempre valori positivi.

9.3 Angolo e modulo di impedenza

Poiché l'impedenza è un numero complesso, essa ha un *modulo* e un *angolo*, che si ricavano con le solite regole:

$$|\dot{z}| = \sqrt{R^2 + X^2}$$

$$\varphi = \arctan \frac{X}{R}$$



Se alimentiamo una impedenza con una tensione sinusoidale, **lo sfasamento tra tensione e corrente sarà proprio l'angolo dell'impedenza**, come si vede nelle figura sopra (si è scelto di rappresentare la tensione E sull'asse reale, ma si poteva anche scegliere I), in cui è rappresentato un bipolo *ohmico-induttivo*, con corrente in ritardo rispetto alla tensione. Applicando la legge di Ohm, infatti, l'impedenza si può esprimere come un rapporto tra numeri complessi:

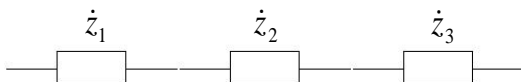
$$\dot{z} = \frac{V \angle \varphi_V}{I \angle \varphi_I} = \frac{V}{I} \angle (\varphi_V - \varphi_I)$$

Notiamo che l'impedenza è un numero complesso il cui *modulo* è dato dal rapporto tra valore efficace di tensione ai capi del bipolo e il valore efficace della corrente che lo attraversa, e il cui *angolo* è la differenza tra fase di tensione e fase di corrente. Se, quindi, la corrente è in anticipo rispetto alla tensione, l'angolo dell'impedenza è positivo; viceversa, se la corrente è in ritardo rispetto alla tensione, tale angolo è negativo.

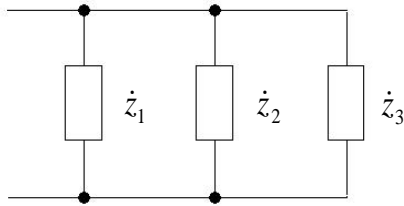
9.4 Serie e parallelo tra impedenze

Le formule per i collegamenti tra impedenze sono analoghe a quelle viste per le resistenze in regime continuo. L'impedenza equivalente della **serie tra più impedenze** è data dalla somma delle stesse:

$$\dot{z}_s = \dot{z}_1 + \dot{z}_2 + \dots + \dot{z}_n$$



L'impedenza equivalente del **parallelo tra due impedenze** è data dal prodotto delle stesse fratto la loro somma: $\dot{z}_p = \frac{\dot{z}_1 \dot{z}_2}{\dot{z}_1 + \dot{z}_2}$.



La seguente, invece, è la formula che vale per il **parallelo tra n impedenze**: $\dot{z}_p = \frac{1}{\frac{1}{\dot{z}_1} + \frac{1}{\dot{z}_2} + \dots + \frac{1}{\dot{z}_n}}$.

9.5 Ammettenza

L'ammettenza è definita come il reciproco dell'impedenza: $\dot{y} = \frac{1}{\dot{z}}$, e si misura in *siemens*, [S]. La sua espressione generica è la seguente: $\dot{y} = G + jB$, dove G è detta **conduttanza** e B **suscettanza**. Il **parallelo** tra ammettenze si calcola con una espressione analoga alla serie tra impedenze, il che può semplificare i calcoli nel caso di paralleli: $\dot{y}_p = \dot{y}_1 + \dot{y}_2 + \dots + \dot{y}_n$

La **serie** tra ammettenze è analogo al parallelo tra impedenze: $\dot{y}_s = \frac{1}{\frac{1}{\dot{y}_1} + \frac{1}{\dot{y}_2} + \dots + \frac{1}{\dot{y}_n}}$.

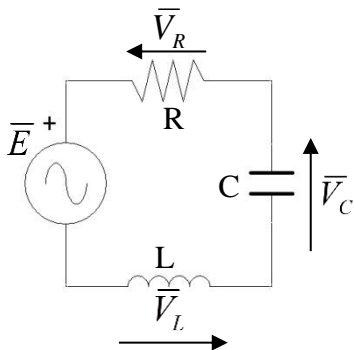
L'ammettenza di un **condensatore ideale**, quindi, è $\dot{y}_C = j\omega C$.

L'ammettenza di un **induttore ideale** è $\dot{y}_L = \frac{1}{j\omega L} = -\frac{j}{\omega L}$.

L'ammettenza di un **resistore ideale** coincide con la sua **conduttanza** $G = \frac{1}{R}$.

9.6 La risonanza nei circuiti RLC

Consideriamo il circuito **RLC** serie alimentato da un generatore di tensione alternativa sinusoidale.



La impedenza serie è data da $\dot{z}_s = R + j\omega L - \frac{j}{\omega C} = R + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)$

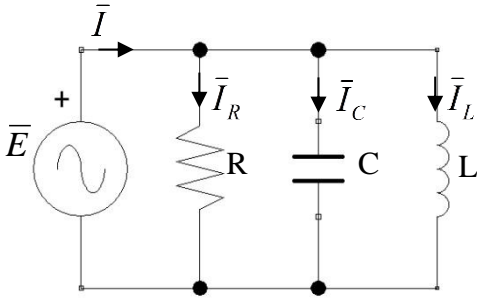
Se le reattanze induttiva e capacitiva fossero uguali tra loro, la reattanza complessiva della serie si annullerebbe, e l'impedenza sarebbe puramente resistiva, di valore R . In tal caso la corrente sarebbe

limitata dalla sola resistenza, e si potrebbero avere sovracorrenti. In questo caso siamo in presenza del fenomeno della **risonanza**.

Dato un circuito *RLC*, quindi, se è alimentato a una particolare pulsazione, detta **pulsazione di risonanza**, ω_R , si ha l'annullamento dell'impedenza serie tra capacità e induttanza. Tale pulsazione si ricava risolvendo la seguente equazione, in cui si annulla appunto la reattanza serie:

$$\omega_R L - \frac{1}{\omega_R C} = 0; \quad \omega_R L = \frac{1}{\omega_R C}; \quad \omega_R^2 = \frac{1}{LC}; \quad \omega_R = \sqrt{\frac{1}{LC}}.$$

Consideriamo ora il circuito *RLC* parallelo alimentato da un generatore di tensione alternativa sinusoidale.



La condizione di risonanza si ha nel caso in cui l'ammettenza del parallelo tra capacità e induttanza è nulla: $\dot{y}_p = \omega C - \frac{1}{\omega L} = 0$

Da questa equazione ricaviamo la **pulsazione di risonanza**, la cui espressione è identica a quella del circuito serie:

$$\omega_R = \sqrt{\frac{1}{LC}}.$$

In condizioni di risonanza, quindi, l'impedenza del parallelo *L-C* è infinita, e pertanto il parallelo *L-C* non assorbe corrente; i due bipoli, comunque, singolarmente assorbono correnti, che sono uguali in valori efficaci ma *in opposizione di fase* (sfasate di 180°), e la loro somma pertanto è nulla.

9.8 Esercizi svolti

1. Calcola l'impedenza e l'ammettenza di una capacità $C=5 \mu\text{F}$, alle frequenze $f_1=100 \text{ Hz}$ e $f_2=5000 \text{ Hz}$.

Soluzione. Le pulsazioni valgono $\omega_1 = 2\pi f_1 = 628 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$ e $\omega_2 = 2\pi f_2 = 31400 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$..

Le impedenze del condensatore alle due pulsazioni:

$$\dot{z}_{C1} = -\frac{j}{\omega_1 C} = -\frac{j}{628 \cdot 5 \cdot 10^{-6}} = -j318 \Omega$$

$$\dot{z}_{C2} = -\frac{j}{\omega_2 C} = -\frac{j}{31400 \cdot 5 \cdot 10^{-6}} = -j6,37 \Omega$$

Notiamo che all'aumentare della frequenza, l'impedenza della capacità diminuisce; la corrente alternata ad alta frequenza, quindi, passa più facilmente di quella a bassa frequenza; al limite, quando la frequenza è nulla, ovvero in regime continuo, la corrente non passa per niente.

Per le ammettenze, invece, discorso contrario: è più alta quella ad alta frequenza:

$$\dot{y}_{C1} = j\omega_1 C = j3,14 \cdot 10^{-3} \text{ S}$$

$$\dot{y}_{C2} = j\omega_2 C = j0,157 \text{ S}$$

2. Un condensatore di capacità $C=333 \mu F$ è alimentato da un generatore di tensione $E=230 V$ di frequenza $f=50 Hz$.

Calcola il valore efficace della corrente nel circuito e lo sfasamento tra tensione e corrente. Disegna il **diagramma fasoriale** delle grandezze elettriche (corrente e tensione) del circuito.

Soluzione. L'impedenza del condensatore vale

$$\dot{z}_C = -\frac{j}{\omega C} = -\frac{j}{2\pi f C} = -\frac{j}{6,28 \cdot 333 \cdot 10^{-6}} = -j478 \Omega$$

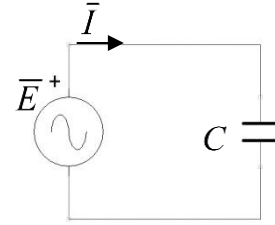
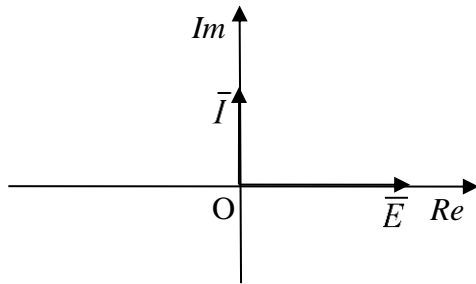
Calcoliamo la corrente come rapporto tra tensione e impedenza scritti come numeri complessi.

Prendiamo però la tensione come *riferimento*, cioè a fase nulla; quindi sarà un numero reale:

$$\bar{I} = \frac{E}{\dot{z}_C} = \frac{230}{-j478} A = j0,481 A = 0,481 A \angle 90^\circ$$

Di seguito il **diagramma fasoriale** di tensione e corrente (il **fasore** è un vettore rotante a una velocità pari alla pulsazione, la cui proiezione su un asse coordinato genera una sinusoidale).

La tensione V del generatore è stata presa come riferimento, e pertanto è un numero reale (il vettore corrispondente è orizzontale). La corrente è sfasata di 90° in anticipo rispetto alla tensione del generatore, essendo un numero immaginario puro a parte immaginaria positiva.



3. Un condensatore di capacità $C=1 \mu F$ è collegato in serie al resistore di resistenza $R=3 k\Omega$. La serie è alimentata da una tensione $E=30 V$ di frequenza $f=20 Hz$.

Calcola il valore efficace della corrente nel circuito e lo sfasamento tra tensione e corrente.

Disegna qualitativamente il **diagramma fasoriale** relativo a corrente, tensione del generatore e tensioni su resistenza e capacità.

Soluzione. L'impedenza del condensatore vale

$$\dot{z}_C = -\frac{j}{\omega C} = -\frac{j}{2\pi f C} = -\frac{j}{6,28 \cdot 20 \cdot 10^{-6}} = -j7962 \Omega.$$

L'impedenza della serie vale $\dot{z}_S = R + \dot{z}_C = (3000 - j7962) \Omega$.

Metodo 1. In formato polare, tale impedenza diventa

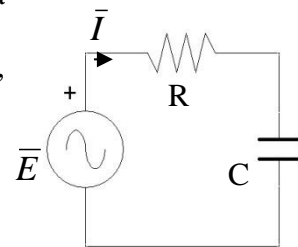
$$\dot{z}_S = \sqrt{R^2 + X_C^2} \angle \arctan \frac{-X_C}{R} = 8508 \Omega \angle -69^\circ.$$

Il valore efficace della corrente si può calcolare utilizzando i moduli di tensione e impedenza:

$$I = \frac{E}{z_S} = \frac{30}{8508} A = 3,53 mA.$$

Lo sfasamento tra tensione e corrente coincide, in valore assoluto, con l'angolo dell'impedenza, 69° ; in particolare *la corrente sarà in anticipo* rispetto alla tensione, poiché si tratta di un circuito R-C; d'altronde, l'angolo di -69° coincide con la differenza tra fase di tensione e fase di corrente; pertanto la fase della corrente è maggiore, e quindi è in anticipo.

Metodo 2. Dopo aver calcolato l'impedenza serie in formato cartesiano, calcoliamo la corrente come rapporto tra tensione e impedenza scritti come numeri complessi.



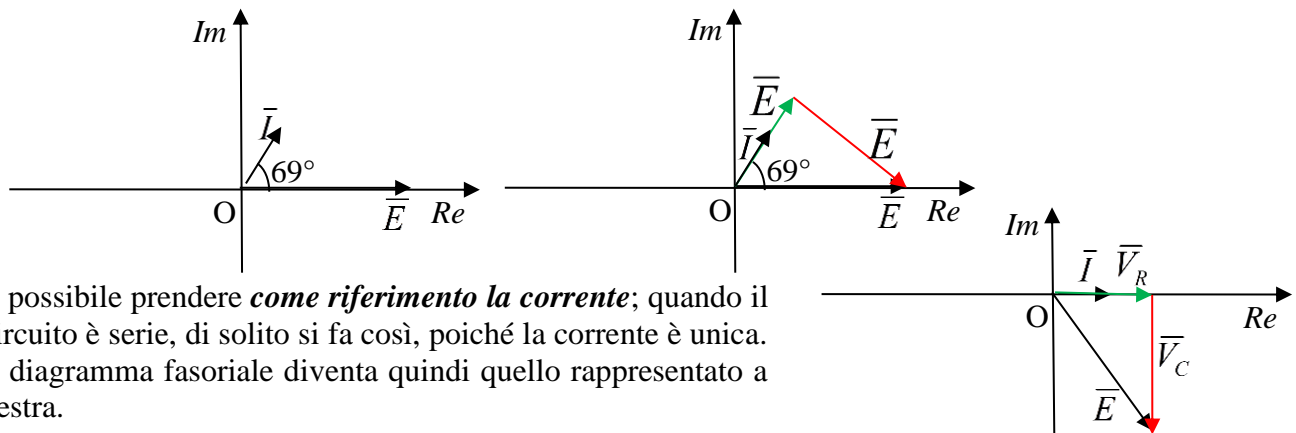
Prendiamo sempre la tensione come *riferimento*, cioè a fase nulla; quindi sarà un numero reale:

$$\bar{I} = \frac{E}{\dot{z}_s} = \frac{30}{3000 - j7962} \text{ A} = \frac{30}{3000 - j7962} \cdot \frac{3000 + j7962}{3000 + j7962} \text{ A} = \frac{90000 + j238860}{9 \cdot 10^6 + 63393444} \text{ A} = (0,00124 + j0,00330) \text{ A}$$

In formato polare:

$$\bar{I} = \sqrt{0,00124^2 + 0,00330^2} \angle \arctan \frac{0,00330}{0,00124} = 0,00353 \text{ A} \angle 69^\circ$$

Di seguito il diagramma fasoriale di tensione e corrente²⁶. La **tensione V del generatore** è stata presa come *riferimento*, e pertanto è un numero reale (il vettore corrispondente è orizzontale). La corrente è sfasata di 69° in anticipo rispetto alla tensione del generatore. Accanto sono aggiunte le cadute di tensione su resistenza e capacità. Per la **legge di Kirchhoff delle tensioni**²⁷, la somma vettoriale tra le due cadute è pari alla tensione del generatore.



È possibile prendere **come riferimento la corrente**; quando il circuito è serie, di solito si fa così, poiché la corrente è unica. Il diagramma fasoriale diventa quindi quello rappresentato a destra.

4. Un generatore di tensione alternativa sinusoidale $E=50$ V alimenta una serie R-L-C. Il condensatore ha capacità $C=5 \mu\text{F}$, l'induttore ha induttanza $L=20$ mH e il resistore ha resistenza $R=50 \Omega$. La pulsazione di alimentazione è di 2000 rad/s. Calcola il valore efficace della corrente nel circuito e lo sfasamento tra tensione e corrente. Disegna il **diagramma fasoriale** di corrente e tensione del generatore.

Soluzione. L'impedenza del condensatore vale

$$\dot{z}_C = -\frac{j}{\omega C} = -\frac{j}{2000 \cdot 5 \cdot 10^{-6}} \Omega = -j100 \Omega$$

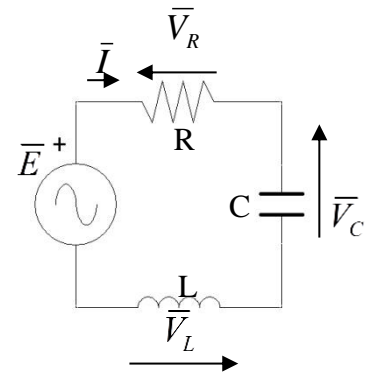
L'impedenza dell'induttore vale

$$\dot{z}_L = j\omega L = j2000 \cdot 0,020 \Omega = j40 \Omega$$

L'impedenza serie è data dalla somma delle tre impedenze:

$$\dot{z}_L = R + \dot{z}_L - \dot{z}_C = (50 + j40 - j100) \Omega = (50 - j60) \Omega$$

La parte immaginaria di tale impedenza è negativa; il circuito, complessivamente, sarà quindi ohmico-capacitivo. Ci aspettiamo, quindi, una corrente sfasata in anticipo rispetto alla tensione ai capi della serie.



²⁶ Può essere costruito semplicemente utilizzando riportando i risultati ottenuti nel piano di Gauss; in mancanza dei dati, si può costruire in *maniera qualitativa*, rispettando, cioè, gli sfasamenti e le somme vettoriali (leggi di Kirchhoff).

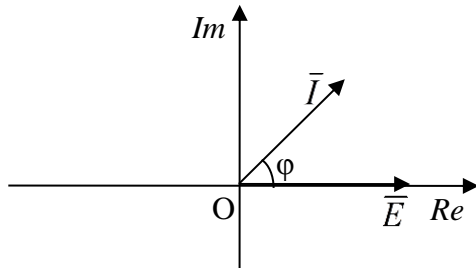
²⁷ Il secondo principio di Kirchhoff, o legge di Kirchhoff delle tensioni (*LKT*), afferma che su una maglia la somma algebrica delle tensioni dei generatori e delle cadute di tensione sui bipoli passivi è sempre uguale a zero; tale principio si può applicare in regime alternativo sinusoidale, utilizzando però i numeri complessi per esprimere le tensioni.

Calcoliamo come sempre la corrente come rapporto tra tensione e impedenza, prendendo la tensione come riferimento,:

$$\bar{I} = \frac{\bar{E}}{\dot{z}_s} = \frac{50}{50 - j60} \text{ A} = \frac{50}{50 - j60} \cdot \frac{50 + j60}{50 + j60} \text{ A} = \frac{2500 + j3000}{6100} \text{ A} = (0,410 + j0,492) \text{ A} = 0,640 \text{ A} \angle 50,2^\circ$$

Come ci aspettavamo, la corrente è in anticipo rispetto alla tensione.

Il diagramma fasoriale di corrente e tensione sul generatore è il seguente:



In questo circuito, però, ci sono altre grandezze elettriche: le tre tensioni ai capi dei tre bipoli passivi. Possiamo dire qualcosa sulla loro fase, che è relazionata alla corrente, che è unica, che li attraversa:

- sulla **resistenza** la tensione sarà in fase con la corrente I;
- sulla **capacità** la tensione è sfasata di 90° in ritardo rispetto alla corrente I;
- sulla **induttanza** la tensione è sfasata di 90° in anticipo rispetto alla corrente I.

Possiamo calcolare modulo e fase di queste tre tensioni sempre applicando la legge di Ohm:

$$\bar{V}_R = R \cdot \bar{I} = 50 \cdot 0,64 \angle 50,2^\circ = 32 \text{ V} \angle 50,2^\circ$$

tensione su resistenza in fase con corrente

$$\bar{V}_C = \dot{z}_C \cdot \bar{I} = -j100 \cdot 0,64 \angle 50,2^\circ = 64 \text{ V} \angle -40,2^\circ$$

tensione su capacità 90° in rit. risp. alla corrente

$$\bar{V}_L = \dot{z}_L \cdot \bar{I} = j40 \cdot 0,64 \angle 50,2^\circ = 25,6 \text{ V} \angle -140,2^\circ$$

tensione su induttanza 90° in ant. risp. alla corrente

Ora aggiungiamo i vettori delle tensioni sui tre bipoli passivi, tenendo conto dei moduli e degli angoli, ma anche del fatto che la **somma vettoriale** di queste tre tensioni deve essere uguale alla somma della tensione del generatore, per **il secondo principio di Kirchhoff**:

$$\bar{E} - \bar{V}_R - \bar{V}_C - \bar{V}_L = 0, \text{ da cui } \bar{E} = \bar{V}_R + \bar{V}_C + \bar{V}_L$$

Notiamo che la somma dei valori efficaci delle tre tensioni sui bipoli passivi è $32 + 64 + 25,6 = 121,6$ V, che è ben maggiore della tensione del generatore (30 V); questo perché la somma si intende non dei *valori efficaci*, ma dei *valori istantanei*, che assumono cioè le sinusoidi di tensione istante per istante (utilizziamo infatti i numeri complessi).

Di seguito a sinistra, il diagramma fasoriale completo, in cui si è presa **come riferimento la corrente**. Se si prende **come riferimento la tensione del generatore**, il diagramma diviene quello rappresentato di seguito a destra.

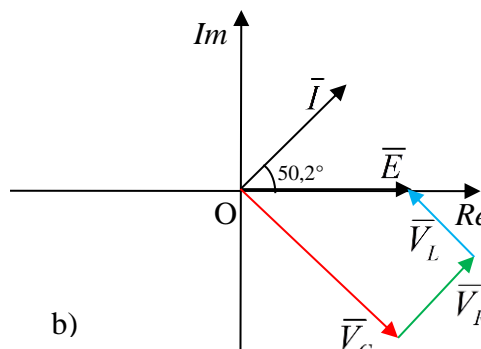
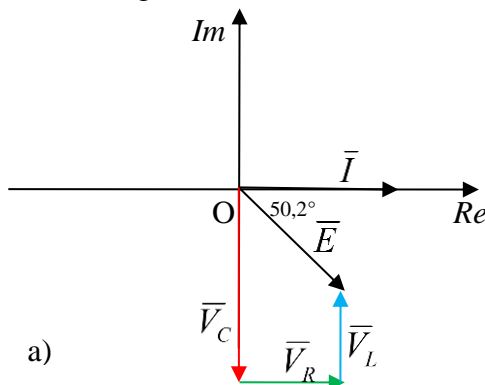


Diagramma fasoriale del circuito RLC serie – (a) corrente presa come riferimento; (b) tensione del generatore presa come riferimento

5. Un generatore di tensione alternativa sinusoidale $E=150$ V alimenta un parallelo $R-L-C$. La resistenza è da 220Ω e i moduli delle impedenze di capacità e induttanza sono $z_C=120\Omega$ e $z_L=180\Omega$.

Calcola la corrente erogata dal generatore e le correnti nei tre utilizzatori, e disegna il diagramma fasoriale.

Soluzione. Trattandosi di un collegamento in parallelo, la tensione ai capi dei bipoli è la stessa, pari a E . Essendoci quattro rami, vi saranno quattro correnti.

Per calcolare la corrente erogata dal generatore, possiamo calcolare l'impedenza equivalente del parallelo delle tre impedenze e applicare la legge di Ohm:

$$\begin{aligned} \dot{z}_p &= \frac{1}{\frac{1}{R} + \frac{1}{\dot{z}_C} + \frac{1}{\dot{z}_L}} = \frac{1}{\frac{1}{220} + \frac{1}{-j120} + \frac{1}{j180}} \Omega = \frac{1}{0,00454 + j0,00833 - j0,00556} \Omega = \\ &= \frac{1}{0,00454 + j0,00327} \Omega = (145 - j104)\Omega \end{aligned}$$

La corrente erogata sarà

$$\bar{I} = \frac{E}{\dot{z}_p} = \frac{150}{145 - j104} \text{ A} = \frac{2500 + j3000}{6100} \text{ A} = (0,681 + j0,490) \text{ A} = 0,839 \text{ A} \angle 35,8^\circ$$

La fase è positiva, pertanto la corrente è in anticipo rispetto alla tensione del generatore (predomina la componente capacitiva del carico rispetto a quella induttiva).

Le correnti nei bipoli passivi, analogamente, saranno:

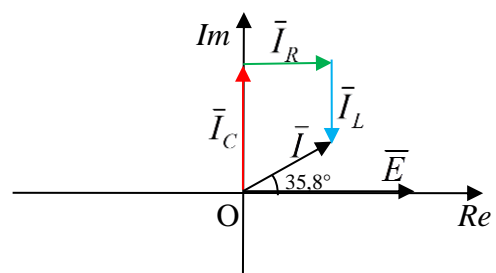
$$\bar{I}_R = \frac{E}{R} = \frac{150}{220} \text{ A} = 0,682 \text{ A} \quad \text{corrente su resistenza in fase con la tensione}$$

$$\bar{I}_C = \frac{E}{\dot{z}_C} = \frac{150}{-j120} \text{ A} = j1,25 \text{ A} = 1,25 \text{ A} \angle 90^\circ \quad \text{corrente su capacità } 90^\circ \text{ in ant. risp. alla tensione}$$

$$\bar{I}_L = \frac{E}{\dot{z}_L} = \frac{150}{j180} \text{ A} = -j0,833 \text{ A} = 0,833 \text{ A} \angle -90^\circ$$

corrente su induttanza 90° in rit. risp. alla tensione

Per quanto riguarda il diagramma fasoriale, bisogna tener conto del fatto che la somma vettoriale delle tre correnti nei carichi è pari alla corrente erogata dal generatore, per il *primo principio di Kirchhoff* ($\bar{I} = \bar{I}_R + \bar{I}_L + \bar{I}_C$). Anche qui notiamo che la somma dei valori efficaci delle singole correnti supera di gran lunga il valore efficace della corrente erogata.



9.8 Esercizi da svolgere

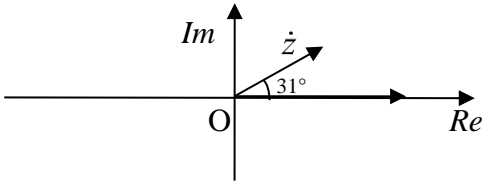
Le soluzioni degli es. 1-2-10-11-12, essendo immediate, sono alla fine del paragrafo

1. A quale bipolo passivo si riferisce ciascuno dei seguenti valori di impedenza? (*possibili risposte: resistivo puro, capacitivo puro, induttivo puro, ohmico-capacitivo, ohmico-induttivo*)

a) $\dot{z} = (10 + j6,28)\Omega$; b) $\dot{z} = -j2\Omega$;

c) $\dot{z} = \frac{j}{3}\Omega$; d) $\dot{z} = 200k\Omega$; e) $\dot{z} = (4 - j2)\Omega$; f) $\dot{z} = (j5 + 73)\Omega$.

2. Di una impedenza si conosce il diagramma di figura. Scrivi un possibile valore di questa impedenza in formato polare e cartesiano. A che tipo di bipolo si riferisce? La corrente che scorre in questo bipolo è in anticipo o in ritardo rispetto alla tensione ai suoi capi?



3. Calcola l'impedenza di un bipolo costituito dalla serie tra un resistore di 10Ω e un induttore di 2 mH , alimentato a una frequenza di 500 Hz . [Ris.: $\hat{z} = (10 + j6,28)\Omega$]

4. Determina la frequenza di alimentazione per ottenere una reattanza capacitiva di 50Ω , avendo a disposizione un condensatore di $10 \mu\text{F}$. [Ris.: $f=318 \text{ Hz}$]

5. Un induttore e un condensatore sono collegati in parallelo, alimentati a una frequenza di 1800 Hz . Sapendo che l'induttanza vale $200 \mu\text{H}$ e la capacità $30 \mu\text{F}$, calcola l'impedenza equivalente del parallelo. Tale parallelo è prevalentemente capacitivo o induttivo?

[Ris.: $\hat{z}_p = j9,69\Omega$, prevalentemente induttivo]

6. Calcola impedenza e ammettenza di un induttore di induttanza di 3 mH , alimentato a una pulsazione di 30 rad/s . [Ris.: $\hat{z} = j0,09\Omega$; $\hat{y} = -j11,1\text{S}$]

7. La reattanza di un induttore è pari a 50Ω alla frequenza di 2 kHz . Calcola la sua induttanza. [Ris.: $L=4 \text{ mH}$]

8. L'ammettenza di un bipolo è pari a $\hat{y} = (5 + j6)\text{S}$. Si tratta di un bipolo *ohmico-induttivo* oppure *ohmico-capacitivo*? Calcola la sua impedenza, la sua resistenza e la sua reattanza.

[Ris.: $\hat{z} = (0,0820 - j0,0984)\Omega$; $R = 0,0820\Omega$; $X = -0,0984\Omega$]

9. A quale frequenza un condensatore di capacità $47 \mu\text{F}$ e un induttore di induttanza $0,2 \text{ mH}$ hanno stessa reattanza? Quanto vale tale reattanza? [Ris.: $f=1642 \text{ Hz}$; $X=2,02 \Omega$]

10. Disegna qualitativamente il diagramma fasoriale delle grandezze elettriche relative a un circuito **R-L serie** alimentato da un generatore di tensione alternativo-sinusoidale.

11. Disegna qualitativamente il diagramma fasoriale delle grandezze elettriche relative a un circuito **R-L parallelo** alimentato da un generatore di tensione alternativo-sinusoidale.

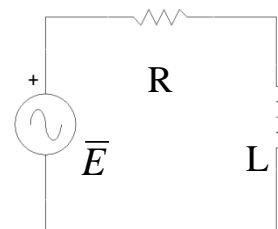
12. Disegna qualitativamente il diagramma fasoriale delle grandezze elettriche relative a un circuito **R-C serie** alimentato da un generatore di tensione alternativo-sinusoidale.

13. Nel circuito in figura si conosce la tensione E del generatore, la reattanza X_L dell'induttore, la resistenza R ; calcola la corrente nel circuito in valore efficace e fase e disegna il diagramma fasoriale di tensioni e corrente.

Dati: $E=30 \text{ V}$, $R=20 \Omega$, $X_L=12 \Omega$.

[Risultato, avendo preso come riferimento la tensione E del generatore:

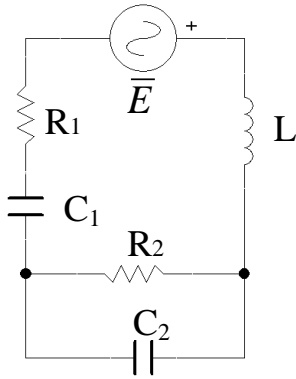
$\bar{I} = 1,29 \text{ A} \angle -31,0^\circ$]



14. Determina l'impedenza vista dai morsetti del generatore del circuito seguente. Si tratta di un carico *ohmico-induttivo* oppure *ohmico-capacitivo*?

Dati: $f=1000 \text{ Hz}$, $R_1=2 \Omega$, $R_2=4 \Omega$, $L=800 \mu\text{H}$, $C_1=150 \mu\text{F}$, $C_2=470 \mu\text{F}$.

[Ris.: $\hat{z} = (2,03 + j3,63)\Omega$]



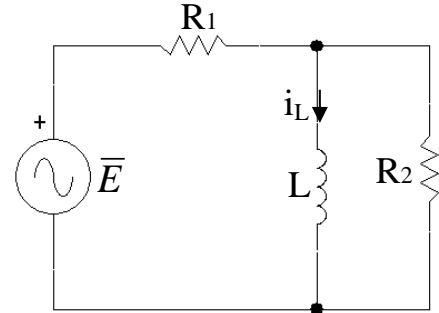
15. Senza effettuare calcoli, sai dire se la corrente erogata dal generatore nel circuito di figura è in anticipo o in ritardo rispetto alla sua tensione?

Si conosce la corrente \bar{I}_L nell'induttanza; determina il valore efficace e la fase della corrente erogata dal generatore, prendendo a fase nulla la corrente dell'induttanza.

Dati: $I_L=2$ A; $L=3$ mH; $R_1=3$ Ω ; $R_2=4$ Ω ; $f=50$ Hz.

(Suggerimento: calcola la tensione ai capi della resistenza R_2 , la sua corrente e quindi...)

[Ris.: $\bar{I} = 2,05$ A $\angle 13,3^\circ$]



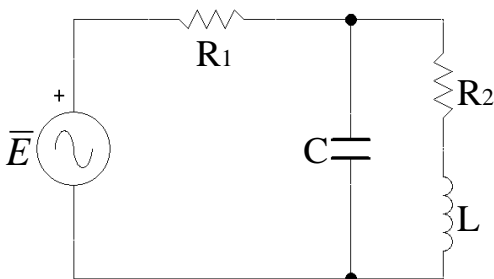
16. Nel circuito in figura si conosce la pulsazione di alimentazione, la tensione del generatore, la resistenza, la capacità e l'induttanza; calcola, in valore efficace e fase, la corrente erogata dal generatore (complessivamente, il carico si comporta come R-C o R-L?) e la corrente che attraversa l'induttanza.

Dati: $E=20$ V; $L=1$ mH; $C=1000$ μ F; $R_1=3$ Ω ; $R_2=4$ Ω ; $\omega=600$ rad/s.

(Suggerimento: riduci a un'unica impedenza equivalente, calcola la corrente del generatore e quindi applica la regola del partitore di...)

[Risultati, avendo preso come riferimento la tensione E del generatore: $\bar{I}_{gen} = 5,02$ A $\angle 22,3^\circ$;

$\bar{I}_L = 2,02$ A $\angle -52,8^\circ$]

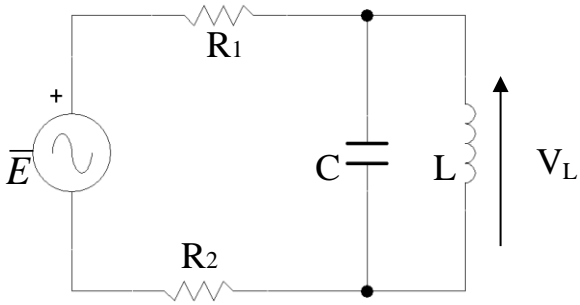


17. Nel circuito in figura si conosce la pulsazione di alimentazione, la tensione sul parallelo L-C, la resistenza, la capacità e l'induttanza; calcola le tre correnti del circuito e la tensione del generatore; disegna inoltre il diagramma fasoriale di tensioni e correnti.

Dati: $V_L=20$ V; $L=1$ mH; $C=10$ μ F; $R_1=12$ Ω ; $R_2=5$ Ω ; $\omega=8000$ rad/s.

[Risultati, avendo preso come riferimento la tensione V_L sul parallelo L-C: $\bar{I}_L = 2,5$ A $\angle -90^\circ$;

$\bar{I}_C = 1,6$ A $\angle 90^\circ$; $\bar{I}_{gen} = 0,9$ A $\angle -90^\circ$; $\bar{E} = 25,2$ V $\angle -37,4^\circ$]



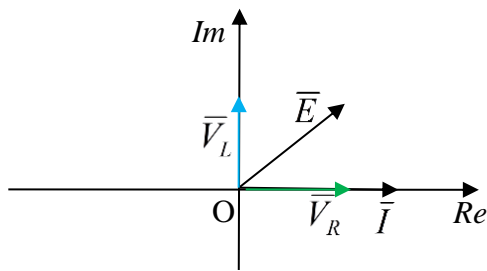
18. Traccia i *diagrammi fasoriali* nelle condizioni di risonanza serie e parallelo.

Soluzioni es. 1-2-10-11-12

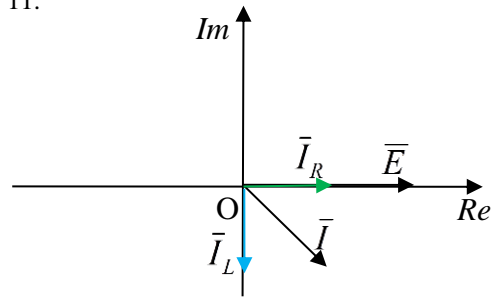
1. a) Ohmico-induttivo; b) capacitivo puro; c) induttivo puro; d) resistivo; e) ohmico-capacitivo; f) ohmico-induttivo.

2. È noto solo l'angolo dell'impedenza, ma non il modulo; un possibile valore è $z = 5\Omega \angle 31^\circ$, che in formato cartesiano vale $z = (4,29 + j2,58)\Omega$. Si tratta di un bipolo ohmico-induttivo; la corrente che scorre nel bipolo è in ritardo rispetto alla tensione ai suoi capi.

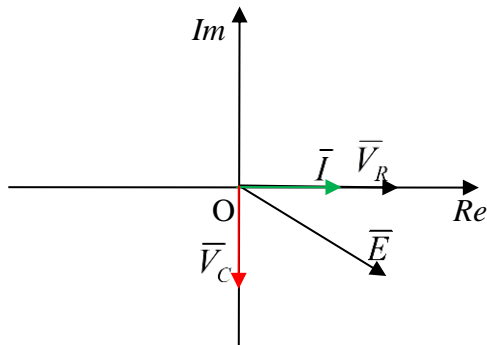
10.



11.



12.



Capitolo 10

Potenze nel regime alternativo sinusoidale

10.1 Potenza istantanea e potenza attiva

Si definisce **potenza istantanea** assorbita (*erogata*) da un utilizzatore (*generatore*) la *funzione del tempo* data dal prodotto tra la sinusoidale della *tensione* e quella della *corrente*:

$$p(t) = v(t)i(t)$$

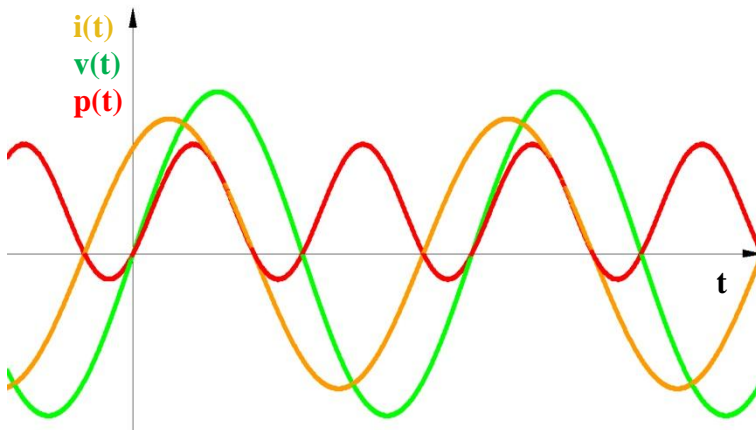
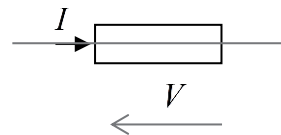


Figura 10.1. Curve della potenza istantanea, della tensione e della corrente su una impedenza generica

Figura 10.2. Impedenza, corrente e tensione secondo la convenzione dell'utilizzatore



Nella figura al lato vediamo le sinusoidi di **tensione** (in verde), **corrente** (in giallo), sfasata in anticipo rispetto alla tensione, e il loro **prodotto** (in rosso) che rappresenta la **potenza istantanea**. Notiamo che la potenza è una funzione *periodica*, ma non *alternata*.

Negli intervalli di tempo in cui la potenza è *positiva*, se è usata la convenzione dell'utilizzatore, questo starà assorbendo potenza; negli intervalli in cui la potenza è *negativa*, invece, l'utilizzatore sta erogando potenza.

Analogamente, se è usata la convenzione del generatore, gli intervalli di tempo in cui la potenza è *positiva*, è erogata; se la potenza è *negativa*, il bipolo sta assorbendo potenza.

La **potenza attiva** è definita come la *componente continua* della potenza istantanea; il suo simbolo è P e la sua unità di misura il *watt* [W]. In questo caso, la componente continua della potenza istantanea è, come si vede chiaramente, *positiva*. Essa rappresenta una potenza che si dissipa sotto forma di calore su un resistore, o che è possibile utilizzare per compiere un lavoro; la coppia motrice di un motore elettrico, per esempio, dipende dalla potenza attiva.

10.1.1 Carico puramente resistivo

Nel caso di regime sinusoidale e carico *resistivo*, la **potenza istantanea** (in rosso nella figura 10.3) è data dal prodotto di due sinusoidi *in fase* tra loro. Effettuando il prodotto punto per punto si ottiene una **funzione periodica** di frequenza doppia rispetto a quella delle sinusoidi di **tensione** e **corrente**; essa equivale, inoltre, a una sinusoidale traslata verso l'alto, compresa tra i valori 0 e $V_{MAX}I_{MAX}$.

La **potenza attiva** (componente continua di tale funzione), è

$$P = \frac{V_{MAX}I_{MAX}}{2} \quad (10.1)$$

Ricordiamo che i valori massimi di tensione e corrente, espressi in funzione del valore efficace, valgono

$$V_{MAX} = \sqrt{2}V, \quad I_{MAX} = \sqrt{2}I. \quad (10.2)$$

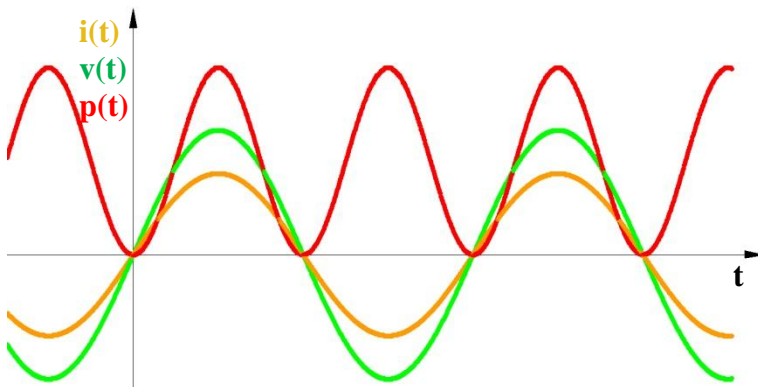


Figura 10.3. Curve della potenza istantanea, della tensione e della corrente su un resistore ideale

Sostituendo le (10.2) nella (10.1) si ottiene

$$P = VI$$

La potenza attiva assorbita dal bipolo resistivo è data, dunque, dal prodotto di tensione e corrente espresse in *valore efficace*. In questo caso l'espressione della *potenza attiva* è identica a quella della potenza in *regime continuo*. In regime alternativo-sinusoidale, quindi, valgono formule analoghe a quelle per il calcolo della potenza dissipata su un resistore in regime continuo:

$$P = RI^2; \quad P = \frac{V^2}{R}$$

10.1.2 Carico induttivo o capacitivo

Calcolando la funzione **prodotto** tra **tensione** e **corrente** su un carico *induttivo* o *capacitivo* (fig. 10.4), a causa dello sfasamento di 90° tra le due sinusoidi, si ottiene una funzione con *componente continua nulla*; essa, infatti, è una sinusoidale. La *potenza attiva* assorbita da un bipolo induttivo o capacitivo è pertanto nulla: $P = 0$.

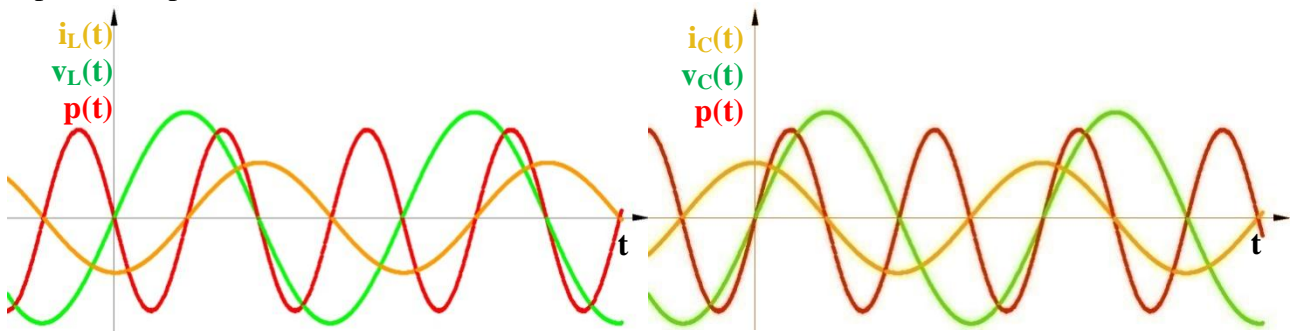


Figura 10.4. Curve della potenza istantanea, della tensione e della corrente su induttore e condensatore ideali

10.2 Potenza reattiva

La *potenza reattiva* relativa a un carico *capacitivo* o *induttivo*, indicata col simbolo Q , è pari al prodotto tra i valori efficaci di tensione e corrente, preso con segno *positivo* se il carico è *induttivo*, col segno *negativo* se è *capacitivo*:

$$Q = VI \quad Q > 0 \text{ carico induttivo}$$

$$Q = -VI \quad Q < 0 \text{ carico capacitivo}$$

Essa rappresenta una potenza che va e viene dal carico; nel caso dell'induttanza, è relativa all'energia assorbita e restituita dal campo magnetico, mentre nel caso della capacità è assorbita e restituita dal campo elettrico. Non è possibile utilizzare tale potenza per compiere un lavoro.

La sua unità di misura è il *volt-ampere-reattivo*, [VAR].

Dal momento che il valore efficace della tensione ai capi di un bipolo è dato dal prodotto tra reattanza e valore efficace della corrente, $V = XI$, la potenza reattiva ai capi di una reattanza può essere così calcolata:

$$Q = XI^2$$

Poiché, inoltre, il valore efficace della corrente è data dal rapporto tra tensione e reattanza, $I = \frac{V}{X}$, si può scrivere

$$Q = \frac{V^2}{X}$$

La potenza reattiva associata al carico *resistivo* è nulla.

10.2.1 Carico ohmico-induttivo o ohmico-capacitivo

In carichi R-L o R-C ci sarà una potenza *attiva* assorbita dalla parte *resistiva* del carico e una potenza *reattiva* associata alla parte *induttiva* o *capacitiva*.

Si può dimostrare che, in generale, la **potenza attiva assorbita o erogata da un bipolo** vale

$$P = VI \cos \varphi.$$

Notiamo che potenza P sarà positiva se V e I sono concordi tra loro ($\cos \varphi$ è sempre positivo, se supponiamo di considerare fasi comprese fra -90° e 90°).

Se si usa la *convenzione dell'utilizzatore* e $P > 0$, la potenza è effettivamente assorbita; se $P < 0$, nella realtà la potenza è erogata. Se si usa la *convenzione del generatore* e $P > 0$, la potenza è erogata; in caso contrario è assorbita (la batteria, ad esempio, si sta caricando).

Si dimostra che la **potenza reattiva associata a un bipolo** è data dalle seguenti espressioni²⁸:

$$Q = VI \sin|\varphi|, \text{ carico ohmico-induttivo}$$

$$Q = -VI \sin|\varphi|, \text{ carico ohmico-capacitivo}$$

10.3 Potenza apparente e triangolo delle potenze

Si definisce **potenza apparente** assorbita o erogata da un bipolo, e si indica coi simboli A oppure S, il prodotto tra i valori efficaci di tensione ai suoi capi e di corrente che lo percorre:

$$S = VI \quad [\text{VA}]$$

Le potenze *attiva* e *reattiva* si possono scrivere, quindi, in funzione della potenza *apparente*:

$$P = S \cos \varphi \quad Q = \pm S \sin|\varphi|$$

È possibile tracciare un triangolo rettangolo, chiamato **triangolo delle potenze** (*fig. 10.5*), in cui la lunghezza dell'*ipotenusa* è pari proprio la *potenza apparente*, i due *cateti* sono di lunghezza pari rispettivamente alle *potenze attiva* e *reattiva* e l'angolo tra S e P è lo *sfasamento* φ tra tensione e corrente.

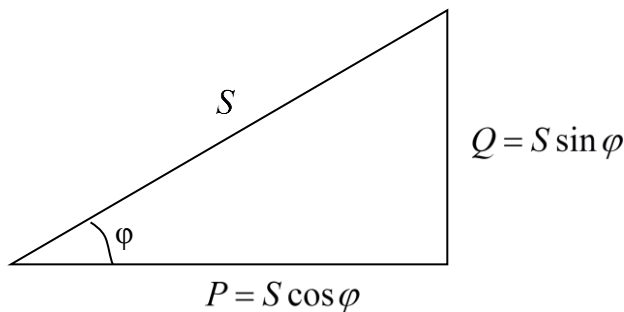


Figura 10.5. Triangolo delle potenze

²⁸ Nota il valore assoluto su φ ; la formula $Q = VI \sin \varphi$, priva di valore assoluto e del segno negativo, è data da quegli autori che usano come angolo di sfasamento $-\varphi$ invece che φ ; in quel caso, infatti, φ è positivo per carichi *ohmico-induttivi* e quindi $Q = VI \sin \varphi > 0$, mentre è negativo per carichi *ohmico-capacitivi*, per cui $Q = VI \sin \varphi < 0$, al contrario di quello che accade utilizzando la nostra convenzione. Avremmo però anche potuto scrivere $Q = VI \sin(-\varphi)$ nei due casi di carico *RL* e *RC*.

La potenza apparente può essere calcolata anche mediante il teorema di Pitagora: $S = \sqrt{P^2 + Q^2}$.

10.4 Fattore di potenza

Il **fattore di potenza** è il coseno dello sfasamento tra tensione e corrente su un bipolo, $\cos \varphi$. Esso è ovviamente un numero compreso tra 0 e 1, ed è massimo quando la tensione è in fase con la corrente e nullo se lo sfasamento è di 90° . Nota che il fattore di potenza è sempre positivo, a prescindere dal segno dello sfasamento; pertanto, se necessario, nel fornire il suo valore si specifica se si tratta di un $\cos \varphi$ induttivo o capacitivo.

10.5 Il rifasamento

Consideriamo un carico *ohmico-induttivo*, quali sono di solito i carichi (pensiamo ad esempio ai motori elettrici), collegato a un generatore di tensione alternata E (fig. 10.6). Chiamiamo la corrente nel carico I_L (*load*, in inglese, vuol dire carico). Essa, come sappiamo, è sfasata in ritardo rispetto alla tensione di un angolo φ compreso tra 0° e 90° .

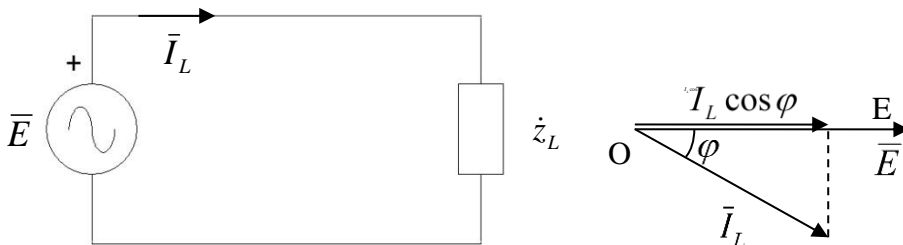


Figura 10.6. Generatore, linea e carico R-L con relativo diagramma fasoriale

La proiezione del fasore I sul fasore della tensione E è pari a $I_L \cos \varphi$, come evidenziato nel diagramma di figura 10.6. Essa, quindi, è proporzionale alla potenza attiva assorbita dal carico, che è pari a $P = EI_L \cos \varphi$. Capiamo, quindi, che esistono infinite altre correnti, di diverso *valore efficace* e di diversa *fase*, ma con uguale componente sul fasore della tensione, a cui corrisponde la stessa *potenza attiva* assorbita; nel seguente diagramma ne vediamo alcune:

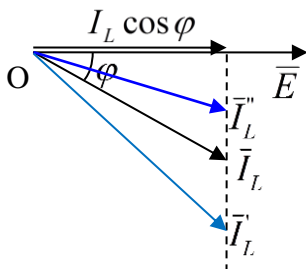


Figura 10.7. Diversi fasorie di corrente che corrispondono alla stessa potenza attiva

Quale di queste correnti è la più vantaggiosa? Lo è certamente la corrente \bar{I}_L'' , che ha un **minor valore efficace**, e quindi un minor sfasamento, poiché consente di avere minori perdite sulla linea per *effetto Joule* (RI^2) e una minore *caduta di tensione di linea*.

Per ridurre il valore efficace della corrente di linea è necessario, quindi, ridurre l'angolo di sfasamento tra tensione e corrente, ovvero **rifasare**. A tal fine è sufficiente collegare in parallelo al carico un **condensatore**, che assorba una corrente capacitiva (nel caso ideale in anticipo di 90° rispetto alla tensione E) e che quindi non assorbe alcuna potenza attiva, non cambiando quindi il costo dell'energia. Lo schema circuitale diventa il seguente:

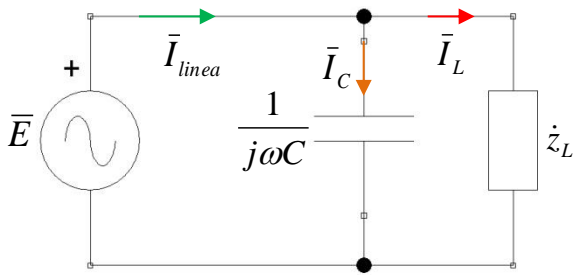


Figura 10.8. Condensatore di rifasamento in parallelo al carico

La corrente assorbita dal carico resta identica; la corrente di linea non è più \bar{I}_L , ma la somma vettoriale tra \bar{I}_L e \bar{I}_C . Il diagramma fasoriale si modifica quindi in questo modo:

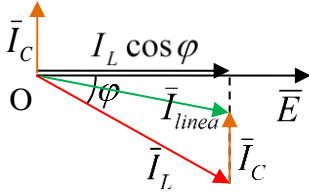


Figura 10.9. Diagramma fasoriale relativo al circuito di fig. 10.8

Per scegliere la giusta capacità del condensatore si può considerare il triangolo delle potenze. A sinistra nella figura 10.10 è riportato il triangolo prima del rifasamento, a destra dopo. Notiamo che dopo l'inserzione del condensatore c'è una diminuzione della potenza reattiva totale associata al carico, comprensivo appunto del condensatore; diminuisce perché la potenza reattiva del condensatore è negativa; la chiamiamo Q_C .

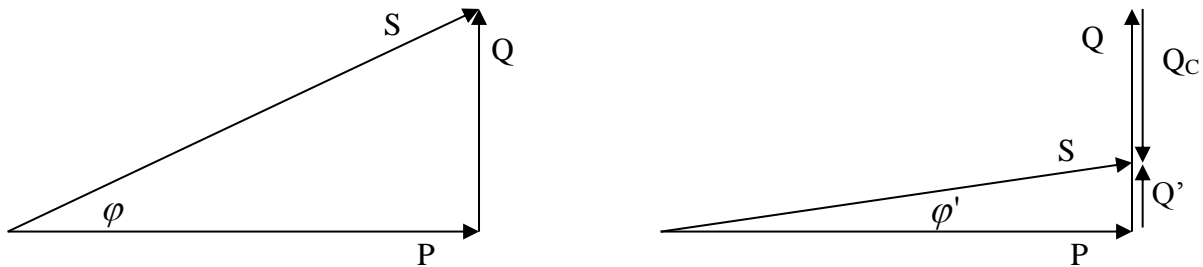


Figura 10.10. Triangolo delle potenze prima e dopo il rifasamento

Dalla trigonometria sappiamo che

$$Q = P \tan \varphi \quad Q' = P \tan \varphi' \quad (10.1)$$

La potenza reattiva associata alla capacità sarà data dalla variazione di potenza reattiva:

$$Q_C = Q' - Q < 0 \quad (10.2)$$

Sostituendo le (10.1) nelle (10.2) abbiamo l'espressione per calcolare la potenza reattiva associata al condensatore, conoscendo la potenza attiva del carico e l'angolo φ prima e dopo il rifasamento:

$$Q_C = P(\tan \varphi' - \tan \varphi)$$

D'altronde sappiamo che la potenza reattiva del condensatore si può scrivere nel seguente modo:

$$Q_C = -\frac{E^2}{X_C} = -\frac{E^2}{\frac{1}{\omega C}} = -\omega C E^2$$

Abbiamo quindi l'espressione per calcolare la capacità richiesta a partire dalla potenza reattiva Q_C :

$$C = -\frac{Q_C}{\omega E^2}$$

Nella pratica non si fa un rifasamento perfetto, cioè a $\cos \varphi$ unitario (sfasamento nullo), perché in caso di variazioni di carico potrebbe esserci una corrente di linea capacitiva; si tende a evitare una corrente assorbita in anticipo rispetto alla tensione, perché potrebbe produrre sovratensioni all'ar-

rivo della linea per l'effetto Ferranti. Si preferisce, pertanto, rifasare solitamente a $\cos\varphi = 0,9$ induttivo.

Per l'utente è obbligatorio rifasare negli impianti in bassa tensione e con potenza impegnata maggiore di 15 kW se il fattore di potenza medio mensile è inferiore a 0,7; se il fattore di potenza medio mensile è compreso tra 0,7 e 0,9 non c'è l'obbligo di rifasare l'impianto ma l'utente paga una penale per l'energia reattiva. Se esso è superiore a 0,9 ed inferiore ad 1 non c'è l'obbligo di rifasare l'impianto e non si paga nessuna quota d'energia reattiva.

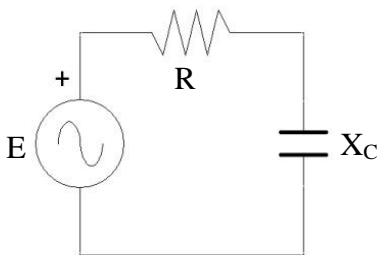
Sulle navi sono utilizzati dispositivi automatici più complessi di un semplice condensatore, i **compensatori statici**. Nella figura 10.11 vediamo un prodotto della ABB, composto da condensatori ed induttori inseriti in rete tramite interruttori statici di potenza, che permette un controllo veloce e accurato del *fattore di potenza*, ottimizzando le condizioni di lavoro di cavi, trasformatori e generatori in installazioni caratterizzate da un basso *fattore di potenza*. Stabilizza, inoltre, la tensione di alimentazione in presenza di condizioni di carico velocemente variabile.



Figura 10.11. Compensatore statico della ABB, Serie Dynacomp

10.6 Esercizi svolti

- 1.** Calcola le potenze attiva, reattiva e apparente assorbite dal carico nel seguente circuito. Calcola inoltre il fattore di potenza del carico.
Dati: $R=5\ \Omega$, $X_C=3\ \Omega$, $E=20\ \text{V}$.



Soluzione. Abbiamo bisogno del valore efficace della corrente. Calcoliamo quindi il modulo dell'impedenza del carico:

$$z = \sqrt{R^2 + X^2} = \sqrt{5^2 + 3^2} = 5,83\ \Omega$$

Il valore efficace della corrente è pertanto

$$I = \frac{E}{z} = \frac{20}{5,83}\ \text{A} = 3,43\ \text{A}$$

La potenza attiva è dissipata solo sulla resistenza; essa vale quindi

$$P = RI^2 = 5 \cdot 3,43^2\ \text{W} = 58,8\ \text{W}$$

La potenza attiva è associata, in questo circuito, solo alla capacità; il suo valore è negativo, come sappiamo:

$$Q = -X_C I^2 = -3 \cdot 3,43^2\ \text{VAr} = -35,3\ \text{VAr}$$

La potenza apparente è data dal prodotto tra tensione ai capi del carico e corrente:

$$S = EI = 68,6\ \text{VA}$$

È possibile calcolarla anche a partire da P e Q :

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2} = \sqrt{58,8^2 + 35,3^2}\ \text{VA} = 68,6\ \text{VA}$$

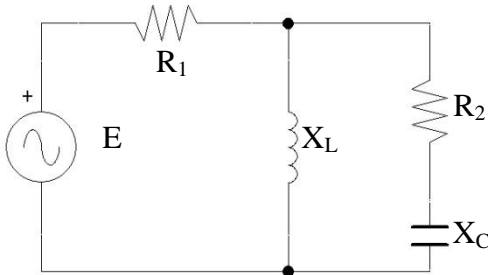
Il fattore di potenza coincide col coseno dell'angolo tra P ed S nel triangolo delle potenze, che vale

$$\varphi = \arctan \frac{Q}{P} = 31^\circ.$$

Il fattore di potenza vale pertanto $\cos \varphi = \cos 31^\circ = 0,857$.

2. Calcola le potenze attiva, reattiva e apparente assorbite dal carico nel seguente circuito e dal carico R_2 -C.

Dati: $R_1=3 \Omega$, $R_2=20 \Omega$, $X_C=7 \Omega$, $X_L=5 \Omega$, $E=20 \text{ V}$.



Soluzione. Calcoliamo la corrente erogata dal generatore. L'impedenza del ramo R-C sarà

$$\dot{z}_{RC} = R_2 - jX_C = (20 - j7)\Omega$$

Il parallelo tra impedenza dell'induttanza e \dot{z}_{RC} :

$$\dot{z}_P = \frac{\dot{z}_{RC} jX_L}{\dot{z}_{RC} + jX_L} = \frac{(20 - j7)j5}{20 - j7 + j5} \Omega = (1,24 + j5,12)\Omega$$

La serie tra R_1 e \dot{z}_P :

$$\dot{z}_{eq} = \dot{z}_P + R_1 = (1,24 + j5,12 + 3)\Omega = (4,24 + j5,12)\Omega$$

Il carico è complessivamente ohmico-induttivo, poiché la parte immaginaria dell'impedenza è positiva. La corrente erogata:

$$\bar{I} = \frac{\bar{E}}{\dot{z}_{eq}} = \frac{50}{4,24 + j5,12} \text{ A} = (4,79 - j5,79) \text{ A} = 7,52 \text{ A} \angle -50,4^\circ$$

La potenza attiva assorbita dal carico sarà

$$P = EI \cos \varphi = 50 \cdot 7,52 \cdot \cos(50,4^\circ) \text{ W} = 240 \text{ W}$$

La potenza reattiva associata al carico:

$$Q = EI \sin \varphi = 50 \cdot 7,52 \cdot \sin(50,4^\circ) \text{ VAr} = 290 \text{ VAr}$$

La potenza apparente:

$$S = EI = 50 \cdot 7,52 \text{ VA} = 376 \text{ VA}$$

Per determinare le potenze associate al carico R_2 -C calcoliamo la corrente che scorre in quel ramo, utilizzando al regola del partitore di corrente:

$$\bar{I}_2 = \frac{\dot{z}_L}{\dot{z}_L + \dot{z}_{RC}} \bar{I} = \frac{j5}{j5 + 20 - j7} (4,79 - j5,79) \text{ A} = \frac{28,95 - j23,95}{20 - j2} \text{ A} = 1,87 \text{ A} \angle -33,9^\circ$$

La potenza attiva assorbita da quel ramo sarà quella assorbita dalla resistenza R_2 :

$$P_2 = R_2 I^2 = 20 \cdot 1,87^2 \text{ W} = 69,9 \text{ W}$$

La potenza reattiva associata a quel ramo sarà quella associata alla capacità C:

$$Q_2 = X_C I^2 = 7 \cdot 1,87^2 \text{ VAr} = 24,5 \text{ VAr}$$

La potenza apparente: $S_2 = \sqrt{P_2^2 + Q_2^2} = \sqrt{69,9^2 + 24,5^2} \text{ VA} = 74 \text{ VA}$

3. Determina la capacità da collegare in parallelo a un carico di potenza $P=6\text{kW}$ e fattore di potenza $\cos \varphi = 0,5$, per rifasarlo a $\cos \varphi = 0,9$. La tensione di alimentazione è pari a $E = 230 \text{ V}$ e la

pulsazione $\omega = 314 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$.

Soluzione. La fase prima del rifasamento vale $\varphi = \arccos 0,5 = 60^\circ$, mentre quella a carico rifa-sato $\varphi' = \arccos 0,9 = 26^\circ$.

La potenza reattiva associata alla capacità da inserire sarà

$$Q_C = P(\tan \varphi' - \tan \varphi) = 6000(\tan 26^\circ - \tan 60^\circ) = -7466 \text{ VAr}$$

Il condensatore da inserire, pertanto, avrà la seguente capacità:

$$C = -\frac{Q_C}{\omega E^2} = -\frac{-7466}{314 \cdot 230^2} \text{ F} = 450 \mu\text{F}$$

10.7 Esercizi da svolgere

1. La potenza reattiva associata all'induttanza vale $Q_L=30 \text{ VAr}$. Determina i valori efficaci della corrente nel circuito e della tensione del generatore, conoscendo reattanza induttiva e resistenza.

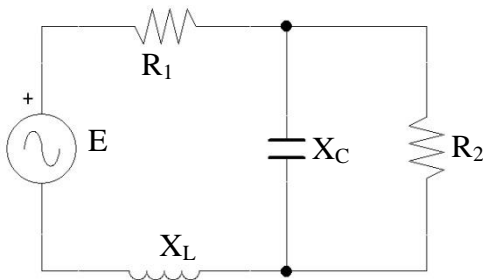
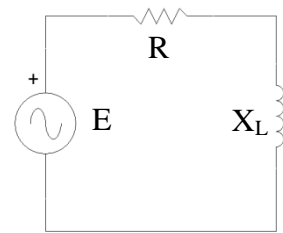
Dati: $R=30 \Omega$, $X_L=5 \Omega$, $Q_L=30 \text{ VAr}$.

[Risultati: $I=2,45 \text{ A}$; $E=74,5 \text{ V}$]

2. Determina le potenze attiva, reattiva e apparente e il fattore di potenza associati al carico nel seguente circuito. Calcola inoltre la potenza reattiva associata alla capacità.

Dati: $R_1=30 \Omega$, $R_2=15 \Omega$, $X_C=5 \Omega$, $X_L=10 \Omega$, $E=120 \text{ V}$.

[Risultati: $P=443 \text{ W}$; $Q=77,5 \text{ VAr}$; $S=450 \text{ VA}$; $Q_C=-63,4 \text{ VAr}$; $\cos\varphi=0,984$]



Capitolo 11

I sistemi trifase

11.1 Introduzione

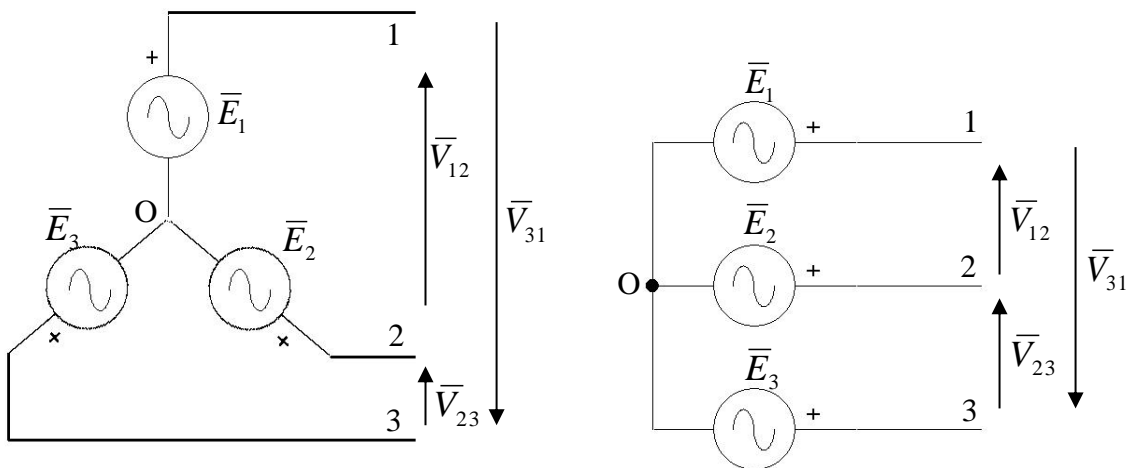
I *sistemi polifase* sono costituiti da più generatori di tensione alternativa sinusoidale, che producono tensioni sfasate l'una rispetto all'altra.

Il più semplice è il sistema *bifase*, costituito da due tensioni sfasate l'una rispetto all'altra di 90° .

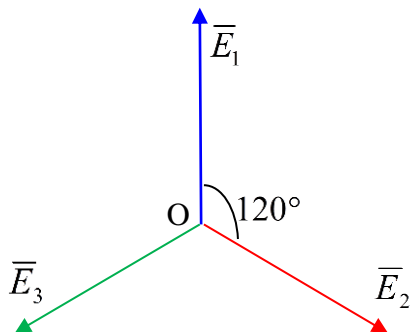
Particolare importanza assumono i *sistemi trifase*, costituiti da tre tensioni sfasate l'una rispetto all'altra di 120° . Un primo vantaggio nel loro utilizzo sta nel risparmio di rame nella costruzione delle linee elettriche. Con soli tre fili, infatti, si trasmette energia su ben tre fasi; se si utilizzasse il sistema monofase, se ne avrebbe bisogno di sei (due per ogni fase). Avvolgimenti trifase nei motori elettrici, inoltre, come vedremo, producono un campo magnetico rotante e privo di pulsazioni, ideale per tali macchine.

11.2 Generatore trifase con collegamento a stella

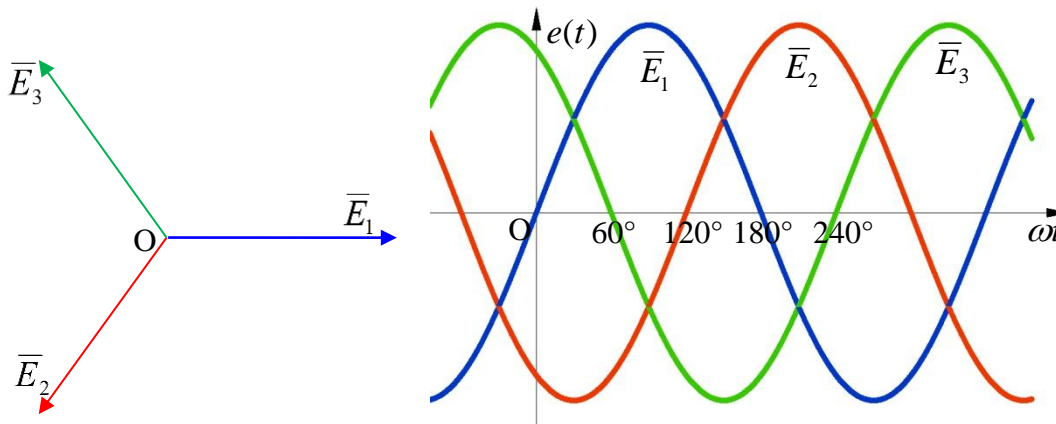
Il modello di un generatore di tensione trifase può essere realizzato collegando a stella tre generatori monofase, aventi tensioni di stesso valore efficace e sfasate l'una rispetto all'altra di 120° . Tale terna si chiama *terna trifase simmetrica*. Nella figura sotto sono riprodotti due modi equivalenti di rappresentare i generatori collegati a stella. Il centro stella è indicato con la lettera O. Con la lettera E sono indicate solitamente le *tensioni stellate* (o *tensioni di fase*), ovvero tra il conduttore di fase e il centro stella, mentre con la lettera V le *tensioni concatenate*, cioè le differenze di potenziale tra due fasi diverse.



Il diagramma fasoriale delle tre tensioni stellate è solitamente rappresentato come di seguito:



Considerando la fase **1** come riferimento, lo stesso diagramma si può rappresentare ruotando tutti i fasori di 90° in senso orario come rappresentato di seguito a sinistra. Il diagramma temporale di $e_1(t)$, in blu, con fase nulla, $e_2(t)$, in rosso, con fase -120° , ed $e_3(t)$, in verde, con fase -240° , è riportato di seguito a destra.



Possiamo dimostrare che istante per istante la somma delle tre grandezze di una terna simmetrica trifase è nulla. È possibile farlo sia sommando vettorialmente i tre fasori, sia sommando algebricamente per un dato tempo i valori di ciascuna sinusoide sul diagramma temporale delle tre tensioni, sia usando i numeri complessi.

Scriviamo ora i valori complessi corrispondenti alle tre tensioni, supponendo un valore efficace si 230 V e prendendo come riferimento E_1 :

$$\bar{E}_1 = 230 \text{ V} \quad \bar{E}_2 = 230 \text{ V} \angle -120^\circ \quad \bar{E}_3 = 230 \text{ V} \angle -240^\circ$$

In formato cartesiano diventano

$$\bar{E}_1 = 230 \text{ V} \quad \bar{E}_2 = (-115 - j199) \text{ V} \quad \bar{E}_3 = (-115 + j199) \text{ V}$$

Sommando le tre tensioni otteniamo un valore nullo:

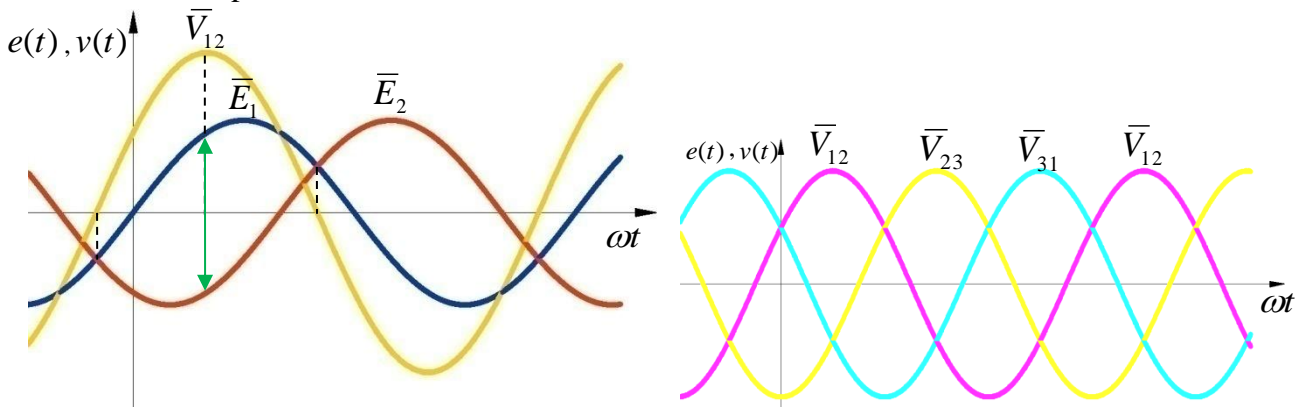
$$\bar{E}_1 + \bar{E}_2 + \bar{E}_3 = (230 - 115 - j199 - 115 + j199) \text{ V} = 0 \text{ V}$$

Le tensioni concatenate V sono date dalla differenza tra due tensioni stellate E:

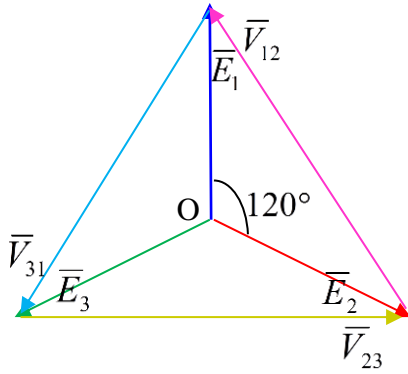
$$\bar{V}_{12} = \bar{E}_1 - \bar{E}_2 \quad \bar{V}_{23} = \bar{E}_2 - \bar{E}_3 \quad \bar{V}_{31} = \bar{E}_3 - \bar{E}_1$$

Di seguito, a sinistra, in giallo vediamo la sinusoide della tensione concatenata $v_{12}(t)$, ottenuta sottraendo punto per punto la sinusoide di $e_2(t)$, sempre in rosso, dalla sinusoide di $e_1(t)$, in blu. Nota che la $v_{12}(t)$ ha fase 30° , e quindi è in anticipo di 30° rispetto a $e_1(t)$; essa assume, inoltre, valori nulli in corrispondenza degli angoli in cui $e_1(t)$ ed $e_2(t)$ assumono lo stesso valore. Il massimo di $v_{12}(t)$ corrisponde, ovviamente, all'angolo al quale la *differenza* (e quindi la *distanza*) tra $e_1(t)$ e $e_2(t)$ è massima (doppia freccia verde).

A destra sono riportate le tre tensioni concatenate.



I fasori delle tensioni concatenate sono quindi date dalla differenza tra i fasori delle corrispondenti tensioni di fase:

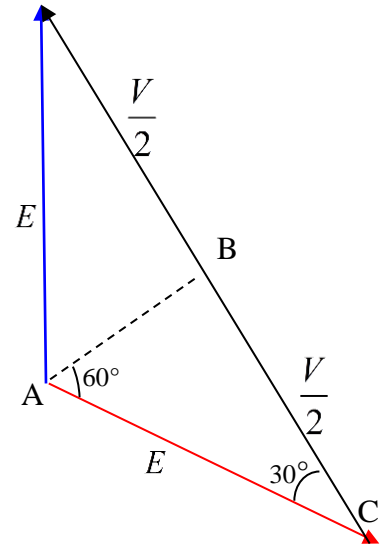


Si può dimostrare che esse hanno valore efficace pari a $\sqrt{3} E$. È sufficiente, a tal fine, considerare il triangolo rappresentato al lato e dividerlo in due triangoli rettangoli, che hanno gli angoli acuti di 30° e 60° . Per le regole di trigonometria, il cateto BC è pari alla ipotenusa AC moltiplicata il coseno dell'angolo adiacente (nel vertice C), che è ampio 30° ; si ottiene, quindi,

$$\frac{V}{2} = E \cos 30^\circ = E \frac{\sqrt{3}}{2}$$

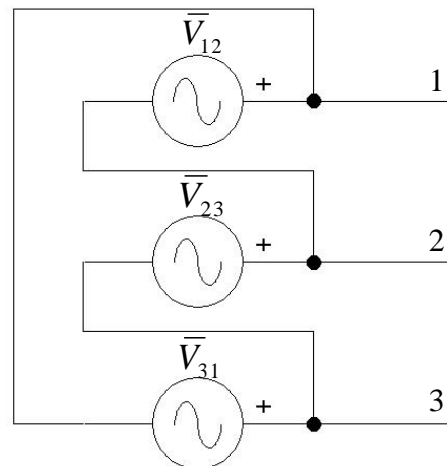
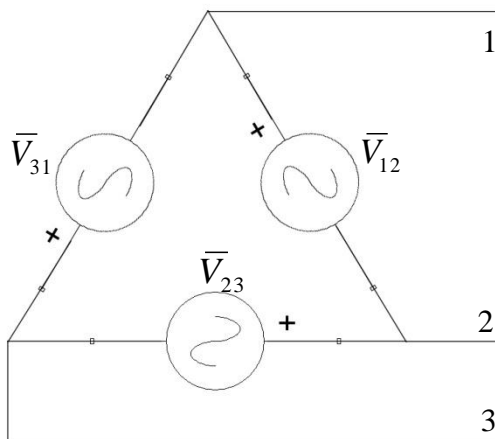
Moltiplicando per 2 ambo i membri, pertanto, si ha

$$V = \sqrt{3}E$$



11.3 Generatore trifase con collegamento a triangolo

Un altro modo per ottenere una terna di tensioni simmetriche consiste nel collegare a triangolo tre generatori monofase di stesso valore efficace e frequenza, con tensioni sfasate l'una rispetto all'altra sempre di 120° . In figura vediamo due modi equivalenti di rappresentare lo stesso circuito:



Notiamo che in questo caso le *tensioni concatenate* coincidono con le *tensioni dei generatori*.

In una configurazione di questo tipo, dal momento che l'unica resistenza lungo il triangolo è data dalla resistenza interna dei generatori, molto piccola, basta un minimo squilibrio delle tensioni per provocare una forte sovracorrente all'interno del triangolo.

11.4 Carichi trifase ed equivalenza dei collegamenti a stella e a triangolo

Il carico trifase può essere rappresentato con tre impedenze, che possono essere collegate, come i generatori, a stella o a triangolo.

Esso si dice **equilibrato** se è composto da tre impedenze tra loro identiche; si dice **sbilibrato** in caso contrario.

Analogamente a quanto accade nei circuiti resistivi con stelle e triangoli, studiati al terzo anno, si può dimostrare che un carico a triangolo può essere sostituito da un carico a stella equivalente, e viceversa. Nel caso di carichi equilibrati, per trasformare un triangolo in una stella è sufficiente dividere per 3 il valore dell'impedenza:

$$\dot{z}_\lambda = \frac{\dot{z}_\Delta}{3}$$

Per trasformare una stella in un triangolo, bisogna moltiplicare per 3 l'impedenza della stella:

$$\dot{z}_\Delta = 3\dot{z}_\lambda$$

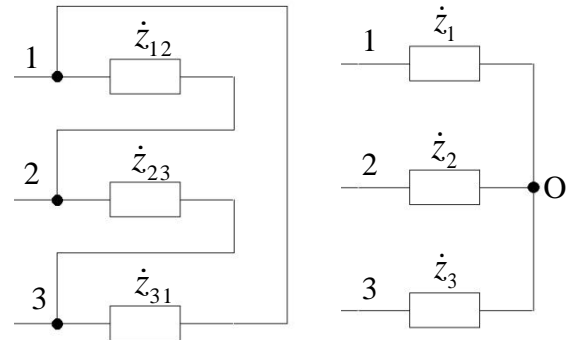
Nel caso di carichi sbilibrati le formule sono più complicate. Trasformazione *triangolo-stella*:

$$\dot{z}_A = \frac{\dot{z}_{AB}\dot{z}_{AC}}{\dot{z}_{AB} + \dot{z}_{AC} + \dot{z}_{BC}}; \dot{z}_B = \frac{\dot{z}_{AB}\dot{z}_{BC}}{\dot{z}_{AB} + \dot{z}_{AC} + \dot{z}_{BC}}; \dot{z}_C = \frac{\dot{z}_{AC}\dot{z}_{BC}}{\dot{z}_{AB} + \dot{z}_{AC} + \dot{z}_{BC}}$$

Trasformazione *stella-triangolo*:

$$\dot{z}_{AB} = \frac{\dot{z}_A\dot{z}_B + \dot{z}_A\dot{z}_C + \dot{z}_B\dot{z}_C}{\dot{z}_C}; \dot{z}_{AC} = \frac{\dot{z}_A\dot{z}_B + \dot{z}_A\dot{z}_C + \dot{z}_B\dot{z}_C}{\dot{z}_B}; \dot{z}_{BC} = \frac{\dot{z}_A\dot{z}_B + \dot{z}_A\dot{z}_C + \dot{z}_B\dot{z}_C}{\dot{z}_A}$$

Si rinvia alle dispense del terzo anno per esempi nei circuiti resistivi.



11.5 Equivalenza tra connessioni dei generatori a stella e a triangolo

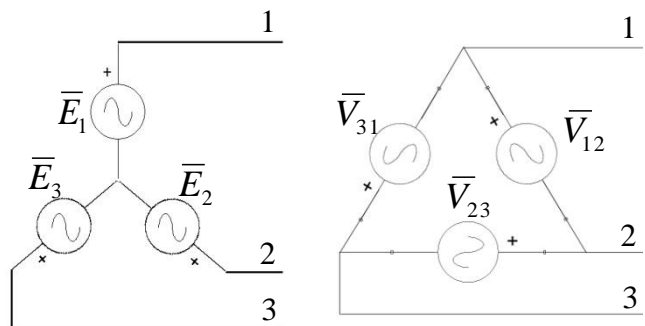
Anche la connessione dei generatori può essere modificata, lasciando le grandezze elettriche sulla parte restante del circuito invariate.

Per trasformare il collegamento di una terna di generatori da stella a triangolo è sufficiente moltiplicare per $\sqrt{3}$ le tensioni stellate, mantenendo lo sfasamento di 120° :

$$V = \sqrt{3}E$$

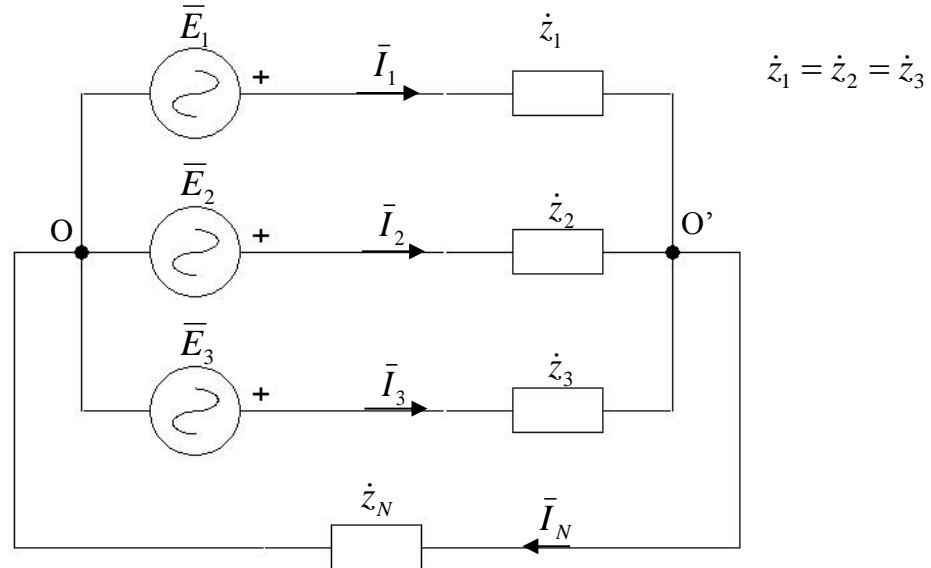
In maniera analoga, per trasformare una stella di generatori in un triangolo, basta dividere la tensione concatenata per $\sqrt{3}$:

$$E = \frac{V}{\sqrt{3}}$$



11.6 Circuito trifase simmetrico ed equilibrato, con generatore e carico collegati a stella

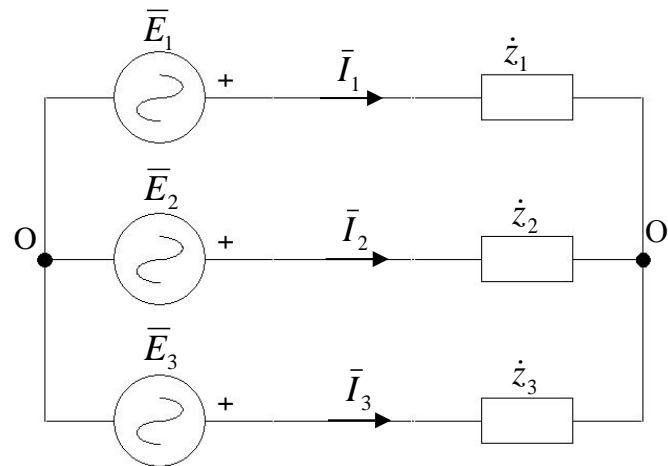
Collegiamo un generatore trifase simmetrico, collegato a stella, a un carico a stella equilibrato, cioè composto da tre impedenze tra loro identiche. Il conduttore di neutro collega i due centri stella tramite l'impedenza del conduttore \dot{z}_N . Si parla, in questo caso, di trasmissione trifase a quattro fili.



Si può verificare che le correnti di linea sono uguali tra loro in valore efficace e sfasate l'una rispetto all'altra di 120° . Sono pertanto una terna simmetrica. Per la *legge di Kirchhoff delle correnti* applicata a uno dei centri stella, la corrente di neutro è la loro somma, e pertanto è nulla:

$$\bar{I}_N = \bar{I}_1 + \bar{I}_2 + \bar{I}_3 = 0$$

I due centri stella sono, quindi, allo stesso potenziale, poiché $\bar{V}_{O'O} = \bar{z}_N \bar{I}_N = 0$. Il conduttore di neutro, percorso da corrente nulla, si rivela inutile e può essere eliminato, avendo così una trasmissione trifase a tre fili:

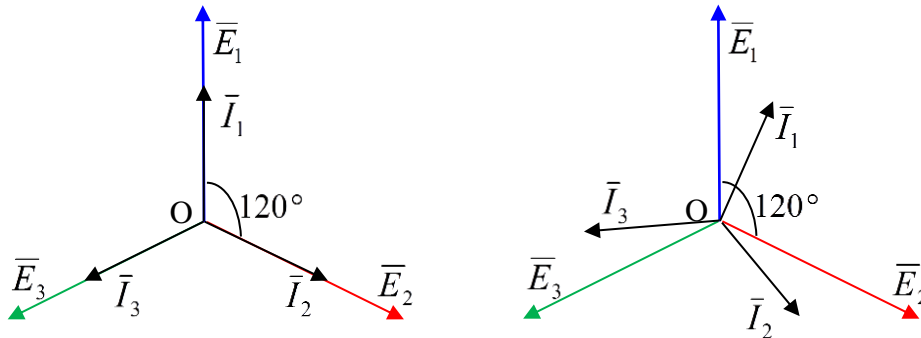


Si verifica che i due centri stella sono ancora equipotenziali. La tensione ai capi di ciascuna impedenza, pertanto, è pari alla tensione del generatore collegato in serie ad essa. Per calcolare le *correnti di linea*, che in questo caso coincidono con le *correnti erogate dai generatori* e con le *correnti nei carichi*, quindi, è sufficiente quindi utilizzare le formule seguenti:

$$\bar{I}_1 = \frac{\bar{E}_1}{\dot{z}_1}; \quad \bar{I}_2 = \frac{\bar{E}_2}{\dot{z}_2}; \quad \bar{I}_3 = \frac{\bar{E}_3}{\dot{z}_3}$$

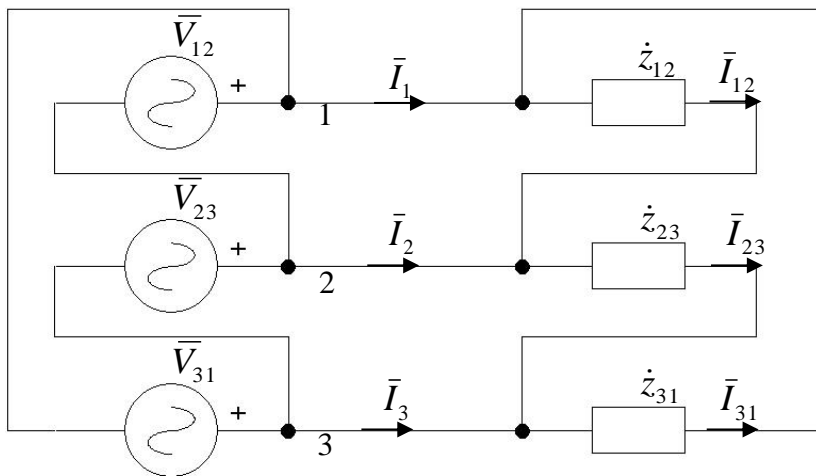
Si precisa che questo circuito, come pure i seguenti più complessi, anche con carico squilibrato, possono essere risolti anche utilizzando il *metodo delle maglie*; in questo caso ci sono due maglie indipendenti, e si dovrebbe risolvere un sistema di due equazioni in due incognite coi numeri complessi.

Si riportano sotto i diagrammi fasoriali di tensioni e correnti nel caso di carico *puramente resistivo* e, a destra, *ohmico-induttivo*.



11.7 Circuito trifase simmetrico ed equilibrato, con generatore e carico collegati a triangolo

Consideriamo il circuito seguente, avente generatori e carico collegati a triangolo. Il conduttore di neutro non può esserci, poiché non ci sono centri stella. Per le tensioni dei generatori usiamo la lettera V, poiché si tratta di tensioni concatenate.



Ai capi di ciascuna impedenza del carico c'è la tensione del generatore omologa. Le correnti nel carico pertanto possono essere calcolate con le seguenti formule:

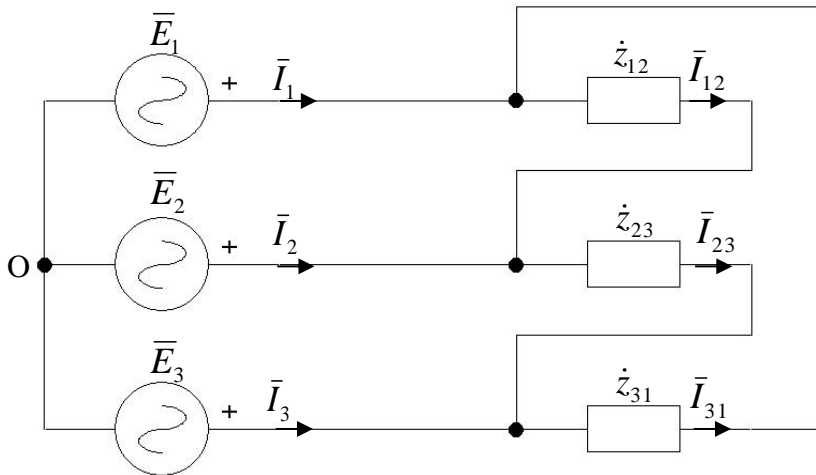
$$\bar{I}_{12} = \frac{\bar{V}_{12}}{\dot{z}_{12}} \quad \bar{I}_{23} = \frac{\bar{V}_{23}}{\dot{z}_{23}} \quad \bar{I}_{31} = \frac{\bar{V}_{31}}{\dot{z}_{31}}$$

Le correnti di linea possono essere ricavate applicando la *legge di Kirchhoff delle correnti* a ciascun nodo del carico:

$$\bar{I}_1 = \bar{I}_{12} - \bar{I}_{31} \quad \bar{I}_2 = \bar{I}_{23} - \bar{I}_{12} \quad \bar{I}_3 = \bar{I}_{31} - \bar{I}_{23}$$

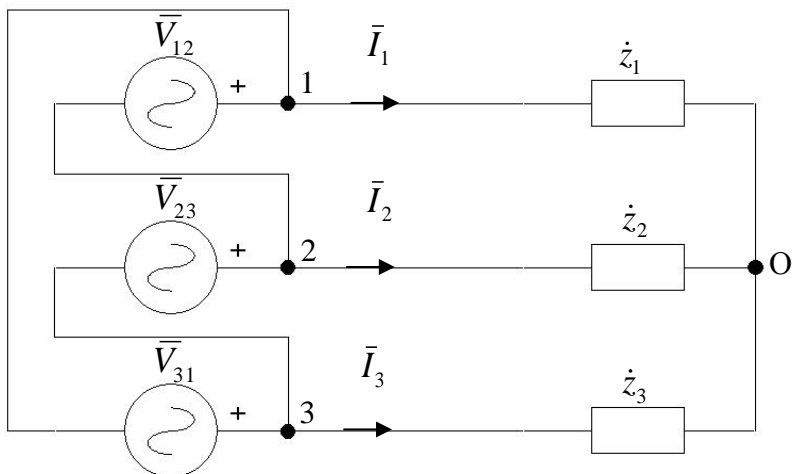
11.8 Circuito trifase simmetrico ed equilibrato, con generatore collegato a stella e carico a triangolo

Collegiamo un generatore trifase simmetrico, con connessione a stella, a un carico a triangolo equilibrato. Il conduttore di neutro non può esserci, poiché esiste un unico centro stella. Il calcolo delle correnti di linea, che coincidono con le correnti erogate dai generatori, può essere effettuato trasformando la stella di generatori in triangolo o il triangolo di impedenze in stella. Ricadiamo così nei casi già esaminati.



11.9 Circuito trifase simmetrico ed equilibrato, con generatore collegato a triangolo e carico a stella

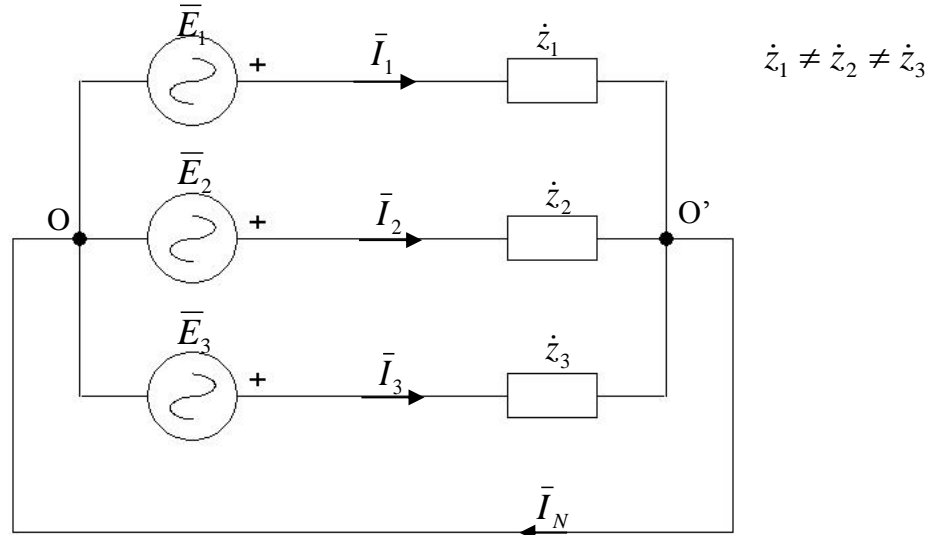
Anche in questo caso il calcolo delle correnti di linea, che coincidono con le correnti nel carico, può essere effettuato trasformando la stella di generatori in triangolo o il triangolo di impedenze in stella, per ricadere nei casi già esaminati.



11.10 Circuito trifase simmetrico e squilibrato, con generatore e carico collegati a stella

11.10.1 Circuito con conduttore di neutro

Collegiamo un generatore trifase simmetrico, collegato a stella, a un carico a stella equilibrato, cioè composto da tre impedenze non uguali tra loro. Il conduttore di neutro collega i due centri stella tramite una impedenza nulla.



Si può verificare che in generale le correnti di linea non sono uguali tra loro. Non sono pertanto una terna simmetrica. Per la *legge di Kirchhoff delle correnti* applicata a uno dei centri stella, la corrente di neutro è la loro somma, e pertanto è non nulla:

$$\bar{I}_N = \bar{I}_1 + \bar{I}_2 + \bar{I}_3 \neq 0$$

Se supponiamo che il conduttore di neutro sia di impedenza nulla, i due centri stella sono allo stesso potenziale. Per calcolare le *correnti di linea*, possiamo quindi utilizzare le stesse formule usate nella configurazione *stella-stella* con carico equilibrato:

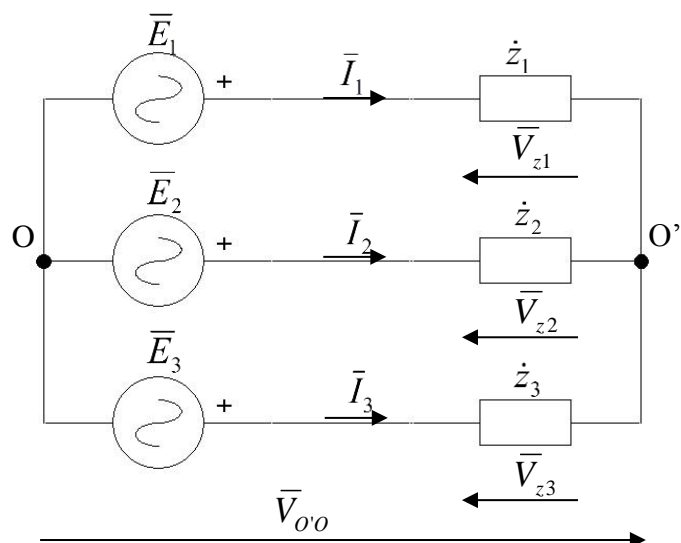
$$\bar{I}_1 = \frac{\bar{E}_1}{\dot{z}_1}; \bar{I}_2 = \frac{\bar{E}_2}{\dot{z}_2}; \bar{I}_3 = \frac{\bar{E}_3}{\dot{z}_3}$$

11.10.2 Circuito senza conduttore di neutro

In questo caso, in generale, i centri stella non sono allo stesso potenziale. È possibile quindi calcolare la tensione tra i due centri stella, $\bar{V}_{O'O}$, utilizzando il teorema di Millman:

$$\bar{V}_{O'O} = \frac{\frac{\bar{E}_1}{\dot{z}_1} + \frac{\bar{E}_2}{\dot{z}_2} + \frac{\bar{E}_3}{\dot{z}_3}}{\frac{1}{\dot{z}_1} + \frac{1}{\dot{z}_2} + \frac{1}{\dot{z}_3}}$$

Si può calcolare quindi la tensione ai capi dell'impedenza \dot{z}_1 applicando la *legge di Kirchhoff delle tensioni*: $\bar{V}_{O'O} = \bar{E}_1 - \bar{V}_{z1}$, da

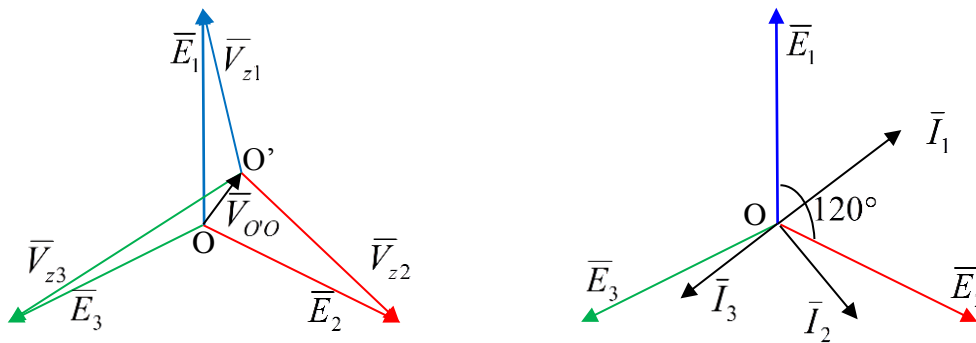


cui $\bar{V}_{z1} = \bar{E}_1 - \bar{V}_{O'O}$.

Le correnti di linea, quindi, saranno date da

$$\bar{I}_1 = \frac{\bar{V}_{z1}}{\dot{z}_1} = \frac{\bar{E}_1 - \bar{V}_{O'O}}{\dot{z}_1}; \quad \bar{I}_2 = \frac{\bar{V}_{z2}}{\dot{z}_2} = \frac{\bar{E}_2 - \bar{V}_{O'O}}{\dot{z}_2}; \quad \bar{I}_3 = \frac{\bar{V}_{z3}}{\dot{z}_3} = \frac{\bar{E}_3 - \bar{V}_{O'O}}{\dot{z}_3}$$

Sul diagramma fasoriale delle tensioni è possibile visualizzare la tensione $\bar{V}_{O'O}$, che dà origine al cosiddetto **spostamento del centro stella** del carico (O') rispetto al centro stella del generatore (O); come si vede dal diagramma, la somma tra caduta di tensione sulla impedenza \bar{V}_{z1} e la $\bar{V}_{O'O}$ equivale alla tensione sul generatore \bar{E}_1 . Accanto è riportato il diagramma di tensione e correnti; si noti che le correnti hanno valori efficaci diversi tra loro e non sono sfasate l'una rispetto all'altra di 120° .



11.11 Gli altri casi di circuito trifase simmetrico ed squilibrato

Nel caso non ci sia il neutro, quindi nelle configurazioni in cui almeno uno tra generatore e carico sia collegato a triangolo, valgono sempre le formule già viste per il caso del carico equilibrato o quella dello squilibrato stella-stella senza neutro, dopo opportune trasformazioni:

configurazione triangolo-stella: dopo aver trasformato il generatore in una stella, ricadiamo nel caso visto prima (configurazione stella-stella squilibrato senza neutro);

configurazione triangolo-triangolo: analogo al caso equilibrato;

configurazione stella-triangolo: trasformando il generatore in triangolo, ricadiamo nel caso precedente.

Ovviamente, a parte i casi particolari, le correnti non saranno più uguali in valore efficace, né sfasate l'una rispetto all'altra di 120° .

11.12 Potenze in regime trifase in sistemi simmetrici ed equilibrati

La potenza attiva trasferita dal carico al generatore è la somma delle tre potenze, ognuna relativa a ogni fase. Pertanto, in un sistema simmetrico in configurazione *stella-stella*, essa è pari al triplo della tensione del generatore, moltiplicata la corrente di linea e il fattore di potenza:

$$P = 3EI \cos \varphi$$

Dal momento che $E = \frac{V}{\sqrt{3}}$, tale formula diventa $P = \sqrt{3}VI \cos \varphi$.

Si può dimostrare che queste formule valgono sempre, con generatore e carico collegati, cioè, a stella o a triangolo.

In maniera analoga, la potenza reattiva sarà $Q = \pm 3EI \sin|\varphi|$, oppure $Q = \pm \sqrt{3}VI \sin|\varphi|$.

La potenza apparente è $S = 3EI$, oppure $S = \sqrt{3}VI$.

Il *fattore di potenza totale* coincide col fattore di potenza di ogni fase, ed è dato da $\cos \varphi_T = \frac{P}{S}$.

11.13 Potenze in regime trifase in sistemi simmetrici e squilibrati

Nel caso di sistemi squilibrati, è necessario calcolare la potenza associata a ciascuna fase e sommare le tre potenze ottenute.

11.13.1 Carico a stella con neutro

Di seguito le espressioni di potenza attiva e reattiva, in cui figurano le tensioni simmetriche dei generatori, le correnti, squilibrate, e gli sfasamenti tra correnti e tensioni, diversi fra loro:

$$P = EI_1 \cos \varphi_1 + EI_2 \cos \varphi_2 + EI_3 \cos \varphi_3$$

$$Q = EI_1 \sin \varphi_1 + EI_2 \sin \varphi_2 + EI_3 \sin \varphi_3$$

Possono anche essere calcolate a partire dai valori di resistenze, reattanze e correnti su ogni linea:

$$P = R_1 I_1^2 + R_2 I_2^2 + R_3 I_3^2$$

$$Q = X_1 I_1^2 + X_2 I_2^2 + X_3 I_3^2$$

È conveniente calcolare la potenza apparente a partire da P e Q:

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2}$$

11.13.2 Carico a stella senza neutro

In questo caso, conoscendo tensioni sul carico, diverse tra loro, e le fasi tra correnti e tensioni sul carico, scriviamo:

$$P = V_{z1} I_1 \cos \varphi_1 + V_{z2} I_2 \cos \varphi_2 + V_{z3} I_3 \cos \varphi_3$$

$$Q = V_{z1} I_1 \sin \varphi_1 + V_{z2} I_2 \sin \varphi_2 + V_{z3} I_3 \sin \varphi_3$$

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2}$$

11.13.3 Carico a triangolo

Nel collegamento a triangolo, le tensioni sui carichi sono simmetriche, perché imposte dai generatori; per questo motivo è più vantaggioso del collegamento del carico a stella. Nel collegamento a stella, infatti, in caso di carico squilibrato, le tensioni ai capi di ciascun carico non sono simmetriche, pur essendovi una terna simmetrica di generatori. Analogamente al caso precedente, quindi, conoscendo tensioni sul carico e le fasi tra correnti e tensioni sul carico, abbiamo:

$$P = VI_{12} \cos \varphi_{12} + VI_{23} \cos \varphi_{23} + VI_{31} \cos \varphi_{31}$$

$$Q = VI_{12} \sin \varphi_{12} + VI_{23} \sin \varphi_{23} + VI_{31} \sin \varphi_{31}$$

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2}$$

Le potenze attiva e reattiva possono anche essere calcolate a partire dai valori di resistenze, reattanze e correnti del carico:

$$P = R_{12}I_{12}^2 + R_{23}I_{23}^2 + R_{31}I_{31}^2$$

$$Q = X_{12}I_{12}^2 + X_{23}I_{23}^2 + X_{31}I_{31}^2$$

È possibile considerare il *fattore di potenza totale*, dato da $\cos \varphi_T = \frac{P}{S}$, che comunque non ha relazioni con i fattori di potenza di ciascuna fase.

11.14 Misurazione delle potenze nei sistemi trifase

11.14.1 Misura di potenza attiva su linea trifase con neutro (4 fili)

La potenza attiva su un sistema a quattro fili è possibile tramite una inserzione di tre wattmetri con riferimento sul neutro.

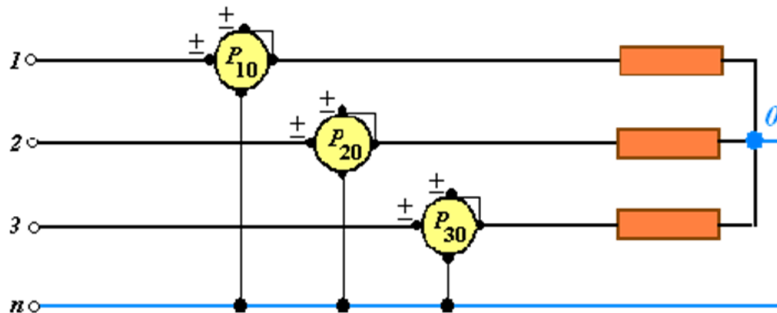


Figura 9.1.
Misura di
potenza attiva
su una linea
trifase a 4 fili

La potenza attiva totale è quindi la somma delle tre potenze misurate:

$$P = P_{10} + P_{20} + P_{30}$$

11.14.2 Misura di potenza attiva con l'inserzione Aron

L'inserzione della figura seguente è detta *inserzione Aron*, dal nome dell'ingegnere tedesco che la brevettò nel 1891 e che è attuale ancora oggi. Per la misura della potenza attiva totale in un sistema a tre fili sono sufficienti due wattmetri, se si sceglie su uno qualsiasi dei fili il potenziale comune di riferimento per gli equipaggi voltmetrici (fig. 11.2).

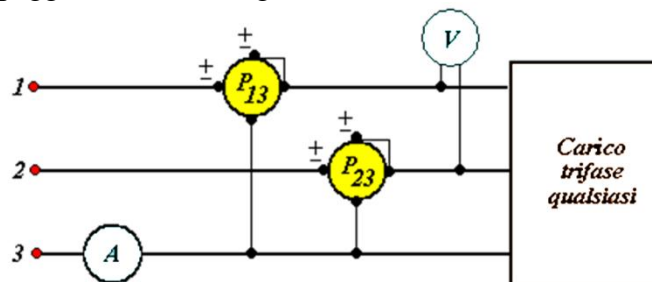


Figura 9.2.
Schema circuitale
relativo alla
inserzione Aron

La potenza è data dalla *somma algebrica* delle due potenze misurate dai wattmetri:

$$P = P_{13} + P_{23}$$

Si parla di somma algebrica, infatti, perché *le potenze misurate hanno un segno*. Si può dimostrare che, nel caso di carico equilibrato, se lo sfasamento tra corrente e tensione di fase supera i 60° , le due letture hanno segni discordi. Notiamo, infatti, che il wattmetro P_{23} misura la corrente nella fase 2, ma non la tensione stellata E_2 , bensì la tensione concatenata V_{23} , che è sfasata 30° in anticipo rispetto a E_2 (vedi il diagramma fasoriale di fig. 11.3); l'espressione della potenza misurata, quindi, sarà

$$P_{23} = V_{23} I_2 \cos(\varphi_2 + 30^\circ)$$

che, nel caso di un sistema simmetrico ed equilibrato, diventa $P_{23} = VI \cos(\varphi_2 + 30^\circ)$. In maniera analoga si dimostra che $P_{12} = VI \cos(\varphi_2 - 30^\circ)$.

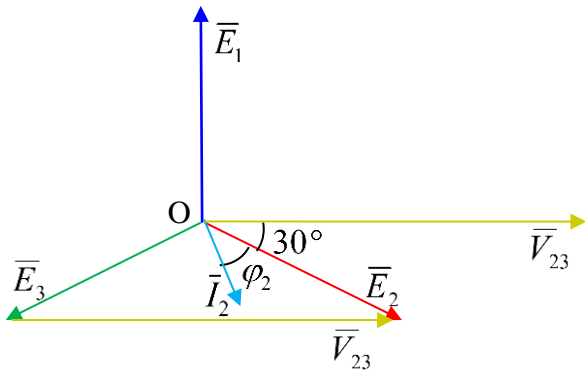


Figura 9.3. Diagramma fasoriale relativo alle grandezze elettriche misurate dal wattmetro P_{23} della figura 9.2

Per uno sfasamento $\varphi_2 > 60^\circ$, pertanto, nell'espressione della potenza P_{23} ci sarebbe il coseno di un angolo compreso tra 90° e 120° , di valore quindi negativo; la potenza P_{23} , allora, sarebbe negativa. Per esercizio puoi disegnare il diagramma fasoriale relativo al wattmetro P_{12} e l'espressione della potenza misurata.

Durante la misura, quindi, se uno dei due wattmetri segna una potenza nulla, bisogna *invertire i morsetti della bobina voltmetrica*, leggere il valore misurato e considerarlo *negativo*. Il valore misurato può restare nullo, nonostante l'inversione dei morsetti: in quel caso la potenza relativa a quel wattmetro è proprio nulla; ciò può accadere nel caso di sfasamento di 60° tra corrente e tensione di fase, che produce uno sfasamento tra tensione e corrente misurate dal wattmetro (nel nostro caso tra V_{23} e I_2) di 90° e pertanto il coseno è nullo (vedi diagramma fasoriale di fig. 11.4):

$$P_{23} = V_{23} I_2 \cos(60^\circ + 30^\circ) = V_{23} I_2 \cos(90^\circ) = V_{23} I_2 \cdot 0 = 0$$

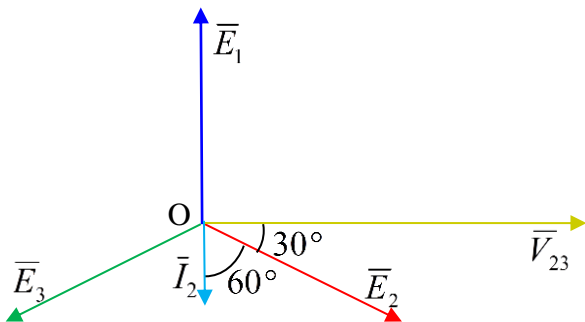


Figura 9.4. Diagramma fasoriale relativo alle grandezze elettriche misurate dal wattmetro P_{23} nel caso di $P_{23}=0$ (sfasamento tra V_{23} e I_2 pari a 90°)

Nella figura 11.5 sono riportate le inserzioni possibili di Aron, fra loro equivalenti. Basta, infatti, a parità di senso ciclico delle fasi, permutare ciclicamente gli indici, da 1 a 2, da 2 a 3, da 3 a 1. Si chiama *wattmetro di ponte maggiore* quello la cui bobina voltmetrica abbraccia fasi a distanza maggiore, e cioè P_{13} nel primo caso, P_{21} nel secondo e P_{32} nel terzo. Le espressioni delle potenze attive nei tre casi sono rispettivamente $P = P_{13} + P_{23}$, $P = P_{21} + P_{31}$, $P = P_{12} + P_{32}$.

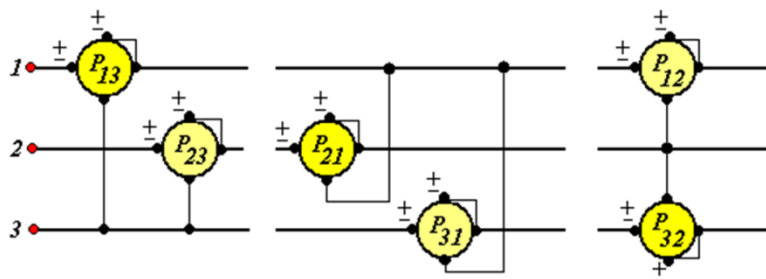


Figura 9.5. Inserzioni Aron equivalenti e espressioni della potenza (somma algebrica delle potenze misurate)

11.14.3 Misura di potenza reattiva con l'inserzione Aron

Nel caso di *sistemi simmetrici ed equilibrati* l'inserzione Aron permette di misurare anche la **potenza reattiva**. Riferendoci alle inserzioni Aron della figura 11.5, le espressioni sono le seguenti:

$$Q = \sqrt{3}(P_{13} - P_{23}); \quad Q = \sqrt{3}(P_{21} - P_{31}); \quad Q = \sqrt{3}(P_{32} - P_{12}).$$

Per avere la potenza reattiva col giusto segno algebrico, il primo termine della sottrazione (il minuendo) deve essere la potenza letta sul *wattmetro di ponte maggiore* (P_{13}, P_{21}, P_{32}).

11.14.4 Sistemi simmetrici e carichi squilibrati (con tre fili o con 3 fili + neutro)

La misurazione della potenza reattiva nei sistemi trifase con carichi squilibrati è più complicata rispetto alla misura di potenza attiva, che si svolge sempre con inserzione Aron.

Tre wattmetri in quadratura (fig. 11.6). Questa inserzione consente di misurare la **potenza reattiva** totale anche in un *sistema squilibrato con neutro*.

$$Q = \frac{A+B+C}{\sqrt{3}}$$

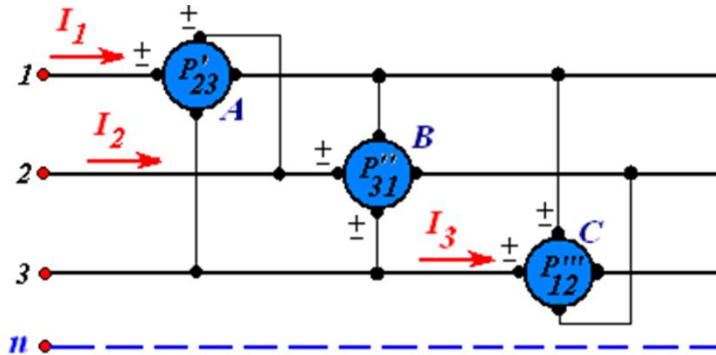


Figura 9.6.
Wattmetri in quadratura

Inserzione Righi per sistemi simmetrici trifase (senza neutro) e carichi squilibrati (fig. 11.7). Rispetto all'inserzione dei tre wattmetri in quadratura, l'inserzione Righi non si può impiegare per la misura di Q su linee con neutro, però consente la valutazione della potenza attiva totale P (per questo caso equivale all'*inserzione Aron*, come si vede dallo schema circuitale di fig. 11.7).

$$P = A + B \quad Q = \frac{A - B + 2C}{\sqrt{3}}$$

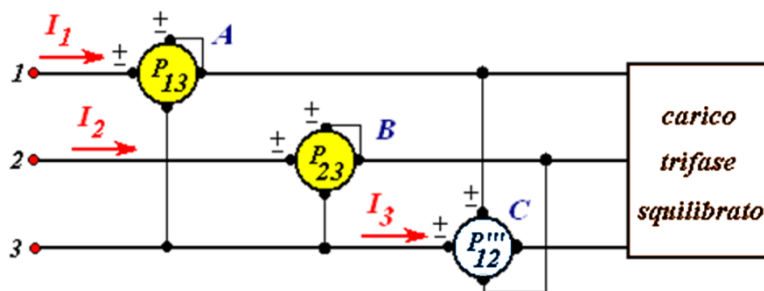


Figura 9.7.
Inserzione Righi

11.15 Esercizi svolti

1. Calcola le correnti di linea in un sistema trifase simmetrico ed equilibrato in configurazione *stella-stella*, avente tensione dei generatori di 230 V e impedenze $\dot{z} = (30 + j20)\Omega$. Calcola inoltre le potenze associate al carico e il fattore di potenza e disegna il diagramma fasoriale.

Soluzione. Dal momento che i centri stella sono equipotenziali, la corrente I_1 può essere calcolata in questo modo:

$$\bar{I}_1 = \frac{\bar{E}_1}{\dot{z}_1} = \frac{230}{30 + j20} \text{ A} = 6,38 \text{ A} \angle -33,7^\circ$$

Non c'è bisogno effettuare calcolare per le altre correnti, che avranno stesso valore efficace e sfasamento di 120° :

$$\bar{I}_2 = 6,38 \text{ A} \angle -153,7^\circ; \bar{I}_3 = 6,38 \text{ A} \angle -273,7^\circ$$

Le potenze:

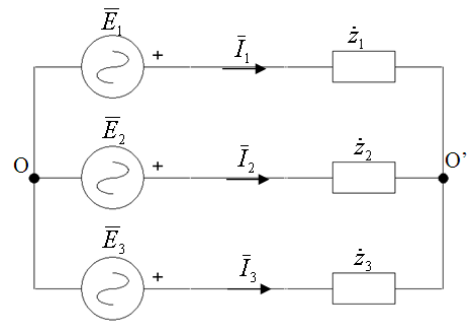
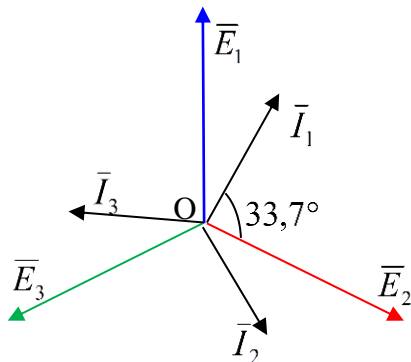
$$P = 3EI \cos \varphi = 3 \cdot 230 \cdot 6,38 \cdot \cos(-33,7) \text{ W} = 3662 \text{ W}$$

$$Q = +3EI \sin|\varphi| = -3 \cdot 230 \cdot 6,38 \cdot \sin(33,7) \text{ VAr} = 2443 \text{ VAr}$$

$$S = 3EI = 3 \cdot 230 \cdot 6,38 \text{ VA} = 4402 \text{ VA}$$

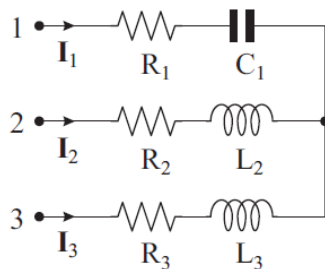
Il fattore di potenza totale è $\cos \varphi_T = \frac{P}{S} = \frac{3662}{4402} = 0,83$.

Il diagramma fasoriale è il seguente:



2. Il sistema è alimentato da una terna diretta simmetrica di tensioni avente valore efficace di 400V. Determinare le correnti di linea.

Dati: $R_1=1 \Omega$; $X_{C1}=3 \Omega$; $R_2=3 \Omega$; $X_{L2}=1 \Omega$; $R_3=1 \Omega$; $X_{L3}=2 \Omega$; $V=400 \text{ V}$.



Soluzione. Il sistema è squilibrato, con carico collegato a stella, senza conduttore di neutro. Per calcolare le correnti nel carico, trasformiamo il generatore in una stella, ottenendo le tre tensioni stella-sfascate l'un l'altra di 120° , di valore efficace $E=230 \text{ V}$.

Applicando il teorema di Millman, calcoliamo la differenza di potenziale tra i due centri stella:

$$\bar{V}_{o'o} = \frac{\frac{\bar{E}_1}{\dot{z}_1} + \frac{\bar{E}_2}{\dot{z}_2} + \frac{\bar{E}_3}{\dot{z}_3}}{\frac{1}{\dot{z}_1} + \frac{1}{\dot{z}_2} + \frac{1}{\dot{z}_3}} = \frac{\frac{230}{1-j3} + \frac{-115-j199}{3+j} + \frac{-115+j199}{1+j2}}{\frac{1}{1-j3} + \frac{1}{3+j} + \frac{1}{1+j2}} \text{ V} = (-15,5 + j172,5) \text{ V}$$

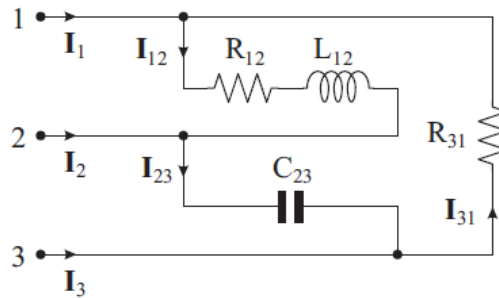
Le correnti di linea e del carico:

$$\bar{I}_1 = \frac{\bar{V}_{z1}}{\dot{z}_1} = \frac{\bar{E}_1 - \bar{V}_{o'o}}{\dot{z}_1} = \frac{230 + 15,5 - j172,5}{1-j3} \text{ A} = 94,9 \text{ A} \angle 36,5^\circ$$

$$\bar{I}_2 = \frac{\bar{V}_{z2}}{\dot{z}_2} = \frac{\bar{E}_2 - \bar{V}_{o'o}}{\dot{z}_2} = \frac{-115 - j199 + 15,5 - j172,5}{3+j} \text{ A} = 121 \text{ A} \angle -33,4^\circ$$

$$\bar{I}_3 = \frac{\bar{V}_{z3}}{\dot{z}_3} = \frac{\bar{E}_3 - \bar{V}_{o'o}}{\dot{z}_3} = \frac{-115 + j199 + 15,5 - j172,5}{1+j2} \text{ A} = 46 \text{ A} \angle 131^\circ$$

3. Il carico è alimentato da una terna diretta simmetrica di tensioni concatenate di valore efficace di 400 V. Assumendo nulla la fase di V_{12} , determina i fasori delle correnti di fase e delle correnti di linea, le potenze attiva, reattiva e apparente assorbite dal carico e il fattore di potenza totale. Dati: $R_{12}=5 \Omega$; $X_{L12} = 5 \Omega$; $X_{C23}=5 \Omega$; $R_{31} = 5 \Omega$; $V=400 \text{ V}$



Risultati: $\bar{I}_{12} = \frac{\bar{V}_{12}}{\dot{z}_{12}} = \frac{\bar{V}_{12}}{R_{12} + jX_{L12}} = (40 + j40) \text{ A} = 56,6 \text{ A} \angle -45^\circ$

$$\bar{I}_{23} = \frac{\bar{V}_{23}}{\dot{z}_{23}} = \frac{\bar{V}_{23}}{-jX_{C23}} = \frac{400 \angle -120^\circ}{-j5} \text{ A} = (69 - j40) \text{ A} = 80 \text{ A} \angle -30^\circ$$

$$\bar{I}_{31} = \frac{\bar{V}_{31}}{R_{31}} = \frac{400 \angle 120^\circ}{5} \text{ A} = (-40 + j69) \text{ A} = 80 \text{ A} \angle 120^\circ$$

Per calcolare le potenze, potremmo usare la formula $P = V_{12} I_{12} \cos \varphi_{12} + V_{23} I_{23} \cos \varphi_{23} + V_{31} I_{31} \cos \varphi_{31}$ e quella relativa alla Q, o calcolare la potenza attiva a partire dalle resistenze e quella reattiva dalle induttanze e dalle capacità:

$$P = R_{12} I_{12}^2 + R_{31} I_{31}^2 = 5 \cdot 56,6^2 + 5 \cdot 80^2 \text{ kW} = 48 \text{ kW}$$

$$Q = X_{L12} I_{12}^2 - X_{C23} I_{23}^2 = 5 \cdot 56,6^2 - 5 \cdot 80^2 \text{ kVAr} = -16 \text{ kVAr}$$

Come sappiamo, nei sistemi trifase squilibrati non è possibile calcolare la potenza apparente sommando le potenze apparenti associate a ciascuna fase; è necessario, invece, calcolarla a partire da potenza attiva e reattiva: $S = \sqrt{P^2 + Q^2} = \sqrt{48^2 + 16^2} = 50,6 \text{ kVA}$.

Il fattore di potenza totale vale $\cos \varphi_T = \frac{P}{S} = \frac{48}{50,6} = 0,95$.

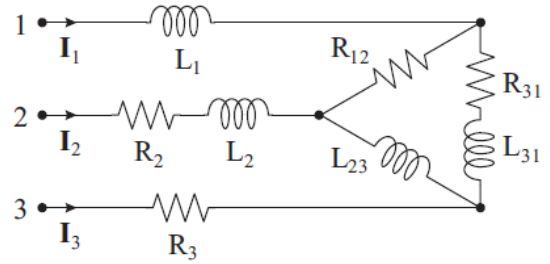
11.16 Esercizi da svolgere

1. Il carico trifase è alimentato mediante tre generatori collegati a stella le cui tensioni costituiscono una terna diretta simmetrica con valore efficace di 220V. Assumendo nulla la fase di E_1 , determinare i fasori delle correnti di linea e la potenza attiva e reattiva assorbita dal carico.

Dati: $X_{L1} = 10 \Omega$; $R_2 = 5 \Omega$; $X_{L2} = 5 \Omega$; $R_3 = 10 \Omega$; $R_{12} = 20 \Omega$; $X_{L23} = 20 \Omega$; $R_{31} = 20 \Omega$; $X_{L31} = 20 \Omega$; $E=220 \text{ V}$

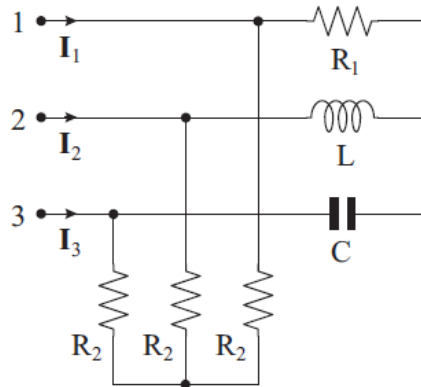
Risultati: $\bar{I}_1 = (11 - j11) \text{ A}$; $\bar{I}_2 = (-15 - j4) \text{ A}$;

$\bar{I}_3 = (4 + j15) \text{ A}$; $P = 7240 \text{ W}$; $Q = 7240 \text{ VAR}$



2. Il carico è alimentato da una terna diretta simmetrica di tensioni avente valore efficace di 400 V. Assumendo nulla la fase di V_{12} , determinare i fasori delle correnti di linea e la potenza attiva e reattiva assorbita dal carico.

Dati: $R_1 = 5 \Omega$; $X_C = 5 \Omega$; $X_L = 5 \Omega$; $R_2 = 5 \Omega$; $V = 400 \text{ V}$



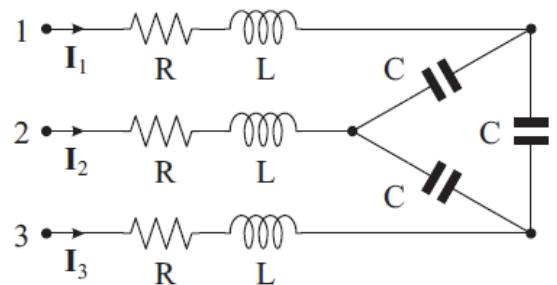
Risultati: $\bar{I}_1 = (109 + j63) \text{ A}$; $\bar{I}_2 = (-80 - j12) \text{ A}$; $\bar{I}_3 = (-29 + j75) \text{ A}$; $P = 63,7 \text{ kW}$; $Q = 0 \text{ VAR}$

3. Il carico è alimentato da una terna diretta simmetrica di tensioni avente valore efficace di 400 V. Assumendo nulla la fase di V_{12} , determinare i fasori delle correnti di linea e tracciare il diagramma fasoriale.

Dati: $R_1 = 5 \Omega$; $X_L = 5 \Omega$; $X_C = 30 \Omega$; $V = 400 \text{ V}$

Risultati: $\bar{I}_1 = (31,5 + j8,5) \text{ A}$;

$\bar{I}_2 = (-8,5 - j31,5) \text{ A}$; $\bar{I}_3 = (-23 + j23) \text{ A}$



Domande di riepilogo sulla parte prima

1. Dai la definizione di nodo, ramo e maglia.
2. Enuncia la legge di Ohm, tenendo conto della convenzione dell'utilizzatore.
3. Enuncia le due leggi di Kirchhoff.
4. Quando due bipoli si dicono in serie? Quando in parallelo?
5. Scrivi le formule per calcolare serie e parallelo tra due resistenze.
6. Come si calcola la potenza elettrica assorbita da un bipolo?
7. Come si calcola l'energia elettrica, conoscendo la potenza?
8. Enuncia il teorema di Millman.
9. Descrivi il metodo di sovrapposizione degli effetti.
10. Descrivi il metodo delle maglie.
11. Definizione di componente continua. Perché assume quel nome?
12. Definizione di valore efficace. Quanto valgono valore efficace e valore massimo nella tensione presente nelle prese elettriche di casa?
13. Cos'è l'impedenza?
14. Cos'è la fase di una sinusoide?
15. Come si rappresenta una sinusoide con un fasore?
16. Sfasamenti tra tensione e corrente in bipoli R , C , L , RL ed RC .
17. Definizione di potenza attiva.
18. Cos'è il fattore di potenza?
19. Fenomeno della risonanza in un circuito RLC serie.
20. A cosa serve rifasare un carico? Come si fa? Illustra con uno schema elettrico e un diagramma fasoriale.
21. Tensione stellata e tensione concatenata: esempio con circuito elettrico e fasori e relazione matematica tra le due.
22. Quando un sistema si dice simmetrico? Quando equilibrato?
23. In quale circuito trifase si applica il teorema di Millman per determinare le tensioni sul carico?
24. In cosa consiste l'inserzione Aron?

PARTE SECONDA

LE MACCHINE ELETTRICHE

Capitolo 12

Il trasformatore

12.1 Introduzione alle macchine elettriche

Le macchine elettriche fondamentali sono quattro: il *trasformatore*, una macchina statica, e la *macchina asincrona*, la *macchina sincrona* e la *macchina a corrente continua*, che sono rotanti. Il trasformatore, come vedremo, serve a innalzare o abbassare tensione e intensità di corrente, mentre le macchine rotanti convertono *energia meccanica* in *energia elettrica* (funzionamento da generatore) o viceversa (funzionamento da motore).

12.1.1 Perdite e rendimento nelle macchine elettriche

Le macchine elettriche sono costituite da circuiti magnetici in cui il flusso è generato da avvolgimenti percorsi da correnti. Si hanno pertanto *perdite nel rame* e *perdite nel ferro*. Le prime sono dovute alle perdite per *effetto Joule* avvolgimenti, pari a $P=RI^2$.

Le perdite nel ferro si dividono in perdite per *correnti parassite* e perdite *per isteresi*. I materiali ferromagnetici hanno, come sappiamo, una elevata permeabilità, ma sono anche buoni conduttori; il flusso magnetico variabile nel tempo genera correnti non desiderate nel ferro, provocando ulteriori perdite; esse sono dette *correnti parassite*. Si dimostra che tali perdite sono proporzionali al *quadrato della frequenza* di alimentazione. Per ridurre queste perdite si aumenta la resistività del ferro, mediante l'aggiunta di silicio (intorno all'1%); il circuito magnetico è realizzato, inoltre, con sottili lamierini isolati fra loro mediante foglio di carta o strato di ossido che si forma spontaneamente.

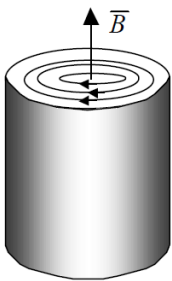


Figura 10.1. Correnti parassite nel materiale ferromagnetico

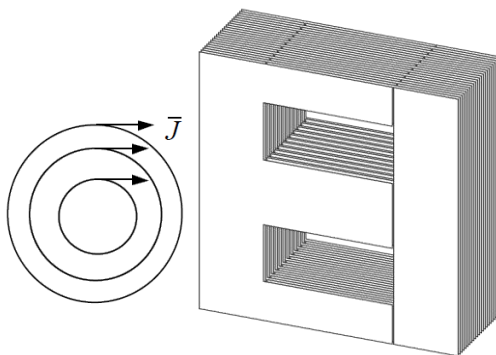


Figura 10.2. Circuito magnetico realizzato con lamierini

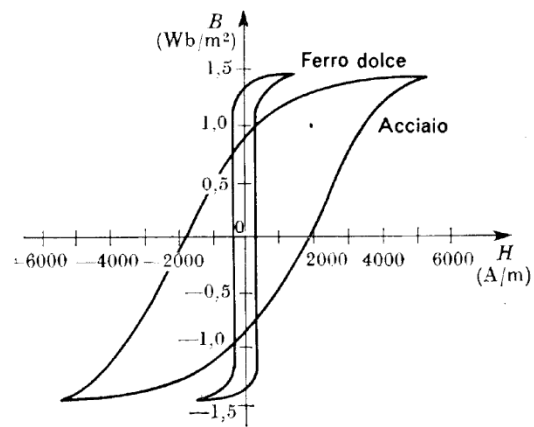


Figura 10.3. Cicli di isteresi magnetica per ferro dolce e acciaio

Il nucleo in ferro interessato da una magnetizzazione alternativa è anche sede di perdite per *isteresi magnetica*, come abbiamo visto nel capitolo sul magnetismo. L'area all'interno del ciclo è proporzionale alle perdite per isteresi. Un materiale il cui ciclo di isteresi è più stretto, pertanto, produce meno perdite per isteresi.

Per tutte le macchine, elettriche e non, si può definire il *rendimento* η come il rapporto fra la potenza in uscita P_u e la potenza in entrata P_e :

$$\eta = \frac{P_u}{P_e} = \frac{P_e - \text{Perdite}}{P_e}$$

12.2 Il trasformatore

Il trasformatore trasferisce energia da un circuito ad un altro attraverso l'induzione elettromagnetica. Nel caso più semplice vi sono due avvolgimenti, denominati *primario* e *secondario* (fig. 12.4). Le linee del flusso magnetico variabile prodotto da ciascuno dei due, e confinate nel nucleo dalla sua bassa *riluttanza*, si concatenano con l'altro (mutua induzione), inducendo una forza elettromotrice. Un trasformatore, quindi, non può funzionare in regime continuo. Esso è, inoltre, una macchina ad alto rendimento, che può superare il 98%.

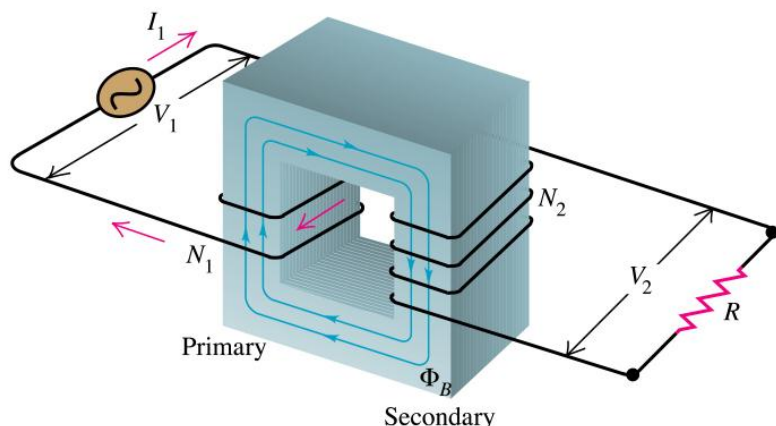


Figura 12.4. Schema costitutivo di un trasformatore



Figura 12.5. Trasformatore toroidale per imbarcazioni

Il trasformatore è costituito dal **nucleo ferromagnetico** e dagli **avvolgimenti**. Questi risultano meglio accoppiati se disposti su una struttura di materiale ferromagnetico, che costituisce una rete magnetica a bassissima riluttanza.

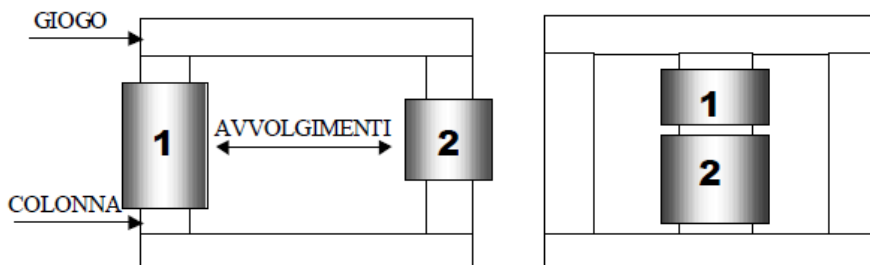


Figura 12.6. Trasformatore a colonne e a mantello

Nel trasformatore **a colonne** gli avvolgimenti sono disposti intorno a ciascuna delle colonne. Il nucleo **a mantello o corazzato** ha con entrambi gli avvolgimenti disposti sulla colonna centrale. Di solito, per minimizzare i flussi dispersi in aria, gli avvolgimenti sono sovrapposti e concentrici.

Una struttura continua eliminerebbe i traferri e diminuirebbe così la riluttanza, ma difficile sarebbe l'inserimento degli avvolgimenti: il nucleo, allora, è costruito per assemblaggio di parti, con le due colonne vere e proprie serrate fra due elementi orizzontali, detti *gioghi*. Questo produce l'inconveniente di avere traferri (seppure ridotti, dell'ordine di 0,05 mm o meno), facendo aumentare così la riluttanza complessiva.

12.3 Trasformatore ideale e circuito equivalente

Consideriamo un trasformatore ideale, facendo le seguenti ipotesi semplificative:

- permeabilità magnetica del nucleo grandissima (pertanto tutte le linee di flusso generato da un circuito si concatenano con l'altro e nessun flusso si disperde in aria);
- potenza dissipata nel nucleo nulla;
- resistività dei conduttori degli avvolgimenti nulla.

12.3.1 Funzionamento a vuoto

Nel *funzionamento a vuoto*, il trasformatore ideale, il cui circuito equivalente è nella figura 12.8, assorbe solo la corrente necessaria a formare il campo magnetico necessario al funzionamento, che è detta **corrente magnetizzante** e indicata con I_μ . Essa è in ritardo di 90° rispetto alla tensione V_1 (induttore puro) e in fase col flusso magnetico, come mostrato nel diagramma fasoriale di fig. 12.9. La tensione V_2 è disegnata in opposizione di fase a V_1 ; si potrebbe anche disegnare in fase ad essa: dipende dal verso in cui sono state avvolte le bobine e dalle frecce delle tensioni disegnate sul circuito.

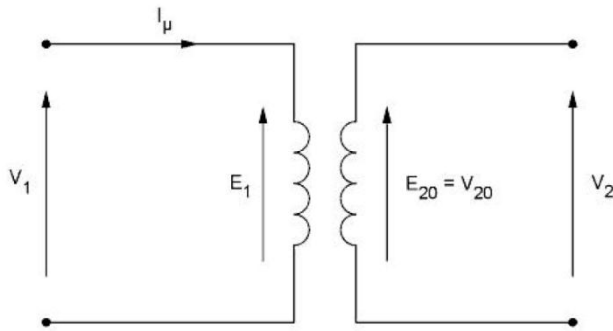


Figura 12.8. Circuito equivalente del trasformatore ideale a vuoto

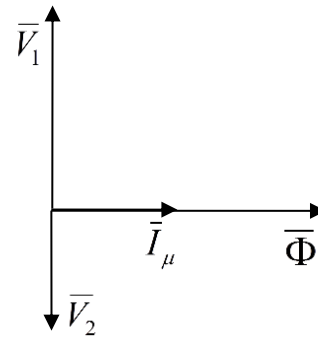


Figura 12.9. Diagramma fasoriale relativo a un trasformatore ideale a vuoto

Le due bobine costituiscono la cosiddetta **mutua induttanza**: esse, infatti, si influenzano reciprocamente, poiché il flusso magnetico prodotto da entrambe induce corrente su entrambe. Possiamo scrivere, per la *legge di Faraday*, le tensioni ai capi degli avvolgimenti, date dalla derivata rispetto al tempo dell'unico flusso magnetico esistente, moltiplicata per il numero di spire:

$$V_1 = N_1 \frac{d\Phi}{dt}; V_2 = N_2 \frac{d\Phi}{dt}$$

Calcolando il rapporto membro a membro, otteniamo le relazioni fra le grandezze alle due porte del *trasformatore ideale*:

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{N_1}{N_2} = K$$

Il rapporto tra le due tensioni, quindi, è pari al rapporto spire K . Scegliendo il numero di spire, si realizza un trasformatore innalzatore o abbassatore, e si decide di quanto la tensione deve essere innalzata o abbassata. Ad esempio, un trasformatore che al primario ha 500 spire e al secondario 100, abbassa la tensione di 5 volte; se alimentato con una tensione di 230 V, fornirà in uscita una tensione di 46 V.

12.3.2 Funzionamento a carico

Se colleghiamo un carico al secondario (*funzionamento a carico*, fig. 12.10), esso assorbirà una corrente I_2 , che supponiamo in ritardo di un angolo φ_2 rispetto a V_2 . Modifichiamo il circuito aggiungendo una reattanza X_0 percorsa dalla corrente magnetizzante \bar{I}_μ ; sulla bobina dell'accoppiamento scorre la corrente \bar{I}'_2 , che consiste in una corrente primaria di reazione, richiamata cioè al primario dalla corrente che ora scorre nel secondario. La corrente \bar{I}_1 nel primario sarà data dalla somma vettoriale

$$\bar{I}_1 = \bar{I}'_2 + \bar{I}_\mu \quad (12.1)$$

Nella figura 12.10 si notino i due punti sugli avvolgimenti, posti lì per la **convenzione dei punti**: se entrambe le correnti entrano dall'estremità contrassegnata dal punto, danno origine a flussi magnetici con stesso verso, altrimenti i flussi sono discordi. Il verso di avvolgimento delle bobine deter-

mina quale sia l'estremo da contrassegnare. Nel nostro caso una corrente entra dall'estremità col punto, l'altra esce: i flussi magnetici generati dalle due correnti, pertanto, sono discordi e si vanno a elidere; deve restare però un *flusso magnetizzante*.

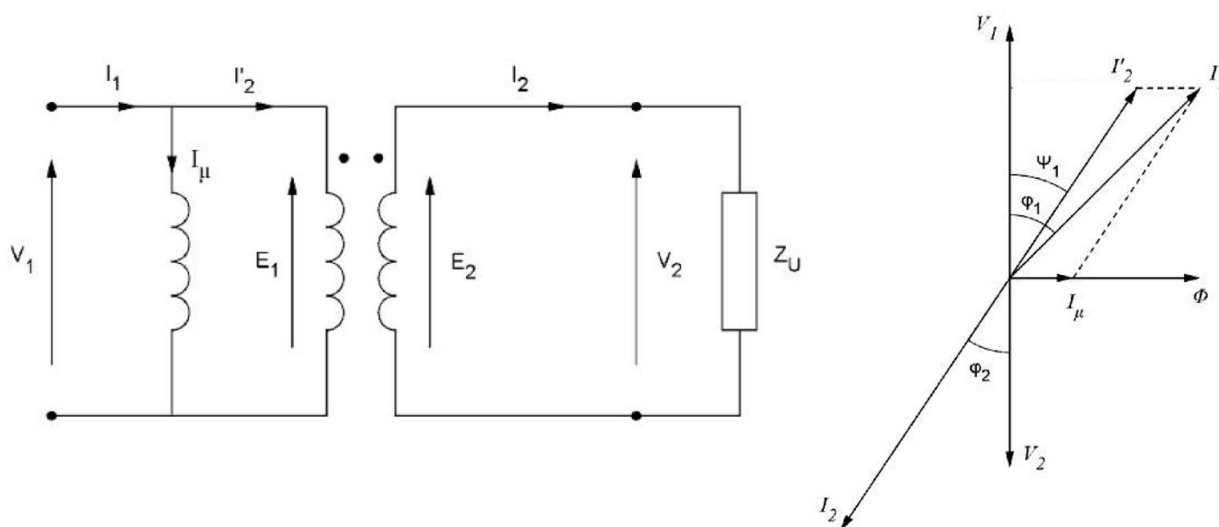


Figura 12.10. Circuito equivalente del trasformatore ideale a carico e corrispondente diagramma fasoriale

Si può scrivere quindi che la somma delle forze magnetomotrici dovute alle due bobine del trasformatore deve dare la forza magnetomotrice relativa alla corrente magnetizzante \bar{I}_μ :

$$N_1 \bar{I}_1 + N_2 \bar{I}_2 = N_1 \bar{I}_\mu \quad (12.2)$$

D'altra parte, moltiplicando per N_1 ogni termine della (12.1), si può scrivere

$$N_1 \bar{I}_1 = N_1 \bar{I}'_2 + N_1 \bar{I}_\mu \quad (12.3)$$

Sottraendo membro a membro la (12.3) dalla (12.2) si trova che la *forza magnetomotrice di reazione* è uguale in valore assoluto e opposta alla *forza magnetomotrice secondaria*:

$$N_1 \bar{I}'_2 = -N_2 \bar{I}_2$$

Si deduce, quindi, che queste due correnti sono in opposizione di fase; il rapporto tra corrente secondaria \bar{I}_2 e corrente primaria di reazione \bar{I}'_2 , inoltre, coincide col rapporto di trasformazione:

$$\frac{I'_2}{I_2} = \frac{N_1}{N_2} = K$$

Si noti che tale rapporto è invertito rispetto a quello delle tensioni ricavato nel paragrafo precedente: **un trasformatore di rapporto spire $K > 1$ abbasserà la tensione, ma innalzerà la corrente.**

12.4 Circuito equivalente del trasformatore reale

Nel trasformatore reale vi sono *perdite* nel rame e nei circuiti magnetici. È possibile tenerne conto nel modello del circuito equivalente introducendo le resistenze R_1 ed R_2 , rispettivamente la resistenza dell'avvolgimento primario e quella dell'avvolgimento secondario, che dissipano potenza per *effetto Joule* e producono una caduta di tensione.

Si dimostra che le *perdite nel ferro* per correnti parassite e per isteresi sono proporzionali alla tensione al quadrato; se ne tiene conto, pertanto, con la resistenza R_0 , posta sul ramo trasversale²⁹ in parallelo alla reattanza X_0 . Esistono, inoltre, i *flussi magnetici dispersi*: non tutto il flusso magnetico, infatti, si concatena con gli avvolgimenti, ma una parte si disperde in aria e non è utilizzato; per tenerne conto si introducono sui rami longitudinali le reattanze di dispersione X_1 e X_2 .

²⁹ Si ricordi che la potenza dissipata per effetto Joule su una resistenza è data da $P = \frac{V^2}{R}$.

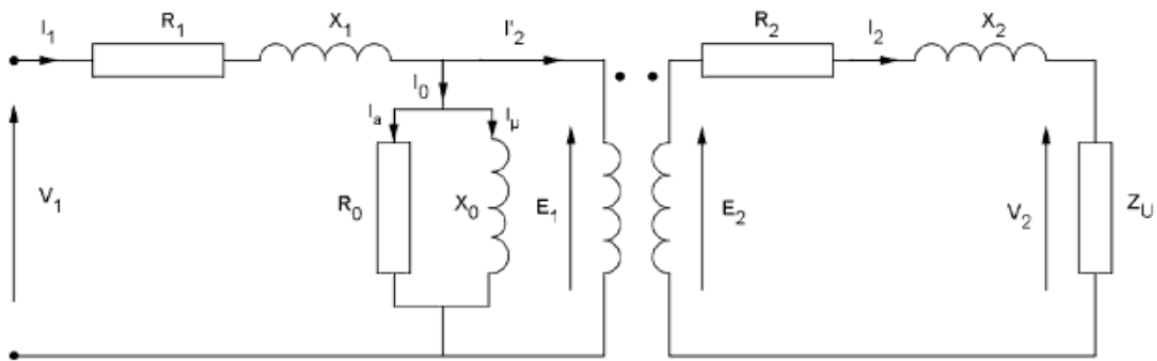


Figura 12.11. Circuito equivalente del trasformatore reale a carico

Il diagramma fasoriale si complica: dobbiamo aggiungere le cadute di tensione sulle resistenze degli avvolgimenti e sulle reattanze di dispersione (fig. 12.12).

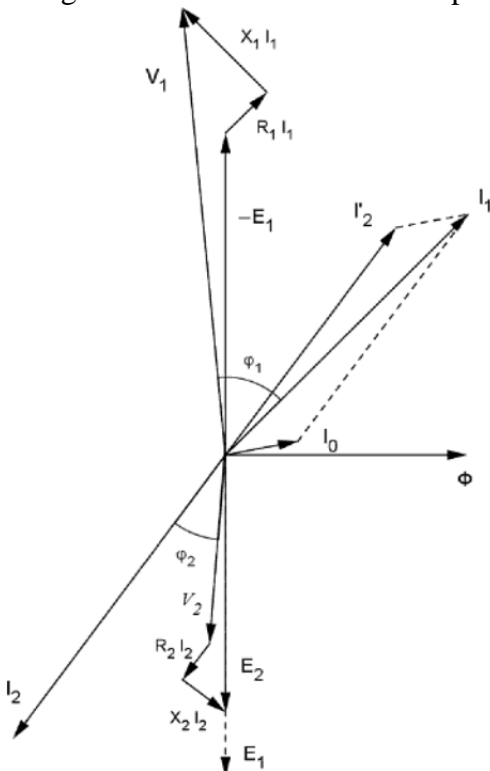


Figura 12.12. Diagramma fasoriale relativo al circuito equivalente del trasformatore reale a carico



Figura 12.13. Trasformatore trifase da centrale da 80 MVA

12.5 Il trasformatore trifase

Nel trasformatore trifase sono sistemate tre coppie di avvolgimenti su un unico nucleo. Primario e secondario possono essere collegati a *stella* o a *triangolo*, a seconda delle esigenze. Ad esempio, nella distribuzione dell'energia elettrica, nei trasformatori *MT/BT* (ovvero da *media tensione* a *bassa tensione*) gli avvolgimenti di *MT* sono collegati a triangolo, quelli di *BT* a stella, e il suo centro stella è messo a terra.

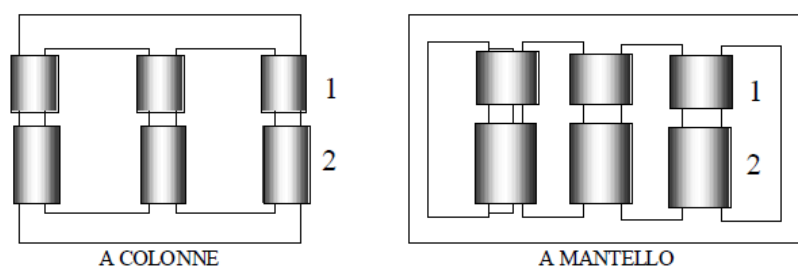


Figura 12.14. Trasformatore trifase a colonne e a mantello

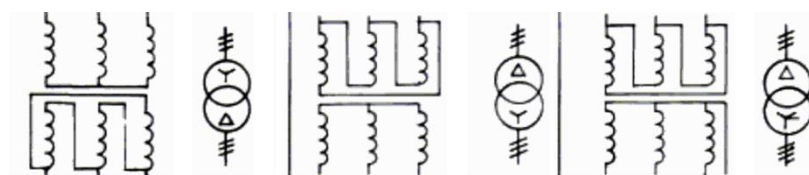


Figura 12.15. Circuito e simbolo circuitale di trasformatore col primario e secondario collegati rispettivamente a stella e triangolo, a triangolo e stella, a triangolo a stella con neutro

12.6 Gli avvolgimenti

Gli avvolgimenti sono realizzati in rame o alluminio; quest'ultimo ha costi e pesi inferiori e conducibilità appena minore di quella del rame. Le sezioni dei conduttori sono circolari o rettangolari, se si vuole ottenere il riempimento ottimale degli spazi disponibili. Se l'avvolgimento è fatto di poche spire di grande sezione, la struttura si dice *a nastro*. L'isolamento dei conduttori è ottenuto quasi sempre con materiale organico (resina sintetica).

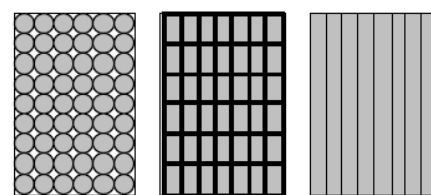


Figura 12.16. Avvolgimenti in sezione

12.7 Il raffreddamento

Gli isolanti sono sensibili alla temperatura; per allungare vita è necessario perciò prevenire il riscaldamento eccessivo degli avvolgimenti. Per potenze contenute (qualche centinaio di kVA) sono sufficienti i *moti convettivi naturali* (piccole intercapedini fra i due avvolgimenti e fra questi e il nucleo). Con temperature molto alte o ambienti chiusi di relativamente piccole dimensioni, anche i trasformatori più piccoli sono dotati di *raffreddamento forzato*. Per indirizzare più efficientemente il flusso dell'aria e ridurre rumore, il trasformatore è confinato entro armadio, dotato di feritoie.

I trasformatori di maggior potenza sono immersi completamente in un *bagno d'olio minerale* speciale, caratterizzato da una elevatissima resistività; olio e trasformatore sono contenuti in un cassone. A volte le pareti sono corrugate da nervature, tanto più profonde quanto più energica si richiede che sia l'azione di raffreddamento. Nelle macchine più importanti, l'olio è raffreddato con *circolazione forzata* entro un sistema di fasci tuberi che offrono una elevata superficie di contatto con l'aria.

Grandi quantità di olio danno un elevato rischio di incendio; esistono quindi prescrizioni specifiche per limitare il rischio incendio e a circoscrivere l'impatto ambientale in caso di perdita d'olio. L'elevata resistività dell'olio può essere anche compromessa da pur piccole quantità di acqua; nel cassone sono introdotti quindi sali igroscopici.

12.8 L'autotrasformatore

È costituito da un solo avvolgimento di N_1 spire, N_2 delle quali sono utilizzate come spire del secondario (fig. 12.17). Rispetto a un trasformatore tradizionale, è più piccolo, più leggero, più economico, assorbe meno potenza, ma non offre isolamento galvanico fra gli avvolgimenti; ci sono pertanto rischi per la sicurezza e il funzionamento degli apparecchi a esso collegati. È quindi meno sicuro, poiché una eventuale rottura del trasformatore può sottoporre il carico all'intera tensione del primario; i rapporti di conversione, perciò, non sono superiori a 1:4.

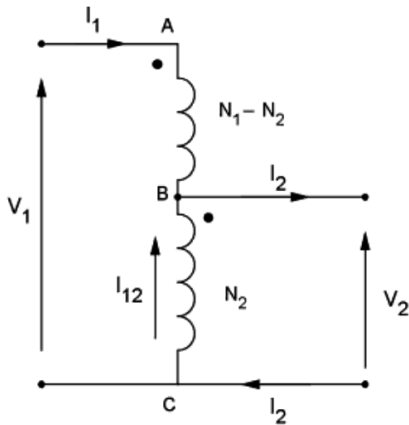


Figura 12.17. Schema circuitale di un autotrasformatore

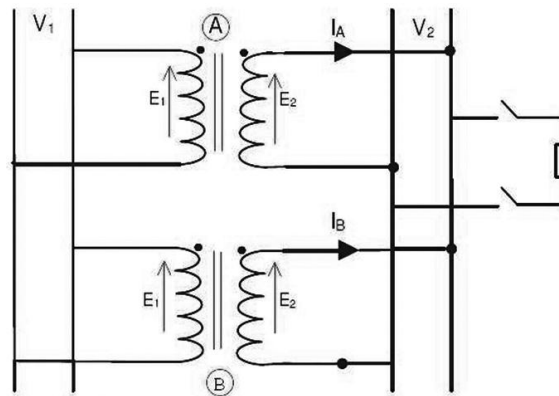


Figura 12.18. Parallelo fra trasformatori

12.9 Parallelo fra trasformatori

Spesso il trasformatore eroga potenza a carichi fortemente variabili nel corso della giornata. Il carico è ridotto e, come si dimostra, il **rendimento** è lontano dal massimo. Si affida perciò il servizio al parallelo di due o più trasformatori, che, ovviamente, devono avere lo stesso rapporto di trasformazione (fig. 12.18).

Ad esempio, un carico pari a 100 sarà suddiviso fra 3 trasformatori proporzionati per 20, 30 e 50. Funzioneranno insieme solo nelle ore di punta; tutti i trasformatori, pertanto, lavoreranno vicino alla massima potenza e quindi in condizioni prossime a quelle di massimo rendimento.

Il parallelo, inoltre, migliora la **continuità di esercizio**, poiché in caso di un guasto resta un altro trasformatore funzionante (*ridondanza*).

12.10 Dati di targa del trasformatore

I dati di targa (fig. 12.19) sono i seguenti:

- nome del costruttore;
- anno di costruzione;
- potenza nominale, espressa come *potenza apparente*, in VA o kVA (è la potenza di dimensionamento della macchina);
- tensioni nominali, primaria e secondaria;
- correnti nominali, primaria e secondaria ;
- rapporto di trasformazione;
- frequenza.

Le *tensioni nominali* sono riferite al livello di isolamento garantito dai dielettrici utilizzati. Le *correnti nominali* riferite agli effetti termici che queste determinano nei conduttori con un innalzamento della temperatura. La *potenza nominale* risulta dal prodotto fra tensione e corrente nominali.



Figura 12.19. Dati di targa

Capitolo 13

La macchina asincrona

13.1 Costituzione della macchina asincrona

La *macchina asincrona* (o *a induzione*) trifase è utilizzata solitamente come motore. Si tratta del motore elettrico più semplice, economico, robusto ed affidabile.

Ha un rendimento elevato, non richiede lubrificazione, né manutenzione e non presenta alcuna difficoltà o particolarità per l'avviamento; è così il dispositivo più diffuso nell'utilizzazione dell'energia elettrica come *forza motrice*.

È costituita da una parte fissa, lo *statore*, e una rotante, il *rotore*. Sullo statore è inserito un avvolgimento trifase (ovvero tre bobine sfasate nello spazio di 120° e percorse da una terna di correnti trifase); sul rotore c'è un *avvolgimento in corto circuito* o una *gabbia di scoiattolo* (insieme di barre in corto circuito).

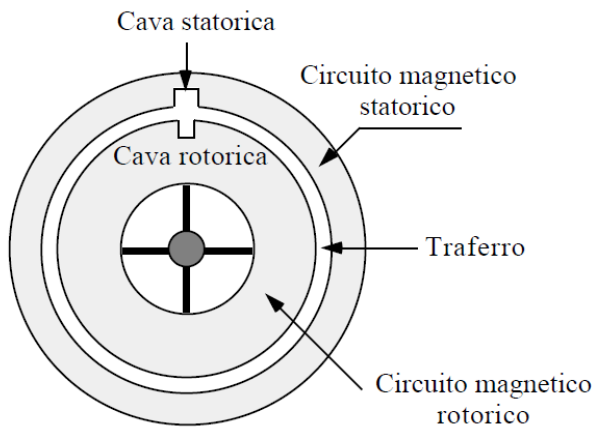


Figura 13.1. Costituzione della macchina asincrona

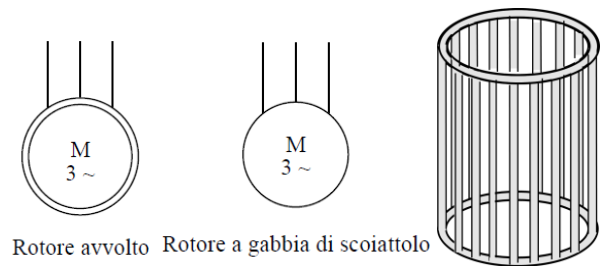


Figura 13.2. Simboli della macchina a rotore avvolto e a gabbia di scoiattolo, rappresentata al lato

13.2 Il campo magnetico rotante

L'avvolgimento trifase dello statore crea un *campo magnetico rotante* di velocità angolare ω_s , detta *velocità di sincronismo*. Le immagini di figura 13.4 illustrano la creazione di tale campo e vanno viste come fotogrammi: il *campo complessivo* B_{tot} (in nero) è dato ogni istante dalla somma vettoriale dei campi pulsanti B_1 , B_2 e B_3 prodotti dalle correnti i_1 , i_2 e i_3 di ciascuna fase; esso ruota in questo caso in senso antiorario.

Tale campo induce nell'avvolgimento di rotore (o nella gabbia di scoiattolo) delle correnti, su cui, a causa dell'interazione col campo magnetico, si produce una coppia di *forze di Lorentz*, come vediamo nella figura 13.3, che fa muovere il rotore. Nota che la corrente che scorre sugli avvolgimenti di rotore è creata per induzione magnetica dalle correnti di statore, senza quindi alcun collegamento elettrico.

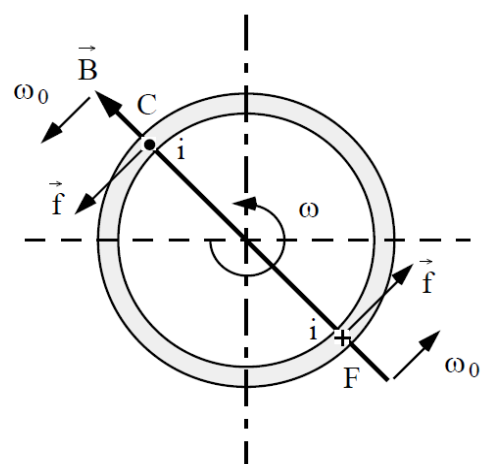


Figura 13.3. Correnti, campo magnetico, forze di Lorentz sul rotore di un motore asincrono

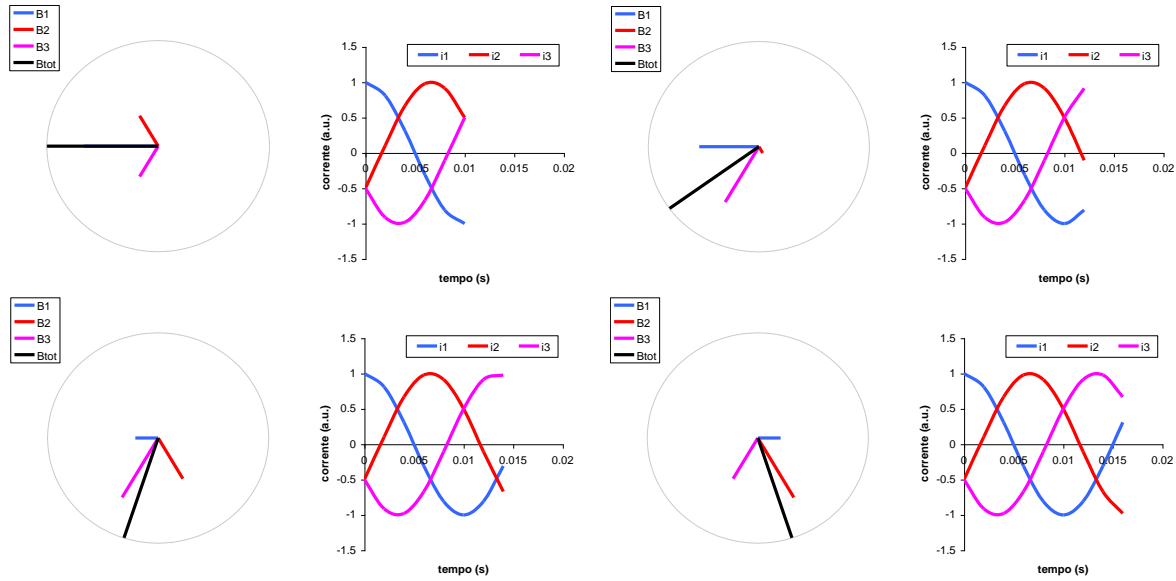


Figura 13.4. Il campo magnetico come somma vettoriale dei campi prodotto dai singoli avvolgimenti

13.3 La caratteristica meccanica nel funzionamento da motore

Per permettere l'induzione di corrente sul rotore, questo non può andare alla velocità di sincronismo ω_S (la velocità cioè del campo rotante prodotto dallo statore), altrimenti non ci sarebbe variazione del flusso concatenato coi suoi avvolgimenti³⁰; deve esserci il cosiddetto *scorrimento*, ovvero una differenza di velocità tra rotore e campo magnetico rotante. A regime il rotore va, pertanto, a una velocità ω_R leggermente inferiore: $\omega_R < \omega_S$. Ecco il motivo per cui si chiama *macchina asincrona*. Lo scorrimento ha anche una definizione matematica, ed è compreso tra 0 e 1 nel funzionamento da motore; è definito nel modo seguente:

$$s = \frac{\omega_S - \omega_R}{\omega_S}$$

Tra i vantaggi di questa macchina ricordiamo il peso e l'ingombro ridotti a parità di potenza rispetto ad altri tipi di macchine, la mancanza di dispositivi di eccitazione, il fatto che è autoavviante. Essa sviluppa spontaneamente, variando la propria velocità, una *coppia motrice* che controbilancia la coppia resistente; si dice quindi che ha un funzionamento *stabile*, ovvero al diminuire del carico accelera. Può essere inoltre sovraccaricato (anche del 100% della sua potenza nominale), sottoposto a ridotta manutenzione, ha semplicità di esercizio e alto rendimento.

Dall'altro lato, con inserzione diretta sulla rete, la *corrente di spunto* (cioè la corrente assorbita all'avviamento) può risultare anche 4-10 volte la *corrente nominale*; ci possono essere pertanto problemi alla rete (cadute di tensione) ed agli interruttori (intervento intempestivo, ovvero non necessario). La corrente all'avviamento è molto sfasata rispetto alla tensione; pertanto la *potenza attiva* è bassa (basso *fattore di potenza*) e quindi la *coppia di spunto* è comunque piccola, nonostante l'elevata corrente assorbita.

La *velocità* di rotazione è abbastanza costante nel campo di funzionamento normale e dipende dalla frequenza di alimentazione e dalla coppia resistente. La coppia massima è costante e ad una ben precisa velocità.

Tutto questo è mostrato nella *caratteristica meccanica* del motore asincrono, rappresentata nelle figura 13.5 e 13.6. Sull'asse delle ascisse è posta la *velocità angolare* ω e su quello delle ordinate la

³⁰ Se ci ponessimo sul rotore, infatti, vedremmo un campo magnetico dello statore immobile, e quindi incapace di indurre corrente nel rotore stesso.

coppia motrice C. La linea crescente rappresenta l'andamento della *coppia di carico*³¹ (o *coppia resistente o frenante*).

In corrispondenza della velocità nulla c'è la *coppia di avviamento* C_{AVV} . All'avviamento, quindi, il motore accelera, fino ad arrivare alla velocità di regime ω_R , che, come notiamo, è un po' inferiore alla *velocità sincrona* ω_S (si diceva prima che la velocità del rotore non può essere ω_S).

Il tratto discendente è quello *stabile*, poiché all'aumentare della coppia di carico il motore, come ci si aspetta, rallenta; al rallentare, la coppia motrice aumenta, come è necessario che sia.

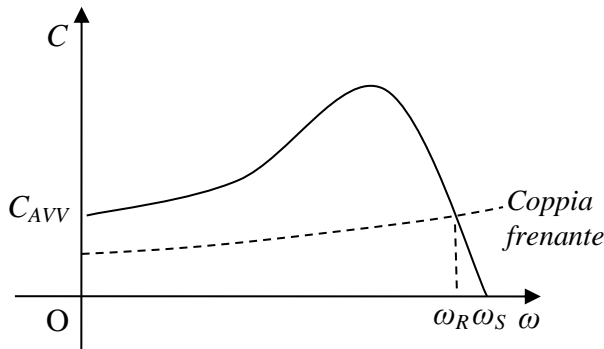


Figura 13.5. Caratteristica meccanica della macchina asincrona: coppia frenante, velocità del rotore ω_R , velocità sincrona ω_S , coppia di avviamento C_{AVV}

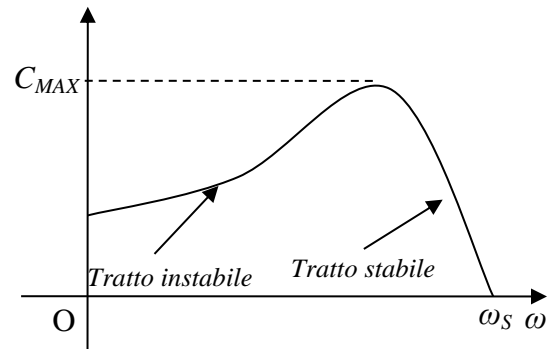


Figura 13.6. Tratto instabile e tratto stabile, a sinistra e a destra del valore massimo della coppia, nella caratteristica meccanica della macchina asincrona

13.4 Avviamento del motore a induzione

Studiamo ora alcuni metodi per ridurre la corrente di spunto.

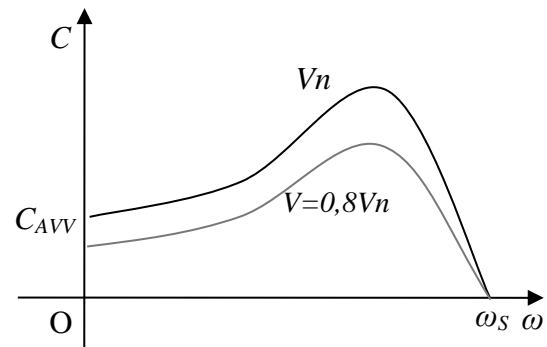
13.4.1 Avviamento diretto

L'*avviamento diretto* è utilizzato se potenza del motore è piccola (inferiore a 10 kW); si avvia senza accorgimenti particolari, perché la *corrente di spunto* è piccola, da 3 a 6 volte la *corrente nominale*. La *coppia di spunto* è circa uguale a quella nominale: $1,2 \div 3C_n$.

13.4.2 Avviamento a tensione ridotta

L'*avviamento a tensione ridotta* è usato per limitare la *corrente di spunto* riducendo la tensione di alimentazione. Si riduce però anche la *coppia di spunto*; è usato, pertanto, solo con piccola coppia resistente all'avviamento, o se il motore ha coppia di spunto elevata.

Figura 13.7. Caratteristiche meccaniche nell'avviamento a tensione ridotta del motore asincrono



13.4.3 Avviamento stella-triangolo

È possibile utilizzare questo tipo di avviamento in motori dotati di sei morsetti (nella figura 13.8 è mostrata la morsettiera di un motore), indicato per partenze a vuoto con coppia resistente bassa e costante o leggermente crescente (ventilatori, pompe centrifughe di piccola potenza). Consiste nell'avviare la macchina con gli avvolgimenti di statore collegati a stella, al fine di ridurre la corrente di spunto; dopo un certo tempo, passato il transitorio, si collegano a triangolo.

³¹ La *coppia frenante* è solitamente rappresentata crescente, linearmente o con andamento parabolico, poiché all'aumentare della velocità aumenta la resistenza dovuta ad attriti, ventilazione, etc...

Si può dimostrare che se gli avvolgimenti sono collegati a stella, **la corrente è un terzo** rispetto al caso in cui sono collegati a triangolo; anche la coppia si riduce a un terzo, come mostrato nelle caratteristiche in basso a destra.

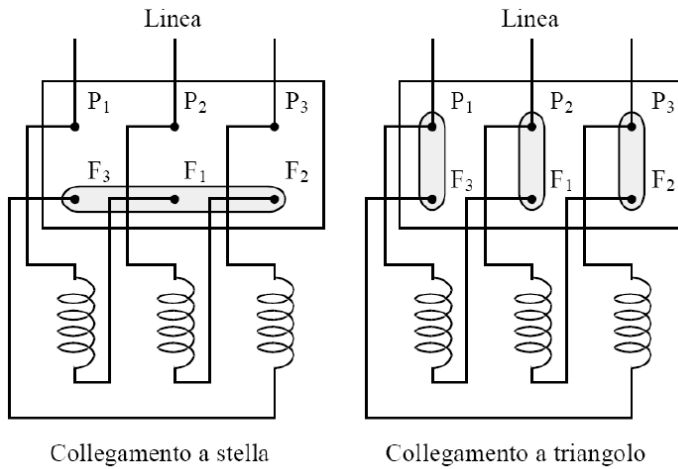


Figura 13.8. Collegamento a stella e a triangolo sulla morsetteria di una macchina asincrona

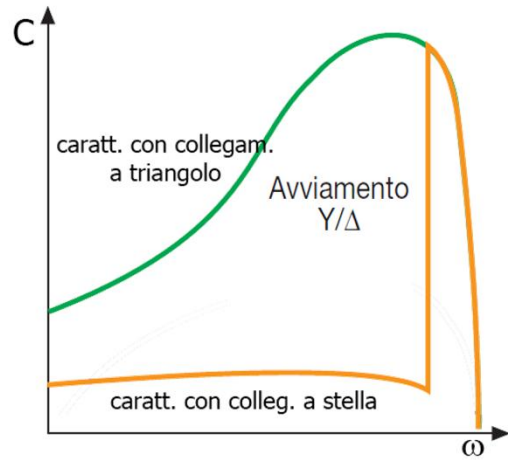


Figura 13.9. Caratteristica meccanica con collegamento a stella e a triangolo

13.4.4 Avviamento tramite regolazione della resistenza rotorica

Nelle macchine con il rotore avvolto, è possibile superare i problemi all'avviamento, collegando in serie agli avvolgimenti di rotore un **reostato di avviamento** (fig. 13.10).

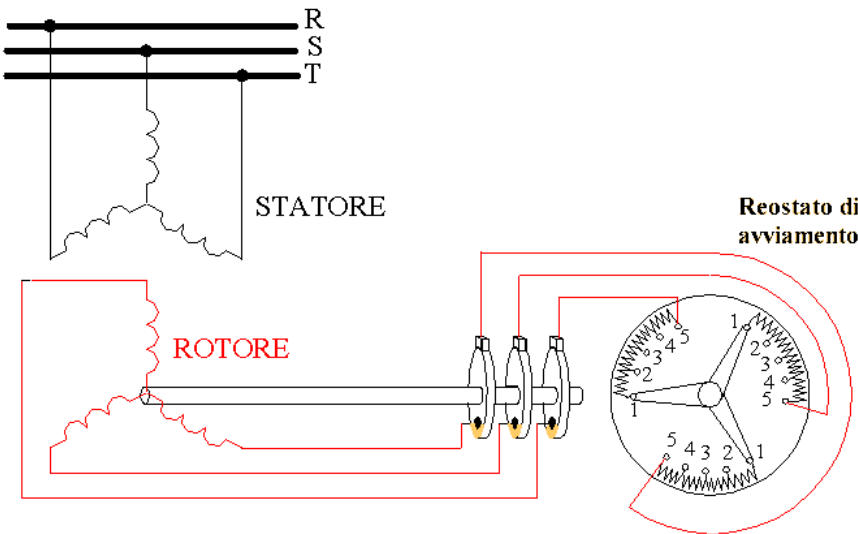


Figura 13.10. Avviamento tramite regolazione della resistenza di rotore

All'aumentare della resistenza del reostato aumenta la coppia di spunto e si riduce la corrente di spunto. Durante l'avviamento il reostato può essere disinserito gradualmente. Nella figura 13.11 è mostrata la variazione della **caratteristica della coppia** al variare della **resistenza rotorica**. La freccia indica il verso dell'aumento della resistenza rotorica, al quale corrispondono le diverse caratteristiche; si nota che all'aumentare della resistenza di rotore, la coppia all'avviamento aumenta.

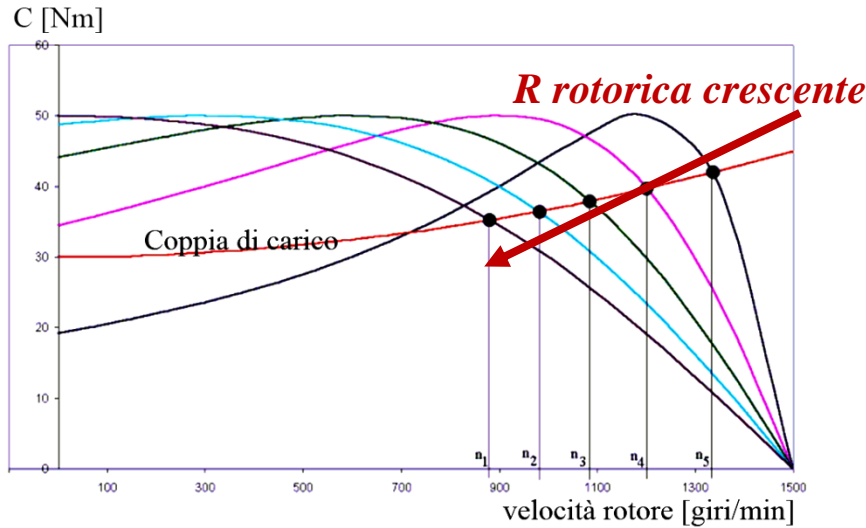


Figura 13.11. Caratteristica meccanica al variare della resistenza rotorica

13.4.5 Avviamento in motori con rotori a doppia gabbia

Nelle macchine con il rotore a gabbia, i problemi all'avviamento sono ridotti realizzando un **rotore a doppia gabbia**: la gabbia esterna ha conduttori con una sezione minore di quelli della gabbia interna.

La corrente si distribuisce naturalmente, all'avviamento, maggiormente nella gabbia esterna, mentre a regime maggiormente nella gabbia interna. Questo perché all'avviamento la *frequenza del campo magnetico* che si concatena con la gabbia è elevata; di conseguenza è grande la *reattanza di dispersione* (ωL), specialmente sulle *barre interne* della doppia gabbia, perché investite da un flusso maggiore rispetto a quelle esterne, essendo immerse del tutto nel ferro, diversamente da quelle esterne, che invece sono vicine al traferro (fig. 13.13); a velocità maggiore, l'impedenza delle *barre interne* si abbassa e la corrente preferisce scorrere su quelle che su quelle esterne, di grande resistenza. **La resistenza del rotore all'avviamento, pertanto, è maggiore**, e si riduce la corrente di spunto mentre la coppia di spunto aumenta, analogamente al caso del reostato sul rotore avvolto (fig. 13.12).

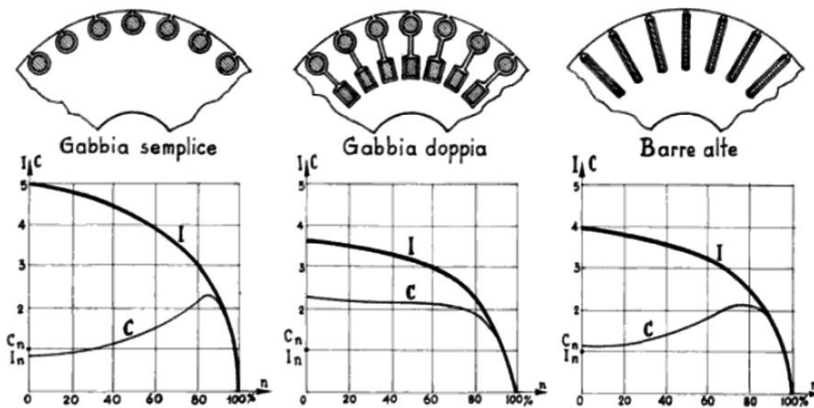


Figura 13.12. Gabbia rotorica semplice, doppia e a barre alte e relative caratteristiche meccaniche e corrente assorbita ai vari regimi

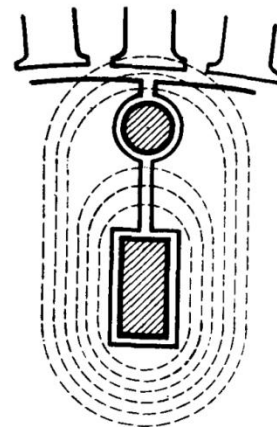


Figura 13.13. Flusso concatenato a una barra esterna e a una interna

13.5 Inversione di marcia

Per invertire il senso di rotazione di un motore asincrono trifase è sufficiente invertire il senso di rotazione del campo rotante; questo si ottiene *scambiando fra loro le correnti che alimentano due dei tre avvolgimenti*; nel caso dello schema circuitale rappresentato al lato è necessario commutare i contatti.

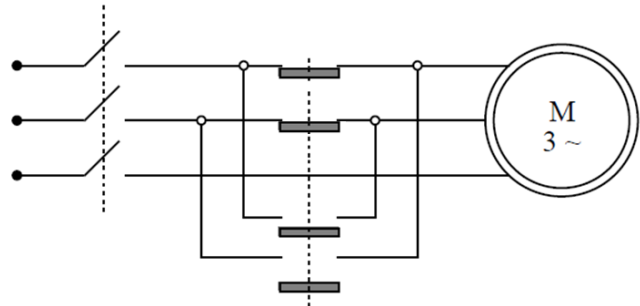


Figura 13.14. Inversione di marcia del motore asincrono

13.6 Motore asincrono monofase

Un avvolgimento di statore *monofase* non produce un campo magnetico rotante, ma solo uno pulsante. Si può dimostrare quindi che un motore monofase non ha *coppia all'avviamento* e, pertanto, non può avviarsi da solo; se si dà una spinta al rotore, però, il moto continua, perché in movimento la coppia esiste.

Per far sì che un motore alimentato da una sola fase si avvii da solo, si crea un *finto sistema bifase* con due avvolgimenti, uno principale e uno secondario, collegati alla stessa alimentazione; si pone però un *condensatore* in serie all'avvolgimento secondario, al fine di *sfasare* la corrente in quell'avvolgimento; si crea così un campo magnetico rotante. Tutti i motori che abbiamo a casa (compressore del frigorifero, ventola dell'asciugacapelli, lavatrice, e così via) hanno all'interno un condensatore. Quando il motore è guasto e non si avvia da solo, spesso è da cambiare il condensatore.

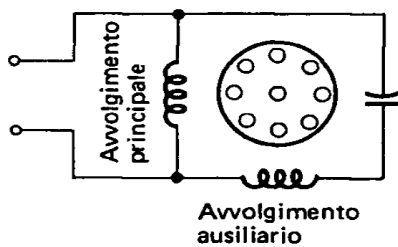


Figura 13.15. Schema circuitale del motore asincrono monofase

Capitolo 14

La macchina sincrona

14.1 Costituzione della macchina sincrona

Come la macchina a induzione, anche la macchina sincrona è rotante, funzionante in corrente alternata e costituita da uno statore e un rotore. Tale macchina è usata generalmente come *generatore* di tensione alternata, detto anche *alternatore*, che può azionato da una turbina, come vediamo nella figura seguente. Se usata come *motore*, come spesso avviene nelle navi negli ultimi anni, per essere avviata deve essere portata alla *velocità di sincronismo* prima di essere collegata alla rete.

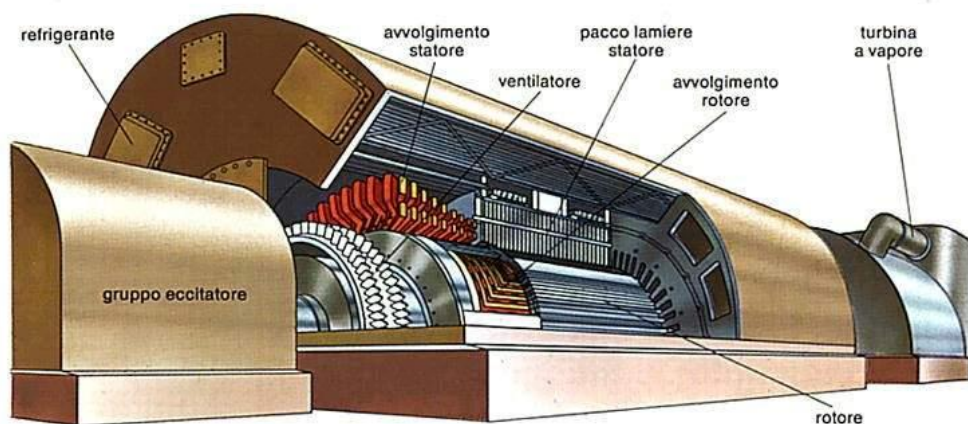


Figura 14.1. Costituzione della macchina asincrona

Lo *statore* è analogo a quello di una macchina a induzione; ha, quindi, un avvolgimento trifase simmetrico. Il *rotore* è dotato di un *avvolgimento* sempre percorso da corrente continua, oppure di *magneti permanenti*. Il rotore con avvolgimento ha bisogno di un sistema di *spazzole e collettore* per portare corrente sulla parte rotante, ma d'altro canto c'è la possibilità di regolare la corrente sul rotore a seconda dell'uso. Di seguito è mostrato il campo prodotto dal rotore, l'avvolgimento trifase di statore e il diagramma fasoriale delle tensioni.

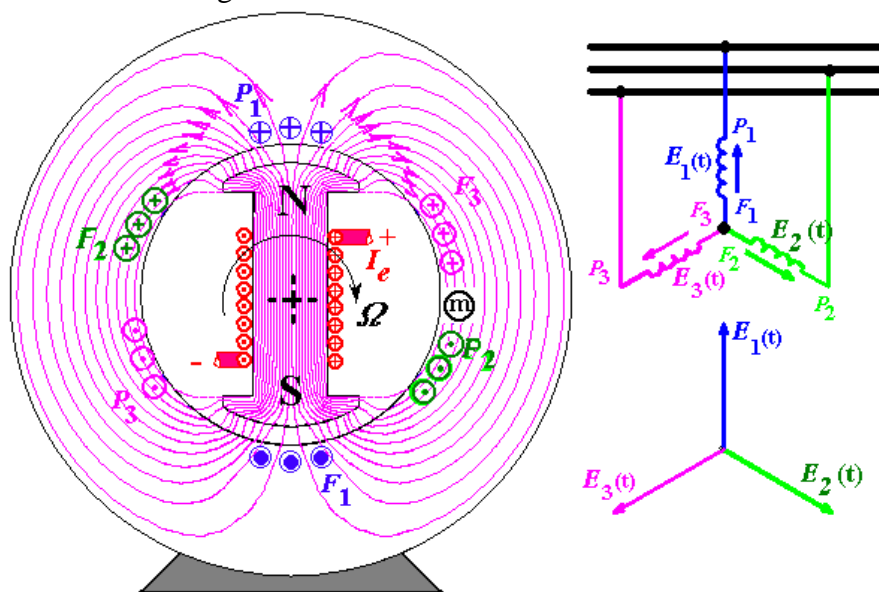


Figura 14.2. Campo magnetico prodotto dagli avvolgimenti di rotore e diagramma fasoriale delle tensioni

Il rotore può essere *liscio* o *a poli salienti* (fig. 14.3). Quello *liscio* (*isotropo*) è dotato di avvolgimento distribuito, i cui lati attivi sono disposti in cave. È adottato nel caso di macchine a due poli

(raramente a quattro). Trascurando la disuniformità dovuta alla presenza delle cave, il traferro tra statore e rotore è costante in tutti i punti della periferia della macchina. Nei servomotori e nei piccoli motori (fino a qualche decina di *kilowatt*), sul rotore non c'è l'avvolgimento di eccitazione ma *magneti permanenti*, come mostrato nella figura 14.4.

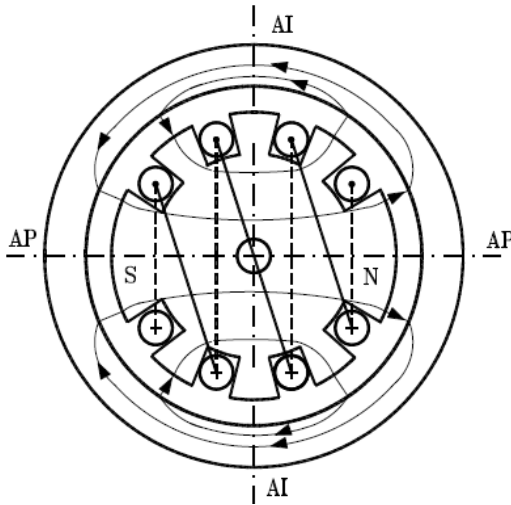


Figura 14.3. Macchina con rotore a poli lisci, a rotore avvolto

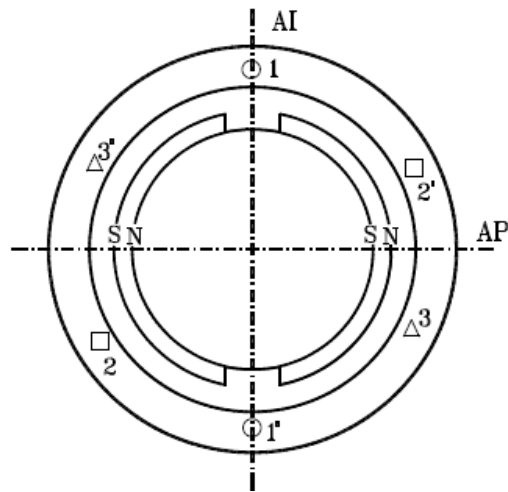


Figura 14.4 Macchina con rotore a magneti permanenti

Nel rotore a *poli salienti* (*anisotropo*), mostrato sotto, ciascun polo è struttura magnetica a forma di parallelepipedo e termina con una espansione polare; il traferro, pertanto, è variabile. È usato nella macchine con numero di poli uguale o superiore a quattro.

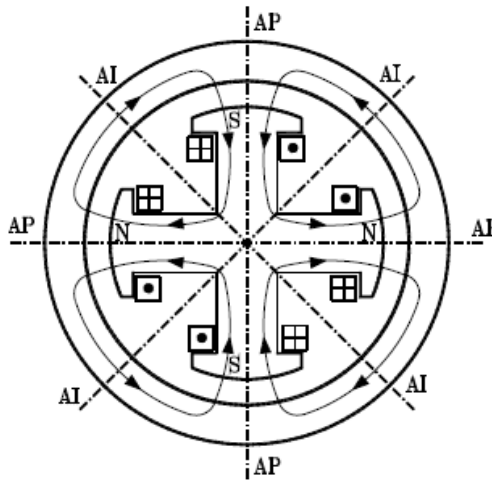


Figura 14.5. Macchina con rotore a poli salienti

Se utilizzata *come motore*, in una macchina a due *poli* (come quella nella figura 14.2, in cui vediamo sul rotore il *polo nord* e il *polo sud*), il rotore viaggia alla stessa velocità del campo magnetico rotante, da cui il nome di macchina *sincrona*. In generale, la *frequenza* f delle grandezze elettriche ai morsetti e la *velocità di rotazione* ω_R [rad/s] tra loro legate dalla relazione $\omega_R = \frac{2\pi f}{p}$, dove p è il

numero di *coppie polari* della macchina. All'aumentare del numero di poli, quindi, la velocità di rotazione diminuisce.

Se utilizzata *come generatore*, la tensione indotta negli avvolgimenti di statore ha frequenza proporzionale alla velocità del rotore, e pari a $f = \frac{p\omega_R}{2\pi}$.

14.2 Circuito equivalente e diagrammi fasoriali

Sia E_f la forza elettromotrice negli avvolgimenti di statore indotta dalla corrente di rotore e V_f la tensione in uscita dall'alternatore. Nel circuito equivalente semplificato della macchina sincrona,

rappresentato nella figura 14.6, vi è una generatore di tensione E_f e una reattanza, detta *reattanza sincrona*, su cui c'è una caduta di tensione; all'uscita abbiamo la tensione V_f .

Tra i fasori di E_f e V_f (fig. 14.7) vi è un angolo δ , detto **angolo di carico**; esso dipende, appunto, dal carico, che sarà un carico elettrico nel funzionamento da generatore, meccanico nel funzionamento da motore. Nella nostra convenzione tale angolo sarà positivo nel funzionamento da generatore, negativo in quello ad motore.

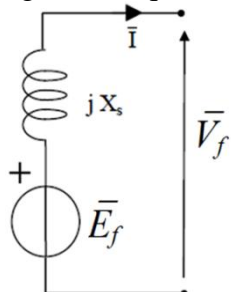


Figura 14.6.
Circuito
equivalente
semplificato
della
macchina
sincrona

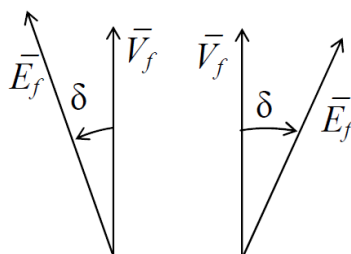


Figura 14.7.
Diagrammi
fasoriali nel
funzionamento
da generatore e
da motore

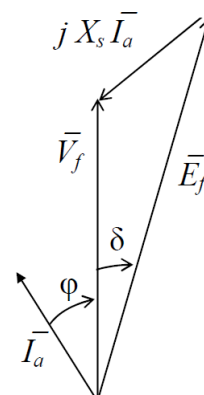
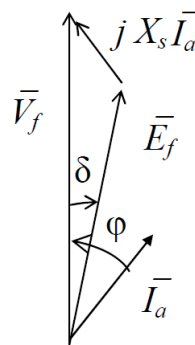
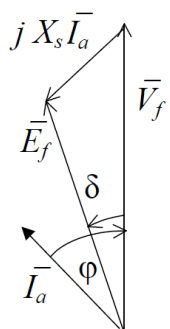
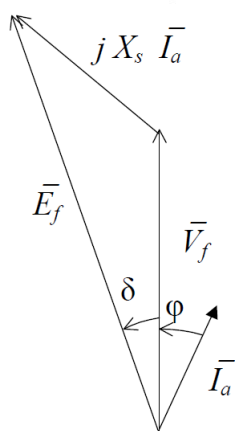


Figura 14.8. Funzionamento da generatore:
sovraccitazione (corrente erogata in ritardo) e
sottoeccitazione (corrente in anticipo)

Figura 14.9. Funzionamento da motore:
sottoeccitazione (corrente assorbita in ritardo) e
sovraccitazione (corrente in anticipo)

14.3 Funzionamento da condensatore rotante o induttore rotante

Se al generatore non do potenza meccanica, la macchina sincrona eroga una potenza attiva nulla, e vede un carico induttivo o capacitivo; essa eroga, cioè, una corrente sfasata di 90° rispetto alla tensione: se è sovraccitata la corrente erogata è in ritardo (vede un carico induttivo, fig. 14.10), mentre se è sottoeccitata la corrente erogata è in anticipo (vede un carico capacitivo, fig. 14.11).

Analogamente, se invertiamo il verso del fasore della corrente, e quindi la consideriamo assorbita, può essere vista nel primo caso come un condensatore rotante, mentre nel secondo come un induttore rotante.

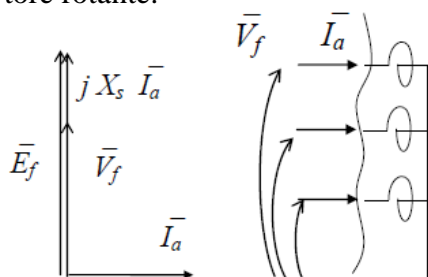


Figura 14.10. Corrente erogata in ritardo di 90°
macchina sovraccitata: generatore che
vede un carico L , o motore che
funziona da condensatore rotante

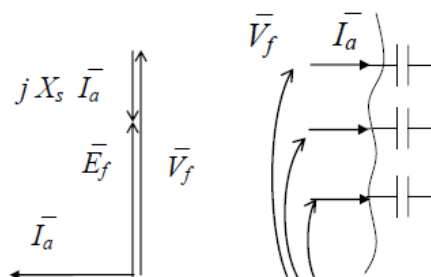


Figura 14.11. Corrente erogata in anticipo di 90° ;
macchina sottoeccitata: generatore che
vede un carico C , o motore che
funziona da induttore rotante

14.4 Caratteristica meccanica

Il grafico della *caratteristica meccanica* è riportato nella figura 14.12. La *coppia motrice* esiste solo in corrispondenza della *velocità di sincronismo* ω_0 e può assumere tutti i valori compresi fra zero e un massimo.

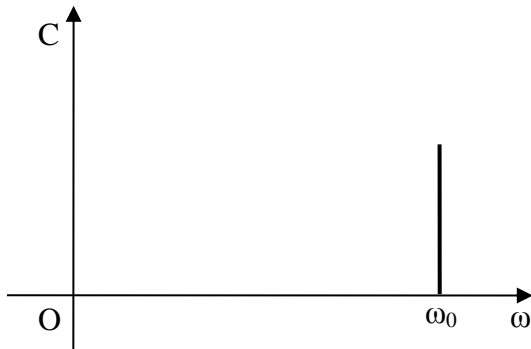


Figura 14.12. Caratteristica meccanica del motore asincrono

14.5 Parallelo dell'alternatore con una rete di potenza prevalente

Una rete di potenza prevalente impone all'alternatore tensione e frequenza. Per realizzare il parallelo con la rete si dà corrente al rotore e tramite un motore primo lo si accelera fino alla velocità corrispondente alla frequenza di rete. Si controlla che il senso ciclico delle fasi della macchina sia uguale a quello della rete; in caso contrario lo si corregge.

Si aumenta quindi la corrente di eccitazione finché il valore efficace della tensione della macchina sia uguale a quello della tensione di rete, si corregge la velocità angolare ω_r , con piccole accelerazioni impresse tramite il motore primo, fino a renderla uguale alla pulsazione di rete e fino a che i fasori V delle tensioni di rete siano allineati con i corrispondenti fasori E_f delle f.e.m. di macchina; si chiudono quindi gli interruttori per realizzare il parallelo.

Per confrontare le tensioni della macchina con quelle di rete si usano solitamente tre lampade; si potrebbe collegare ciascuno tra la fase di rete e la corrispondente fase della macchina, e, nel momento in cui si spengono tutte e tre, capiamo che le tensioni sono uguali (fig. 14.13); però potrebbero rompersi tutte e trarci in inganno.

È preferibile, perciò, utilizzare lo schema di collegamento di figura 14.14, in cui solo la lampada L_1 è collegata tra due fasi corrispondenti, mentre le altre sono invertite. In tal modo chiudiamo gli interruttori nel momento in cui due lampade sono accese con la stessa intensità e l'altra è spenta. Una rappresentazione più intuitiva della luminosità delle lampade al variare delle fasi delle varie tensioni è data in figura 14.15; quando le tensioni di linea e della macchina sono ordinatamente in fase, la lampada L_1 sarà sottoposta a una tensione nulla, mentre le altre due lampade a una tensione concatenata pari a $\sqrt{3}E$.

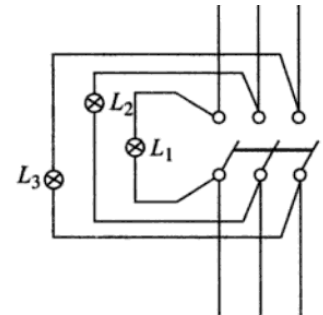


Figura 14.13. Connessione delle lampade per realizzare il parallelo

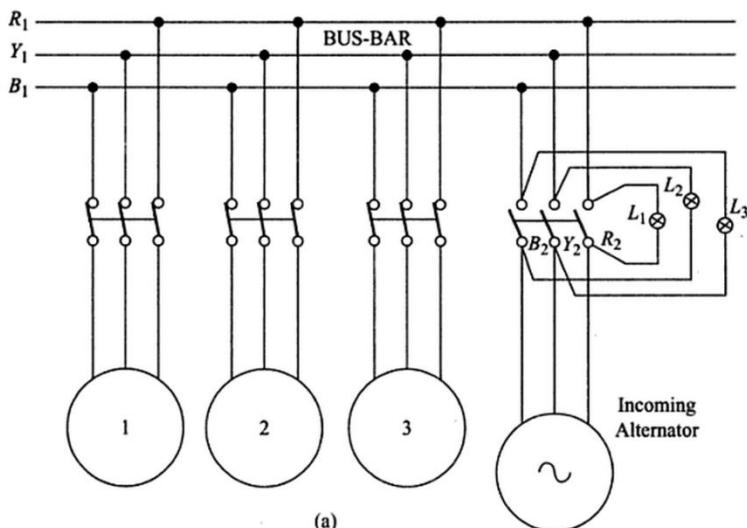


Figura 14.14. Connessione delle lampade per la realizzazione del parallelo

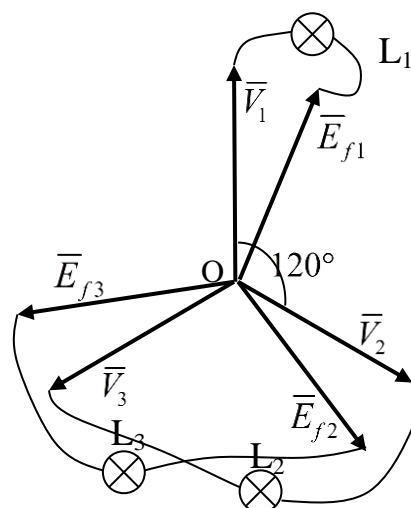


Figura 14.15. Rappresentazione intuitiva sul diagramma fasoriale delle tensioni relativamente alla fig. 14.14

14.6 Caratteristica pseudo-meccanica e stabilità a frequenza e tensione costanti

La caratteristica *pseudo-meccanica* è il legame tra la coppia e l'angolo di carico. Nella figura 14.16 sono riportate due caratteristiche pseudo-meccaniche $C(\delta)$, per due valori della corrente di eccitazione I_f , con $I_{f2} > I_{f1}$ (e quindi $E_{f1} > E_{f2}$). Si noti che a parità di coppia C^* , a una corrente di eccitazione maggiore corrisponde un angolo di carico minore.

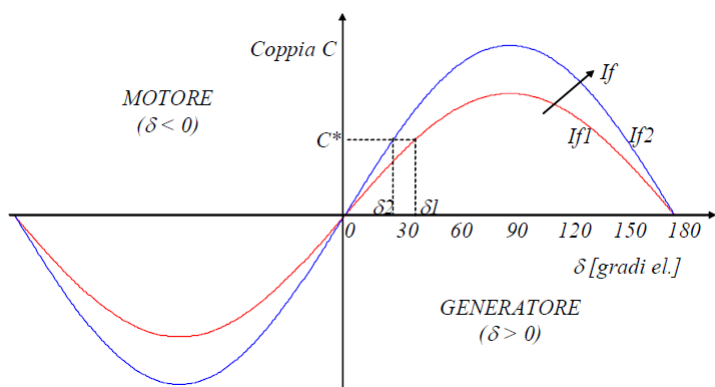


Figura 14.16. Coppia in funzione dell'angolo di carico per due diverse correnti di eccitazione I_f

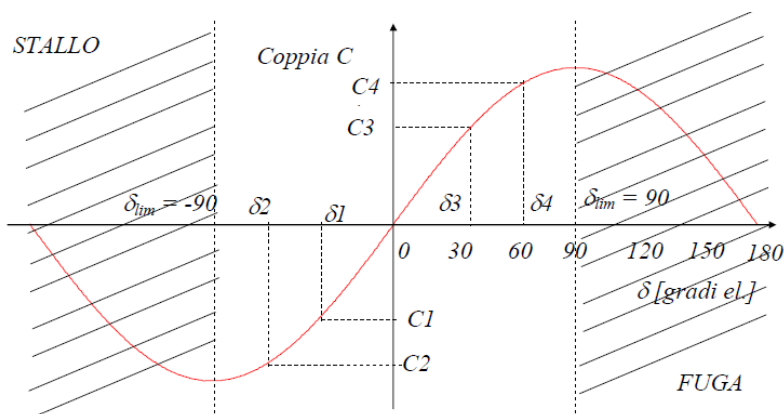


Figura 14.17. Condizione di stallo e di fuga nella cafratteristica pseudomeccanica

Dalla caratteristica di figura 14.17 si evince che esiste un angolo di carico limite ($\delta_{lim}=90^\circ$); se lo si supera, si hanno condizioni di instabilità nel funzionamento della macchina.

L'angolo di carico sia $\delta = \delta_1$ e la coppia motrice C_1 . Si aumenti lentamente la coppia resistente C_r . Il rotore tende a rallentare, poi riacquista la normale velocità sincrona; l'angolo di carico δ è aumentato in modulo, portandosi al valore δ_2 . Dalla caratteristica, si nota che la coppia elettromagnetica aumenta in modulo ($C = C_2$), così da uguagliare la coppia resistente C_r . Si è di nuovo in una condizione di equilibrio a velocità costante e pari a quella di sincronismo.

Si porti il motore nella condizione $\delta = \delta_{lim} = -90^\circ$. Se si incrementa ulteriormente la coppia resistente C_r , l'angolo di carico raggiunge un valore $\delta < -90^\circ$; la coppia motrice C diminuisce ed è minore della coppia resistente C_r ; il rotore perde allora il sincronismo col campo rotante, ovvero la macchina perde il passo, e tende a fermarsi, cioè va in stallo. Durante tale periodo si produrranno impulsi di corrente così violenti da danneggiare la macchina; è opportuno pertanto l'utilizzo di un interruttore automatico di massima corrente che stacchi la macchina dalla rete appena la corrente assorbita supera un certo limite. Il valore $\delta_{lim} = -90^\circ$ è quindi il limite di stabilità statica.

Analogamente, nel caso di funzionamento da generatore, se si supera $\delta_{lim} = 90^\circ$, la coppia elettromagnetica non riesce più ad equilibrare la coppia motrice, e la perdita di passo porta il motore ad accelerare indefinitamente (la macchina *va in fuga*).

Per ovviare al pericolo di instabilità, occorre aumentare la corrente di eccitazione; restando costanti le coppie sia resistente che motrice, si riduce l'angolo di carico.

È opportuno che l'angolo di carico sia sempre inferiore, con un certo margine, al valore limite δ_{lim} di $\pm 90^\circ$, anche in considerazione delle sovraelongazioni oscillatorie del rotore, che si verificano durante i transitori meccanici connessi alle variazioni di carico della macchina.

14.7 Eccitazione senza spazzole (*brushless*)

Per aumentare il rendimento e diminuire la manutenzione, è possibile portare corrente sul rotore senza usare spazzole e anelli; tale soluzione è usata frequentemente nelle navi. Vi è un **alternatore ausiliario** avente **induttore** fermo (statore) e **indotto** trifase rotante (al contrario dell'alternatore tradizionale), la cui corrente trifase è raddrizzata con **ponte a diodi**. L'indotto quindi ruota insieme ai diodi e agli avvolgimenti di eccitazione dell'alternatore principale.

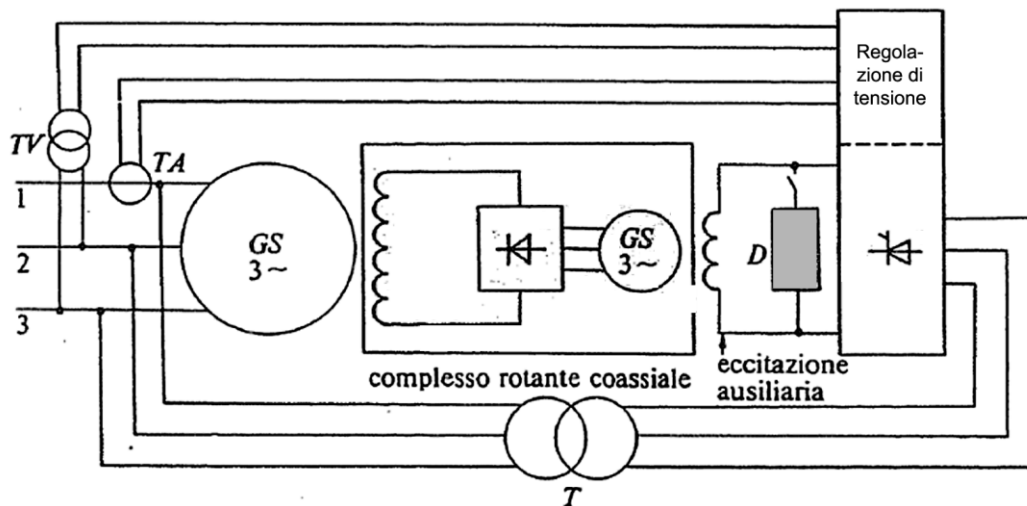


Figura 14.18. Eccitazione *brushless* di un alternatore

Il trasformatore posto nella parte inferiore della figura abbassa la tensione generata dal generatore principale (a sinistra) e la porta nel raddrizzatore, che alimenta lo statore del generatore di eccitazione; con D si è indicato il dispositivo per l'innescò della eccitazione in fase di avviamento (quando cioè non c'è tensione prodotta dal generatore principale).

Il **trasformatore voltmetrico** (TV) e il **trasformatore amperometrico** (TA) sono trasformatori, appunto, che abbassano tensione e corrente al fine di poterle misurare; da essi partono le linee che entrano in un regolatore di tensione, che regola appunto l'eccitazione dell'alternatore ausiliario (e quindi di quello principale) al fine di mantenere una tensione generata di *valore efficace* costante.

Capitolo 15

La macchina a corrente continua

15.1 Costituzione e principio di funzionamento

Come le altre, la *macchina a corrente continua* può funzionare da *motore* o da *generatore* (in questo caso è chiamata *dinamo*). Abbiamo già studiato la macchina a c. c. rudimentale nel capitolo sull'elettromagnetismo (fig. 15.1); in quel caso si usavano due *spazzole* e due *semianelli*.

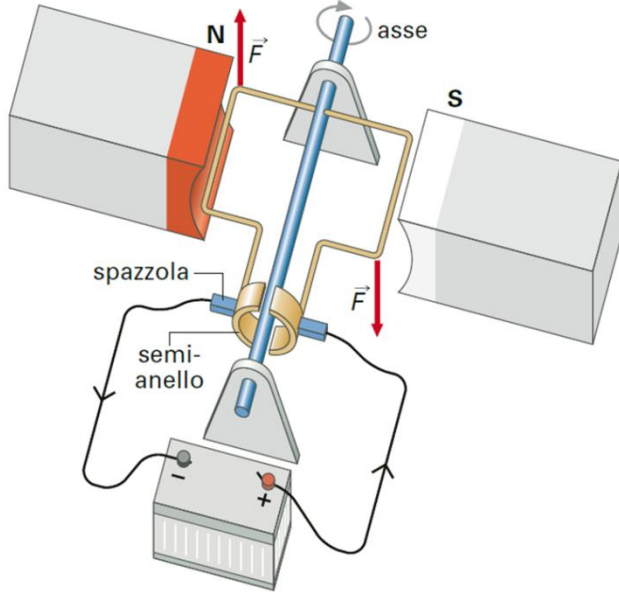


Figura 15.1. Motore a corrente continua rudimentale

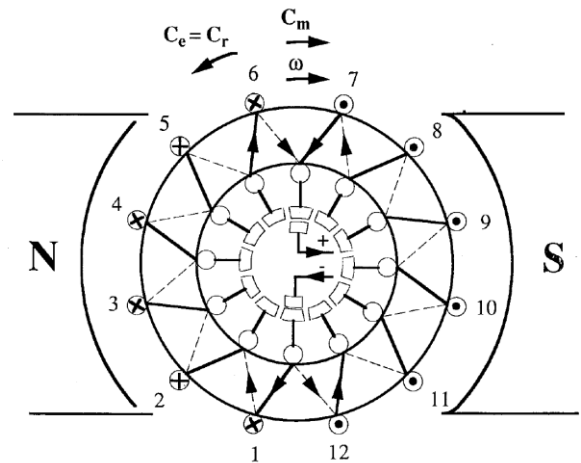


Figura 15.2. Struttura di una macchina a corrente continua con diverse spire e lamelle

Nella realtà si usa un numero molto maggiore di porzioni di anello (fig. 15.2), al fine di evitare una *coppia motrice* (nel caso di funzionamento da motore) o una *tensione* prodotta (funzionamento da generatore) molto pulsanti (fig. 15.3), e renderle più costanti possibile (fig. 15.4).

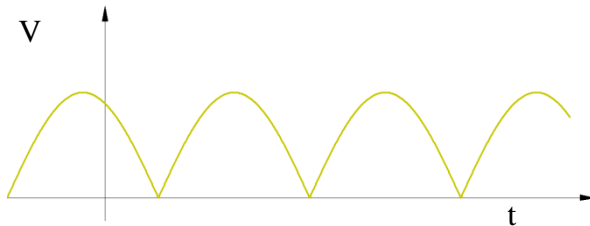


Figura 15.3. Tensione prodotta da un generatore a corrente continua rudimentale

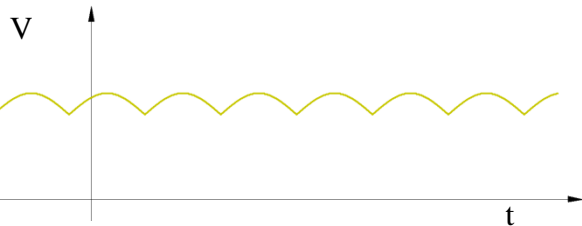


Figura 15.4. Tensione prodotta da un generatore a corrente continua con diverse spire e lamelle

Sullo statore c'è l'*avvolgimento di eccitazione*, avvolto sui poli *nord* e *sud*, o un magnete permanente, che determina il flusso magnetico. Sul rotore è posto l'*avvolgimento di indotto*, chiuso in corto circuito. Nella figura 15.2 è rappresentato un *indotto ad anello*; i puntini rappresentano correnti uscenti dal foglio, le crocette correnti entranti. Al centro vediamo le *spazzole* e il *collettore* formato, in questo caso, da dodici lamelle.

Il rotore consiste in un cilindro laminato in materiale ferromagnetico. Alla periferia vi sono scanalature, dette *cave*, che accolgono le spire dell'avvolgimento di indotto. I poli sono composti da un nucleo (attorno al quale sono sistemati gli avvolgimenti di eccitazione), e da una espansione polare, sagomata a ventaglio con profilo concentrico a quello del rotore (fig. 15.5).

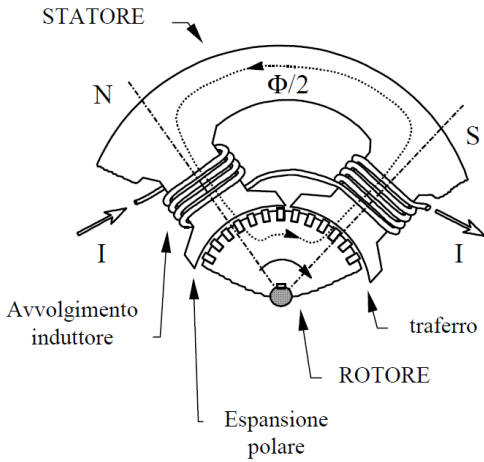


Figura 15.5. Struttura di una macchina a corrente continua

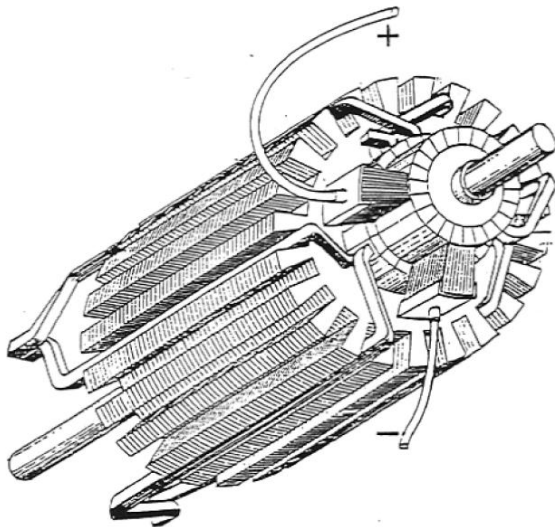


Figura 15.6. Rotore di una macchina a corrente continua

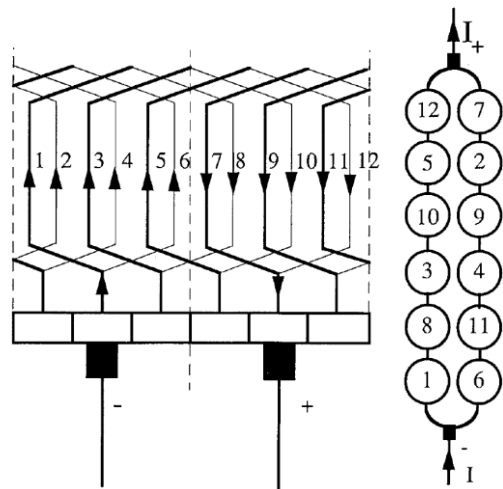


Figura 15.7. Avvolgimento rotorico embricato

Nella figura 15.7 è mostrato un tipico avvolgimento rotorico, in questo caso detto *embricato*³², di un generatore a corrente continua a due poli. Le due spazzole prelevano la corrente prodotta su una spira, che, come si vede, non è semplice come quella vista nella macchina rudimentale; in questo modo si riesce ad avere una corrente poco pulsante.

Nella figura 15.8 è mostrato un avvolgimento *ondulato* per una macchina a quattro poli.

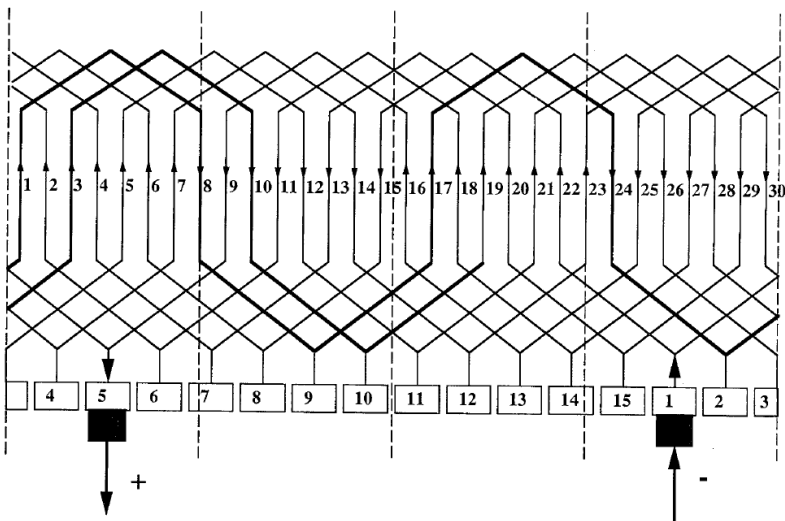


Figura 15.8. Avvolgimento rotorico ondulato di una macchina a quattro poli

³² Le matasse sono rombiche e parzialmente sovrapposte, come gli *embrici* (tegole in laterizio) di un tetto.

15.2 Motore a corrente continua con eccitazione in derivazione

L'*eccitazione*, ovvero l'alimentazione dell'avvolgimento che produce il flusso magnetico, può avvenire in diversi modi. Se l'avvolgimento è alimentato con la stessa tensione che va alle spazzole, l'eccitazione è detta *in derivazione* (parallelo).

La *caratteristica meccanica* è una retta decrescente; il punto di intersezione con l'asse delle ascisse rappresenta la velocità a vuoto ω_0 , che è proporzionale alla tensione di alimentazione. Il punto P è l'intersezione tra la retta della *coppia motrice* C e la curva della *coppia frenante* C_F ; esso rappresenta il punto di funzionamento e la sua ascissa corrisponde alla velocità del rotore ω_R .

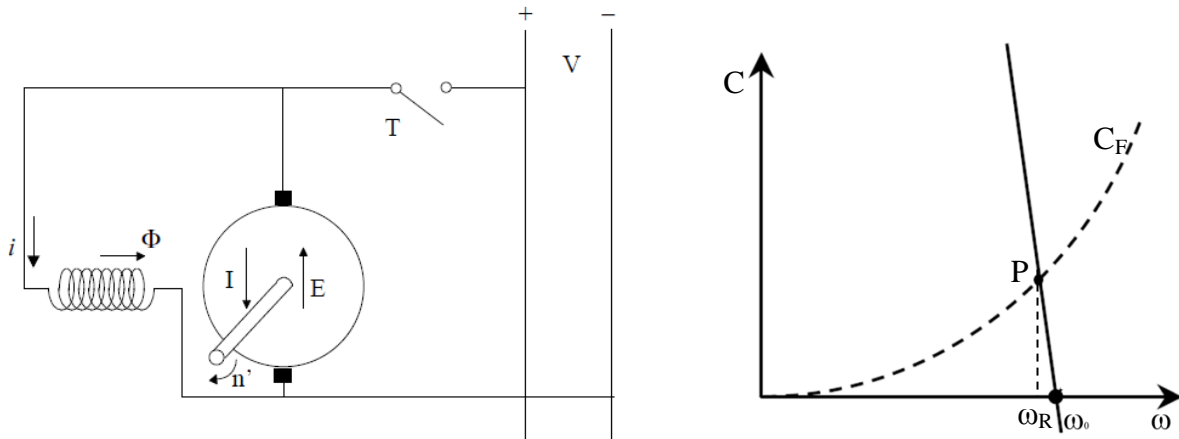


Figura 15.9. Motore a corrente continua con eccitazione in derivazione e sua caratteristica meccanica

15.3 Motore a corrente continua con eccitazione in serie

In questo caso l'avvolgimento di eccitazione è collegato *in serie* a una spazzola (fig. 15.10); la *caratteristica meccanica* è quella nella figura 15.11, in cui la velocità a vuoto tende a essere molto grande (in teoria infinita); se la *coppia resistente* è molto bassa, pertanto, il rotore potrebbe avere una velocità troppo elevata e pericolosa; ci deve essere, pertanto, un dispositivo che tolga alimentazione nel caso in cui la velocità rotorica superi un certo limite.

Anche qui l'ascissa del punto di intersezione tra la curva della coppia motrice e quella relativa alla coppia frenante, rappresenta la velocità a regime del rotore.

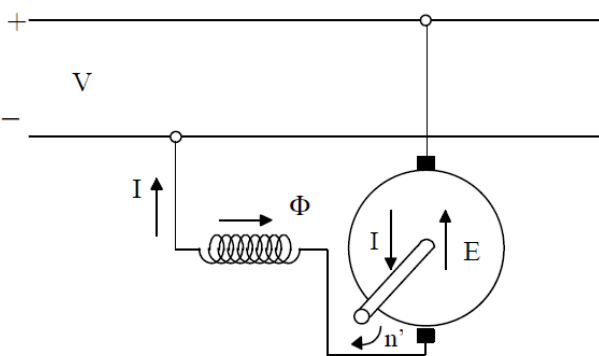


Figura 15.10. Motore a c. c. con eccitazione in serie con eccitazione in serie

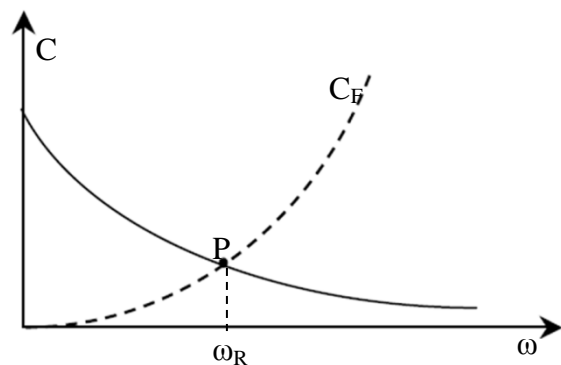


Figura 15.11. Caratteristica meccanica del motore a c. c.

15.4 Dinamo a eccitazione indipendente

La *dinamo*, come si diceva, è il *generatore a corrente continua*; se è a eccitazione indipendente, essa è ottenuta alimentando separatamente l'avvolgimento, per mezzo di un'altra sorgente di tensione. Nella figura 15.12 è mostrato lo schema elettrico; nella figura 15.13 vediamo la caratteristica nel piano $V-I$, in cui è evidenziata la corrente di corto circuito I_{CC} e la tensione a vuoto V_0 (cfr. cap. 5).

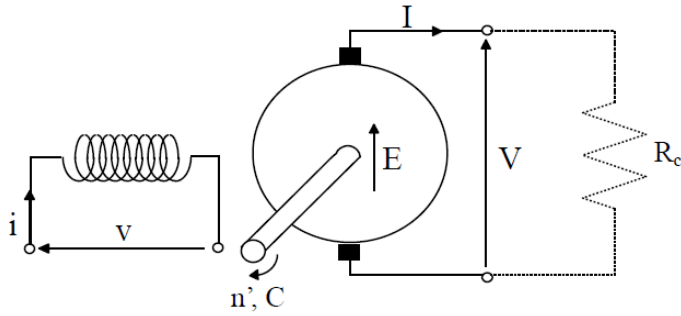


Figura 15.12. Dinamo a eccitazione indipendente
della dinamo a eccitazione indipendente

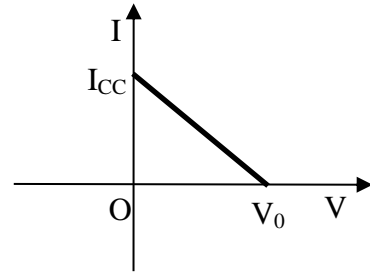


Figura 15.13. Caratteristica tensione-corrente

15.5 Dinamo autoeccitata

In una dinamo *autoeccitata*, l'eccitazione è derivata dalle spazzole (fig. 15.14). Facendo ruotare la macchina nasce una tensione ai morsetti; senza entrare nei dettagli, questo è possibile grazie al magnetismo residuo e alla non linearità della caratteristica di eccitazione (cioè la relazione tra la forze elettromotrice e la corrente di eccitazione): il magnetismo residuo indurrà una corrente di eccitazione, che a sua volta produrrà un campo magnetico che si aggiungerà al magnetismo residuo; il campo magnetico aumentato porterà a sua volta a un aumento della stessa corrente di eccitazione e così via.

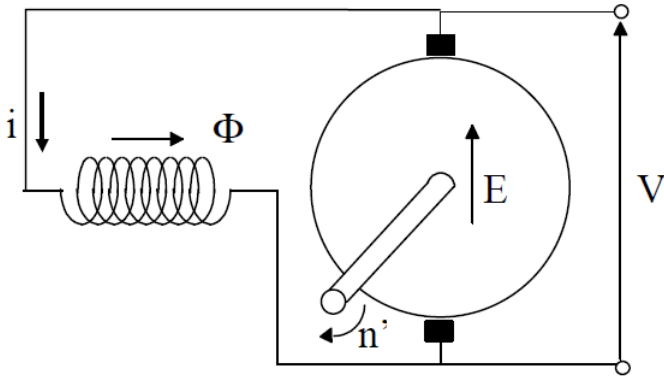


Figura 15.14. Schema circuitale di una dinamo autoeccitata

Domande di riepilogo sulla parte seconda

Trasformatore

1. Spiega il funzionamento del trasformatore.
2. Rapporto di trasformazione del trasformatore: dimostra la formula.
3. Cos'è la corrente di reazione al primario in un trasformatore? Spiega.
4. Parla delle perdite nel ferro.
5. Il parallelo tra due trasformatori: schema elettrico e considerazioni.
6. Vantaggi e svantaggi dell'autotrasformatore.

Macchina asincrona

1. Com'è costituita la macchina asincrona?
2. Spiega l'origine dei nomi della macchina asincrona, detta anche a induzione.
3. Caratteristica meccanica del motore asincrono: coppia di carico, velocità di sincronismo, coppia all'avviamento, velocità del rotore, tratti stabile e instabile.
4. Parla dei metodi di avviamento della macchina asincrona: stella-triangolo, resistenze di rotore.
5. Come mai, oltre ai motori a gabbia semplice di scoiattolo, sono utilizzati motori a doppia gabbia o a gabbia a barre alte?
6. Il motore asincrono monofase.

Macchina sincrona

1. Com'è costituita la macchina sincrona?
2. Cosa comporta l'utilizzo di un rotore a magneti permanenti e l'utilizzo di un rotore avvolto?
3. Circuito equivalente della macchina sincrona e diagramma fasoriale.
4. Che si intende per sottoeccitazione e sovraeccitazione della macchina?
5. Cos'è l'angolo di carico nella macchina sincrona?
6. Caratteristica meccanica del motore sincrono.
7. Caratteristica pseudomeccanica della macchina sincrona: perdita del passo.
8. Parallelo di un alternatore alla rete elettrica.
9. Eccitazione senza spazzole (*brushless*) della macchina sincrona.

Macchina a corrente continua

1. Funzionamento della macchina a corrente continua rudimentale.
2. Schema circuitale e caratteristica meccanica della macchina a corrente continua a eccitazione indipendente.
3. Schema circuitale e caratteristica meccanica della macchina a corrente continua a eccitazione serie.
4. Caratteristica tensione-corrente della dinamo a eccitazione indipendente.

PARTE TERZA

LE BASI
DELL'ELETTRONICA
ANALOGICA E DIGITALE

Capitolo 16

I materiali semiconduttori e il diodo

16.1 Classificazione dei materiali dal punto di vista elettrico

I materiali si classificano dal punto di vista elettrico in conduttori, semiconduttori e isolanti. Una possibile classificazione si ha in base alla loro resistività, come riportato nella tabella seguente:

Materiale	Isolante	Semiconduttore	Conduttore
Resistività ρ [Ωcm]	$\rho > 10^5$	$10^{-3} < \rho < 10^5$	$\rho < 10^{-3}$

Esistono anche materiali detti superconduttori, che per temperature molto basse (dell'ordine dei 200 °C sotto zero) conducono molto meglio dei conduttori tradizionali; essi necessitano, quindi, di sistemi di refrigerazione adeguati.

I **conduttori** sono materiali che rendono disponibili un gran numero di elettroni per la conduzione di corrente elettrica, come i metalli (rame, alluminio, argento, oro). Gli **elettroni di valenza** sono quegli elettroni legati al nucleo e che posseggono energia nella cosiddetta **banda di valenza**. Se gli elettroni acquistano una certa energia, si svincolano dal nucleo, diventando disponibili alla conduzione; la loro energia cadrà nella **banda di conduzione** (vedi fig. 16.1 a sinistra).

Gli **isolanti** hanno gli elettroni di valenza strettamente legati ai loro atomi; è necessaria pertanto una maggiore energia per liberarli rispetto a quella necessaria ai conduttori. Hanno pochi elettroni disponibili per la conduzione e la banda proibita ha un intervallo energetico di alcuni *elettronvolt*. Un buon isolante ha una grande banda proibita (fig. 16.1 a destra); ad esempio il diamante è un ottimo isolante, e la sua banda proibita è di 7 eV.

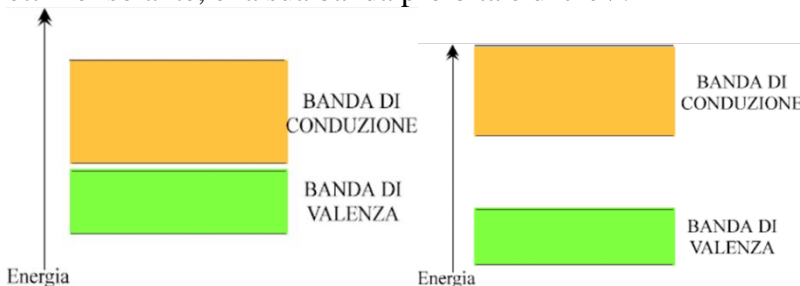


Figura 16.1. Banda di conduzione, di valenza e banda proibita nei conduttori (a sinistra) e negli isolanti (a destra)

Un semiconduttore è detto **intrinseco** se è puro, interamente costituito, cioè, dal materiale nominale. Non ha un buon numero di elettroni in **banda di conduzione**; può essere attraversato, pertanto, da correnti elettriche non elevate. Se si vuole aumentare la corrente si può *innalzare la temperatura*, per far sì che gli elettroni in banda di valenza acquisiscano energia sufficiente a oltrepassare il *gap* di energia (la resistenza dei semiconduttori, infatti, diminuisce all'aumentare della temperatura); è però un metodo poco praticabile. Si può invece effettuare il cosiddetto drogaggio del semiconduttore, che rende il semiconduttore **estrinseco**: il materiale di base è volutamente ed artificialmente addizionato di elementi estranei per incrementare il numero di elettroni o di lacune mobili.

Nella figura 16.2 è data la rappresentazione schematica del reticolo cristallino del *silicio*, uno dei materiali semiconduttori più usati. Gli atomi di silicio hanno quattro elettroni di valenza e si legano fra loro tramite il legame covalente, mettendo cioè in comune un elettroni con ogni atomo al quale si legano.

Con l'aggiunta di una piccola quantità di **impurità** nel silicio

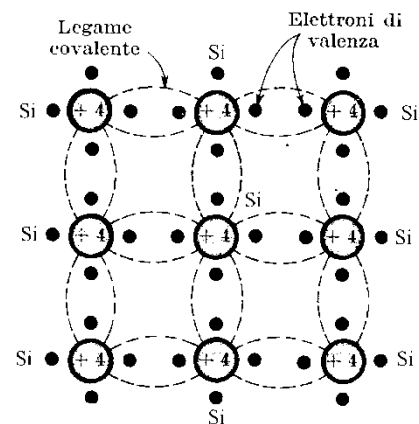


Figura 16.2. Reticolo cristallino del silicio

puro da una *sostanza pentavalente*, gli atomi delle impurità sostituiscono nel reticolo cristallino alcuni atomi di silicio.

Quattro elettroni di valenza su cinque occupano altrettanti legami covalenti. Il quinto elettrone è svincolato ed è disponibile per la conduzione; abbiamo ottenuto così un semiconduttore di *tipo n*. Nella figura 16.3 è mostrato un reticolo cristallino nel quale un atomo di silicio è sostituito da un atomo di impurità pentavalente; accanto sono mostrate le bande di energia in semiconduttore di tipo *n*.

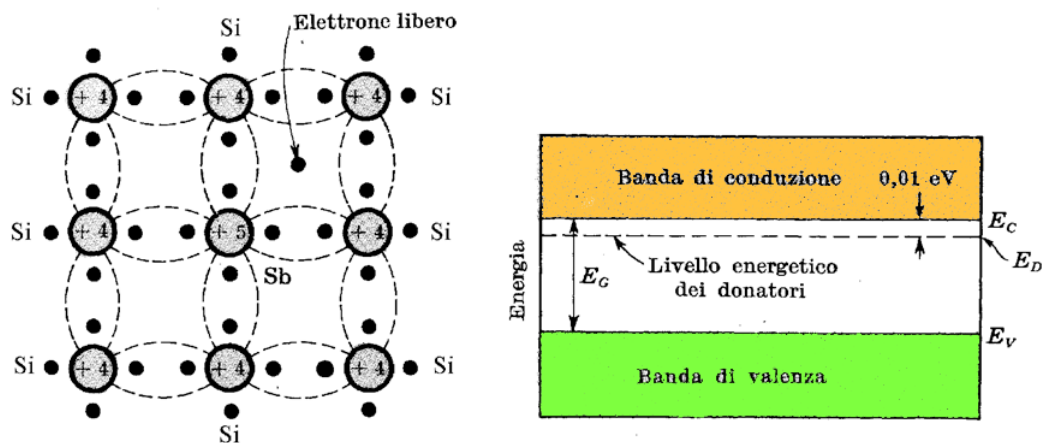


Figura 16.3. Drogaggio del silicio con sostanza pentavalente e corrispondenti livelli energetici

L'energia necessaria per separare dall'atomo questo quinto elettrone è di soli $0,01\text{ eV}$ per il germanio e di $0,05\text{ eV}$ per il silicio. Le sostanze pentavalenti impiegate come impurità sono *antimonio*, *fosforo* e *arsenico*. Esse producono eccesso di cariche negative; sono pertanto chiamate donatori, o impurità di tipo *n*.

Se a un semiconduttore intrinseco sommiamo impurità trivalenti (*boro*, *gallio*, *indio*), solo 3 dei 4 legami covalenti si completano; di conseguenza c'è carenza di un elettrone, ovvero una *lacuna*. Le impurità danno luogo a cariche positive poiché esse creano delle lacune che possono *accettare* elettroni. Si usano quindi metalli chiamati *accettori*. Nella figura 16.4 è mostrato un reticolo cristallino nel quale un atomo di silicio è sostituito da un atomo di impurità trivalente e le bande di energia in semiconduttore di tipo *p*.

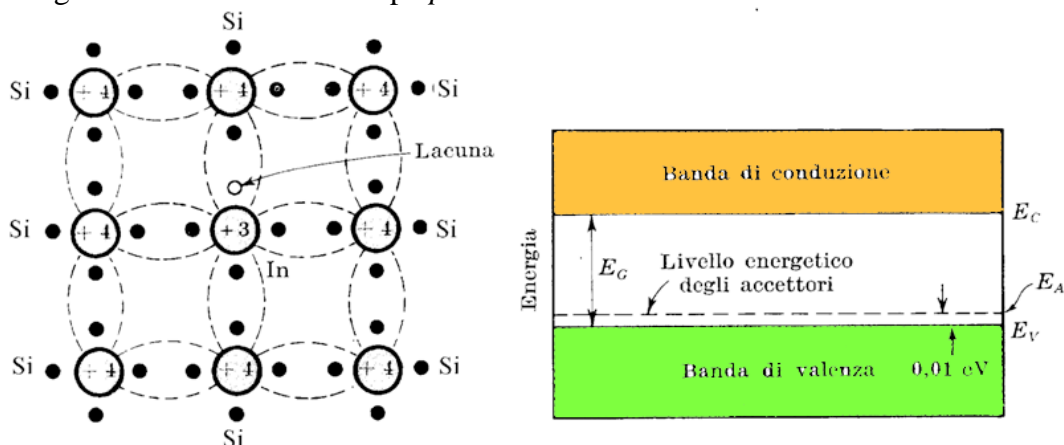


Figura 16.4. Drogaggio del silicio con sostanza trivalente e corrispondenti livelli energetici

16.2 La giunzione pn

In uno stesso cristallo semiconduttore si crea una transizione da una zona drogata di tipo *n* ad una drogata di tipo *p*. Da un lato vi sono gli *atomi donatori* (elettroni mobili e lacune fisse), dall'altro gli *atomi accettori* (lacune mobili ed elettroni fissi).

Come mostrato nella figura 16.5, all'interfaccia vi è una **ricombinazione elettroni-lacune** delle cariche mobili che si trovavano a contatto; si forma così una zona in cui compaiono solo cariche fisse: le zone laterali sono neutre, nella zona centrale la migrazione di elettroni e lacune verso l'altro lato produce eccesso di cariche fisse e quindi un campo elettrico. È avvenuto, quindi, nella zona centrale, uno **svuotamento** di cariche mobili; tale zona si dice quindi **zona di svuotamento**.

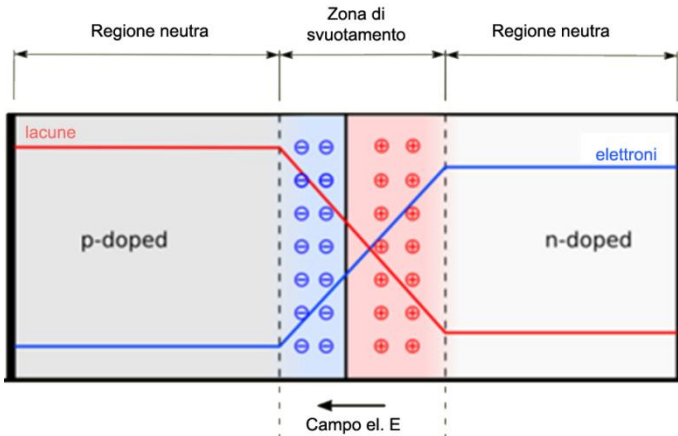


Figura 16.5. Drogaggio, regioni neutre e zona di svuotamento nel diodo a giunzione

Il campo elettrico E prodotto da tali cariche non fa continuare il fenomeno della migrazione; si ha quindi una **barriera di potenziale**. Il campo E nasce per costruzione stessa della giunzione; si dice quindi campo elettrico di **built-in**.

16.3 Polarizzazione della giunzione pn

La tensione applicata ad una **giunzione pn** può avere due versi, generando un campo elettrico che va a sommarsi o a sottrarsi al campo $E_{built-in}$.

16.3.1 Polarizzazione diretta

Collegiamo una batteria alla giunzione col morsetto positivo alla zona di tipo p e quello negativo alla zona di tipo n (fig. 16.6). La giunzione, in questa condizione, si dice **polarizzata** direttamente.

Il campo elettrico della batteria contrasta $E_{built-in}$. Aumentando la tensione della batteria si ha la restrizione della zona svuotata; il morsetto negativo della batteria, infatti, tenderà a spingere elettroni verso la parte positiva della zona svuotata, facendo restringere la barriera; analogo è il comportamento del morsetto positivo e delle lacune.

Con una piccola barriera, i **portatori maggioritari** (elettroni nella zona n , lacune nella zona p) potranno circolare nel circuito; la corrente aumenta al crescere della tensione applicata.

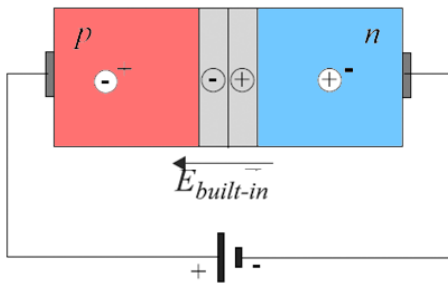


Figura 16.6. Polarizzazione diretta della giunzione pn

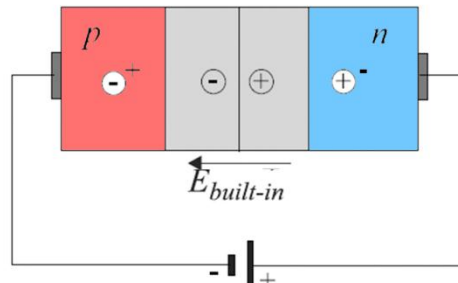


Figura 16.7. Polarizzazione inversa della giunzione pn

16.3.2 Polarizzazione inversa

In questo caso, collegando il generatore con polarità inverse rispetto al caso precedente (fig. 16.7), il campo elettrico della batteria e $E_{built-in}$ hanno lo stesso verso. Si ha così un allargamento della regione svuotata e una maggiore barriera per i portatori maggioritari. Se nella polarizzazione diretta

si iniettano portatori da una regione in cui sono maggioritari in una regione dove sono minoritari (ad es. gli elettroni dalla zona n alla zona p), nella polarizzazione inversa i portatori da una regione in cui sono minoritari in una regione dove sono maggioritari.

Nel circuito di figura 16.7 la corrente va in verso antiorario, gli elettroni in verso orario, dalla zona p alla zona n : nella zona p essi sono portatori minoritari e superano la barriera, formando comunque una corrente è molto piccola. Essa è detta **corrente di saturazione inversa** (I_0). Nel germanio è dell'ordine dei *microampere*, mentre nel silicio dell'ordine dei *nanoampere*.

16.4 Il diodo

Il diodo fu inventato dall'ingegnere britannico John Ambrose Fleming nel 1904; fu la prima valvola elettronica. Egli riprese un esperimento di Edison: consisteva in un'ampolla di vetro, nel quale era creato il vuoto, contenente un filamento che, reso incandescente al passaggio di corrente elettrica, emetteva elettroni.

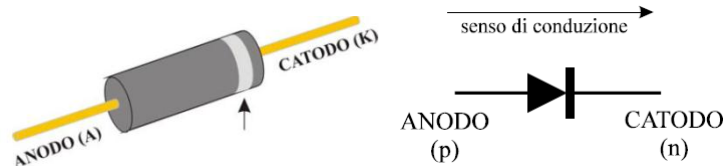


Figura 16.8. Il diodo a giunzione: componente fisico e simbolo circuitale

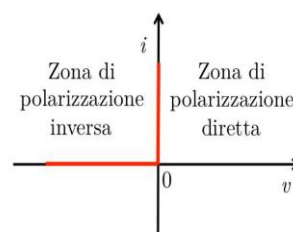


Figura 16.9. Caratteristica del diodo ideale

Oggi molto diffuso è il **diodo a giunzione** (fig. 16.8), disponibile commercialmente dagli anni '40 del '900. Esso è un bipolo non lineare costituito appunto da una giunzione pn di silicio. L'anodo coincide con la zona di tipo p , drogata con boro, il catodo con la zona di tipo n , drogata con fosforo. Considerando il circuito della polarizzazione diretta (fig. 16.6), è chiaro che per tensione positiva della batteria (semiasse positivo delle V) la polarizzazione è effettivamente diretta, mentre per tensione negativa (semiasse negativo delle V) la polarizzazione è inversa.

Si possono riportare i valori della corrente in funzione di quelli di tensione per ottenere la **caratteristica nel piano tensione-corrente** del diodo a giunzione, riportata in figura 16.10. La **tensione di soglia** (in questo caso di $0,5\text{ V}$) è la minima tensione che permette al diodo di condurre in polarizzazione diretta.

Quando la tensione di polarizzazione inversa diviene molto elevata, si ha una rottura dei legami e le cariche in conduzione aumentano notevolmente: la tensione ai capi del diodo si stabilizza su di un valore, mentre la corrente può assumere valori anche molto elevati e può provocare così la rottura del diodo (**effetto valanga**); la tensione ai capi del diodo in questo caso si dice **tensione di breakdown**, qui di circa -100 V , indicata con V_{ZK} .

Spesso si considera, per semplificare calcoli e procedure, il **diodo ideale**, che si comporta come un corto circuito in polarizzazione diretta e come un circuito aperto in polarizzazione *inversa*. La caratteristica diventa quella di figura 16.9.

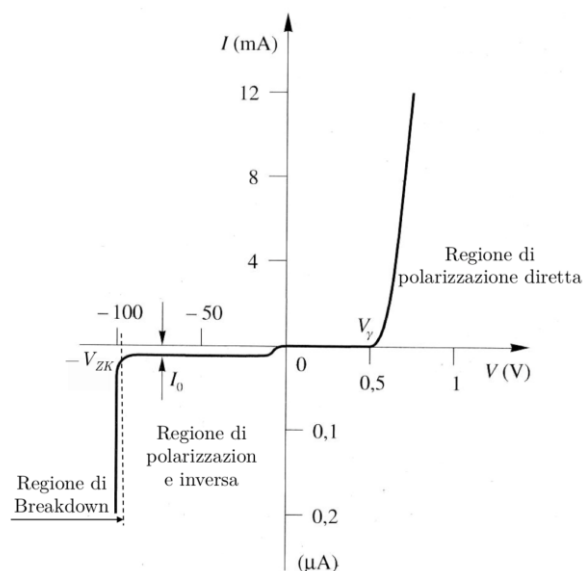


Figura 16.10. Caratteristica del diodo e regioni di funzionamento

16.5 I raddrizzatori monofase

Un raddrizzatore è un dispositivo in grado di convertire un segnale alternato in uno continuo, o avente comunque una componente continua non nulla.

16.5.1 Raddrizzatore a singola semionda

Un solo diodo è in grado di far arrivare al carico una tensione pulsante, corrispondente a una metà delle semionde di tensione prodotte dal generatore alternativo-sinusoidale. Nel circuito di figura 16.11 vi è un carico costituito da una resistenza R e un diodo raddrizzatore.

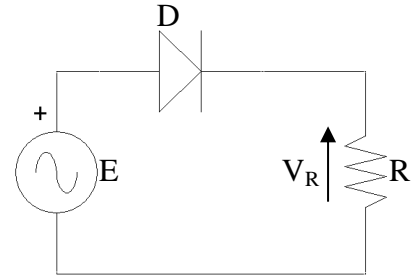


Figura 16.11. Circuito raddrizzatore a singola semionda

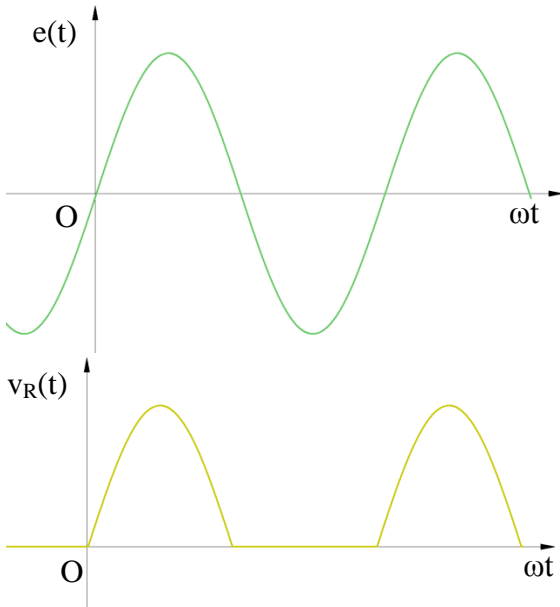


Figura 16.12. Forme d'onda delle tensioni di ingresso e di uscita nel raddrizzatore a singola semionda

La tensione risultante non è continua, ma pulsante (fig. 16.12); a differenza della tensione alternativa sinusoidale, comunque, ha una componente continua non nulla, che è data, come sappiamo, dalla somma delle aree sotto la curva su un periodo fratto il periodo stesso: $V_{CC} = \frac{\sum A_i}{T}$.

Usando gli integrali definiti³³, è possibile dimostrare che in questo caso $V_{CC} = \frac{V_{MAX}}{\pi}$.

Per diminuire il *ripple*, ovvero l'oscillazione residua, si può collegare in parallelo al carico un condensatore (fig. 16.13); esso si carica durante le semionde positive del generatore, per poi scaricarsi sul carico durante la semionda negativa, quando cioè il diodo è spento.

³³ L'area sotto la semionda è data da $A = \int_0^{\pi} V_{MAX} \sin(x) dx = V_{MAX} [-\cos(x)]_0^{\pi} = V_{MAX} [-\cos \pi - (-\cos 0)] = V_{MAX} [1 - (-1)] = 2V_{MAX}$. La componente continua sarà quindi tale area diviso il periodo 2π : $V_{CC} = \frac{A}{T} = \frac{2V_{MAX}}{2\pi} = \frac{V_{MAX}}{\pi}$.

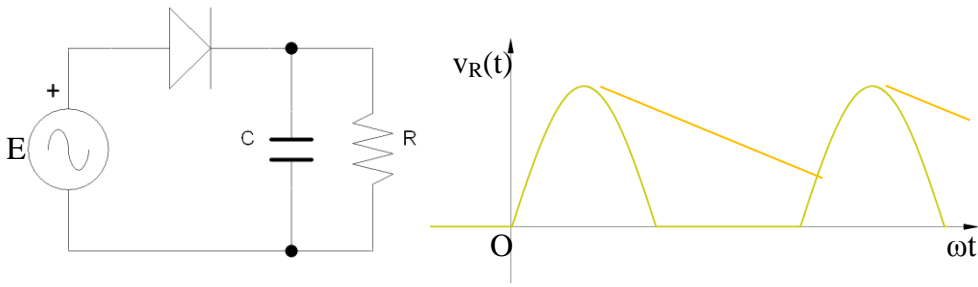


Figura 16.13. Circuito raddrizzatore con condensatore e forma d'onda della tensione di uscita

16.5.2 Raddrizzatori a doppia semionda

Il primo caso che esaminiamo è il *raddrizzatore con trasformatore a presa centrale* (fig. 16.14). Tale trasformatore consente di duplicare una sorgente di tensione alternata, oltre che innalzare o abbassare tale tensione.

Durante la semionda positiva, le tensioni al secondario del trasformatore $v_1(t)$ e $v_2(t)$ sono entrambe positive. Sarà acceso il diodo D_1 e spento il D_2 ; la corrente scorrerà nel carico da destra a sinistra e la tensione $v_L(t)$ coinciderà con la tensione $v_1(t)$, positiva.

Durante la semionda negativa, $v_1(t)$ e $v_2(t)$ sono negative. Sarà acceso il diodo D_2 e spento D_1 ; la tensione $v_L(t)$, per la legge di Kirchhoff delle tensioni, coinciderà con l'opposto della tensione $v_2(t)$, negativa, e quindi $v_L(t)$ sarà ancora positiva.

La componente continua sarà il doppio rispetto al caso di singola semionda: $V_{CC} = V_{MAX} \frac{2}{\pi}$.

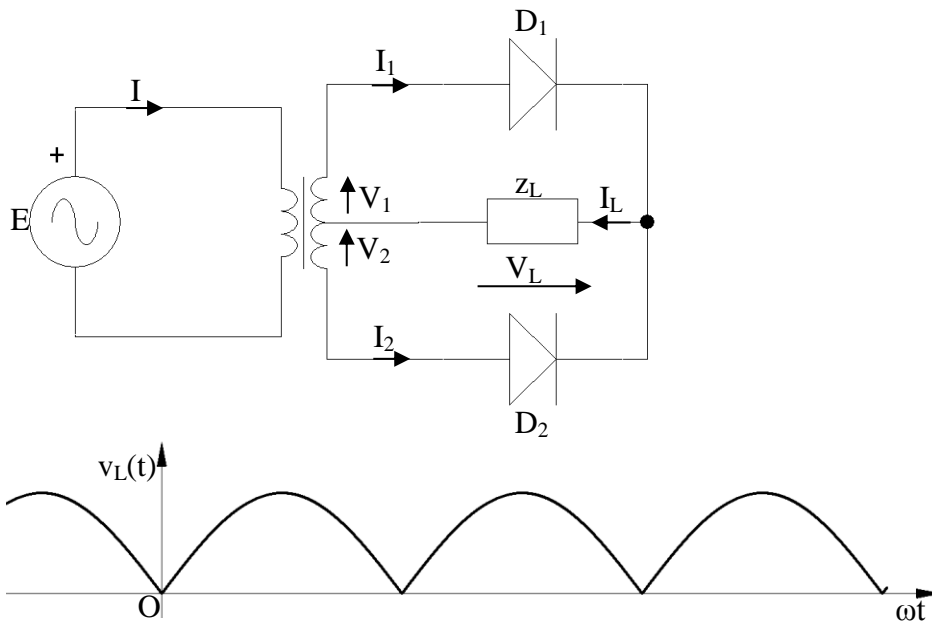


Figura 16.14. Circuito raddrizzatore con trasformatore a presa centrale e forma d'onda della tensione di uscita

Nel *raddrizzatore con ponte di Graetz*, o ponte a diodi (fig. 16.15), è eliminato il costoso trasformatore a presa centrale. Durante la semionda positiva del generatore di tensione sono accesi i diodi D_1 e D_2 ; durante la semionda negativa, conducono invece i diodi D_3 e D_4 . La corrente nel carico scorre sempre verso il basso.

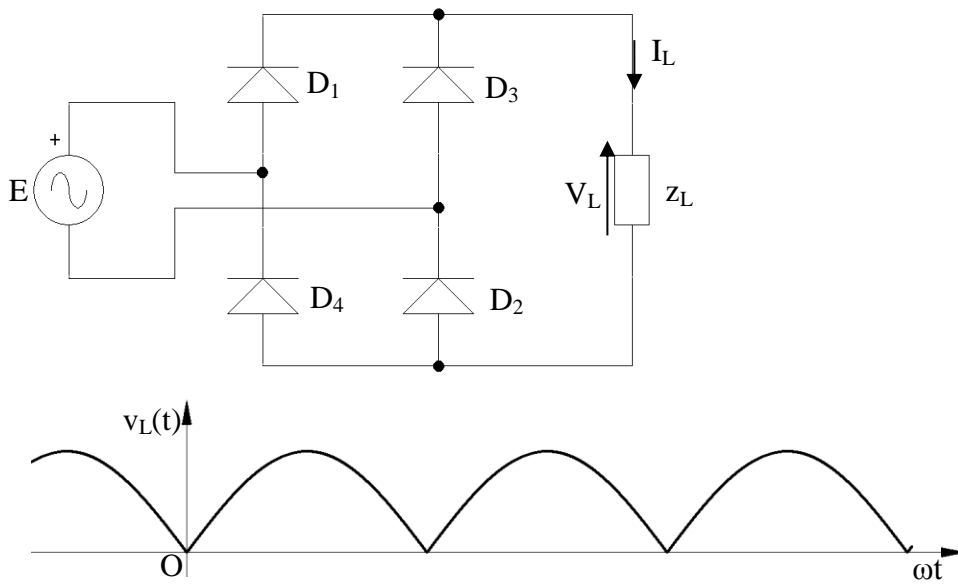


Figura 16.15. Circuito raddrizzatore a ponte di Graetz e forma d'onda della tensione di uscita

16.6 Raddrizzatori trifase

Nella figura 16.16 è rappresentato un raddrizzatore trifase a semionda.

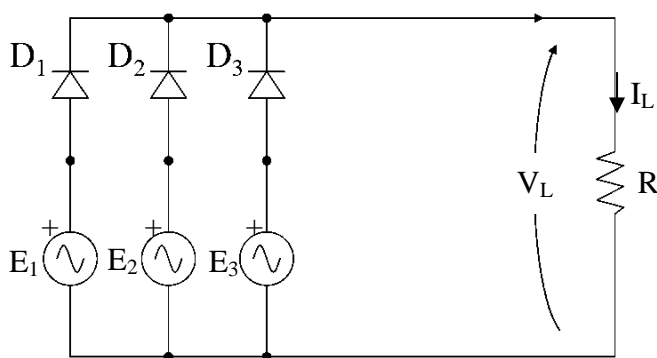


Figura 16.16. Raddrizzatore trifase a semionda

Nel grafico di figura 16.17 sono mostrate le **tensioni stellate** $e_1(t)$, $e_2(t)$ ed $e_3(t)$, rispettivamente in blu, rosso e verde, e il corrispondente diagramma fasoriale.

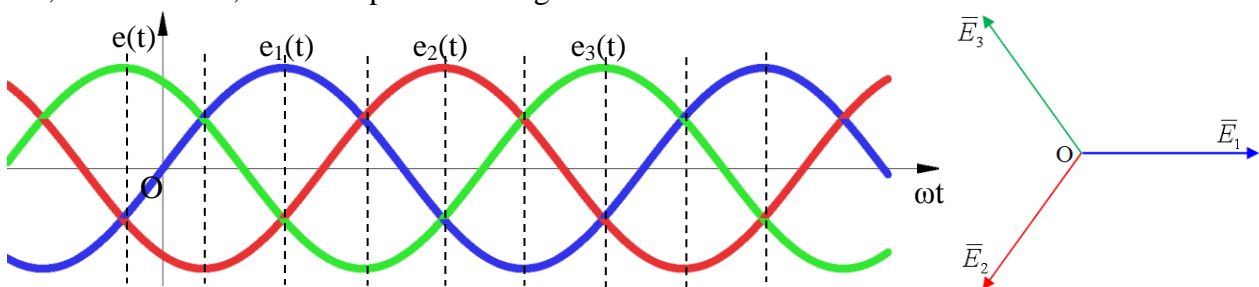


Figura 16.17. Tensioni stellate e corrispondente diagramma fasoriale

Si accende un diodo per volta, quello, cioè, il cui anodo è collegato al generatore di maggiore tensione istantanea. La tensione all'uscita è data dalle parti superiori colorate in nero di ciascuna onda rappresentate nella figura 16.18; sono indicati i diodi accesi in ciascun intervallo. Si tratta di una tensione pulsante di periodo di 120° .

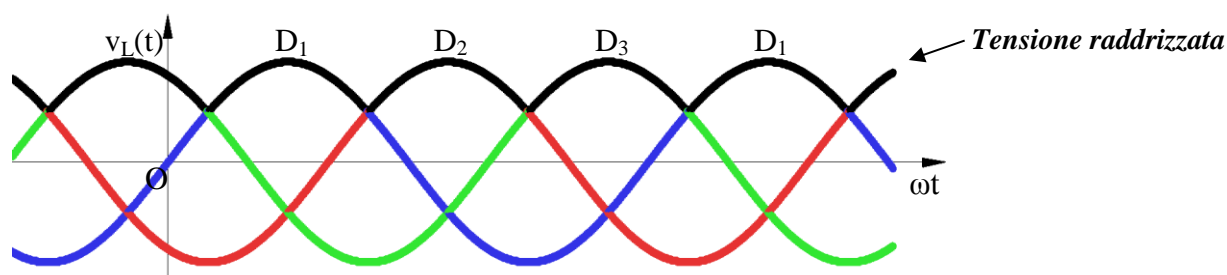


Figura 16.18. Tensioni stellate e tensione raddrizzata (in nero)

Per grandi potenze, è conveniente utilizzare *raddrizzatori trifase a ponte*, la cui uscita è ancora una tensione pulsante, ma con un *ripple* molto minore. Nel circuito di figura 16.19 è rappresentato un generatore trifase collegato a stella con un ponte a diodi; i diodi si accendono due per volta, e sono quelli collegati tra la *fase a maggior valore* e la *fase a minor valore* istantaneo.

Nel grafico di figura 16.20 sono mostrate le *tensioni concatenate* $v_{12}(t)$, $v_{23}(t)$ e $v_{31}(t)$, rispettivamente in magenta, giallo e ciano, e il corrispondente diagramma fasoriale.

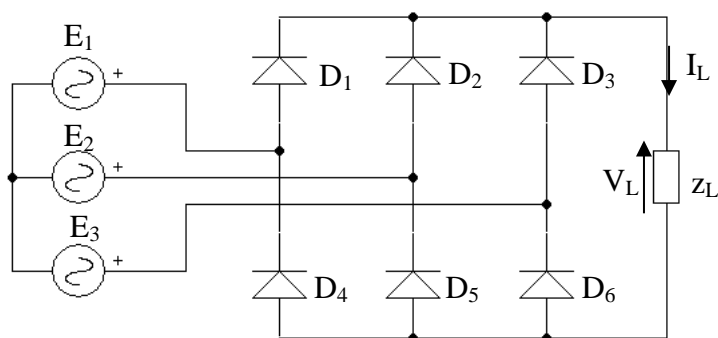


Figura 16.19. Circuito raddrizzatore trifase a ponte

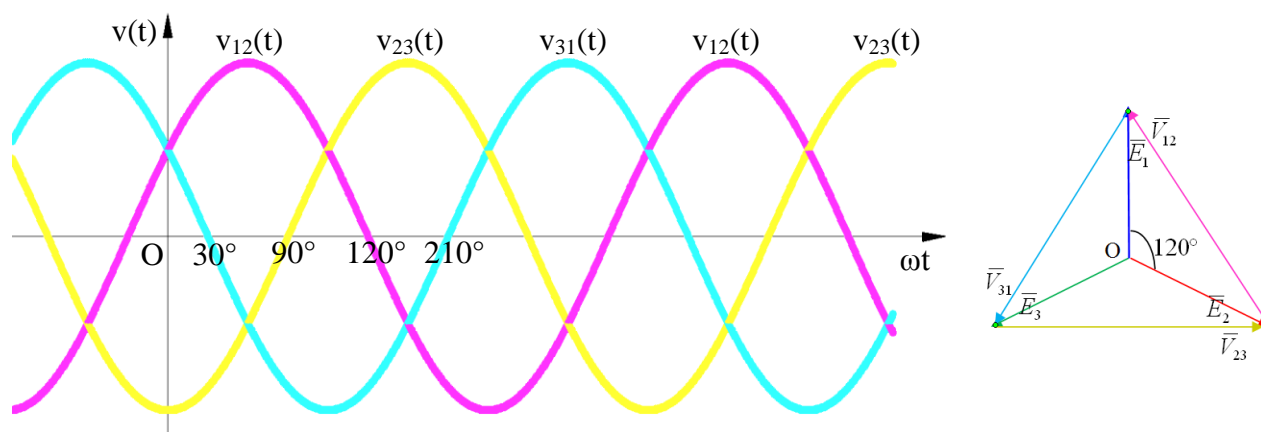


Figura 16.20. Tensioni concatenate e corrispondente diagramma fasoriale

Nel grafico di figura 16.21 seguente sono raffigurate anche le tensioni *opposte* a quelle concatenate, con stesso colore ma con tratto a punti; tale raddrizzatore, infatti, sfrutta anche le *semionde negative*, come accade nel raddrizzatore monofase a ponte. Come si vede dal grafico raffigurante le tensioni stellate alla pagina precedente, tra i -30° e i 30° la tensione e_3 assume i valori istantanei maggiori, mentre e_2 i minori; i diodi accesi saranno pertanto D_3 e D_5 , e il carico sarà sottoposto alla tensione concatenata v_{32} (sinusoide gialla a punti, che corrisponde a v_{23} raddrizzata).

Tra gli angoli di 30° e 90° , e_1 è la tensione stellata con valori maggiori, mentre e_2 quella con valori minori; la tensione ai capi del carico sarà v_{12} (magenta, tratto continuo) e i diodi accesi saranno D_1 e D_5 . Si può continuare in questo modo per dimostrare che *la tensione sul carico corrisponde alle sommità delle varie sinusoidi* (fig. 16.21). Otteniamo quindi una forma d'onda pulsante, ma con un *ripple* ancora inferiore, di periodo pari a 60° .

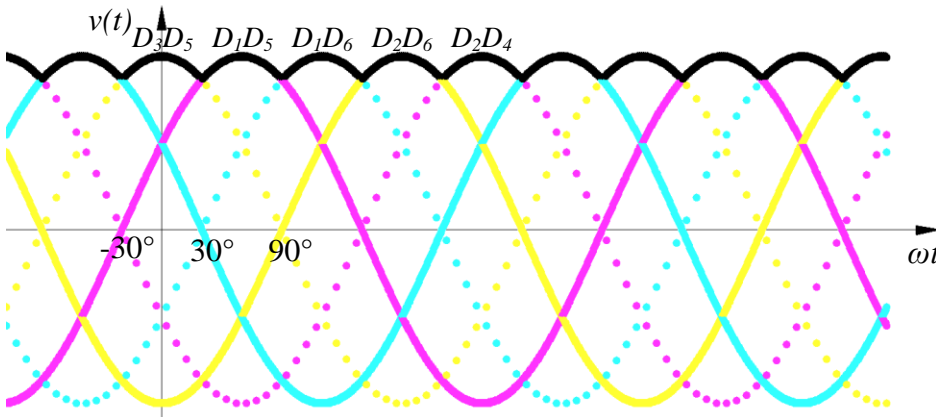


Figura 16.21. Tensioni concatenate e tensione raddrizzata (in nero)

Per esercizio disegna su un foglio a quadretti le sinusoidi viste in queste pagine; ogni quadretto può equivalere a 30° , quindi 6 quadretti a un semiperiodo e così via. Nota che la tensione stellata e_1 inizia dall'origine, mentre quella concatenata v_{12} ha 30° di anticipo rispetto all'origine.

16.7 Il diodo Schottky

Il diodo Schottky è costituito da una giunzione *metallo-semiconduttore* invece che da una giunzione a semiconduttore. La zona di svuotamento è nulla. La tensione di soglia è $0,35\text{ V}$ invece di $0,6\text{ V}$. Esso ha tempi di commutazione brevissimi. Tra i suoi limiti vi sono una tensione inversa relativamente bassa (non più di 50 V), per i diodi Schottky silicio-metallo, una corrente inversa di saturazione relativamente elevata.

La tensione di funzionamento oggi può raggiungere i 200 V . La corrente inversa di dispersione, in quanto aumenta all'aumentare della temperatura, porta a instabilità termica; ne consegue una minore tensione inversa utile.



Figura 16.22. Simbolo circuitale del diodo Schottky

16.8 Il diodo Zener

Il diodo Zener (fig. 16.23) è dimensionato per operare nella regione di *breakdown*. È impiegato per mantenere una tensione sempre costante (fig. 16.24) e pertanto è progettato con lo scopo di avere una caratteristica di *breakdown* più ripida possibile.



Figura 16.23. Simbolo circuitale del diodo Zener

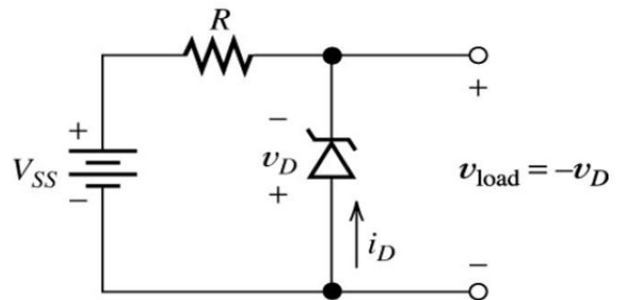


Figura 16.24. Circuito stabilizzatore con diodo Zener

Capitolo 17

Transistor e tiristori

17.1 Il transistor

17.1.1 Introduzione e regioni di funzionamento

I transistor sono dispositivi controllati sia in chiusura che in apertura, di diversi tipi (BJT, MOSFET, IGBT). Essi hanno tre terminali: *collettore*, *emettitore* e *base*.

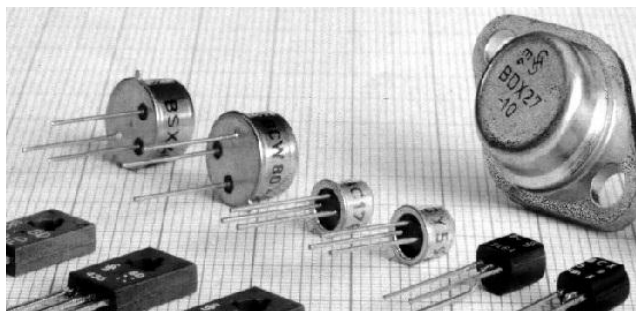


Figura 17.1. Alcuni tipi di transistor

Il *BJT* (*bipolar junction transistor*) è il transistor meno costoso, ma richiede una complessa circuiteria di comando; è controllato in corrente e ha un consumo di potenza del circuito di pilotaggio non trascurabile (corrente di base di qualche *ampere*); ha, inoltre, una piccola frequenza di commutazione. Oggi è spesso rimpiazzato da MOSFET e IGBT.

Il BJT è usato come *interruttore* o *amplificatore*. È detto bipolare poiché nel funzionamento coinvolti entrambi i tipi di portatori di carica, lacune ed elettroni, a differenza di altri dispositivi come MOSFET JFET, in cui solo uno dei due tipi di portatori contribuisce al funzionamento.

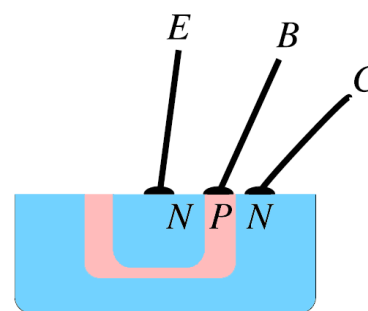


Figura 17.2. Costituzione del BJT

Costruttivamente, in un transistor BJT emettitore e collettore non sono simmetrici: il collettore ha dimensioni maggiori dell'emettitore e lo circonda (fig. 17.2). La base separa emettitore e collettore; è molto sottile, con spessore compreso tra i 0,1 e i 100 μm .

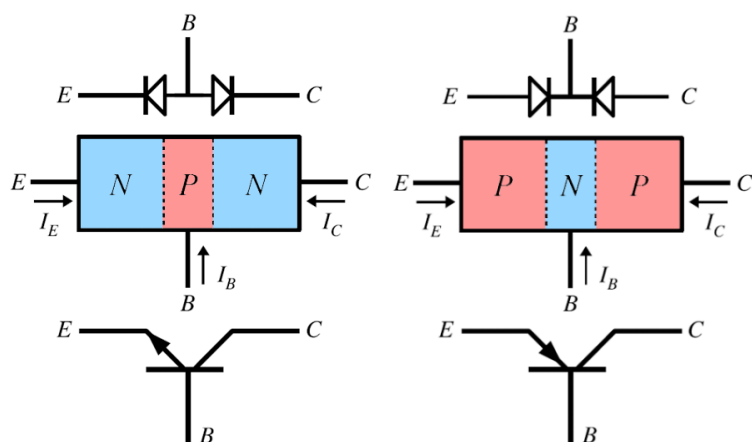


Figura 17.3. BJT npn e pnp: simboli e circuiti equivalenti

Le *regioni di funzionamento* del transistor dipendono dallo stato di polarizzazione delle due giunzioni e sono riportate nella seguente tabella.

Giunzione BE	Giunzione CB	
Polarizzazione diretta	Polarizzazione inversa	Regione attiva
Polarizzazione diretta	Polarizzazione diretta	Saturazione
Polarizzazione inversa	Polarizzazione inversa	Interdizione

Nella figura 17.4 seguito sono mostrate le correnti in un transistor *npn* in regione attiva. Si nota, ad esempio, che la corrente nell'emettitore I_E è composta da una corrente di lacune I_{pE} e corrente di elettroni I_{nE} . Il drogaggio dell'emettitore è più intenso del drogaggio della base, per fare in modo che I_E consista prevalentemente di un flusso di elettroni. Non entriamo però nel dettaglio del funzionamento.

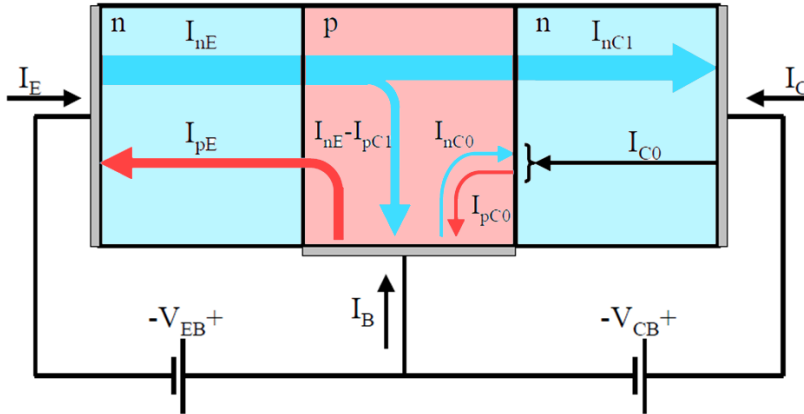


Figura 17.4. Correnti in un BJT *npn* in regione attiva

17.1.2 Guadagno di corrente in regione attiva

Consideriamo un transistor BJT di tipo *npn* polarizzato in regione attiva; studiamo come si amplifica la corrente. Per la prima legge di Kirchhoff, considerando la figura 17.5, si può scrivere

$$I_B - I_E + I_C = 0 \quad (1)$$

Si può dimostrare che nel transistor la *corrente di collettore* è proporzionale a quella di *emettitore* e un po' inferiore ad essa; si può scrivere quindi $I_C = \alpha I_E$,

dove $\alpha = 0,9 \div 0,999$, e quindi

$$I_E = \frac{I_C}{\alpha} \quad (2)$$

Sostituendo la (2) nella (1) si ottiene

$$I_B - \frac{I_C}{\alpha} + I_C = 0$$

da cui

$$\alpha I_B - I_C + \alpha I_C = 0; \quad I_C - \alpha I_C = \alpha I_B; \quad I_C(1 - \alpha) = \alpha I_B;$$

quindi

$$I_C = \frac{\alpha}{1 - \alpha} I_B$$

ovvero

$$I_C = \beta I_B,$$

$$\text{dove } \beta = \frac{I_C}{I_B} = \frac{\alpha}{1 - \alpha},$$

con $\beta = 10 \div 1000$.

La *corrente di collettore* è proporzionale, pertanto, anche a quella di *base*; la corrente di base, inoltre, è 100-1000 volte più piccola rispetto a quelle di emettitore e collettore.

17.1.3 Configurazione a base comune

Esistono tre diverse tipologie di collegamento del transistor, a seconda di quale polo è in comune col circuito di ingresso e con quello di uscita. Nel caso in cui la base risulti in comune a entrambi i circuiti, la configurazione è detta *a base comune* (fig. 17.6). In questo caso l'emettitore costituisce il terminale di ingresso, mentre il collettore quello di uscita.

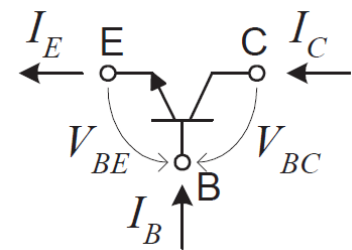


Figura 17.5. Tensioni e correnti sul BJT

Nello schema circuitale di figura 17.6, un transistor BJT di tipo *npn* è in configurazione a base comune. I generatori di *tensione continua* V_{BE} e V_{BC} generano la tensione che polarizza le giunzioni del transistor (la base è collegata a ingresso e uscita se supponiamo di cortocircuitare tali generatori). Il generatore di *tensione alternativo-sinusoidale* V_{in} rappresenta il segnale in ingresso, la cui corrente erogata entra dall'emettitore; la tensione V_{out} ai capi della resistenza di carico R_L rappresenta l'uscita del circuito.

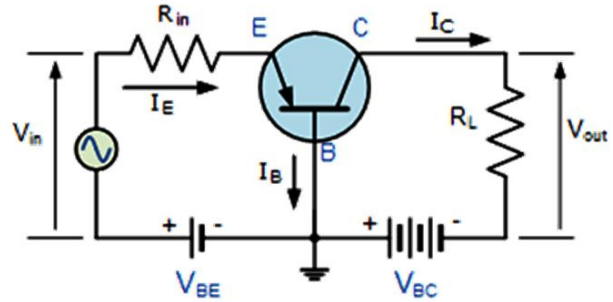


Figura 17.6. Transistor in configurazione a base comune

La corrente di ingresso I_E è trasferita (da qui il nome *trans[re]sistor*) nel circuito di uscita come I_C . L'amplificazione di corrente, come sappiamo, è quasi nulla ($\alpha \approx 0,9-0,999$). Si verifica che, se la resistenza R_L è scelta in maniera opportuna, la tensione in uscita è molto maggiore di quella in ingresso ($V_{RL} \gg V_{in}$); tale configurazione rappresenta pertanto un **amplificatore di tensione**.

Essa è stata storicamente la prima configurazione di utilizzo del BJT.

17.1.4 Configurazione a collettore comune

In questo caso la base è il terminale di ingresso, mentre l'emettitore quello di uscita (fig. 17.7). Il collettore è in comune tra circuito di ingresso e circuito di uscita (si capisce immaginando di cortocircuitare i generatori di tensione di polarizzazione V_{BE} e V_{CE} ; in questo modo il collettore sarà collegato a massa, e quindi a uno dei morsetti di ingresso e a uno di quelli di uscita).

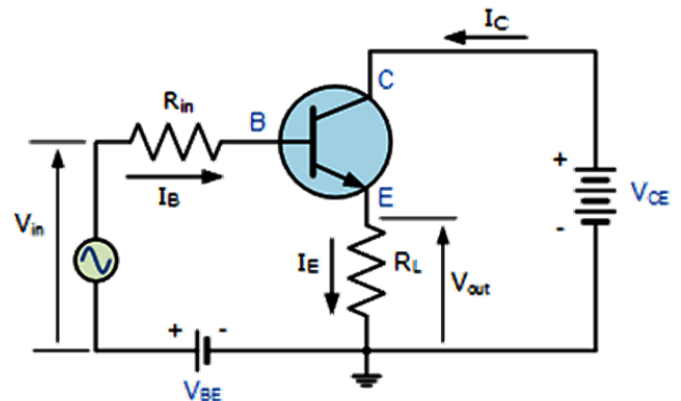


Figura 17.7. Transistor in configurazione a collettore comune

La corrente di emettitore I_E è $(\beta+1)$ volte rispetto a I_B ; siamo nel caso quindi di un **amplificatore di corrente**. L'amplificazione di tensione, invece, è inferiore all'unità.

17.1.5 Configurazione a emettitore comune

In tale configurazione (fig. 17.8) la base costituisce il terminale di ingresso, mentre il collettore quello di uscita. Il BJT si comporta come **amplificatore di corrente** con fattore di amplificazione β , nonché come **amplificatore di tensione**, analogamente al circuito con base a massa; è pertanto la configurazione di utilizzo più frequente.

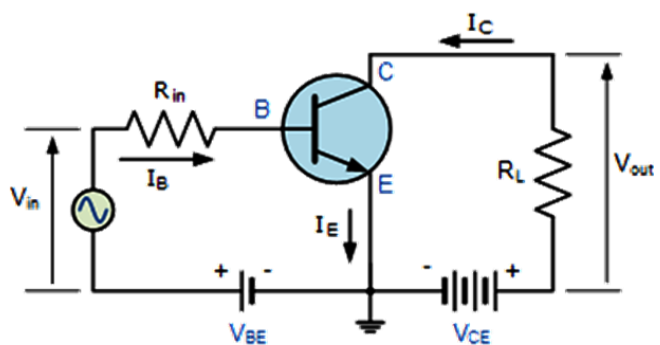


Figura 17.8. Transistor in configurazione a emettitore comune

17.1.6 Curve caratteristiche del transistor BJT

Le curve caratteristiche del BJT danno una rappresentazione grafica delle relazioni tra corrente e tensione di ingresso e di uscita; consideriamo la configurazione ad **emettitore comune** (fig. 17.9).

La relazione $I_C(V_{CE})$ con I_B costante è la **caratteristica di uscita** (fig. 17.10).

La curva blu separa la **regione attiva** dalla **regione di saturazione**. I punti di intersezione con le curve corrispondenti ai diversi valori di I_B sono quelli per cui $V_{BE}=V_{CE}$ e quindi $V_{CB}=0$.

La curva con $I_B=0$ corrisponde al funzionamento del transistor in **interdizione**.

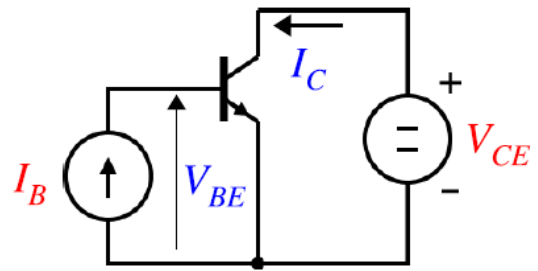


Figura 17.9. BJT in configurazione a emettitore comune e grandezze elettriche in gioco

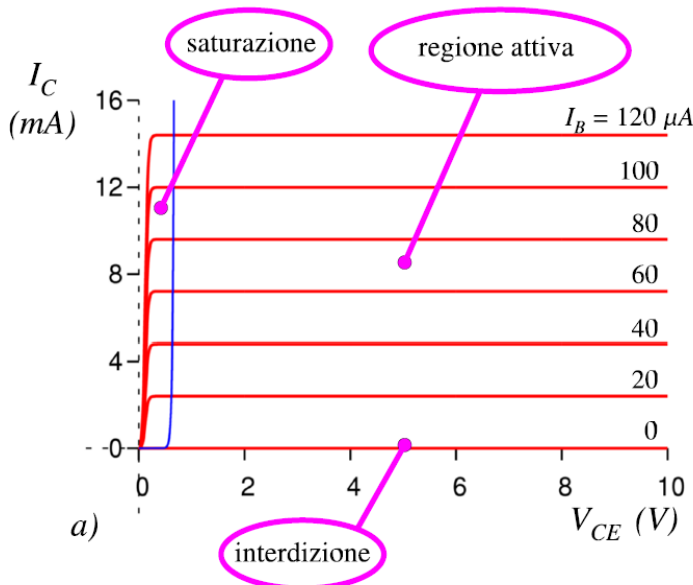


Figura 17.10. Caratteristica di uscita

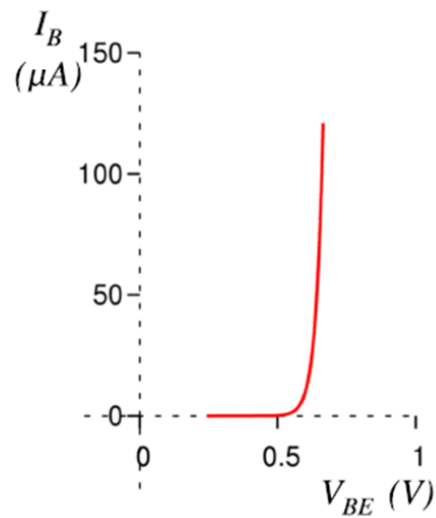


Figura 17.11. Caratteristica di ingresso

Nella figura 17.11 è rappresentata la **caratteristica di ingresso** $I_B(V_{BE})$ a V_{CE} costante. La relazione $I_B(V_{BE})$ è indipendente da V_{CE} in tutta la regione attiva. È la curva tipica di un diodo direttamente polarizzato. Nella regione di interdizione, praticamente per $V_{BE} < 0,5 \div 0,6$ V, il diodo B-E non è sufficientemente polarizzato.

17.1.7 Retta di carico e punto di lavoro

Considerando il circuito di figura 17.12, se la tensione **collettore-emettitore** V_{CE} è nulla (corto circuito), $I_C = \frac{V_S}{R_L}$. Se invece la corrente di collettore I_C è nulla (circuito aperto), allora $V_{CE} = V_S$. Si

ottengono così sul grafico di figura 17.13 due punti, indicati dalle frecce magenta. Collegando questi due punti con una retta³⁴, si ottengono i punti di funzionamento intermedi; essa è detta **retta di carico**. Il **punto di lavoro** è dato dall'intersezione tra la retta di carico e la curva della caratteristica del transistor che interessa (nel caso in figura 17.13, la curva presa in considerazione è quella a $I_b = 60 \mu A$).

³⁴ La retta ha coefficiente angolare pari a $-\frac{1}{R_L}$ e ordinata all'origine $\frac{V_S}{R_L}$; pertanto ha equazione $I_C = -\frac{1}{R_L}V_{CE} + \frac{V_S}{R_L}$.

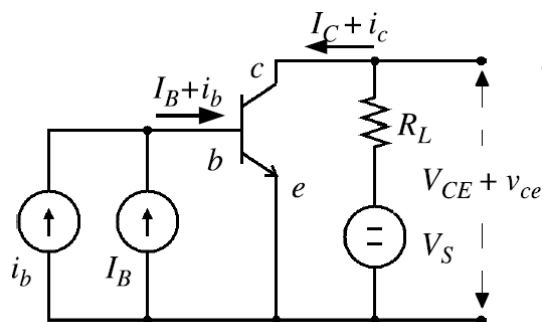
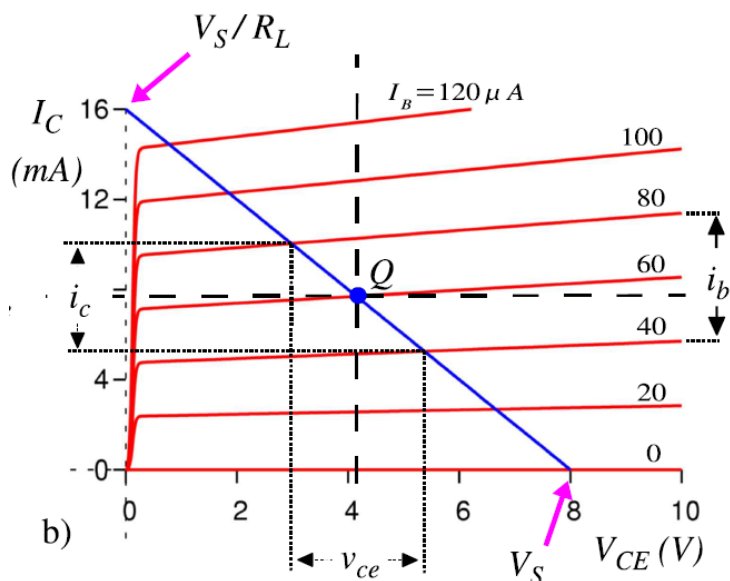


Figura 17.12. BJT in configurazione a emettitore comune

Figura 17.13. Curve caratteristiche $I_C(I_B, V_{CE})$ e, in blu, la retta di carico

17.1.8 Amplificatore ad emettitore comune

La configurazione a emettitore comune è la più utilizzata, poiché offre sia amplificazione di tensione che di corrente. I generatori di corrente collegati alla base forniscono la **corrente di polarizzazione** I_B che determina il punto di lavoro e la **corrente di segnale** $i_b \ll I_B$, che corrisponde alle variazioni intorno al punto di lavoro.

L'intersezione tra la retta di carico e la curva corrispondente al valore di I_B prescelto (nell'esempio $I_B = 60 \mu A$) individua il punto di lavoro Q del circuito, e quindi i valori di I_C e V_{CE} di riposo.

La corrente i_b sovrapposta alla corrente di polarizzazione I_B genera nel circuito di uscita le variazioni i_c e v_{ce} , che sono quindi versioni amplificate di i_b .

17.1.9 Il BJT come interruttore

Se usato come interruttore, il BJT è un dispositivo digitale che ha due stati: acceso (ON) se funziona in *saturazione* (dissipa una potenza $V_{CE}I_C$ grande) e spento (OFF) nella zona di *interdizione* (dissipa una potenza nulla). Se la tensione alla base di un BJT *npn* è bassa, il transistor è in interdizione; se tale tensione si aumenta sufficientemente, la corrente di collettore diventa molto alta: il transistor si accende, conduce una corrente centinaia di volte più alta di quella di base i_b che lo ha pilotato.

17.2 Il tiristore

Per *tiristore* si intende un dispositivo a semiconduttore in cui l'accensione controllata da un segnale esterno, fornito al contatto *gate* , e lo spegnimento controllato dal circuito esterno di potenza.

L'SCR, acronimo di *silicon controlled rectifier* , è un tiristore, e in sostanza è un diodo controllato. Agendo sull'**angolo di innescamento** α è possibile variare la componente continua della forma d'onda raddrizzata, senza quindi l'utilizzo di trasformatori (costosi) o partitori di tensione resistivi (che dissipano molta energia).

Nella figura 17.14 sono raffigurate le tre giunzioni che formano il tiristore; vediamo il suo simbolo e un possibile aspetto. Nella figura 17.15 è rappresentata una sinusoide raddrizzata a singola semionda con **angolo di innesto** α e **corrente di gate** i_G .

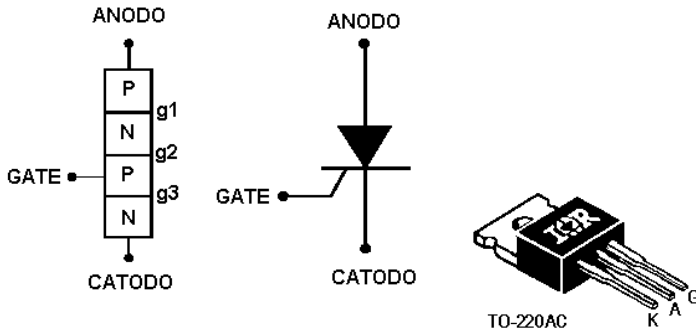


Figura 17.14. Costituzione del tiristore, simbolo circuitale e componente

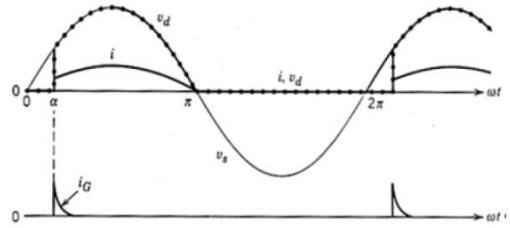


Figura 17.15. Onda raddrizzata da un circuito con tiristore e impulsi di gate i_g

Nella figura 17.16 è rappresentata la caratteristica del tiristore nel piano $V-I$, simile a quella di un diodo, ma con un blocco diretto, che è superato nel momento in cui c'è l'impulso al *gate*.

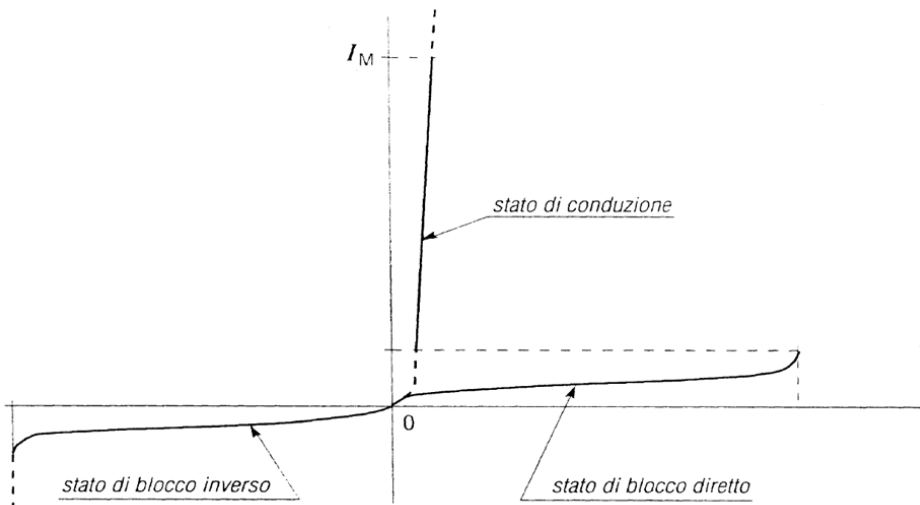


Figura 17.16. Caratteristica nel piano $V-I$ del tiristore

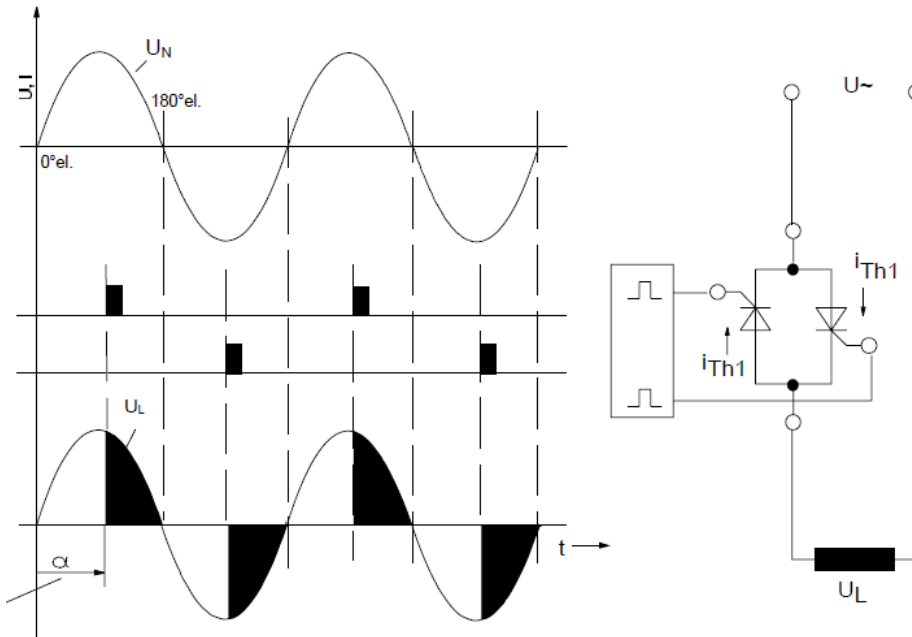


Figura 17.17. Controllo a parzializzazione di fase con tiristori in antiparallelo

Con due tiristori collegati in *antiparallelo* si può attuare il cosiddetto *controllo a parzializzazione di fase*. Una sinusoide è parzializzata, ovvero annullata per certi intervalli angolari, come vediamo nella figura 17.17; la tensione sul carico si ha solo dall'angolo di innesco fino a quando la tensione del generatore si annulla. In tal modo è possibile regolare il valore efficace della tensione sul carico,

fornendogli comunque una tensione alternata. Collegato ai due *gate* c'è un *circuito elettronico di controllo*, che fornisce un treno di impulsi, agli istanti giusti, ai due tiristori. Il *triac* (fig. 17.18) è un tiristore bidirezionale, che può bloccare o lasciare passare la corrente in entrambi i versi. È l'equivalente di due tiristori collegati in antiparallelo, visti prima. La caratteristica nel piano $V-I$, pertanto, comprende due blocchi, nel I e nel III quadrante (fig. 17.19).

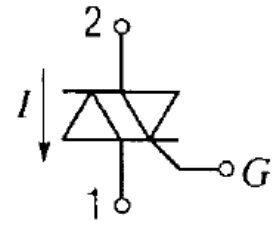


Figura 17.18. Simbolo circuitale del triac

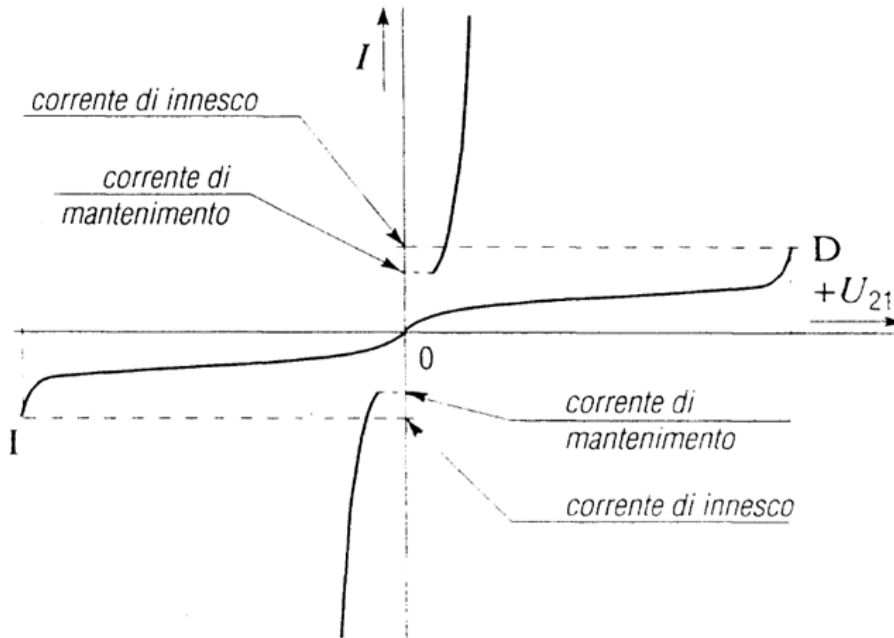


Figura 17.19. Caratteristica nel piano $V-I$ del triac

Il *GTO* (*gate turn-off thyristor*, fig. 17.20) è uno speciale tiristore che presenta il vantaggio di poter controllare tramite *gate* sia l'istante di passaggio dallo stato *off* a quello *on*, sia l'istante di passaggio inverso dallo stato *on* a quello *off*. I costi sono alti a causa della necessità di circuiti di controllo della corrente e di grandi *snubber*, circuiti che sopprimono i transitori elettrici per assicurare lo spegnimento senza guasti distruttivi.

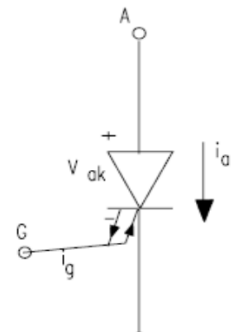


Figura 17.20. Simbolo circuitale del GTO

17.3 Il MOSFET (*metal-oxide semiconductor field-effect transistor*)

Rispetto a un BJT, i vantaggi nell'utilizzo dei *transistor a a effetto di campo metallo-ossido-semiconduttore*, di cui non descriveremo il funzionamento per brevità, consistono nella potenza di comando praticamente nulla (sono controllati in tensione), nei circuiti di comando più semplici e più efficienti, nelle alte frequenze di commutazione ($>100\text{ kHz}$), ma limitatamente ad applicazioni di bassa potenza (alcuni *chilovoltampere*), e perdite di commutazione molto minori. Come svantaggio abbiamo le maggiori perdite di conduzione. I tre poli sono denominati *drain*, *gate* e *source*. Nella figura 17.21 vediamo due simboli circuitali, il primo di tipo *n*, il secondo di tipo *p*.

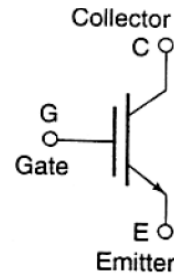
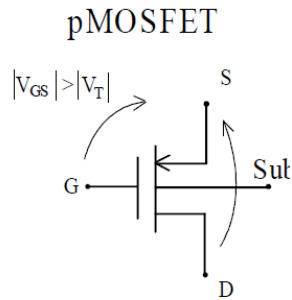
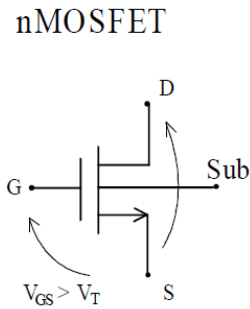


Figura 17.21. Simboli circuitali di MOSFET

Figura 17.22. Simbolo dicruitale dell'IGBT

17.4 L'IGBT (*insulated-gate bipolar transistor*)

I *transistor bipolari a gate isolato* (IGBT) sono dispositivi ibridi tra BJT e MOSFET (fig. 17.22). Consentono di trattare elevate correnti con basse perdite di conduzione come i BJT, facilità di controllo e basse perdite di commutazione come i MOSFET, piccola potenza di comando e possono resistere a tensioni inverse come i GTO.

Passano dallo stato di interdizione a quello di conduzione, applicando una tensione continua positiva al loro *gate*. Tornano alla interdizione rimuovendola.

Sono i principali componenti di quasi tutti i convertitori statici di potenza per azionamenti da qualche centinaio di VA a diverse centinaia di kVA: UPS (*uninterruptible power systems*, gruppi di continuità) per utenze privilegiate, alimentatori stabilizzati, alimentazione di lampade fluorescenti. Nella figura 17.23 sono mostrati gli impieghi dei vari dispositivi elettronici in funzione di frequenza, corrente e tensione di utilizzo.

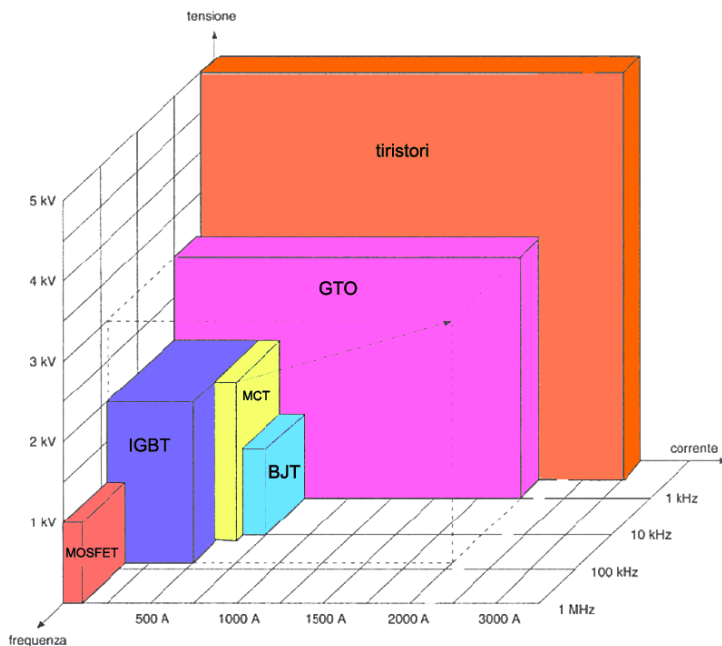


Figura 17.23. Impieghi dei dispositivi elettronici in funzione di frequenza, corrente e tensione di utilizzo

17.5 Il chopper

Il **chopper** è un dispositivo che converte una grandezza elettrica continua in una ancora continua ma di valore diverso. È noto anche con la denominazione *convertitore cc/cc*. È dotato di valvole elettroniche di potenza che permettono di trasferire l'energia dalla sorgente all'utilizzatore; esse possono essere transistor di potenza, MOSFET, GTO, in funzione della potenza in gioco e della frequenza di *switching* (commutazione) richiesta.

I chopper sono ampiamente usati in carrelli, veicoli a batteria, controllo di motori per trazione e di svariati motori a corrente continua, per frenature con recupero di energia e come regolatori di tensione continua. Possono essere abbassatori (*step down*) o innalzatori (*step up*).

Un chopper semplificato abbassatore è rappresentato nella figura 17.24; un interruttore apre e chiude seguendo periodicamente un *duty cycle* (ciclo di lavoro) pari al rapporto tra tempo di accensione e periodo, $\frac{t_{on}}{T}$. La tensione sul carico non sarà continua ma avrà comunque un valor medio non nullo, dato da $V_m = V_s \frac{t_{on}}{T}$.

Nella caso in esame il carico è puramente resistivo; la corrente, pertanto, avrà la stessa forma d'onda della tensione, poiché, per la legge di Ohm, è ad essa proporzionale.

Nella realtà non è usato l'interruttore meccanico ma un interruttore statico, come il transistor. Consideriamo il caso di carico ohmico-induttivo (figura 17.25). La corrente non è più proporzionale alla tensione, ma cresce e decresce con andamento esponenziale. L'andamento della corrente, pertanto, è più simile in questo caso a quello continuo; c'è comunque un certo *ripple*.

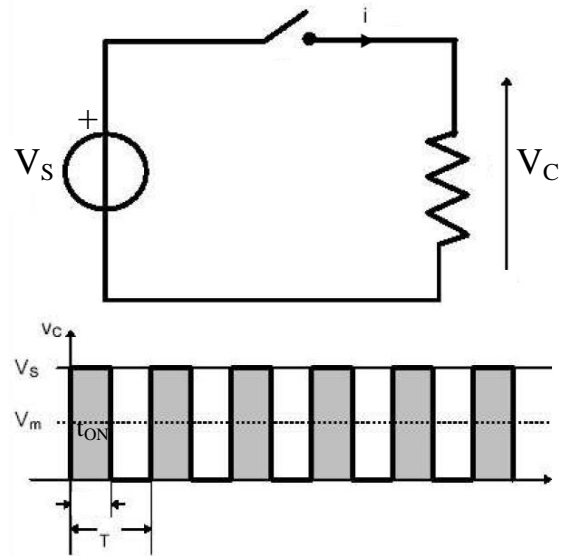


Figura 17.24. Principio di funzionamento del chopper con carico resistivo: circuito e andamento della tensione sul carico

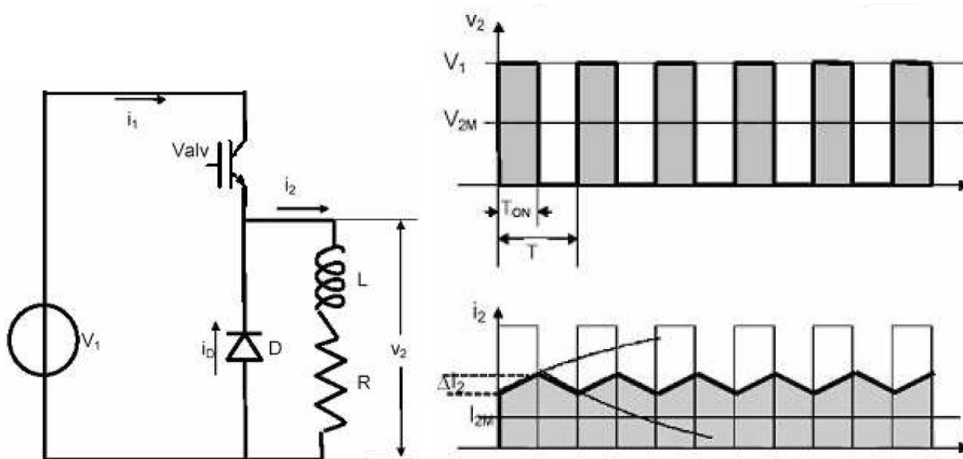


Figura 17.25. Chopper con carico ohmico-induttivo: circuito e andamento di tensione e corrente sul carico

17.6 L'inverter

L'**inverter** (invertitore) è un dispositivo che converte una grandezza elettrica continua in una alterata (convertitore *cc/ca*).

17.6.1 Inverter a mezzo ponte

L'inverter a mezzo ponte rappresentato nella figura 17.26 è costituito da due sorgenti di tensione continua, due transistor e due diodi. I transistor si accendono alternativamente. Se è acceso il transistor Q_1 , la corrente scorre nel carico nel verso indicato nello schema elettrico (è positiva); se invece è acceso Q_2 , la corrente scorre pertanto nel verso contrario a quello rappresentato (è negativa).

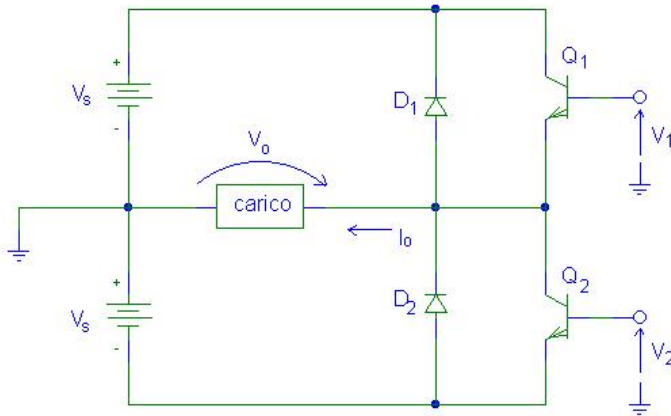


Figura 17.26. Schema circuitale dell'inverter a mezzo ponte

I diodi, detti **diodi di ricircolo**, servono a proteggere i transistor; nel caso di carico induttivo, infatti, la corrente non può commutare immediatamente insieme alla tensione d'uscita; quando Q_1 si spegne, I_o continuerà a fluire nello stesso verso nel carico, forzando l'accensione del diodo D_2 : attraverserà quindi il carico e la metà inferiore dell'alimentatore finché non si annullerà (vedi fig. 17.27). Si evita, così, che passi una corrente elevata nei transistor in spegnimento, che potrebbe danneggiarlo.

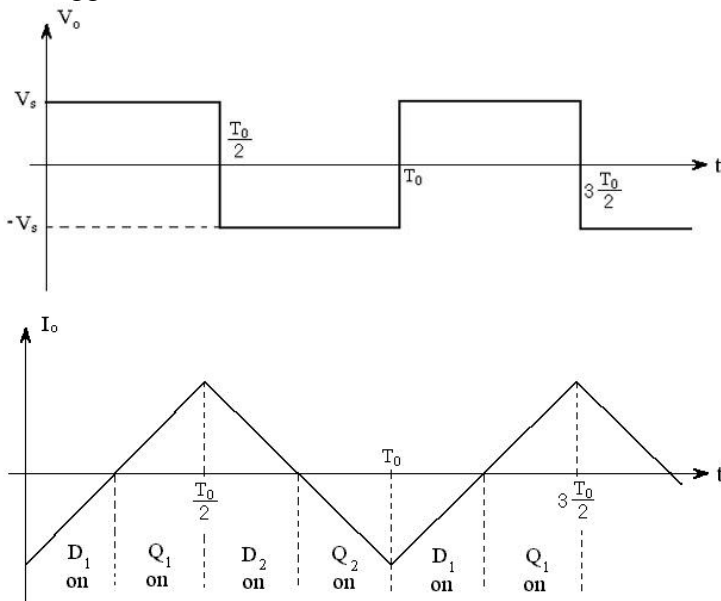


Figura 17.27. Andamento della tensione e della corrente sul carico nell'inverter a mezzo ponte

17.6.2 Inverter a ponte intero

In questo dispositivo raddoppiano il numero di transistor e diodi; si riesce così a sfruttare l'intera tensione del generatore, pari a due volte V_s . Sono accesi alternativamente la coppia di transistor Q_1-Q_4 , che fanno sì che sul carico ci sia la tensione $V_0=2V_s$, e la coppia Q_2-Q_3 , che portano sul carico la tensione $V_0=-2V_s$. I diodi di ricircolo hanno un funzionamento analogo al caso precedente: quando si spegne la coppia di transistor Q_1-Q_4 si accendono i diodi D_2 e D_3 .

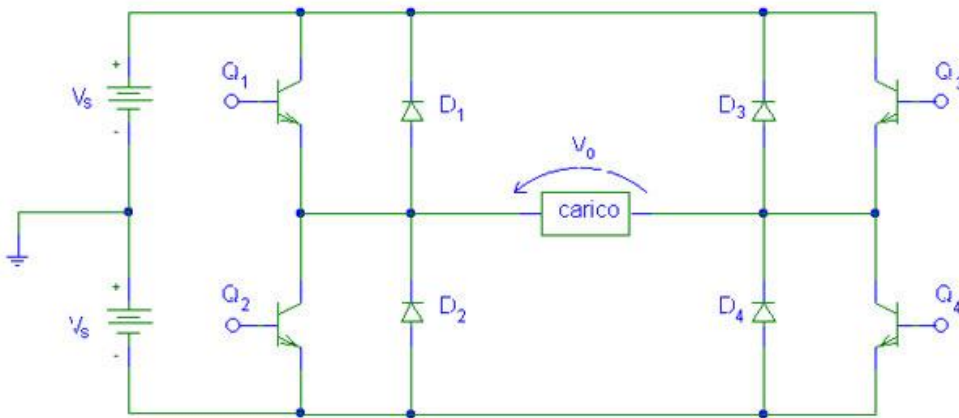


Figura 17.28. Schema circuitale dell'inverter a ponte intero

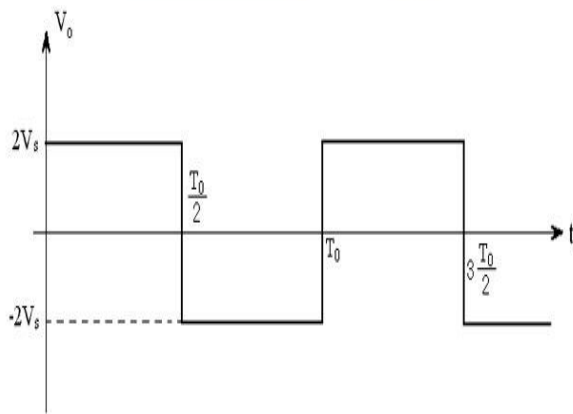


Figura 17.29. Andamento della tensione sul carico nell'inverter a ponte intero

17.6.3 L'inverter trifase

L'inverter trifase (fig. 17.30) è costituito da sei dispositivi a semiconduttore comandati in apertura e in chiusura (IGBT, MOSFET) pilotati periodicamente e in sequenza, come mostrato nel grafico di figura 17.31.

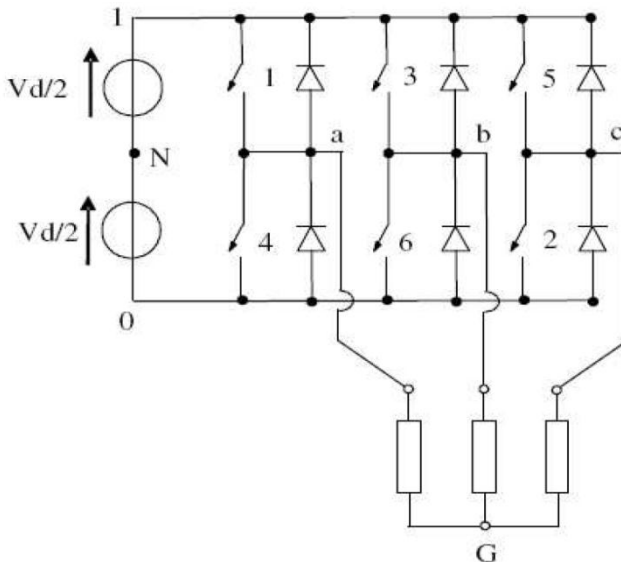


Figura 17.30. Schema circuitale dell'inverter trifase

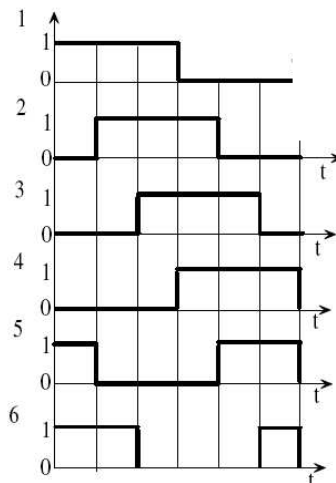


Figura 17.31. Forma d'onda dei segnali di pilotaggio

Ogni sesto di periodo ($T/6 s$) si ha l'accensione e lo spegnimento di una valvola (segnali di comando in fig. 17.31), producendo così tre tensioni sfasate di 120° tra di loro, corrispondenti alle tensioni del generatore trifase (v_{aN} , v_{bN} e v_{cN} in basso a sinistra). Sono riportate quindi le tensioni concatenate v_{ab} , v_{bc} e v_{ca} , date, come sappiamo, dalle differenze tra le tensioni stellate del generatore, la tensione v_{NG} tra i due centri stella e le tensioni sul carico v_{aG} , v_{bG} e v_{cG} .

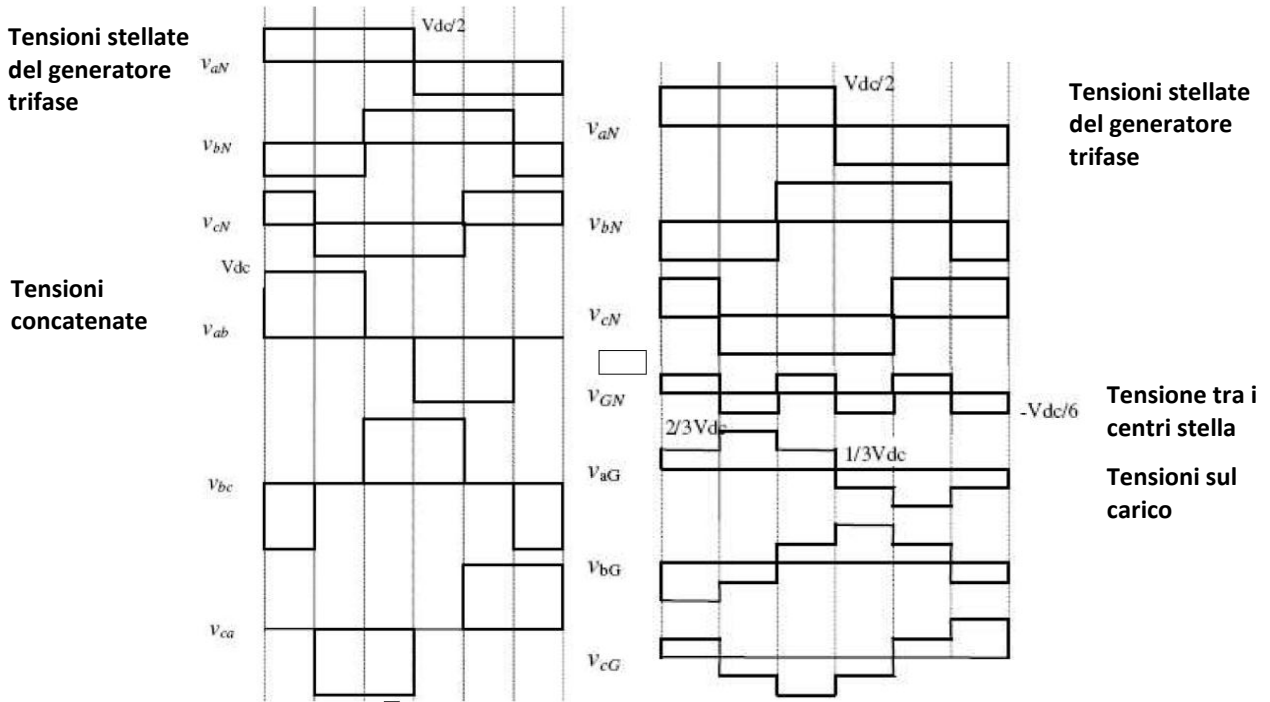


Figura 17.32. Tensioni presenti nell'inverter trifase

17.6.4 Inverter bistadio

Nell'*inverter bistadio* (fig. 17.33), il *chopper* in ingresso regola la V_d , e quindi la tensione in uscita. Regolando la frequenza di accensione dei semiconduttori varia la frequenza in uscita. Il filtro $L-C$ riduce le ondulazioni della tensione continua.

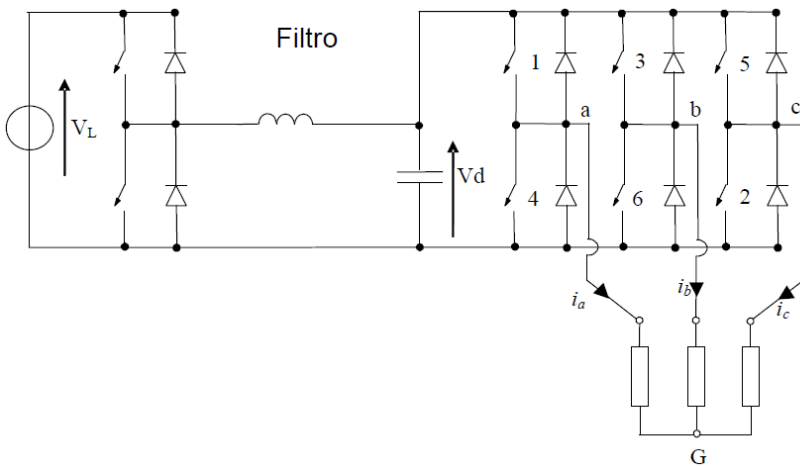


Figura 17.33. Schema circuitale dell'inverter bistadio

Nella figura 17.34 è mostrato l'andamento della corrente generata da un inverter bistadio a sei gradini. Un motore alimentato con questa corrente gira con *continuità* ma con leggera *irregolarità*. Va bene se il tipo di azionamento non prevede un accurata regolazione (ad es. un azionamento di trazione). Non è adatto per regolazione di precisione di velocità e posizione.

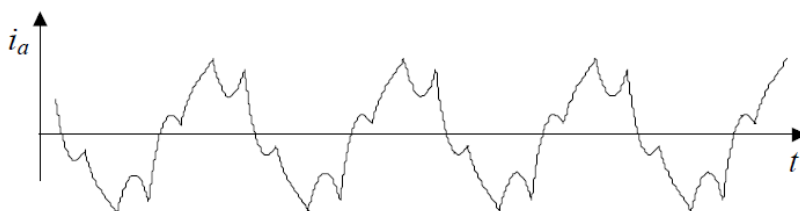


Figura 17.34. Schema circuitale dell'inverter bistadio

Una corrente e una tensione non perfettamente sinusoidali, oltre che a dare problemi di irregolarità e rumorosità, danno origine a ulteriori perdite elettriche; una forma d'onda non sinusoidale, infatti, può essere scomposta nella somma di varie sinusoidi. Nella figura 17.35, ad esempio, la forma d'onda in rosso (simile a un'onda quadra) è data dalla somma di un'onda *fondamentale* a 50 Hz e di una *terza* e una *quinta armonica* (sinusoidi rispettivamente con frequenza tripla e quintupla di quella della fondamentale). Ciascuna componente produrrà perdite per effetto Joule sui conduttori.

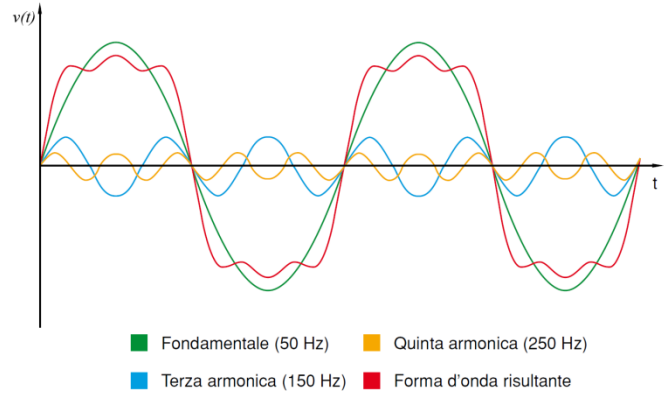


Figura 17.35. La forma d'onda in rosso è la risultante delle altre forme d'onda disegnate

17.6.8 Convertitori bistadio ca/ca

Tali dispositivi convertono una grandezza elettrica alternata in una sempre alternata, ma di frequenza e valore efficace diversi. Sono usati solitamente per regolare la velocità di motori elettrici. Il convertitore a corrente impressa (*Current Source Inverter, CSI*) utilizza fra i due stadi un filtro induttivo, mentre il convertitore a tensione impressa (*Voltage Source Inverter, VSI*) un filtro capacitivo (fig. 17.36).

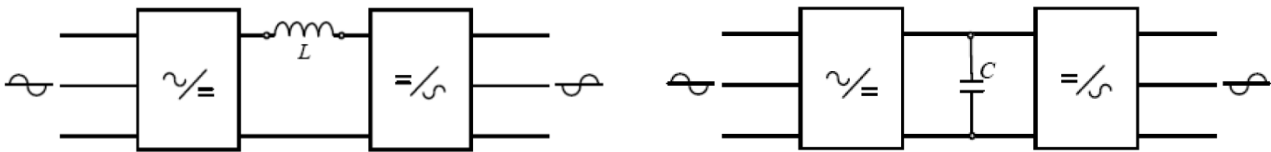


Figura 17.36. Convertitori bistadio CSI e VSI

Capitolo 18

L'amplificatore operazionale

18.1 L'amplificatore differenziale

L'amplificatore differenziale è un circuito costituito da due BJT con gli emettitori *accoppiati*, il cui schema è rappresentato in figura 18.1. L'uscita, in determinate condizioni di funzionamento, risulta proporzionale, istante per istante, alla *differenza* tra i segnali d'ingresso. Tale configurazione costituisce lo stadio d'ingresso dell'*amplificatore operazionale*.

L'amplificatore differenziale è un dispositivo attivo a tre terminali che genera al terminale di uscita una tensione proporzionale alla differenza di potenziale fornita ai due terminali di ingresso.

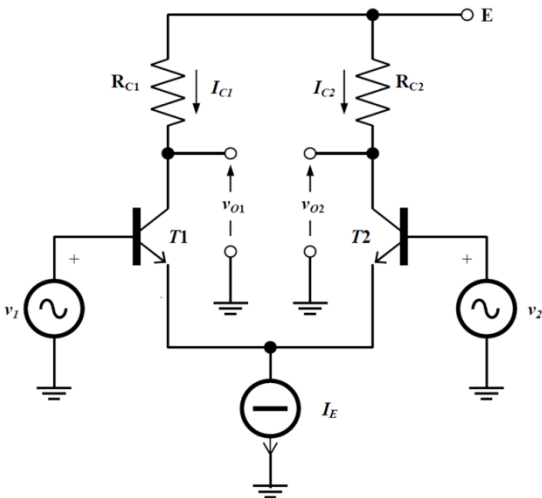


Figura 18.1. Schema circuitale di un amplificatore differenziale

18.2 L'amplificatore operazionale

L'*amplificatore operazionale* (*operational amplifier*, OPAMP) è un amplificatore a più stadi, il cui primo stadio è un amplificatore differenziale, seguito da un amplificatore e uno stadio di uscita (fig. 18.2).



Figura 18.2. Schema a blocchi relativo a un amplificatore operazionale

Nella figura 18.3 è riportato un esempio del circuito che lo costituisce. Oltre all'amplificatore differenziale, vi sono *specchi di corrente*, ovvero circuiti che permettono la circolazione di stesse correnti in due rami del circuito, usati per polarizzare i transistor; un *traslatore di livello* permette di accoppiare in continua (senza capacità) stadi che hanno componenti continue di valore diverso. Lo stadio di uscita è generalmente costituito da un *amplificatore inseguitore*, che amplifica ulteriormente il segnale proveniente dallo stadio intermedio; esso può fornire e assorbire corrente con ampia dinamica di uscita, ha bassa resistenza di uscita e bassa dissipazione a riposo (spesso è uno stadio inseguitore di emettitore a simmetria complementare); un limitatore di corrente di uscita evita danni allo stadio di uscita a causa di una richiesta di corrente da parte del carico troppo elevata.

L'amplificatore operazionale presenta una amplificazione di tensione molto grande, una resistenza d'ingresso R_i molto grande e una resistenza d'uscita R_O nulla. Esso genera al terminale di uscita una tensione proporzionale alla differenza di potenziale fornita ai due terminali di ingresso, detti *invertente* (-) e *non invertente* (+).

La tensione di uscita V_{OUT} è proporzionale alla differenza fra le tensioni V_{IN+} e V_{IN-} applicate agli ingressi,

$$V_{OUT} = A_d (V_{IN+} - V_{IN-})$$

dove A_d è detto *guadagno differenziale di tensione*.

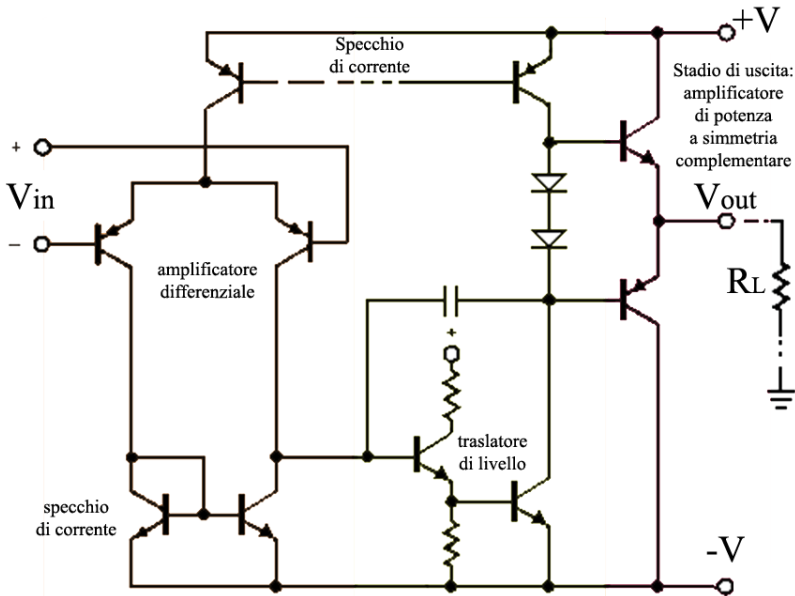


Figura 18.3. Schema circuitale di un amplificatore operazionale

Di uso frequente è il contenitore *dual in line package* (o *DIP*) da otto pin, che è mostrato nella figura 18.4 con la relativa pedinatura. Gli ingressi sono chiamati *invertente* e *non invertente* e sono contrassegnati sul simbolo rispettivamente da un segno negativo e uno positivo; c'è quindi l'alimentazione e l'uscita. Nel circuito integrato vi sono anche due pin di bilanciamento, che, tramite un opportuno circuito esterno, servono ad annullare il cosiddetto *errore di offset*; questo errore si ha quando la tensione in uscita è non nulla anche in caso di ingresso nullo; col bilanciamento, quindi, regolando una resistenza variabile, si annulla tale tensione.

Originariamente l'amplificatore operazionale è stato usato nei calcolatori analogici per svolgere somme, sottrazioni, moltiplicazioni, integrali e derivate su segnali elettrici. Nei primi negli anni '40 era realizzato mediante tubi a vuoto; si trattava di dispositivi voluminosi e bisognosi di una notevole potenza di alimentazione; il transistor bipolare consentì un notevole miglioramento.



Figura 18.4. Simbolo circuitale di un OPAMP: morsetti di ingresso (V_{IN}), di alimentazione (V_{CC}) e di uscita (V_{OUT}); DIP package di un OPAMP e pedinatura

L'amplificatore operazionale realizzato come circuito integrato monolitico costituì una rivoluzione nel campo dell'elettronica analogica. Il primo fu realizzato intorno agli anni '60 dalla *Fairchild*. Nel 1968 fu costruito l'OPAMP $\mu A741$, divenuto uno standard industriale, ancora oggi il più utilizzato.

18.3 L'amplificatore operazionale ideale

Per semplificare i calcoli, solitamente si considera l'OPAMP ideale (fig. 18.5), che nella pratica non differisce molto da quello reale; esso presenta le seguenti caratteristiche:

- guadagno infinito, $A_V = \infty$ (e quindi differenza di potenziale all'ingresso nulla: $V_+ - V_- = 0$; si dice che c'è un *corto circuito virtuale*);
- impedenza di ingresso infinita (e quindi correnti entranti nei morsetti invertente e non invertente nulle: $I_+ = I_- = 0$);
- impedenza di uscita nulla (e quindi tensione in uscita indipendente dalla corrente in uscita).

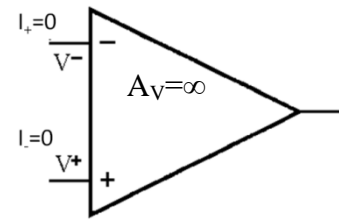


Figura 18.5. Amplificatore operazionale ideale

Nei circuiti che studieremo di seguito si faranno queste ipotesi di idealità.

18.4 La retroazione

Gli amplificatori operazionali sono caratterizzati da un elevatissimo guadagno A ; la tensione di uscita V_{OUT} massima, senza che il segnale sia distorto, è inferiore alla V_{CC} di alimentazione; di conseguenza si possono utilizzare solo piccole tensioni di ingresso, dell'ordine dei *millivolt*, poiché portano ad elevate tensioni di uscita e quindi a distorsioni dovute a saturazioni. Dal momento che è difficile avere ingressi molto piccoli, si può diminuire il guadagno, utilizzando una rete di retroazione negativa: otteniamo così un **amplificatore ad anello chiuso**, il cui guadagno A_r dipende dalla rete di retroazione esterna.

18.5 Circuiti basati sull'amplificatore operazionale

18.5.1 Amplificatore operazionale in configurazione invertente

In questa configurazione, come mostrato nella figura 18.6, vi è una resistenza di retroazione R_2 , che riporta il segnale di uscita all'ingresso invertente. La tensione di ingresso V_i giunge al morsetto invertente attraverso una resistenza R_1 . Il morsetto non invertente è collegato a massa ed è quindi a tensione nulla; anche il morsetto invertente è a tensione nulla, per le ipotesi di idealità dell'OPAMP. Per le stesse ipotesi, le correnti entranti nei morsetti invertente e non invertente sono nulle; pertanto, per la legge di Kirchhoff delle correnti, la corrente I_1 sarà pari all'opposto di I_2 :

$$I_1 = -I_2 \quad (1)$$

Si può scrivere quindi per la legge di Ohm per le due correnti:

$$I_1 = \frac{V_i}{R_1} \quad \text{e} \quad I_2 = \frac{V_u}{R_2} \quad (2)$$

Sostituendo la (2) nella (1) si ottiene $\frac{V_i}{R_1} = -\frac{V_u}{R_2}$, da cui

si ricava il guadagno dell'amplificatore, dato dal rapporto tra tensione di uscita e tensione di ingresso e pari al rapporto, cambiato di segno, tra le resistenze:

$$A_V = \frac{V_u}{V_i} = -\frac{R_2}{R_1}$$

Si può anche parlare di *funzione di trasferimento*, ovvero il rapporto tra uscita e ingresso espressi nel dominio di Laplace, che in questo caso, essendovi solo resistenze³⁵ e non capacità o induttanze, coincide col guadagno:

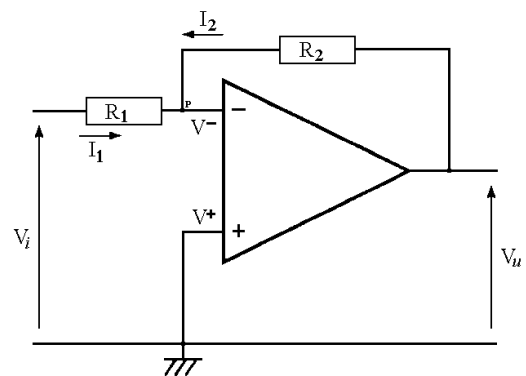


Figura 18.6. Amplificatore operazionale in configurazione invertente

³⁵ Si ricorda che l'impedenza del resistore di resistenza R nel *dominio di Laplace* è proprio R .

$$G(s) = -\frac{R_2}{R_1}$$

Scegliendo opportunamente, quindi, i valori delle resistenze, è possibile avere il guadagno desiderato. Se in ingresso diamo una tensione sinusoidale, anche l'uscita sarà sinusoidale, ma in opposizione di fase (o sfasata di 180°), a causa del segno negativo nell'espressione del guadagno.

18.5.2 Amplificatore operazionale in configurazione non invertente

Anche in questo caso, il cui circuito è rappresentato in figura 18.7, le correnti I_1 e I_2 sono uguali in valore assoluto e opposte:

$$I_1 = -I_2 \quad (3)$$

Le tensioni ai morsetti invertente e non invertente sono uguali alla tensione di ingresso V_i . Per la legge di Ohm si può scrivere

$$I_2 = \frac{V_u - V_i}{R_2} \text{ e } I_1 = -\frac{V_i}{R_1} \quad (4)$$

Sostituendo le (4) nella (3) si ottiene $\frac{V_i}{R_1} = \frac{V_u - V_i}{R_2}$, e

quindi $\frac{V_i}{R_1} + \frac{V_i}{R_2} = \frac{V_u}{R_2}$, $\frac{V_i(R_1 + R_2)}{R_1 R_2} = \frac{V_u}{R_2}$,

$\frac{V_i(R_1 + R_2)}{R_1} = V_u$ da cui si ha l'espressione del guadagno di tensione:

$$A_v = \frac{V_u}{V_i} = 1 + \frac{R_2}{R_1}$$

Tale guadagno dipende dai valori scelti di R_1 ed R_2 ed è sempre positivo: la tensione di uscita, pertanto, in ogni istante avrà lo stesso segno di quella in ingresso (da cui il nome *non invertente*).

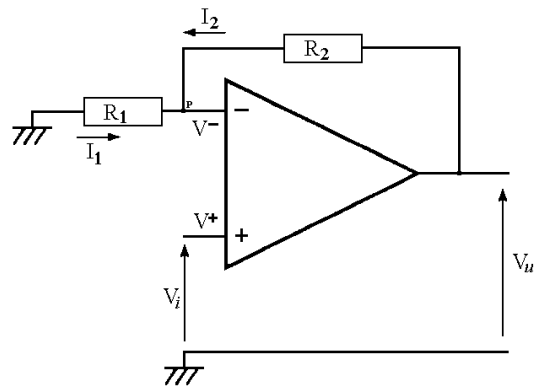


Figura 18.7. Amplificatore operazionale in configurazione non invertente

18.5.3 Amplificatore operazionale sommatore

La configurazione (fig. 18.8) è simile a quella invertente; al morsetto invertente, però, sono collegati n rami, ciascuno con una diversa resistenza. Le correnti in tali rami valgono $I_1 = \frac{V_{i1}}{R_1}$

$$I_2 = \frac{V_{i2}}{R_2} \text{ e così via.}$$

La corrente di retroazione sarà data da $I_r = \frac{V_u}{R_r}$, e sarà anche l'opposto della somma delle correnti di

ingresso, per la legge di Kirchhoff delle correnti: $I_r = -(I_1 + I_2 + \dots + I_n)$. Si può scrivere allora

$$\frac{V_u}{R_r} = \frac{V_1}{R_1} + \frac{V_2}{R_2} + \dots + \frac{V_{in}}{R_n}$$

ciascuna moltiplicata per un rapporto tra resistenze:

$$V_u = \frac{R_r}{R_1} V_1 + \frac{R_r}{R_2} V_2 + \dots + \frac{R_r}{R_n} V_{in}$$

Si noti che se tutte le resistenze fossero uguali tra loro, la tensione in uscita sarebbe semplicemente la somma tra le tensioni di ingresso: $V_u = V_1 + V_2 + \dots + V_{in}$.

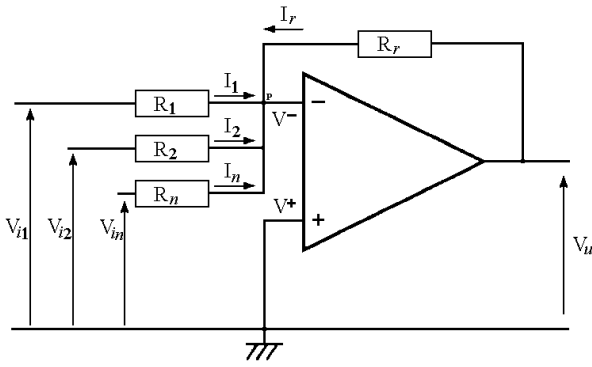


Figura 18.8. Amplificatore operazionale sommatore

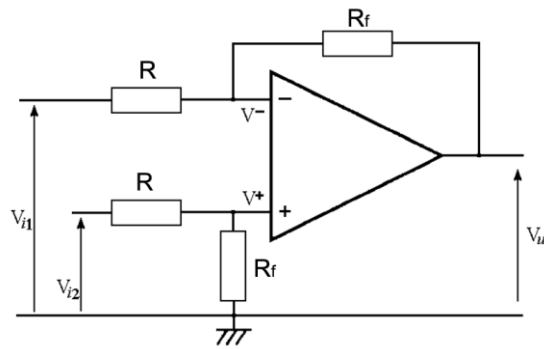


Figura 18.9. Amplificatore operazionale in configurazione differenziale

18.5.4 Amplificatore operazionale in configurazione differenziale

Si può dimostrare che nella configurazione differenziale (fig. 18.9), la tensione di uscita è proporzionale alla differenza tra le tensioni in ingresso: $V_u = (V_{i2} - V_{i1}) \frac{R_f}{R}$.

18.5.5 Amplificatore operazionale integratore

Il circuito, rappresentato in figura 18.10, corrisponde a quello della configurazione *invertente*; al posto della resistenza di retroazione c'è una capacità, la cui impedenza nel *dominio di Laplace*, come sappiamo, è pari a $1/sC$. La *funzione di trasferimento* di questo circuito è quindi $G(s) = -\frac{1}{sCR}$. Dividere per s vuol dire integrare. Tale circuito, infatti, fornisce la funzione integrale del segnale in ingresso.

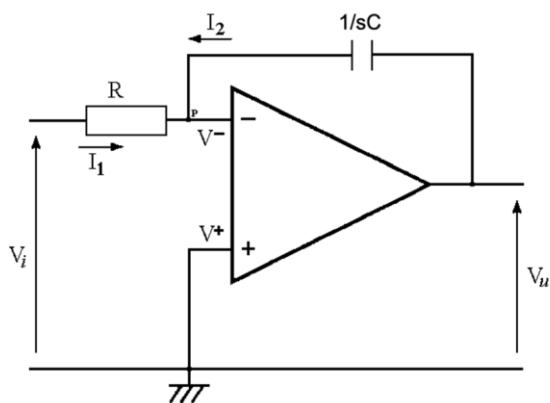


Figura 18.10. Amplificatore operazionale integratore

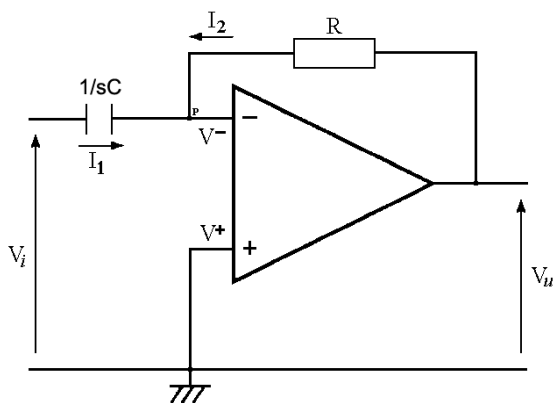


Figura 18.11. Amplificatore operazionale derivatore

Capitolo 19

I filtri

19.1 La risposta in frequenza

Supponiamo di dare come ingresso a un circuito una sinusoide di tensione di ampiezza X , pulsazione ω e fase nulla. Dopo un transitorio, l'uscita sarà anch'essa sinusoidale, ma avrà in generale una ampiezza diversa Y , una stessa pulsazione ω e una fase φ .

Conoscendo l'ampiezza di ingresso, si può calcolare ampiezza e fase di uscita tramite la **funzione di risposta armonica** $G(j\omega)$ che si ottiene sostituendo $j\omega$ a s nella funzione di trasferimento $G(s)$.

Ad esempio, alla funzione di trasferimento $G(s) = \frac{3}{s+5}$ corrisponde la funzione di risposta armonica

è $G(j\omega) = \frac{3}{j\omega+5}$. Questa è una **funzione complessa**; essa, cioè, fornisce un numero complesso

per ogni valore della pulsazione, in cui

-il **modulo** rappresenta il rapporto tra le ampiezze delle sinusoidi di uscita e di ingresso (e quindi l'amplificazione o l'attenuazione) a quella data pulsazione;

-l'**angolo** è lo sfasamento tra sinusoidi di ingresso e sinusoidi di uscita, sempre in corrispondenza di quella pulsazione.

L'uscita, quindi, a una data pulsazione, ha ampiezza pari al prodotto tra ampiezza di ingresso e il modulo della funzione di risposta armonica a quella pulsazione e fase pari alla somma tra fase di ingresso e quella della funzione di risposta armonica a quella pulsazione.

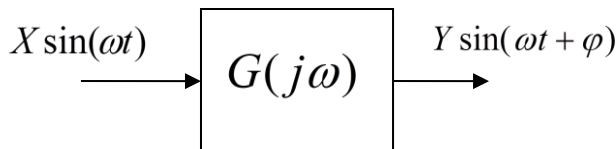


Figura 19.1. Funzione di risposta armonica di un sistema; ingresso e uscita sinusoidale, espresse nel dominio del tempo

Sia l'ingresso una sinusoide di ampiezza X e pulsazione ω , che, espressa nel dominio del tempo, è $x(t) = X \sin(\omega t)$; l'uscita sarà $y(t) = Y \sin(\omega t + \varphi) = X|G(j\omega)|\sin(\omega t + \angle G(j\omega))$.

L'ampiezza dell'uscita è quindi il prodotto tra ampiezza della sinusoide in ingresso e ampiezza della funzione di risposta armonica alla pulsazione ω : $Y = X|G(j\omega)|$, mentre la fase è quella della funzione di risposta armonica alla pulsazione ω : $\varphi = \angle G(j\omega)$.

Utili sono quindi i diagrammi dell'ampiezza e della fase della funzione di risposta armonica, detti **diagrammi di Bode**. Per entrambi i diagrammi, sull'asse delle ascisse poniamo il logaritmo decimale della pulsazione. Non sarebbe comodo, infatti, porre la pulsazione in scala lineare, poiché per le piccole pulsazioni non si avrebbe molto dettaglio nella rappresentazione, o comunque per averlo bisognerebbe usare un'asse delle ascisse molto lungo; la scala logaritmica consente di evidenziare piccole variazioni alle basse pulsazioni e ampie variazioni alle alte, mantenendo contenuta la lunghezza dell'asse delle pulsazioni.

Nel diagramma delle ampiezze, sull'asse delle ordinate poniamo l'ampiezza espressa in *decibel*, che è ancora una scala logaritmica; nel diagramma delle fasi, sull'asse delle ordinate poniamo la fase della funzione di risposta armonica, espressa in gradi sessagesimali o radianti (fig. 19.2).

Il *decibel* è una scala, non una unità di misura, ed è pari a 10 volte il logaritmo decimale del rapporto tra due grandezze. È nato, infatti, per misurare il rapporto tra grandezze, in particolare potenze; passando alle tensioni, il coefficiente 10 diventa 20, per la nota proprietà dei logaritmi:

$$10 \log \frac{P_u}{P_i} = 10 \log \frac{V_u^2}{V_i^2} = 20 \log \frac{V_u}{V_i}$$

Nel nostro caso misureremo il rapporto tra grandezza di uscita e di ingresso, che in generale, comunque, non sono omogenee.

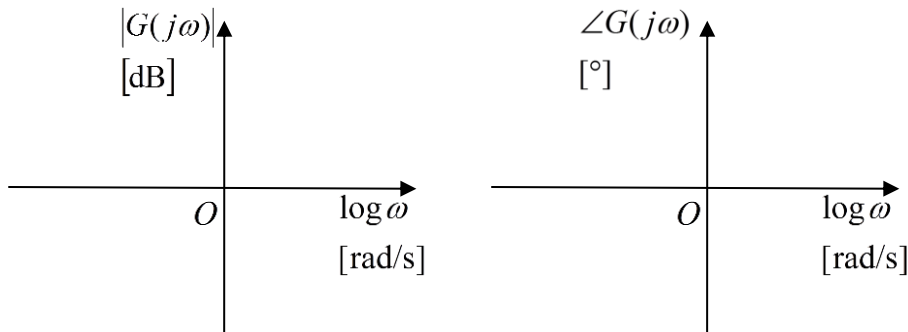


Figura 19.2. Piani cartesiani per diagrammi di Bode di ampiezza e di fase

Se $G(j\omega) = 0\text{dB}$ l'ampiezza è unitaria, quindi non c'è alcuna amplificazione o attenuazione.

Se $G(j\omega) > 0\text{dB}$ l'ampiezza è maggiore dell'unità, quindi c'è amplificazione.

Se $G(j\omega) < 0\text{dB}$ l'ampiezza è minore dell'unità, quindi c'è attenuazione.

Un filtro è un circuito selettivo in frequenza; permette cioè solo il passaggio di una parte delle frequenze incluse nel segnale di ingresso e può anche amplificarle. Nel filtro passivo, cioè senza alimentazione esterna, si ha solo attenuazione di una parte delle frequenze; in quello attivo si può avere anche una amplificazione.

19.2 Filtri passivi

Nella figura 19.3 è rappresentato un **filtro passa-alto** passivo R - C e il relativo diagramma di Bode delle ampiezze (per brevità non saranno esaminati in questo testo i diagrammi delle fasi). Il condensatore, infatti, impedisce il passaggio a corrente continua e attenua quella a bassa frequenza; nella resistenza di carico, pertanto, saranno prevalenti correnti, e quindi tensioni, ad alta frequenza.

Nel diagramma di Bode delle ampiezze, le semirette tratteggiate rappresentano il cosiddetto **diagramma asintotico**, cioè approssimato con gli asintoti del diagramma reale, che è invece rappresentato dalla linea continua. La pulsazione ω_0 è detta **pulsazione di taglio**, e dipende dai parametri del circuito.

Considerando il diagramma asintotico, si nota che fino dalla pulsazione ω_0 in poi l'amplificazione è pari a 0 dB; prima di quella pulsazione l'amplificazione è negativa; i segnali con pulsazione minore di quella di taglio, quindi, saranno attenuati.

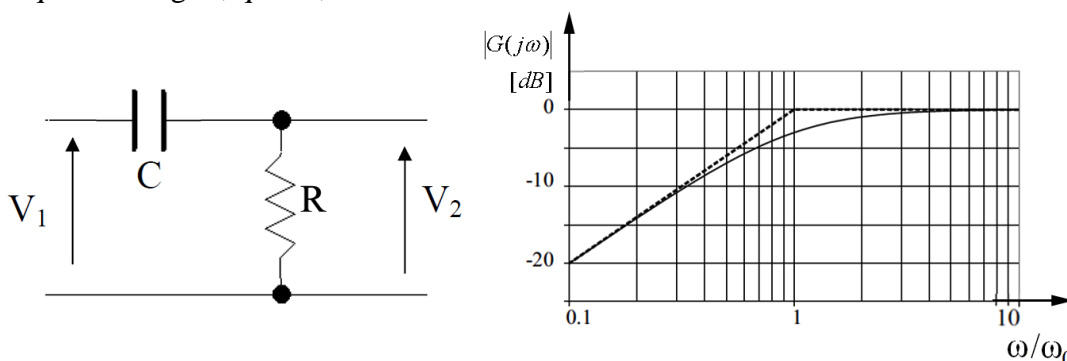


Figura 19.3. Filtro passa-alto passivo R - C e il relativo diagramma di Bode delle ampiezze

La funzione di risposta armonica di questo filtro sarà data da
$$G(j\omega) = \frac{R}{R + \frac{1}{j\omega C}} = \frac{j\omega CR}{j\omega CR + 1}$$

Si può dimostrare che in questo filtro la pulsazione di taglio ω_0 vale $1/RC$. Scegliendo opportunamente la capacità, quindi, si può avere un effetto filtrante su una banda più o meno ampia.

Si usa un filtro *passa-alto*, ad esempio, quando si porta un segnale audio a un *tweeter* (un altoparlante per suoni acuti); un condensatore filtra le frequenze basse e medie, che, se giungessero al *tweeter*, lo distruggerebbero.

Un filtro passivo *passa-basso* R-C è rappresentato nella figura 19.4. Si comprende come una tensione ad alta frequenza produca una grande corrente, a causa della piccola impedenza della capacità; ci sarà quindi una elevata caduta di tensione sulla resistenza e quindi una piccola tensione in uscita. Una tensione in ingresso a bassa frequenza, invece, farà circolare una piccola corrente, limitata dall'alta impedenza capacitiva, e di conseguenza la tensione in uscita sarà elevata. Considerando il diagramma asintotico, si nota che fino a una pulsazione pari a ω_0 l'amplificazione è pari a 0 dB; oltre quella pulsazione l'amplificazione è negativa; i segnali con pulsazione maggiore di quella di taglio, quindi, saranno attenuati.

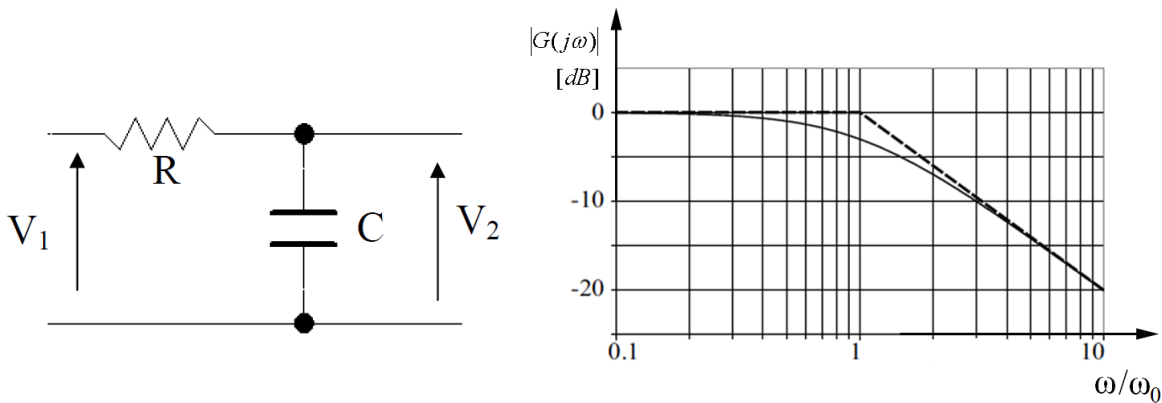


Figura 19.4. Filtro passa-basso passivo R-C e il relativo diagramma di Bode delle ampiezze

Il filtro *passa-basso* può essere usato per eliminare i rumori ad alta frequenza in un segnale o le variazioni veloci di una grandezza in controllo automatico che non servono e che, se considerate, produrrebbero solo spreco di energia e usura del sistema.

La funzione di risposta armonica di questo filtro sarà data da
$$G(j\omega) = \frac{1}{R + \frac{1}{j\omega C}} = \frac{1}{j\omega CR + 1}$$

Come nel caso precedente, la pulsazione di taglio ω_0 vale $1/RC$.

Un filtro *passa-banda* col relativo diagramma di Bode è rappresentato in figura 19.5. È composto da una sezione filtro *passa-basso* collegata in cascata a una sezione filtro *passa-alto*. Come si vede dal diagramma, risultano attenuate tutte le frequenze tranne una banda, in questo caso compresa tra ω_0 e $10\omega_0$.

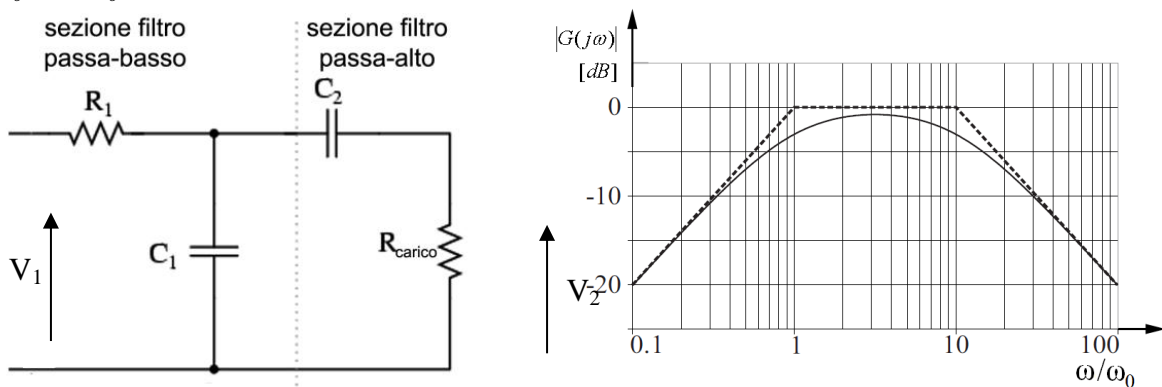


Figura 19.5. Filtro passa-banda passivo R-C e il relativo diagramma di Bode delle ampiezze

19.3 Filtri attivi

Un filtro attivo *passa-basso* è costituito da un amplificatore operazionale, due resistenze e una capacità, come descritto in figura 19.6. È possibile, come si diceva, nel caso di filtri attivi, avere non solo attenuazione ma anche amplificazione; nel diagramma di Bode delle ampiezze, pertanto, si potrà avere una retta al di sopra di 0 dB .

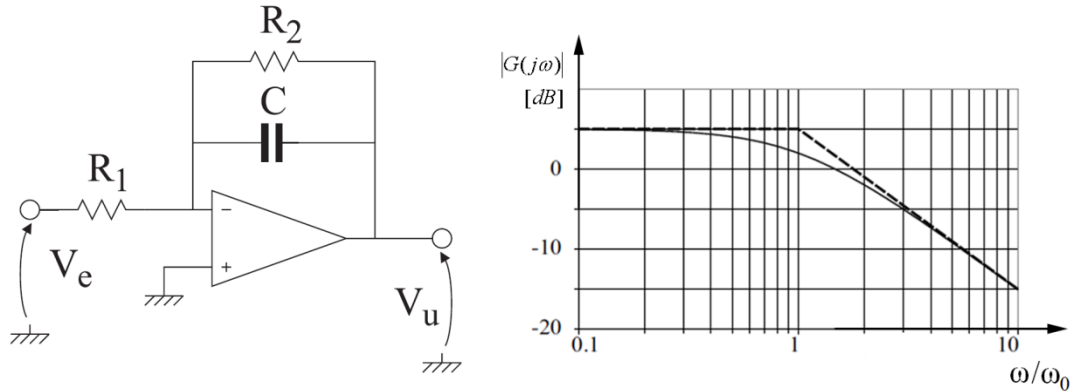


Figura 19.6. Filtro passa-basso attivo e il relativo diagramma di Bode delle ampiezze

Nella figura 19.7 è rappresentato un filtro attivo *passa-alto*, mentre nella figura 19.8 uno *passa-banda*, che lascia passare le frequenze all'interno di un certo intervallo.

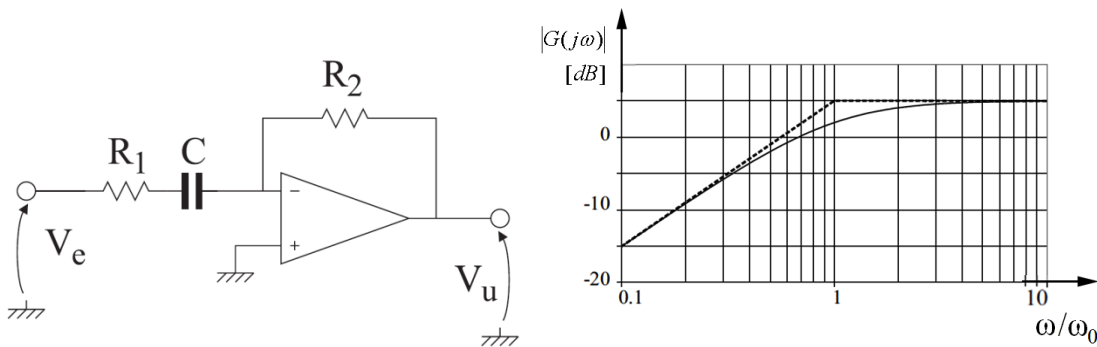


Figura 19.7. Filtro passa-alto attivo e il relativo diagramma di Bode delle ampiezze

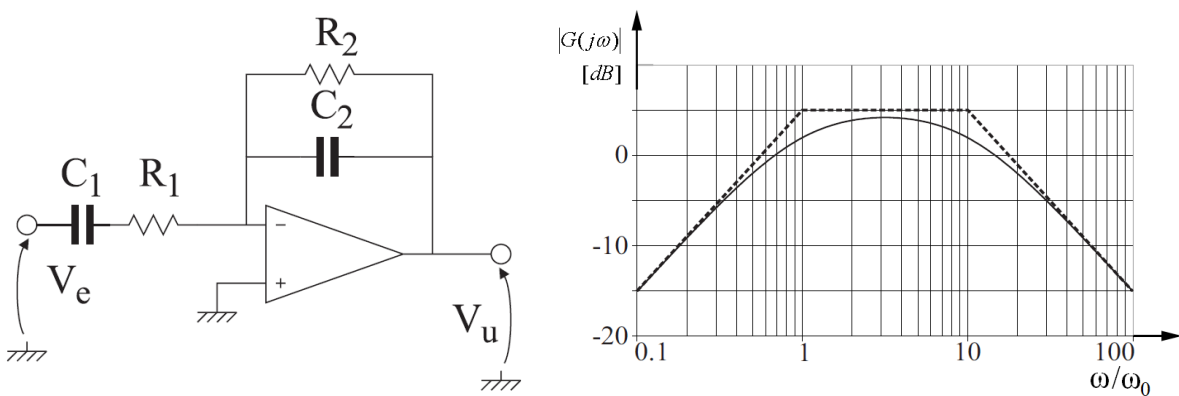


Figura 19.8. Filtro passa-banda attivo e il relativo diagramma di Bode delle ampiezze

Capitolo 20

Cenni di Elettronica digitale

20.1 Il sistema binario e il digitale

Il sistema numerico binario utilizza due sole cifre. I computer funzionano per mezzo di questo sistema. Solitamente le due cifre utilizzate sono 0 e 1 , che rappresentano due stati che codificano le informazioni. Quotidianamente utilizziamo il sistema decimale, che comprende 10 cifre, quello sessagesimale quando misuriamo gli angoli in gradi detti appunto sessagesimali o il tempo. Usare solo due cifre, da un lato comporta una scrittura del numero più lunga, ma anche un grande vantaggio: è difficile che un dispositivo elettronico possa sbagliare una informazione se deve trasmettere o registrare solo due stati.

La parola *digitale* deriva proprio da *digit*, cifra: le informazioni, siano esse suoni, immagini, testi, sono trasformate in numeri, i quali, scritti tramite sequenze di 0 e 1 , sono registrati sui supporti digitali come *pendrive*, *DVD*, e così via, o trasmessi via cavo o via etere sempre con l'utilizzo di due stati. Il termine *analogico*, invece, si intende analogo alla realtà: un disco in vinile, ad esempio, è un supporto musicale analogico, poiché la traccia rispecchia la forma d'onda del suono registrato; se riproduci un disco spegnendo completamente l'amplificatore, infatti, avvicinando l'orecchio alla puntina sentirai il brano musicale registrato (pensa ai vecchi grammofoni che amplificavano il movimento della puntina con un corno, senza elettronica). Il *compact disc* memorizza una lunga serie di numeri: ogni secondo del suono è diviso in 44100 istanti, e per ciascuno di questi si memorizza l'ampiezza di ciascuno dei due canali audio in un numero compreso tra 0 e 65535 ; tale operazione si chiama campionamento a $44,1$ kHz a 16 bit, come mostrato nella figura 20.1. Il formato digitale porta a una drastica diminuzione del rumore nella trasmissione del segnale e al poter effettuare copie praticamente identiche all'originale.

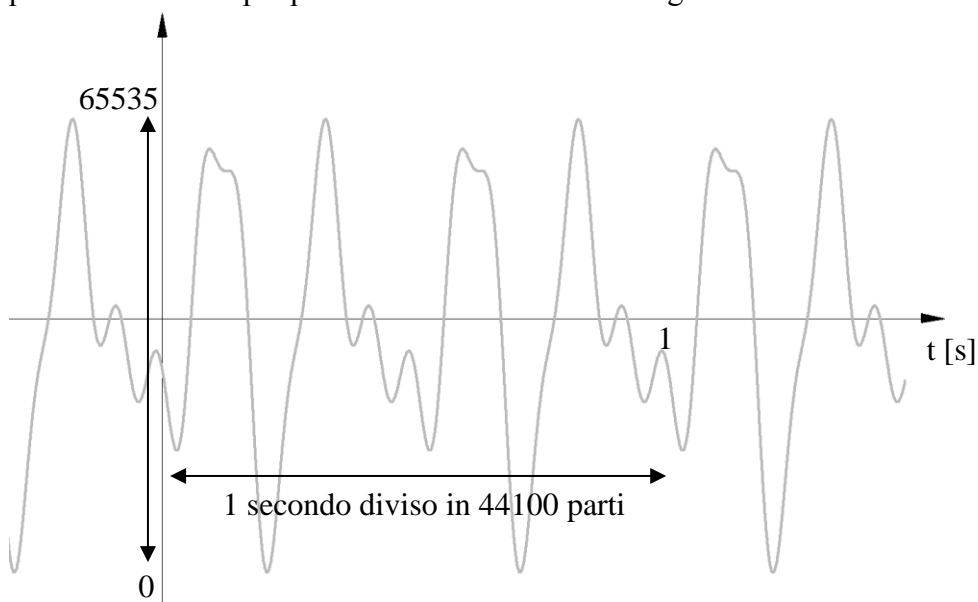


Figura 20.1.
Campionamento
di un segnale
analogico a $44,1$
kHz

Noi siamo abituati a utilizzare 10 cifre, poiché abbiamo 10 dita; si parla quindi di *sistema numerico decimale*. Il *sistema numerico binario*, utilizzato dalle tecnologie digitali, utilizza solo due cifre; in informatica è molto usato anche il *sistema esadecimale*, che usa sedici cifre (le dieci cifre numeriche più le prime sei lettere dell'alfabeto).

20.1.1 Il bit

Il termine *bit* significa *binary digit*, cioè 0 o 1 in numerazione binaria. Si tratta della più piccola unità d'informazione manipolabile da un terminale digitale. È possibile rappresentare fisicamente questa informazione binaria con un segnale elettrico o magnetico, che, oltre una certa soglia, corrisponde al valore 1. Con un *bit* è quindi possibile ottenere due stati: sia 1, sia 0. Grazie a due *bit*, è possibile ottenere quattro stati diversi (2·2): 00, 01, 10 e 11.

Con 3 *bit* è possibile ottenere otto stati diversi (2·2·2):

Valore binario su 3 bit	000	001	010	011	100	101	110	111
Valore decimale	0	1	2	3	4	5	6	7

Per un gruppo di n *bit*, è possibile rappresentare 2^n valori. Nel *compact disc*, di cui si parlava sopra, in ogni istante campionato si memorizza un numero a 16 *bit*, coi quali si possono rappresentare numeri compresi tra 0 e $2^{16}-1$ (65535).

20.1.2 Pesi dei bit

In un numero binario, il valore di un *bit*, detto *peso*, dipende dalla posizione del *bit* partendo da destra. Come le decine, le centinaia e le migliaia per numero decimale crescono di un fattore dieci, il peso di un *bit* cresce raddoppiando andando da destra verso sinistra, come mostra la tabella seguente:

Numero binario	1	1	1	1	1	1	1	1
Pesi	$2^7 = 128$	$2^6 = 64$	$2^5 = 32$	$2^4 = 16$	$2^3 = 8$	$2^2 = 4$	$2^1 = 2$	$2^0 = 1$

20.1.3 Conversioni

Per convertire un numero binario in numeri decimali, basta moltiplicare il valore di ogni *bit* per il suo peso, e poi sommare ogni risultato. Così, il numero binario 010 vale in decimale

$$2^3 \cdot 0 + 2^2 \cdot 1 + 2^1 \cdot 0 + 2^0 \cdot 1 = 8 \cdot 0 + 4 \cdot 1 + 2 \cdot 0 + 1 \cdot 1 = 5$$

20.1.4 Il byte

Il *byte* è una unità d'informazione composta da 8 *bit*. Permette, ad esempio, di memorizzare un carattere, come una lettera o una cifra (il codice ASCII associa ogni carattere a un numero). Una unità d'informazione composta da 16 *bit* è generalmente detta parola (in inglese *word*); una di 32 *bit* è detta parola doppia (in inglese *double word*, o *dword*).

Per un *byte*, il numero più piccolo è 0 (rappresentato da otto *zeri*, 00000000) e il più grande è 255 (rappresentato da otto cifre *uno*, 11111111); il *byte* rappresenta quindi 256 possibilità di valori differenti.

$2^7 = 128$	$2^6 = 64$	$2^5 = 32$	$2^4 = 16$	$2^3 = 8$	$2^2 = 4$	$2^1 = 2$	$2^0 = 1$
0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1

Un tempo in informatica 1 *kilobyte* valeva 1024 *byte*. Dal dicembre 1998, l'organismo internazionale IEC ha dato uno standard: 1 *kilobyte* (ko o kB)=1000 *byte*, 1 *Megabyte* (Mo o Mb)=1000 ko=1.000.000 *byte*, 1 *Gigabyte* (Go o Gb)=1000 Mo =1.000.000.000 *byte*, 1 *Terabyte* (To)=1000 Go=1.000.000.000.000 *byte*.

20.2 L'algebra di Boole e le porte logiche

George Boole (1815-1864), matematico e logico britannico, è considerato il fondatore della logica matematica; creò lo strumento concettuale che sta alla base del funzionamento del calcolatore e che, in suo onore, va sotto il nome di *algebra booleana*. Si tratta di un calcolo logico a due valori di

verità con alcune leggi particolari, che consente di operare su proposizioni allo stesso modo che su entità matematiche.

Per mezzo dell'*algebra di Boole* è possibile formalizzare le condizioni specificate negli algoritmi attraverso espressioni logiche, che consentono di trattare in termini algebrici le operazioni riguardanti singoli *bit*.

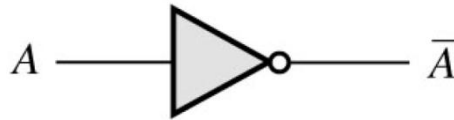
Una espressione logica consiste di una sequenza di *operandi* e *operatori*. Gli operandi sono solo due: *vero* e *falso*. Gli operatori principali dell'algebra booleana sono tre: *congiunzione logica*, *disgiunzione logica* e *negazione logica*. Tali operatori possono essere rappresentati in vari modi. Spesso sono scritti semplicemente come *AND*, *OR* e *NOT*. In matematica spesso si usa il segno dell'*addizione* per *OR* e quello della *moltiplicazione* per *AND*, mentre si rappresenta il *NOT* con una linea che copre superiormente l'espressione che si nega.

Questa algebra trova molte applicazioni, tra cui la progettazione dei circuiti elettronici digitali. Per ciascuno degli operatori logici, infatti, esistono dei circuiti – composti ad esempio da *diodi*, *transistor* e *resistori* – che realizzano l'operazione: il vero corrisponderà a una tensione maggiore di una certa soglia, il falso a una tensione inferiore ad un'altra soglia.

La **tabelle di verità** esemplificano il funzionamento degli operatori logici.

L'operatore *NOT* restituisce la negazione di quello in entrata. Una concatenazione di *NOT* è semplificabile con un solo *NOT* in caso di ripetizioni in numero dispari o con nessuno nel caso di numero pari. La tabella di verità e il simbolo circuitale sono riportati di seguito. Si noti il segno sovrastante la variabile A all'uscita della porta: rappresenta la negazione.

A	NOT A
1	0
0	1



La tabella si legge in questo modo: ad ogni valore binario (che rappresenta un valore di verità) presente nella prima colonna corrisponde nella seconda colonna il valore prodotto dall'operatore logico: $NOT\ 0=1$ e $NOT\ 1=0$. Chiaramente, $NOT(NOT\ 0)=0$.

Un possibile circuito elettronico che esegue l'operazione *NOT* è rappresentato nella figura 20.2. Tale tipologia di circuito è chiamato anche **porta logica**. Se la tensione V_{in} è alta, il transistor è acceso e scorre corrente nella resistenza; la caduta di tensione su di essa fa sì che la tensione di uscita V_{out} sia di livello basso; viceversa, se V_{in} è bassa, il transistor è spento e non passa corrente nella resistenza; la tensione V_{out} coincide proprio con V_{cc} , pertanto è alta.

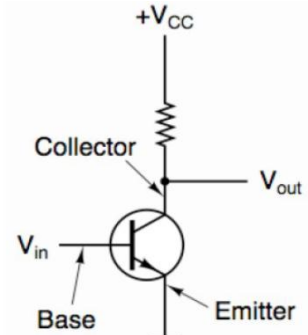
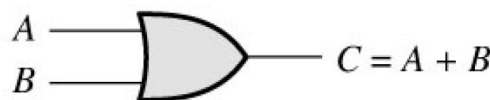


Figura 20.2. Circuito elettronico che esegue la negazione

L'operazione logica *OR* restituisce 1 (vero) se almeno uno degli elementi in ingresso è 1; altrimenti restituisce 0 (falso) solo se tutti gli operandi sono 0 (falso). Tale operazione è anche detta *somma logica*.

Di seguito la tabella di verità e il simbolo circuitale.

A	B	A OR B
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1



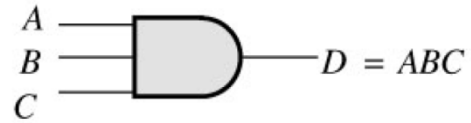
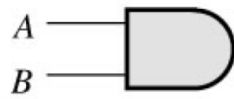
Ad esempio, $1\ OR\ 0 = 1$, perché almeno uno dei due operandi (il primo) è vero (vale 1). Si noti che corrisponde al termine latino *vel*; il termine *aut*, invece, corrisponde in informatica all'*OR esclusivo*, vale a dire l'*EXOR*, la cui tabella di verità e la cui porta logica sono riportate di seguito.

A	B	A EXOR B
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0



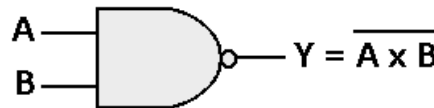
L'operazione **AND** dà come valore 1 (vero) solo se tutti gli operandi hanno valore 1, altrimenti restituisce 0 (falso). Tale operazione è anche detta *prodotto logico*. La tabella di verità e il simbolo della relativa porta logica sono rappresentati di seguito. È rappresentata anche una porta **AND** a tre ingressi; il significato è lo stesso: l'uscita è alta solo quando tutti i tre ingressi sono alti.

A	B	A AND B
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1



Importante è la funzione **AND negata**, ovvero **NAND**, riportata sotto. Il pallino in uscita dalla porta logica sta a significare la negazione.

A	B	A NAND B
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0



L'importanza della porta **NAND** risiede nel fatto che le porte logiche **NOT**, **AND** e **OR** possono essere realizzate utilizzando solo quella porta, come mostrato nella figura 20.3.

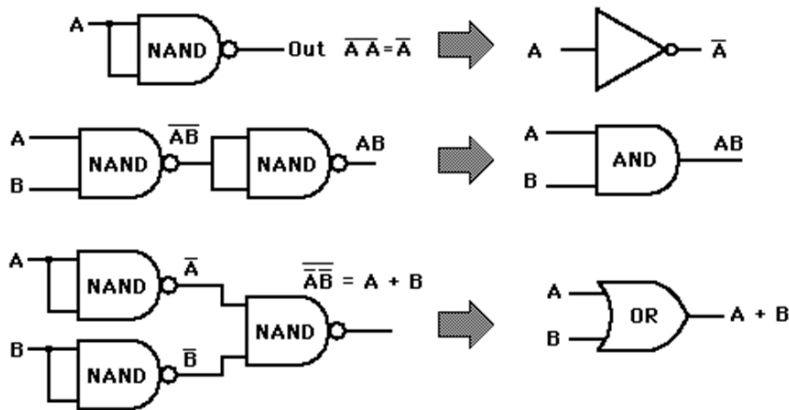


Figura 20.3. Realizzazione delle porte logiche **AND**, **OR** e **NOT** per mezzo di porte **NAND**

20.3 Le espressioni logiche

Le espressioni logiche sono necessarie per formalizzare correttamente le condizioni logiche dei costrutti decisionali offerti dagli algoritmi. Una espressione logica è simile ad una espressione algebrica, ma costituita unicamente da operatori logici e costanti (*vero* o *falso*, rappresentate rispettivamente tramite i numeri 1 e 0) oppure variabili che possono assumere valori logici, denotate con le lettere maiuscole dell'alfabeto.

Ad esempio un'espressione logica è la seguente:

$$A \text{ OR } (B \text{ AND } C)$$

Questa espressione, utilizzando i segni algebrici, può anche essere scritta nel seguente modo:

$$A + BC$$

Il computer risolve una espressione logica valutandola secondo l'ordine stabilito dalle parentesi ed applicando prima la sostituzione delle variabili con le costanti (secondo un assegnamento dato) e poi sfruttando le tabelle di verità per la derivazione dei risultati. Ad esempio, considerando l'espressione precedente $A \text{ OR } (B \text{ AND } C)$ e l'assegnamento ($A=1, B=0, C=1$), la valutazione sarà eseguita nel modo seguente:

-sostituzione delle variabili con le costanti associate:

$A \text{ OR } (B \text{ AND } C)$ diventa $1 \text{ OR } (0 \text{ AND } 1)$;

-risoluzione delle operazioni che hanno la precedenza (quelle contenute nelle parentesi più interne):

$0 \text{ AND } 1 = 0$ (usando la tabella di verità dell'operatore **AND**).

-riscrittura dell'espressione, che diventa: $1 \text{ OR } 0$;

-risoluzione dell'operazione semplice ottenuta, sfruttando la tabella associata: $1 \text{ OR } 0 = 1$.
 Il risultato finale è 1; l'espressione $A \text{ OR } (B \text{ AND } C)$ con l'assegnamento ($A=1, B=0, C=1$),
 pertanto, è *vera*.

20.4 Circuiti logici

Diamo l'esempio di una macchinetta che eroga bevande. Gli ingressi del circuito logico di figura 20.4, composto da due porte *AND*, sono caffè, soldi e tè (C, S e T). Se gli ingressi C ed S sono alti, l'uscita dalla prima porta *AND* è il prodotto CS , e la macchina erogherà il caffè; se C e T sono alti, l'uscita TS sarà alta ed erogherà tè; se è alto solo C o solo T , dal momento che non sono stati immessi soldi, non erogherà nulla (entrambe le uscite nulle).

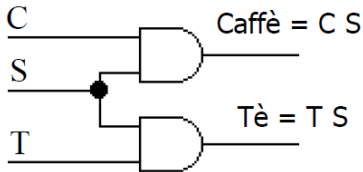


Figura 20.4. Esempio di circuito logico: macchina che eroga bevande

Se selezioniamo, però, sia tè che caffè e inseriamo il denaro, la macchina erogherà entrambe le bevande, e pertanto non funzionerà correttamente. Possiamo quindi modificare il circuito inserendo una porta *NAND* (fig. 20.5), la cui uscita sarà alta solo se C e T sono diversi tra loro (selezionato o il caffè o il tè, ma non entrambi); tale uscita sarà confrontata con l'uscita CS , impedendo l'uscita del caffè se sono alti sia C che T .

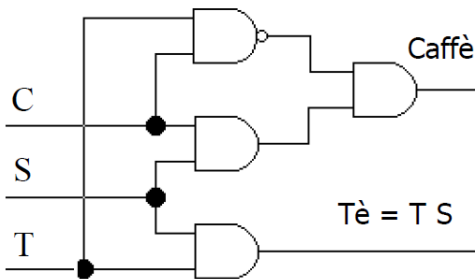
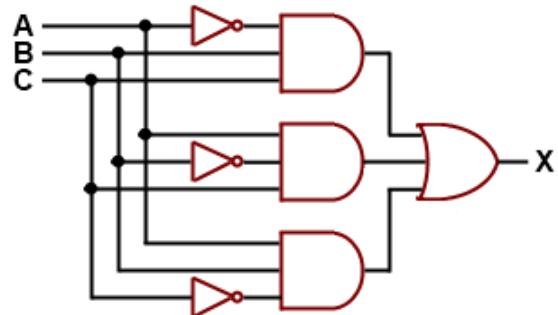
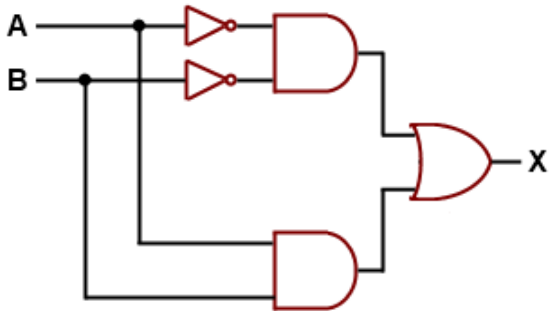


Figura 20.5. Modifica al circuito logico della figura precedente: non è più presente il *bug* dell'erogazione contemporanea di due bevande

Per esercizio si assegnino valori a piacere agli ingressi A e B al primo e A, B e C al secondo dei seguenti circuiti seguenti e si calcoli l'uscita, scrivendo sul circuito i valori 0 o 1 su ogni ramo.



Risultati:

AB	X
00	1
01	0
10	0
11	1

ABC	X	ABC	X
000	0	100	0
001	0	101	1
010	0	110	1
011	1	111	0

Domande di riepilogo sulla parte terza

Diodo, raddrizzatori

1. Traccia e commenta la caratteristica del diodo reale nel piano $V-I$.
2. Quale diodo non si distrugge nella zona di breakdown? Quali sono le sue applicazioni?
3. Disegna lo schema circuitale di un raddrizzatore a ponte di Graetz e le forme d'onda delle tensioni.

Transistor, inverter

1. Disegna un transistor in configurazione a emettitore comune.
2. Disegna e commenta la caratteristica di uscita di un transistor a emettitore comune.
3. Disegna lo schema circuitale dell'inverter a mezzo ponte e traccia gli andamenti delle tensioni. Disegna quindi l'andamento delle correnti nel carico, nel caso di carico puramente ohmico e in quello di carico ohmico-induttivo.

Amplificatore operazionale e filtri

1. Disegna lo schema elettrico di un amplificatore operazionale in configurazione non invertente. Quali valori devono avere le resistenze per avere un guadagno pari a 5?
2. Disegna lo schema elettrico di un amplificatore operazionale in configurazione derivatore; calcola la sua funzione di trasferimento nel dominio di Laplace.
3. Disegna lo schema elettrico di un filtro passa-alto passivo e il relativo diagramma di Bode delle ampiezze.
4. Disegna lo schema elettrico di un filtro passa-basso attivo e il relativo diagramma di Bode delle ampiezze.

Elettronica digitale

1. Esprimi il numero binario 100111001 in formato decimale.
2. Disegna una porta *EXOR* e la relativa tabella di verità.
3. Disegna a piacere un circuito elettronico digitale utilizzando due porte *AND*, un porta *OR* e una porta *NOR*, avente 3 ingressi. Assegna quindi valori a piacere agli ingressi e calcola l'uscita.
4. Come si realizzano le porte *AND*, *OR* e *NOT* utilizzando solo porte *NAND*?

PARTE QUARTA

LE TELECOMUNICAZIONI

Capitolo 21

Natura e propagazione delle onde elettromagnetiche

21.1 Introduzione alle onde elettromagnetiche

L'irradiazione è quel processo nel quale una perturbazione si propaga nello spazio senza il tramite di corpi materiali. Una **perturbazione** fa sentire il suo effetto a distanza per mezzo di onde, che dal punto origine si propagano tutto intorno attraverso il mezzo fisico (onde nell'acqua). Il tipo elementare di variazione è quella **periodica**: l'onda periodica ripete tutte le proprie caratteristiche a intervalli regolari.

Nell'onda elettromagnetica aspetti energetici elettrici e magnetici sono inseparabili: sono le due costituenti fisiche dell'onda e i due campi si sostengono a vicenda. L'onda è rappresentata mediante i vettori **E** e **H**, rispettivamente vettore del campo elettrico e del campo magnetico (fig. 21.1). Si propaga nel vuoto alla velocità della luce.

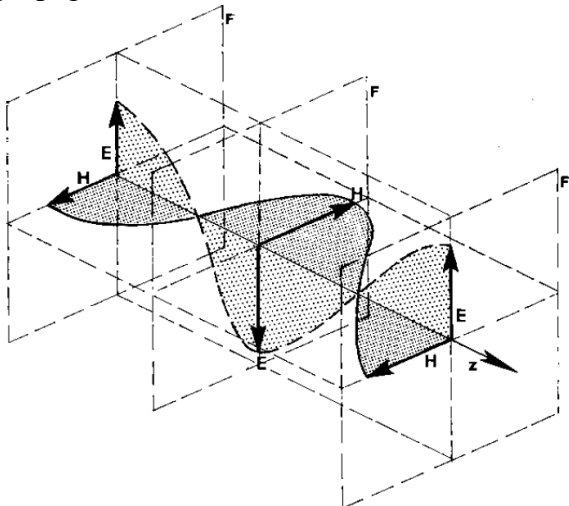


Figura 21.1. Onda elettromagnetica e vettori del campo elettrico e del campo magnetico

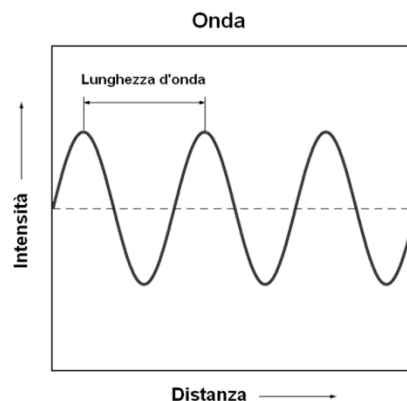


Figura 21.2. Lunghezza d'onda

Le onde elettromagnetiche furono ipotizzate teoricamente da James Clerk Maxwell nel 1864, sperimentate in laboratorio da Heinrich Rudolf Hertz e utilizzate nella radio da Guglielmo Marconi nel 1895.

La **lunghezza d'onda** è la distanza tra due creste (fig. 21.2). Il **fronte d'onda** è il luogo dei punti dello spazio che, in un dato istante, è raggiunto dalla perturbazione ondosca generata dalla sorgente ad un dato istante precedente. La sua forma ricalca l'eventuale simmetria della sorgente da cui l'onda si è generata, come mostrato nella figura 21.3 e nella tabella seguente.

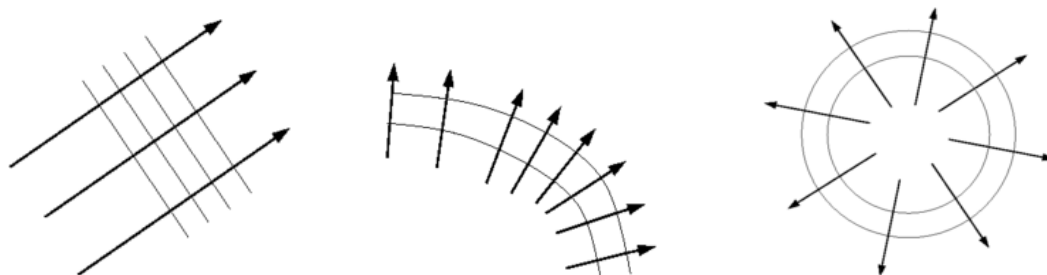


Figura 21.3. Fronte d'onda piano, cilindrico, sferico

Sorgente	Fronte d'onda nello spazio	Esempi
puntiforme	onde sferiche	luce emessa da una lampadina (sasso che cade nell'acqua)
filiforme	onde cilindriche	onda sonora generata da una fila di automobili in colonna
piana	onde piane	lamina bidimensionale vibrante

I punti corrispondenti di fronti d'onda successivi individuano le **linee di flusso**; la direzione di propagazione è tangente a queste linee.

Consideriamo uno spazio libero (privo di ostacoli), omogeneo (privo di discontinuità), isotropo (avente stesse proprietà in tutte le direzioni) e privo di perdite (non capace di sottrarre energia all'onda). L'onda elettromagnetica emessa da una sorgente isotropa, allora, avrà fronti d'onda sferici e si dirà **onda sferica**; la potenza P irradiata si ritrova su superfici sferiche con **densità di potenza** per unità di superficie:

$$p = \frac{P_t}{4\pi d^2} \left[\frac{\text{W}}{\text{m}^2} \right].$$

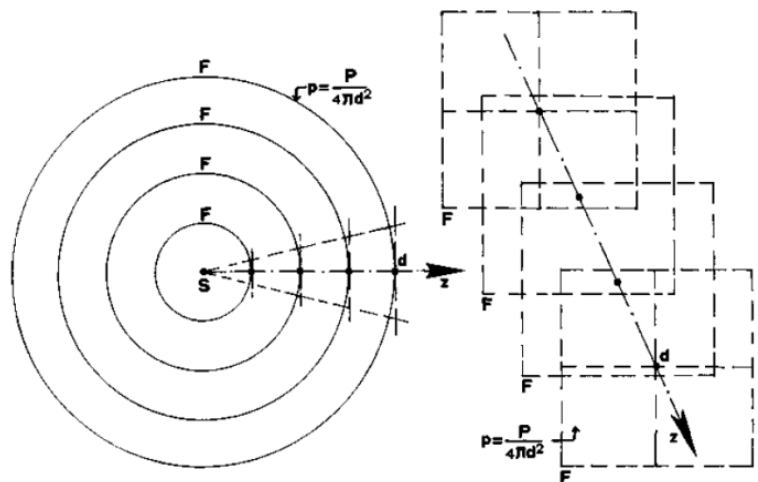


Figura 21.3. Superfici sferiche e densità di potenza

A grandissima distanza dalla sorgente, le porzioni di fronte d'onda di un'onda sferica possono essere considerate piane. Le onde elettromagnetiche con fronti d'onda piani (**onde piane**) e propagazione in linea retta perpendicolarmente al fronte d'onda costituiscono pertanto un caso limite.

In uno spazio libero, omogeneo, isotropo e privo di perdite, i vettori \mathbf{E} e \mathbf{H} di onda piana sono perpendicolari tra loro e paralleli al fronte d'onda piano.

21.2 Relazioni tra velocità, lunghezza d'onda e frequenza

La velocità di un'onda è data dalla sua lunghezza diviso il suo periodo: $v = \frac{\lambda}{T}$.

Si possono scrivere le formule inverse o esprimendo il periodo come il reciproco della frequenza:

$$v = f\lambda; \quad f = \frac{v}{\lambda}; \quad \lambda = \frac{v}{f}.$$

bande.

Banda	Frequenze	Lunghezza d'onda	Uso
ELF	3÷30 Hz	100000÷10000 km	
SLF	30÷ 300 Hz	10000÷1000 km	
ULF	300÷3000 Hz	1000÷100 km	
VLF	3÷30 kHz	100÷10 km	Radionavigazione a largo raggio. Attività nucleare.
LF	30÷300 kHz	10÷1 km	Radiolocalizzazione marittima ed aeronautica

MF	300÷ 3000 kHz	1000÷100 m	Comunicazioni aeree e marittime. Radionavigazione. Broadcast AM
HF	3÷30 MHz	100÷10 m	Collegamenti wireless a lunga distanza fissi e mobili. Radioamatori.
VHF	30÷300 MHz	10÷1 m	Broadcast FM e TV. Collegamenti in visibilità. Radiomobili civili e militari.
UHF	300÷3000 MHz	100÷10 cm	Ponti radio e radiomobili terrestri. Broadcast TV. Satelliti meteo e TV.
SHF	3÷30 GHz	10÷1 cm	Ponti radio terrestri. Satelliti. Radar.
EHF	30÷300 GHz	10÷1 mm	Radar

21.3 Polarizzazione dell'onda

L'onda piana polarizzata linearmente è la tipologia più elementare di onda elettromagnetica. I vettori E ed H variano mantenendosi sempre ciascuno su uno stesso piano e perpendicolari tra loro e con la direzione di propagazione; E ed H in fase tra loro. I campi E ed H possono ruotare e variare in modulo: si hanno così le polarizzazione circolare ed ellittica.

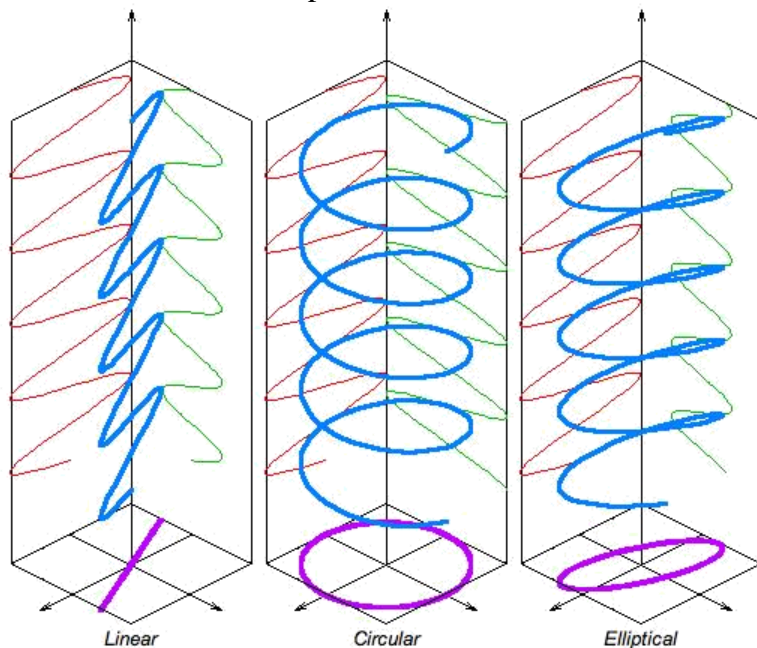
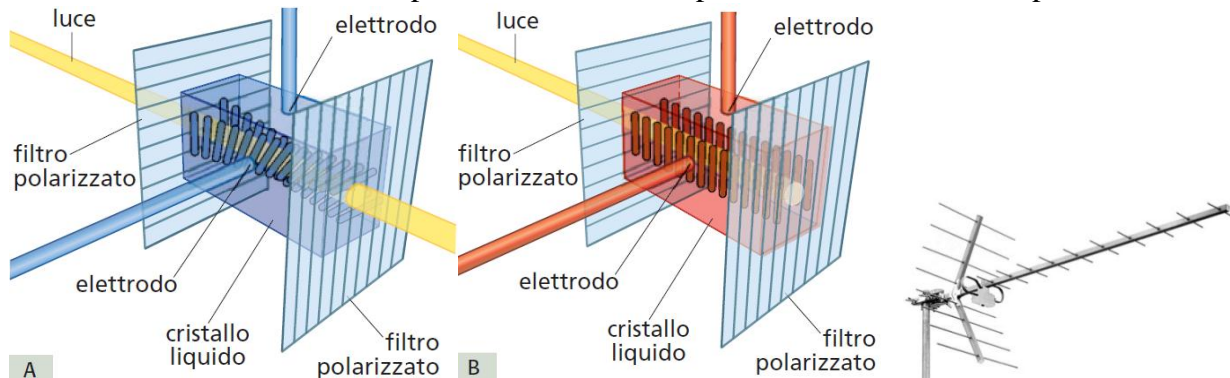


Figura 21.5. Onde polarizzate linearmente, circolarmente ed ellitticamente

Facciamo ora un esempio di applicazione in ottica. La luce polarizzata può essere usata per visualizzare diapositive o film in *stereoscopia*; se proiettiamo due immagini con due diversi proiettori, in ciascuno dei quali è posto un filtro polarizzatore lineare di direzione perpendicolare a quella dell'altro (ad es. a 45° e 135°), se lo schermo è non depolarizzante (color argento), indossando occhiali aventi lenti analoghe ai filtri usati, vediamo due immagini diverse, e quindi possiamo percepire la profondità.

Negli schermi a cristalli liquidi vi sono due **filtri polarizzatori** perpendicolari tra loro; i cristalli liquidi tra i due filtri ruotano progressivamente il piano di polarizzazione della luce che li attraversa. Se alimentati, la luce riuscirà a passare e vedremo un punto chiaro; altrimenti il punto sarà scuro.



Le antenne, ad esempio quelle della TV come quella UHF rappresentata nella figura a destra, ricevono onde con una certa polarizzazione; in questo caso la polarizzazione è orizzontale.

21.4 Propagazione delle onde elettromagnetiche

Le onde elettromagnetiche che si irradiano da una stazione trasmittente verso una ricevente, si propagano per onda di superficie (o di terra) o attraverso lo spazio.

21.4.1 Onde di superficie

Si propagano seguendo la *curvatura terrestre*, soprattutto in VLF, LF e parte bassa delle MF. È bene che l'onda sia polarizzata verticalmente: una componente orizzontale di E, infatti, determinerebbe correnti indotte sulla superficie, ovvero assorbimento di energia e quindi attenuazione. Esse sfruttano conducibilità elettrica della superficie terrestre e possono percorrere migliaia di chilometri senza attenuazioni apprezzabili. La conducibilità del terreno, però, non infinita; a frequenze leggermente più alte (>2 MHz), pertanto, il campo è attenuato proporzionalmente alla distanza, per assorbimento del suolo. Su queste bande (LF, MF) operano di solito stazioni *radio broadcast*, con potenza irradiata di decine di *chilowatt* (radiodiffusione pubblica).

Una propagazione di questo tipo più favorevole con antenne in prossimità del mare; la conducibilità dell'acqua salata, infatti, è ottima. Guglielmo Marconi superò così la curvatura terrestre realizzando la trasmissione attraverso l'Atlantico (Poldhu-Terranova, 1901).

Nella figura 21.8 è mostrato l'andamento del campo elettrico E di un'onda superficiale con polarizzazione verticale, in funzione della distanza d fra trasmettitori e ricevitore (suolo con caratteristiche medie di permittività e conducibilità). È stata usata la *scala logaritmica* per entrambi gli assi; questa scala permette di apprezzare piccole variazioni della grandezza in esame intorno a suoi valori più piccoli, mentre è possibile notare solo variazioni più grandi intorno ai valori più grandi; non serve a molto, infatti, mostrare sul grafico due punti corrispondenti a distanze di 100 km e $100,01$ km, la cui differenza è 10 m; ha senso, invece, mostrare una tale differenza per lunghezze dell'ordina dei centinaia di metri.

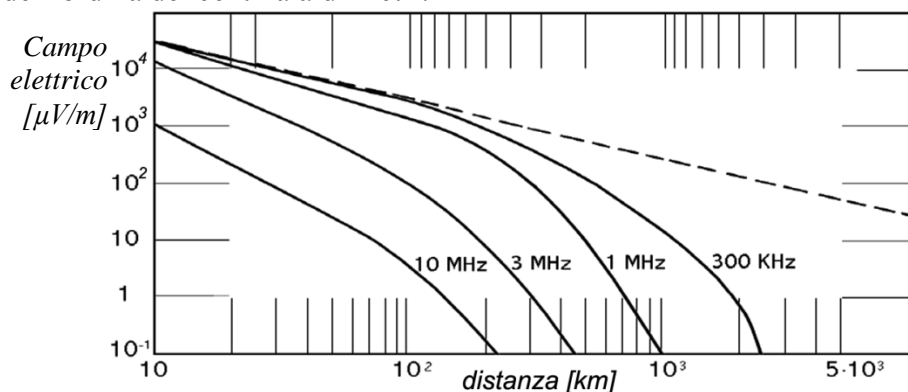


Figura 21.8. Andamento del campo elettrico di un'onda superficiale con polarizzazione verticale, in funzione della distanza fra trasmettitore e ricevitore

21.4.2 Onde spaziali

Le onde spaziali si propagano attraverso lo spazio libero; si dividono in onde dirette e onde riflesse; queste ultime possono essere terrestri o riflesse dalla ionosfera.

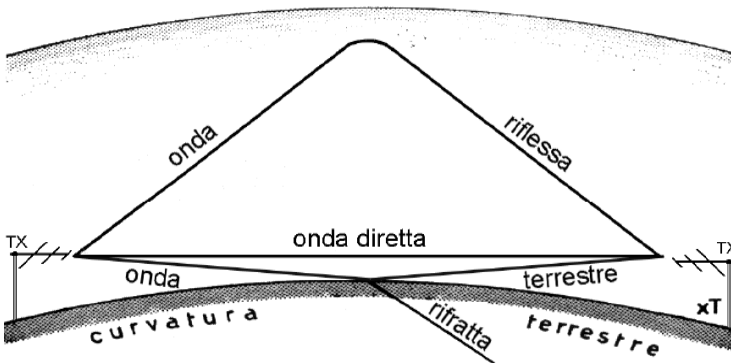


Figura 21.9. Onde diretta, riflessa, rifratta, terrestre

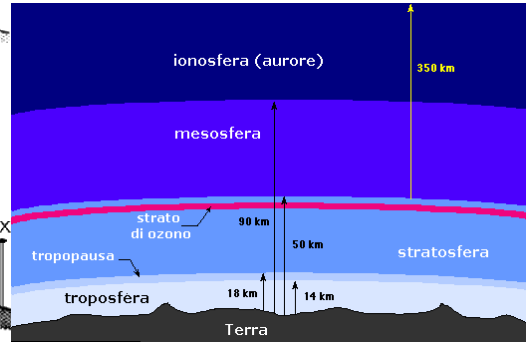


Figura 21.10. Strati dell'atmosfera

21.4.3 Propagazione per onda diretta

La propagazione per onda diretta avviene nella regione non ionizzata dell'atmosfera con un segnale trasmesso da un generatore, la cui antenna è otticamente visibile.

Le componenti dell'atmosfera modificano le caratteristiche della propagazione. L'onda diretta è il principale modo di propagazione per frequenze superiori a 30 MHz (oltre la banda HF).

L'altezza antenne è importante per la portata del segnale. Per collegamenti a grandi distanze sono impiegati dei ripetitori. Le onde dirette non seguono una linea retta, ma sono attratte verso il suolo dal campo magnetico terrestre. L'antenna a 300 m sul livello del mare ha orizzonte ottico di 60 km; per attrazione campo magnetico terrestre queste onde radio riescono a raggiungere distanze più lunghe.

Per calcolare la distanza possibile del collegamento tra due stazioni che operino per onda diretta (VHF-UHF), si può usare la formula $D = 4,124\sqrt{H}$, dove D è la distanza espressa in chilometri, H l'altezza in metri.

Per la banda VHF la lunghezza d'onda è di circa 2 m; la lunghezza antenna VHF, metà della lunghezza d'onda, sarà di 1 m; le comunicazioni radio VHF, pertanto, sono ideali per le imbarcazioni. Le onde e. m. di tale piccola lunghezza d'onda si propagano circa in linea retta fino all'orizzonte visibile, non passano attraverso colline ed edifici, ma possono essere riflesse: le antenne devono essere quindi poste in alto. Per calcolare la portata tra due antenne, espressa in miglia nautiche, si può usare la formula seguente:

$$d = 2,25(\sqrt{H_1} + \sqrt{H_2}) \quad [\text{NM}]$$

Ad esempio, tra l'antenna dell'imbarcazione, di 30 m sul mare, e l'antenna CRS (Coast Radio Station), di 62 m (fig. 21.11), risulta:

$$d = 2,25(\sqrt{30} + \sqrt{62})\text{NM} = 30 \text{ NM}$$

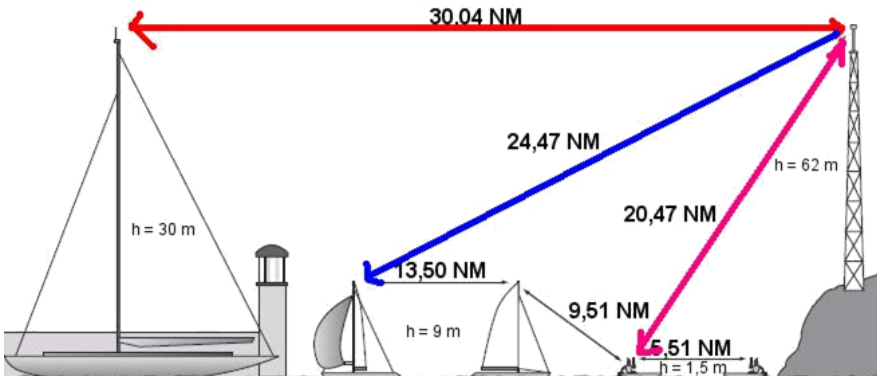


Figura 21.11. Altezze delle antenne e relative portate

Il range delle comunicazioni radio VHF sul mare dipende dalle tipologie di imbarcazioni (variabilità altezza antenna, dimensione imbarcazione) e posizione della CRS. In condizioni normali, per la banda VHF vale tra le 20 e le 30 NM. La banda per comunicazioni radio VHF, tra 156 e 174 MHz, contiene 57 canali VHF: CH 1-28, CH 60-88.

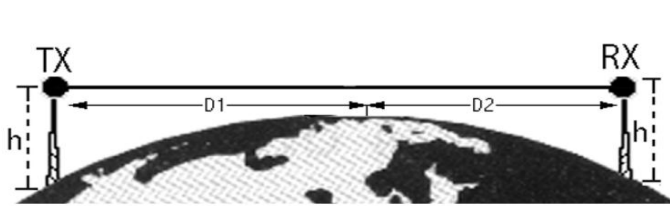


Figura 21.12. Propagazione per onda diretta

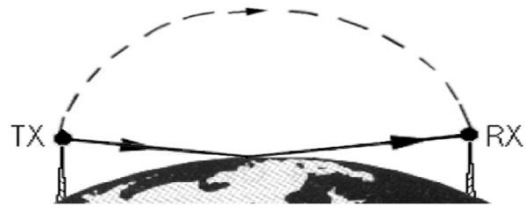


Figura 21.13. Propagazione per onda riflessa

21.4.4 Propagazione per onda riflessa terrestre

L'onda radio che si propaga verso il ricevitore è riflessa dal terreno o da altri ostacoli (fig. 21.13). Se l'antenna ricevente è fuori dall'angolo visibile di quella trasmittente, la propagazione riflessa è una possibilità di comunicazione, la cui efficacia dipende dalle caratteristiche della superficie riflettente.

21.4.5 Propagazione per onda riflessa dalla ionosfera

La ionosfera permette comunicazioni a grande distanza nella banda HF, poiché riflette le onde elettromagnetiche di frequenza non troppo alta (fig. 21.14). Lì la pressione dell'aria è bassa: elettroni e ioni possono pertanto muoversi per lungo tempo prima di ricombinarsi. Se un'onda entra in una zona di queste, ne sarà fortemente influenzata trovando una differente costante dielettrica e la sua direzione sarà modificata. La zona di silenzio è quella zona, a terra, non raggiunta dall'onda.

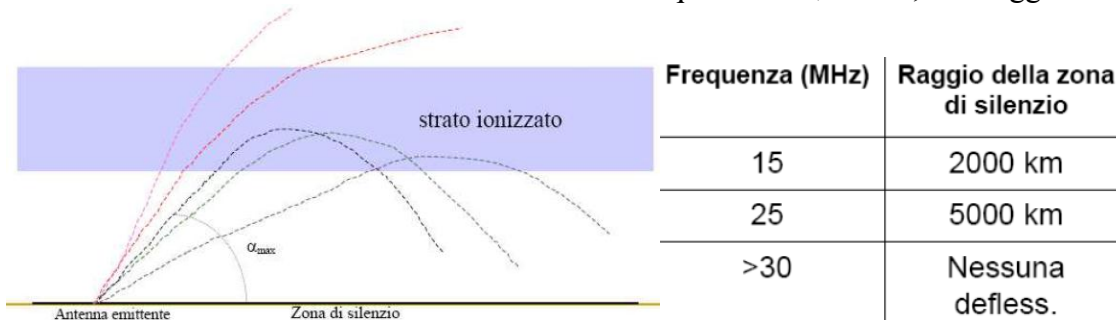


Figura 21.14. Riflessione nella ionosfera, zona di silenzio

Nella ionosfera ci sono tre regioni: D, E, F, illustrate nella figura 21.15.

D: 50-90 km dal suolo; riflessione quasi totale di onde tra 3 e 300 kHz, soprattutto di giorno.

E: 90-130 km; di giorno riflette onde 3÷30 MHz, di notte 30÷3000 kHz.

F: 160-410 km; F₁ e F₂, divisi solo di giorno.

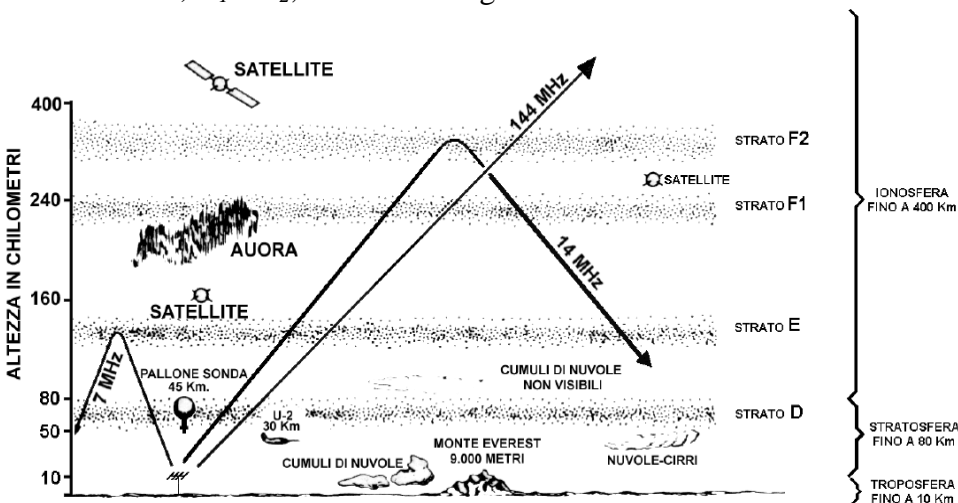


Figura 21.15. Zone della ionosfera

La ionizzazione più intensa si ha nel periodo di maggior presenza di macchie solari. Sono prodotte dalla sua periodica maggiore attività, provocata da un forte campo magnetico che si sviluppa al suo

interno a quote profonde. Il ciclo di maggiore attività ogni 11,2 anni circa. Nel 2008 c'è stato il minimo di presenze, non oltre sei; nel marzo del 2019 raggiungeranno il numero di 175 circa.

21.4.6 Diffusione troposferica (scattering)

La diffusione troposferica si usa per collegamenti ben oltre l'orizzonte radio. Si punta un'antenna trasmittente all'orizzonte e si invia un segnale forte; il segnale esce dall'atmosfera, ma una piccola parte si va in tutte le direzioni per diffusione dalle disomogeneità d'indice nella troposfera (fig. 21.16). In uno strato della troposfera si formano canali di propagazione.

Sopra i 500 MHz è usata per telefonia con piattaforme petrolifere. Sulle coste, soprattutto in estate, è possibile ricevere trasmissioni televisive dal terre straniere oltre il mare. La propagazione dipende da frequenza, indice di rifrazione, temperatura, pressione atmosferica, umidità nell'aria, spessore del canale stesso; la frequenza deve comunque essere superiore a un valore critico.

Al ricevitore possono giungere nello stesso tempo segnali che hanno percorso cammini diversi; ci possono essere pertanto interferenze per sfasamenti creati dalle lunghezze diverse dei percorsi: al ricevitore il campo risultante potrebbe giungere addirittura nullo.

Un'attenuazione supplementare (*fading*, evanescenza) è una variabile e aleatoria nel tempo, al mutare delle condizioni atmosferiche. Il canale risultante può essere modellizzato con una *funzione di trasferimento tempo-variante*. Il *fading* può essere piatto, ovvero costante al variare della frequenza, o selettivo, cioè dipende da essa. Si ha in quest'ultimo caso un distorsione in ampiezza del segnale, a cui si può ovviare con opportuni equalizzatori. Capiamo quindi come la radiopropagazione in un canale radiomobile sia più critica rispetto a quella di un canale radio fisso.

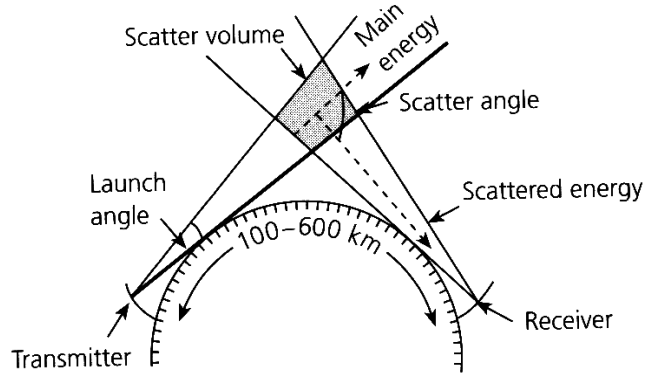


Figura 21.16. Diffusione troposferica

21.5 Caratteristiche delle bande di frequenza

Illustriamo ora alcune caratteristiche delle varie bande:

- a) **VLF** (10÷30 kHz): bassissima attenuazione sul terreno, buona riflessione ionosferica; per sistemi di comunicazione e di navigazione a grande distanza (alcune migliaia di chilometri); antenne poco economiche e poco efficienti;
- b) **LF** (30÷300 kHz): aumenta attenuazione sul terreno e assorbimento ionosferico; distanza utile minore di 1000 km;

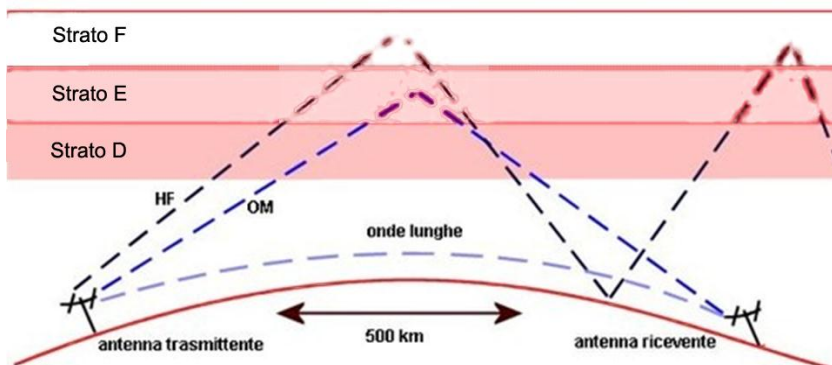


Figura 21.17. Trasmissione di onde medie, lunghe e corte

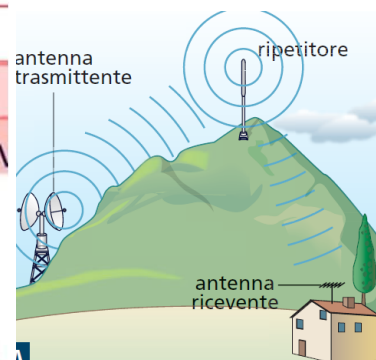


Figura 21.18. Visibilità ottica

- c) **MF** (300÷3000 kHz): radiodiffusione a onde medie (525 ÷1605 kHz); propagazione superficiale terrestre, potenza di decine di *chilowatt*; copertura fino a 200 km; oltre tramite propagazione ionosferica notturna;
- d) **HF** (3÷30 MHz): propagazione ionosferica con trasmissioni a grandi distanze (migliaia di chilometri) a causa di riflessioni multiple terra-ionosfera; inconvenienti: sensibili *fluttuazioni* (*fading*) del segnale ricevuto e ampie *zone di silenzio*;
- e) **VHF**: (30÷300 MHz) riflessione ionosferica trascurabile; copertura poco maggiore dell'area di visibilità ottica; radiodiffusione televisiva;
- f) **UHF** (300÷3000 MHz): propagazione troposferica per sistemi a visibilità ottica a breve distanza; radiodiffusione televisiva, ponti radio, sistemi radiomobili;
- g) **SHF** (3÷30 GHz): ponti radio e satelliti; propagazione troposferica a visibilità diretta (decine di km); oltre 10 GHz c'è una elevata attenuazione per piogge e nebbie.

21.6 Linee di trasmissione

La linea di trasmissione è un circuito elettrico che trasferisce segnale a radiofrequenza dal generatore all'antenna, con stessa *impedenza caratteristica* dei due elementi da connettere, per ottenere il trasferimento in antenna di massima energia.

Come linee di trasmissione per radiofrequenza esistono le *linee bifilari*, composte da due conduttori paralleli disposti ad una certa distanza tra loro (*piattine*), inutilizzate da molti anni, e le *linee coassiali*, molto più affidabili (fig. 21.19).

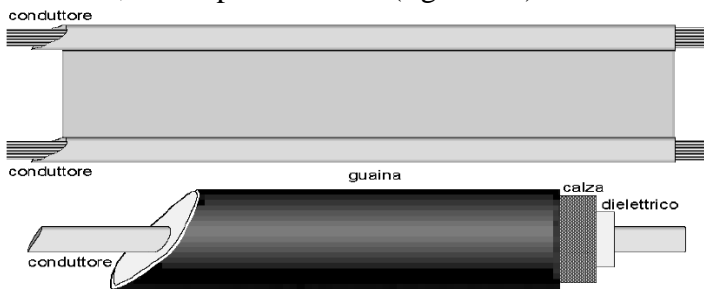


Figura 21.19. Linee bifilari e coassiali

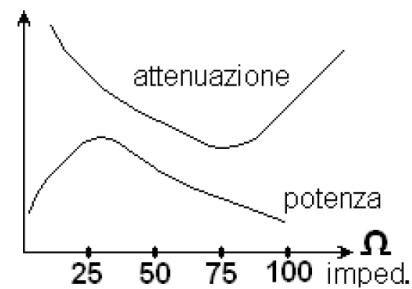


Figura 21.20. Attenuazione e potenza in funzione della impedenza

21.7 Impedenza caratteristica

L'impedenza caratteristica è il rapporto tra tensione applicata e corrente assorbita in un cavo coassiale di lunghezza infinita. È importante che sia il più uniforme possibile.

Come si vede nel grafico di figura 21.20, la minore attenuazione si ha per 75-77 Ω, mentre la massima potenza attorno ai 30 Ω. La Marina militare USA decise durante la seconda guerra mondiale di adottare di 52 Ω, un compromesso tra attenuazione e potenza massima applicabile. Nella TV si è adottata una impedenza di 75 Ω, che dà la minima attenuazione (negli impianti ricezione TV non c'è potenza).

L'impedenza d'uscita di un trasmettitore è generalmente di 50 Ω. Anche le antenne presentano in genere la stessa caratteristica in ingresso. In un punto qualsiasi della linea, l'impedenza caratteristica è uguale ad ogni altro punto.

21.8 L'effetto pelle

In radiofrequenza il segnale si propaga attraverso la superficie del conduttore. Lo spessore è tanto minore quanto più elevata è la frequenza, come è mostrato nella figura 21.21. Tale fenomeno è chiamato l'effetto pelle ed è trascurabile alla frequenza di 50 Hz.

La corrente genera un campo magnetico variabile, che genera a sua volta, per la *legge di Faraday*, una corrente che rinforza la corrente sulla superficie laterale, ma frena quella al centro (fig. 21.22).

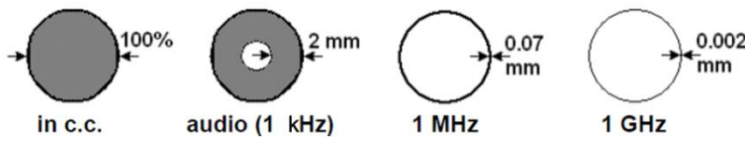


Figura 21.21. Effetto pelle su un conduttore al variare della frequenza

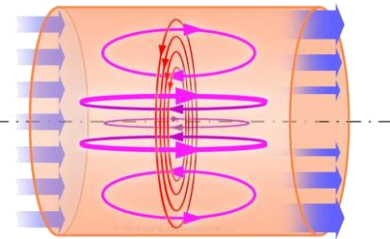


Figura 21.22. Correnti e campo magnetico nell'effetto pelle

21.9 Il cavo coassiale

Il cavo coassiale è composto da conduttore, schermo, e dielettrico, ovvero una struttura che li isola; in alcune applicazioni il dielettrico è l'aria (linea in aria).

Il conduttore interno trasporta il segnale. Maggiore è il suo diametro, minore l'attenuazione risultante. Può essere singolo o a corda; può essere costituito da rame nudo, acciaio ramato, rame stagnato (per facilitare la saldatura e proteggerlo dalla corrosione), rame argentato (per migliorare la propagazione del segnale utile per l'effetto pelle).

Il dielettrico è il *materiale isolante* intorno al conduttore interno, al fine di mantenere il conduttore esterno (schermo) concentrico. Costituito da politene compatto (*PE*), più resistente meccanicamente, o politene espanso fisicamente (*PEE gas injected*), che ha un basso *fattore di perdita*, *mantiene costanti* caratteristiche meccaniche ed elettriche, produce *attenuazioni* più basse, ha una migliore *stabilità* dei valori delle attenuazioni, anche in condizioni critiche (forte umidità o di sbalzi termici).

Il nastro è la parte dello schermo del cavo coassiale, garantendo una copertura totale (100%). Garantisce protezione del segnale dai campi elettromagnetici esterni, isolamento dell'ambiente esterno da radiazioni prodotte dal cavo stesso; per il costante aumento dell'utilizzo di onde elettromagnetiche e di potenze elevate è indispensabile la schermatura totale per minimizzare interferenze.

La treccia influenza efficienza di schermatura ma anche l'impedenza di trasferimento. La guaina può essere di cloruro di polivinile (PVC) o polietilene (PE); protegge del cavo, mantiene aderente il conduttore esterno al dielettrico rendendo costanti sia la capacità che l'impedenza lungo tutto il cavo. La guaina in PE è utilizzata per la posa interrata.

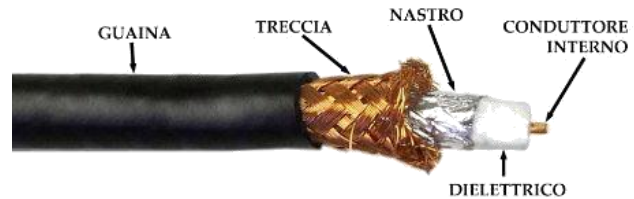


Figura 21.23. Il cavo coassiale

21.10 Attenuazioni e perdite in una linea

Se qualità del conduttore, geometria del cavo e uniformità dielettrico non sono costanti; si hanno pertanto riflessioni interne, distorsioni e perdite del segnale. La diminuzione in ampiezza e la distorsione di un segnale lungo una linea di trasmissione (cavo coassiale) sono causate da una perdita resistiva dei conduttori (effetto pelle) e perdite nel dielettrico. La *cifra di attenuazione* è espressa in dB per ogni 100 metri ed è data da

$$10 \log \frac{\text{potenza in ingresso}}{\text{potenza in uscita}}$$

L'attenuazione è proporzionale alla frequenza; per frequenze più alte è bene impiegare cavi con minor perdita.

21.11 Efficienza di schermatura

L'efficienza di schermatura indica di quanti *decibel* è attenuato il segnale interferente; dipende dal conduttore esterno (schermo). Per migliorarla si può aumentare percentuale di copertura del con-

duttore esterno, il che corrisponde a una gabbia di Faraday più fitta. Per ottenere il 100% di copertura si utilizza un nastro conduttore, di alluminio o rame avvolto sul dielettrico con tecnica a spirale o a cartina di sigaretta.

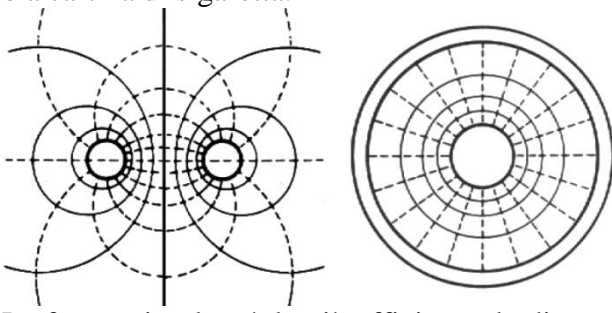


Figura 21.24. Campi nella linea bifilare e nella linea coassiale – linea continua: H ; linea tratteggiata: E

La forma circolare è la più efficiente: la distanza tra i componenti uguale e costante in ogni punto e il flusso della corrente ad essa applicata è agevolato; i campi elettrico e magnetico restano confinati all'interno dello schermo (fig. 21.24). Il segnale a radiofrequenza è formato da una corrente sulla superficie del conduttore centrale, controbilanciata da un'altra uguale e contraria sulla superficie interna dello schermo. Sono utilizzati solo in alta frequenza, ove risultano schermati: per l'*effetto pelle*, il segnale utile ed eventuali disturbi all'esterno del cavo non interferiscono tra loro.

Capitolo 22

Le antenne

22.1 I dipoli

L'antenna è un dispositivo che trasforma un'onda guidata in onda radiata (antenna in trasmissione), o, viceversa, un'onda radiata in onda guidata (antenna in ricezione), come illustrato nelle seguenti immagini.

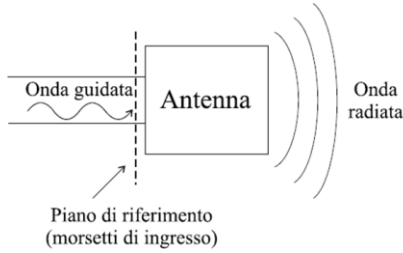


Figura 22.1. Antenna in trasmissione

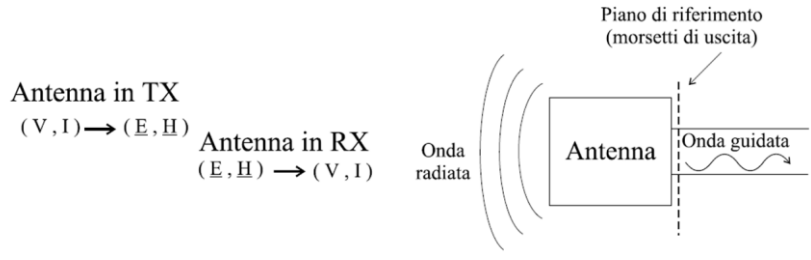
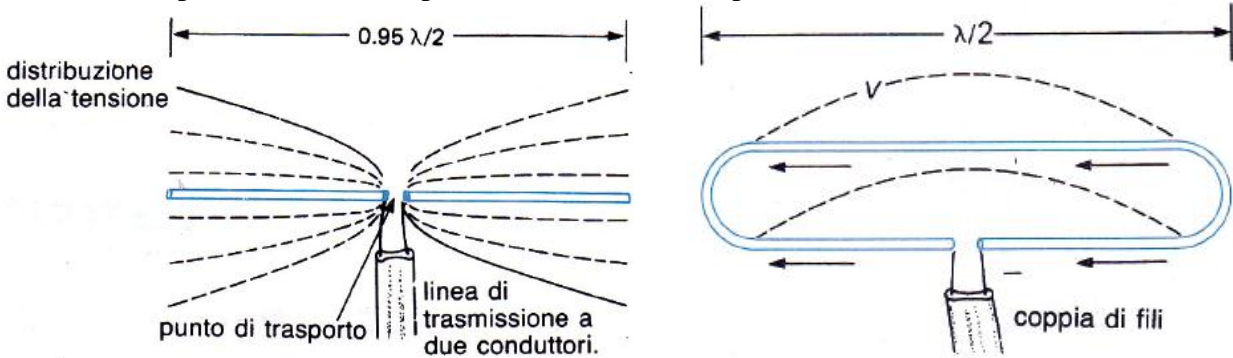


Figura 22.2. Antenna in ricezione

La più semplice antenna ricevente è il dipolo elementare, costituito da due conduttori di lunghezza $\lambda/4$, sede di una corrente sinusoidale che ha il valore massimo al centro. La lunghezza fisica è inferiore a quella teorica, per ottenere corretta risonanza, in modo da tenere conto degli effetti capacitivi delle “terminazioni d'orlo” (estremi liberi). La tensione è massima alle estremità del dipolo, minima nella parte centrale; l'impedenza è minima nella parte centrale.



22.2 Condizione di adattamento

Dal trasmettitore, l'antenna è vista come una impedenza di carico z_c che chiude la linea, di impedenza z_l . Il trasmettitore ha una impedenza di uscita z_u .

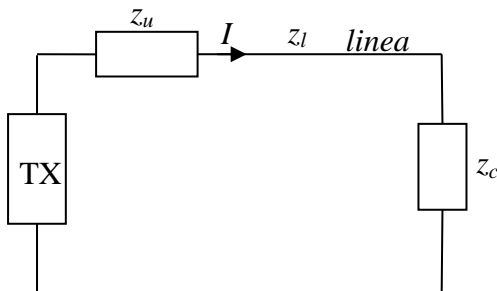


Figura 22.3. Circuito equivalente: trasmettitore, antenna ricevente e impedenza di linea

Se le tre impedenze z_u , z_l e z_c sono uguali, si è nelle condizioni di **massimo trasferimento di potenza** dal trasmettitore all'antenna (condizione di **adattamento**).

Capitolo 22 – Le antenne

Per capire questo concetto, consideriamo un semplice circuito composto da un generatore di tensione continua, una resistenza di linea R_l e una resistenza di carico R_c .

La potenza assorbita dal carico è data da $P = R_c I^2 = R_c \left(\frac{E}{R_c + R_l} \right)^2$. Calcoliamo

il quadrato: $P = R_c \frac{E^2}{R_c^2 + R_l^2 + 2R_c R_l}$.

Ora supponiamo che la resistenza di linea sia stabilita, e quella di carico sia da scegliere. Per trovare il valore di R_c che determini il massimo trasferimento di potenza, deriviamo la potenza P rispetto a R_c (supponendo costanti E e R_l) e imponiamo che tale derivata sia annullata (in matematica hai studiato la ricerca dei massimi relativi in una funzione):

$$\frac{dP}{dR_c} = 1 \cdot \frac{E^2}{R_c^2 + R_l^2 + 2R_c R_l} + R_c \frac{-E^2(2R_c + 2R_l)}{(R_c^2 + R_l^2 + 2R_c R_l)^2}$$

Tale derivata si annulla se

$$\frac{E^2}{R_c^2 + R_l^2 + 2R_c R_l} + R_c \frac{-E^2(2R_c + 2R_l)}{(R_c^2 + R_l^2 + 2R_c R_l)^2} = 0, \text{ ovvero } \frac{E^2}{R_c^2 + R_l^2 + 2R_c R_l} = R_c \frac{E^2(2R_c + 2R_l)}{(R_c^2 + R_l^2 + 2R_c R_l)^2}$$

Semplificando si ottiene

$$1 = R_c \frac{2R_c + 2R_l}{R_c^2 + R_l^2 + 2R_c R_l}; \quad R_c^2 + R_l^2 + 2R_c R_l = R_c(2R_c + 2R_l); \quad R_c^2 + R_l^2 + 2R_c R_l = 2R_c^2 + 2R_c R_l; \quad R_l^2 = R_c^2$$

e quindi $R_c = R_l$. Tralasciando l'ulteriore verifica sul segno della derivata seconda (che lasciamo al lettore), possiamo concludere che tale potenza è massima solo se la resistenza di linea è uguale a quella del carico. Il rendimento di tale circuito, poiché metà della potenza si dissipa sulla linea, è del 50%, piuttosto basso; il rendimento, però, è importante nella trasmissione di energia elettrica, ma non in quella dei segnali, in cui le potenze in gioco sono piuttosto basse.

Se, invece, z_a non coincide con z_l o con z_u , la potenza non è interamente trasferita all'antenna, e si produce così un'onda riflessa e onde stazionarie sulla linea. L'impedenza z_a dipende dalla frequenza, per cui la stessa antenna, al variare di f , si presenta come un carico *resistivo puro*, *ohmico-induttivo* o *ohmico-capacitivo*.

Per il ricevitore (fig. 22.4), l'antenna rappresenta un generatore di segnali a radiofrequenza (G_a) con piccoli valori di tensione, dell'ordine dei *microvolt*. Il ricevitore, pertanto, è visto dal *generatore antenna* come una impedenza. Perché il sistema sia adattato, l'impedenza di ingresso del ricevitore deve essere uguale a z_l e a z_a . Nella pratica, in ricezione la formazione di onde stazionarie è tollerata, poiché le potenze in gioco sulla linea sono molto piccole.

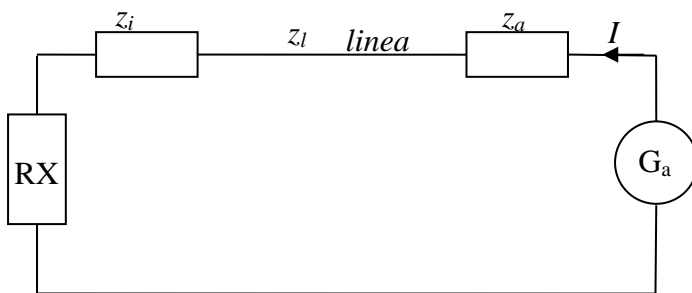
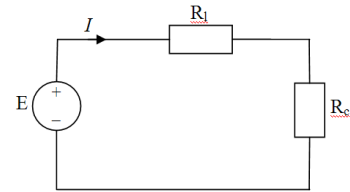


Figura 22.4. Antenna e ricevitore

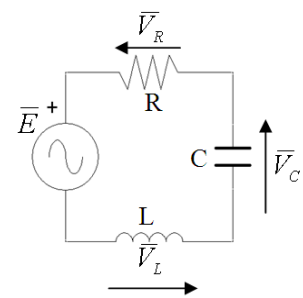


Figura 22.5. Circuito RLC serie

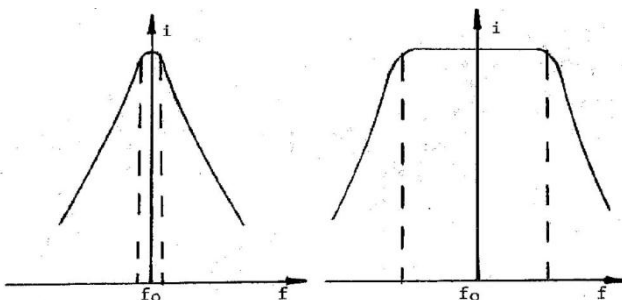


Figura 22.6. Larghezza di banda di un'antenna

L'antenna può essere vista come un circuito *RLC* serie in risonanza (fig. 22.5). La frequenza di risonanza, come è noto, è data da $f_R = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{1}{LC}}$. Per frequenze inferiori a quella di risonanza l'antenna risulta capacitiva, altrimenti induttiva. In entrambi i casi, la corrente è inferiore a quella presente in condizioni di risonanza. L'andamento della curva riportata nella figura 22.6 rappresenta la larghezza di banda dell'antenna; l'antenna che ha un comportamento resistivo in una ristretta banda attorno alla frequenza di risonanza, rappresentata nella figura di sinistra, è più selettiva di una la cui curva è più simile a quella di destra; un'antenna di quest'ultimo tipo sarà detta **a larga banda**.

22.3 Solido di radiazione e diagrammi di radiazione

Il radiatore isotropico teorico irradia omogeneamente in tutte le direzioni. Nelle antenne reali, invece, la intensità di campo varia con la direzione. Il **solido di irradiazione** (fig. 22.7) è costruito tracciando, in ogni direzione, dall'origine, un segmento proporzionale al modulo del campo elettrico irradiato.

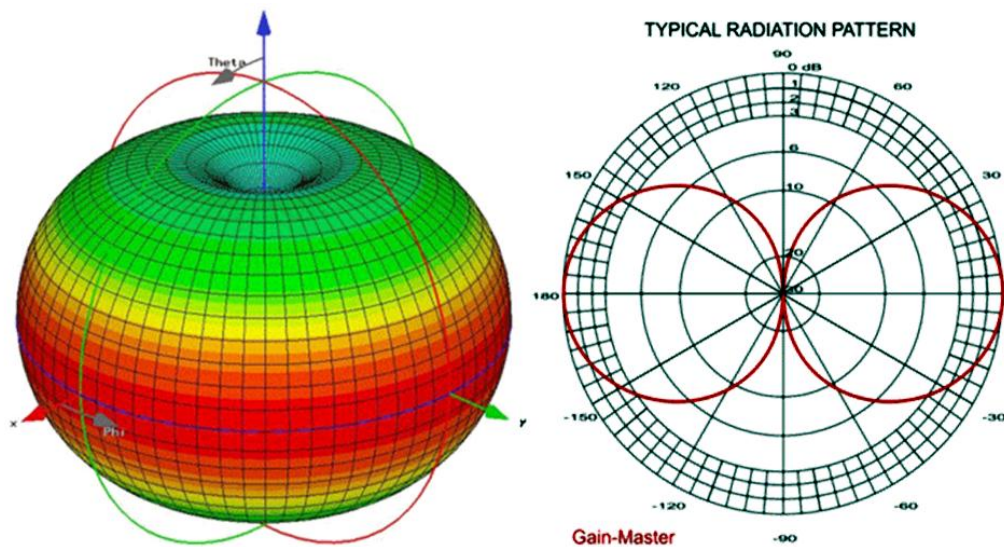


Figura 22.7. Solido e diagramma di radiazione

I **diagrammi di radiazione** consistono in curve ottenute sezionando il solido di radiazione con piani opportuni. Il diagramma polare di irradiazione del dipolo, ad esempio, ha la forma di un *otto* (fig. 22.7); esso è costituito da due circonferenze tangenti al dipolo nel suo punto medio; la maggiore intensità d'irradiazione e di ricezione: sulla parte frontale e posteriore del dipolo.

Per difficoltà di rappresentazione tridimensionale, raffigurati su due sezioni piane perpendicolari fra loro (verticale e orizzontale).

In basso è mostrato il diagramma di radiazione in potenza del tipo polare normalizzato e, accanto, il diagramma di radiazione in potenza, normalizzato cartesiano in *decibel*³⁶. Il lobo principale indica la direzione di massima radiazione; gli altri sono detti lobi secondari.

³⁶ Il *decibel* è una scala logaritmica (non una unità di misura), definita come dieci volte il logaritmo in base 10 di un rapporto tra potenze: $10 \log \frac{P_2}{P_1}$. È usato come scala dell'intensità del suono, prendendo come riferimento

(denominatore) la minima pressione udibile (si usa in questo caso la scala logaritmica perché rispecchia più fedelmente la nostra percezione dell'intensità sonora rispetto a una scala lineare); il *decibel* è utilizzato anche come scala per esprimere l'attenuazione e l'amplificazione; la comodità del *decibel*, inoltre, sta nel poter sommare comodamente i guadagni, invece che effettuare moltiplicazioni e divisioni (questo per la proprietà del logaritmo per cui $\log(a \cdot b) = \log a + \log b$).

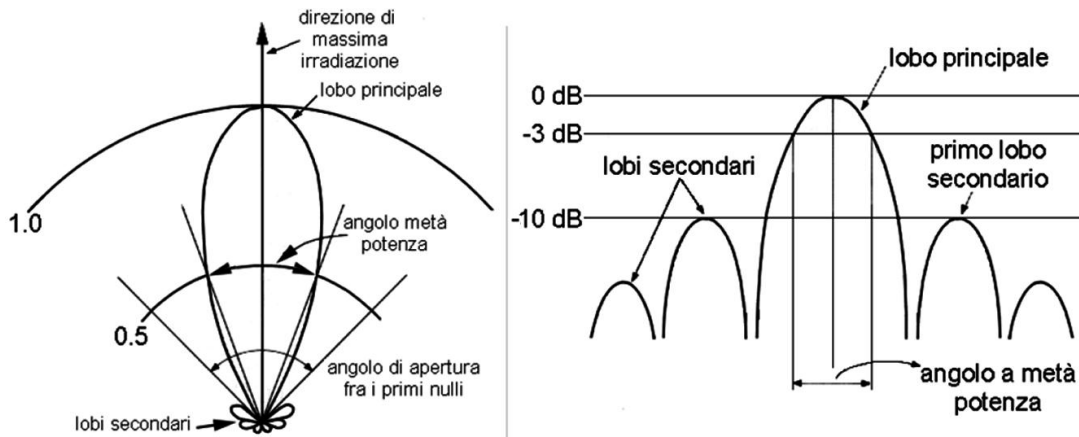


Figura 22.8. Diagramma di radiazione in potenza del tipo polare normalizzato e, accanto, il diagramma di radiazione in potenza normalizzato in *decibel*

Si illustrano di seguito i parametri principali di tali diagrammi:

1. angolo di apertura d'irradiazione totale *a metà potenza*; è l'angolo tra le due direzioni in cui il diagramma d'irradiazione si riduce di 3 dB rispetto al massimo valore³⁷;
2. angolo di apertura del lobo principale compreso tra i *primi nulli* del diagramma;
3. rapporto tra massima ampiezza del diagramma del lobo principale e secondario.

Le antenne possono essere distinte in *direttive* e *non direttive*. Le antenne non direttive hanno dimensioni lineari comparabili con la lunghezza d'onda; sono tipicamente utilizzate alle frequenze più basse (fino alle microonde) per radiodiffusione e comunicazioni mobili o di misura.

Le antenne direttive servono a irradiare densità di potenza elettromagnetica in modo spazialmente selettivo. Hanno dimensioni grandi rispetto alla lunghezza d'onda. Il loro impiego (tipicamente dalle microonde alle millimetriche) comprende ponti radio, *radar* e alcune applicazioni di comunicazioni *wireless* e spaziali.

22.4 Tipologie di antenne

Diamo ora una panoramica sulle varie tipologie di antenne.

L'*antenna Yagi-Uda* (fig. 22.9) è formata dall'allineamento di elementi in cui è presente un dipolo attivo (in genere del tipo ripiegato), uno o più *riflettori* e uno o più *direttori* (elementi di antenna) non attivi; essi incrementano guadagno e direttività.

Il direttore è un conduttore di lunghezza minore rispetto al dipolo (ripiegato o di altro tipo), lungo normalmente da $0,43\lambda$ a $0,4\lambda$; i direttori sono spaziati di circa $0,1\lambda$. Il riflettore è un conduttore di lunghezza leggermente maggiore dipolo principale (del 5%), praticamente coincidente a $\lambda/2$.

L'*antenna a loop* (fig. 22.10) consiste in un conduttore ripiegato in circolo. L'*antenna loopstick* (fig. 22.11) è composta da due avvolgimenti, uno per ricezione onde lunghe (LW) e uno per onde medie (MW), in modulazione di ampiezza; è lunga 10 cm ed è spesso posta all'interno di ricevitori radio.

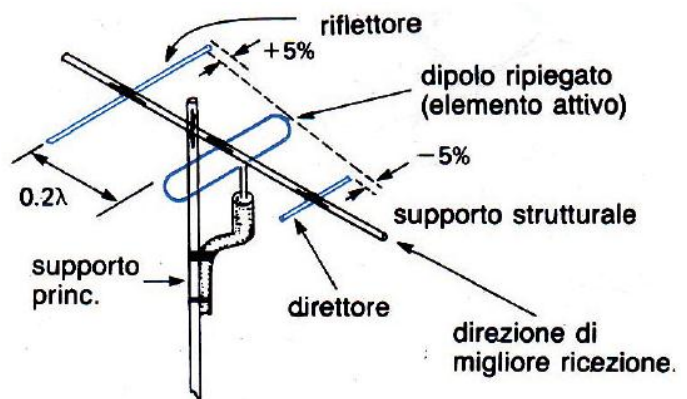


Figura 22.9. Antenna Yagi-Uda

³⁷ Se il rapporto tra due potenze è 0,5, infatti, il valore in *decibel* sarà $10\log 0,5 = 10 \cdot (-0,3) = -3\text{dB}$. Se l'amplificazione aumenta di 3 dB, pertanto, la potenza raddoppia; se diminuisce di 3 dB, la potenza dimezza.



Figura 22.10. Antenna loop

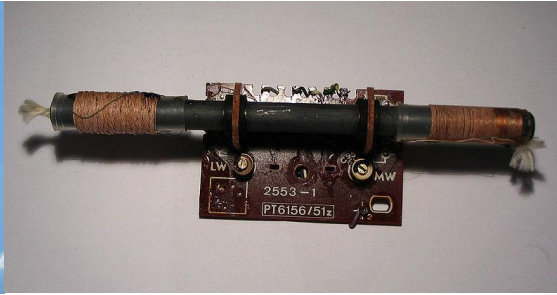


Figura 22.11. Antenna loopstick



Figura 22.12. Antenna log-periodica ad array

Salendo in frequenza, le antenne costituzionalmente risonanti (lunghe approssimativamente $\lambda/2$) e hanno dimensioni fisiche sempre più piccole; ci possono essere, quindi, problemi di limitazione di potenza gestibile in trasmissione. Ad esempio, un'antenna filare risonante trasmettente a una frequenza di 10 GHz ($l=\lambda/2=1,5\text{ cm}$ e spessore pari a una frazione di millimetro) rischierebbe di fondere se alimentata da una potenza eccessiva; nel campo delle microonde, pertanto, è necessario cambiare tecnologia di costruzione, soprattutto per le antenne in trasmissione. Per la ricezione, è consentito l'uso di antenne più piccole, poiché le potenze in gioco sono di entità limitata.

Le antenne a larga banda hanno caratteristiche radiative e di impedenza uniformi su un *range* di frequenza di una ottava. Tra queste citiamo le antenne *log-periodiche* ad array di dipoli (fig. 22.12) e le antenne ad *elica* (fig. 22.13).

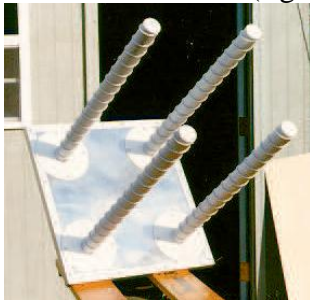


Figura 22.13. Antenna a elica

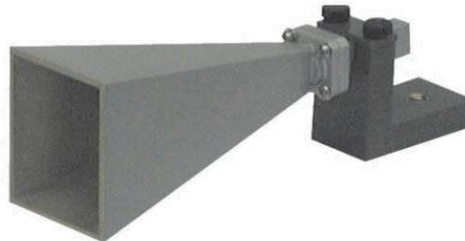


Figura 22.14. Antenna a tromba

L'*antenna a tromba* (fig. 22.14) è una terminazione aperta di una guida d'onda, similmente a megafono aperto nella direzione di propagazione, da cui fuoriesce il campo elettromagnetico. La geometria della sezione della bocca può essere di forma circolare (trombe coniche) o quadrata (trombe piramidali). Solitamente sono usate nello spettro delle microonde e spesso come riferimento o come illuminatori (*feeder*) per le antenne a riflettore (parabole).



Figura 22.15. Antenna a riflettore parabolico



Figura 22.16. Configurazione Cassegrain

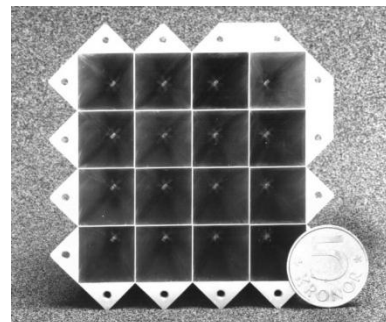


Figura 22.17. Antenna ad array

Nell'*antenna a riflettore parabolico* (fig. 22.15) vi è un riflettore metallico a forma di paraboloide di rotazione, alimentato nel fuoco da antenna non molto direttiva (spesso a tromba) o mediante subriflettore iperbolico, eccitato da una sorgente focale (configurazioni *Cassegrain*, fig. 22.16). La gamma di frequenze è di $5\div 100\text{ GHz}$. Nelle applicazioni radioastronomiche le antenne sono di dimensioni più grandi; necessitano di direttività eccezionali, angoli di fascio estremamente stretti, vasta gamma di frequenze operative simultaneamente operanti con lo stesso riflettore.

Le **antenne stampate** sono state introdotte negli anni '70 del '900; sono state ampiamente impiegate solo dagli anni '90. Una struttura metallica radiante (*patch*) è stampata su di un substrato dielettrico; i vantaggi consistono in bassi peso e costo e nell'integrabilità con reti di alimentazione stampate; hanno una vasta gamma di applicazioni nelle microonde. La forma del *patch* varia a seconda delle applicazioni: quadrata o rettangolare, elementi circolari, anulari, a croce.

Le **antenne a schiera** (*array*) consistono in un insieme di radiatori disposti nello spazio con un certo ordine, per aumentare direttività (fig. 22.17).

22.5 Le modulazioni

Le modulazioni sono tecniche che si applicano al segnale da trasmettere, allo scopo di adattarlo alle caratteristiche del canale di comunicazione, mantenendo invariata la sua informazione. L'ampiezza di banda utile della voce umana è inferiore ai 5 kHz; senza modulazione, anche la frequenza delle onde elettromagnetiche irradiata via etere sarebbe la stessa, con conseguenze inaccettabili: le dimensioni antenne, $\lambda/4$ o $\lambda/2$, sarebbero impensabili (15 km) e la potenza necessaria sarebbe enorme. Si capisce pertanto la necessità della modulazione, che trasla in frequenza il segnale e consente di allocare in canali diversi le trasmissioni di utenti diversi; la frequenza è così molto elevata rendendo la lunghezza antenne praticamente possibile e impiegando una potenza molto minore.

Il segnale informativo è chiamato **modulante**; la **portante** è quel segnale che consente la traslazione in frequenza del segnale modulante (fig. 22.18).

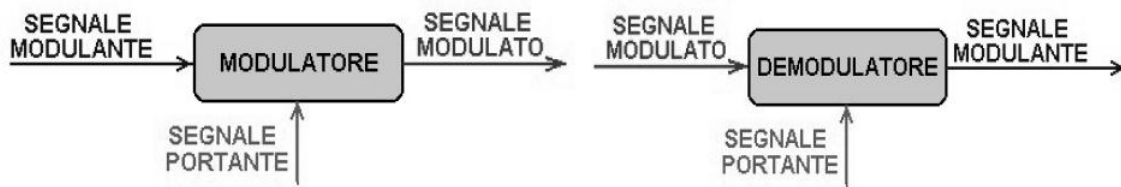


Figura 22.18. Modulatore e demodulatore

Considereremo ora le modulazioni analogiche di ampiezza, di frequenza e di fase.

La **modulazione di ampiezza** (AM) fu la prima modulazione impiegata nelle trasmissioni via etere da Guglielmo Marconi agli inizi del '900. È la più facile da concepire e da realizzare, sia nella fase di trasmissione che di ricezione, specialmente a quei tempi. L'ampiezza del segnale modulato è proporzionale a quella del segnale modulante e ha la frequenza della portante (fig. 22.19).

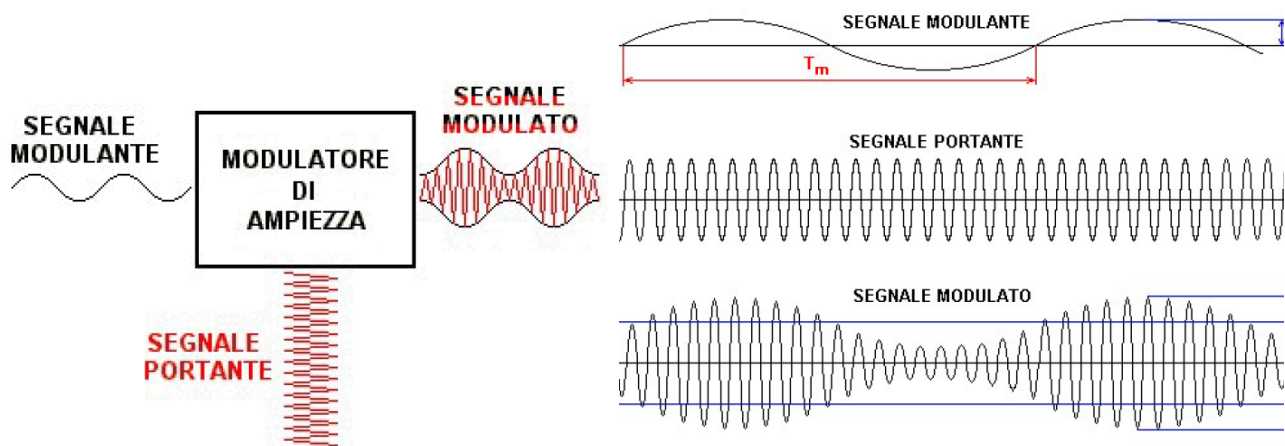


Figura 22.19. La modulazione di ampiezza

La **modulazione di frequenza** (FM) fu inventata da Edwin Howard Armstrong nel 1935, ma regolamentata solo nel 1961 in Europa all'interno delle radiodiffusioni stereofoniche. La frequenza del segnale modulato aumenta se il segnale modulante assume valore positivi, mentre diminuisce al diminuire del valore della modulante sotto lo zero, come illustrato nelle figure 22.20.

La modulazione di frequenza presenta diversi vantaggi rispetto alla AM: immunità ai disturbi, il numero di canali disponibili e l'alta fedeltà delle trasmissioni. Le radiodiffusioni in stereofonia attualmente usano la FM. Era usata anche per la parte audio del segnale televisivo analogico, per i cellulari ETACS, per alcune trasmissioni dei radioamatori.

Nelle radiodiffusioni l'insieme delle frequenze, costituito dalla banda stereofonica, normalizzata già nel 1961 dalla F. C. C. (*Federal Communications Commission*), va dai 30 Hz a 15 kHz, simile alla banda di sensibilità dell'orecchio umano che va dai 20 Hz ai 20 kHz. Le trasmissioni in AM hanno una banda di 5 kHz, e sono quindi più simili alla banda telefonica (da 300 Hz a 3 kHz).

Come svantaggio, in FM ha bisogno di una banda molto maggiore di quella della AM; è necessario quindi attribuirle gamma di frequenze di cento volte più alta per consentire di usare larghezze di banda molto maggiori.

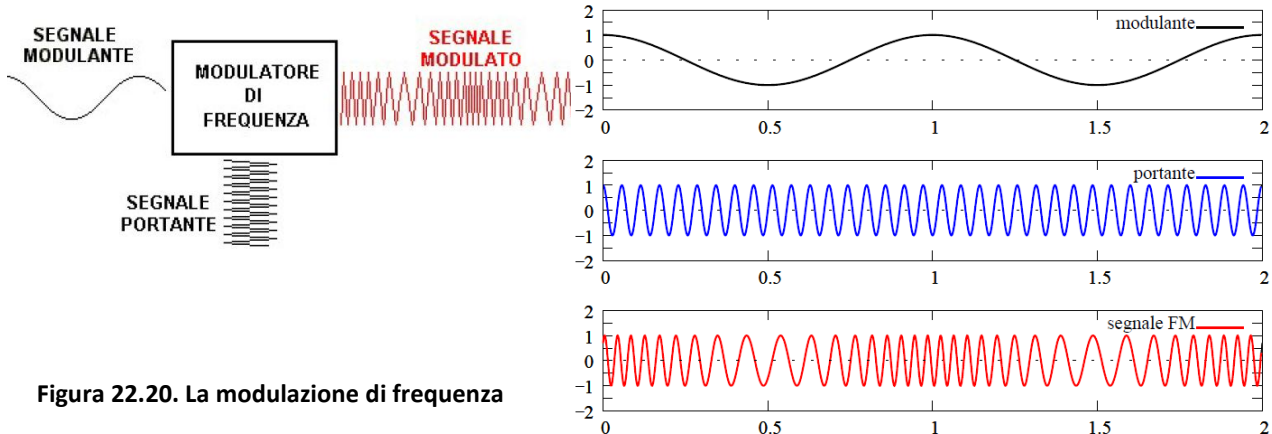


Figura 22.20. La modulazione di frequenza

La FM opera nelle bande VHF (300 MHz) e UHF (3 GHz), e usa la propagazione per onda diretta. Ne consegue che il raggio di azione di un trasmettitore FM è più limitato, quindi la stessa frequenza può essere adoperata in aree geografiche differenti. L'AM lavora invece nelle bande MF (3 MHz) e HF (30 MHz) e sfrutta la propagazione per onda di superficie o spaziale.

I mezzi utilizzati per la trasmissione e la ricezione in FM sono più complessi e costosi rispetto a quelli dell'AM.

La **modulazione di fase** (PM) è una tecnica di modulazione di un segnale che si ottiene variando la fase della portante rispetto al suo valore in assenza di modulazione, proporzionalmente al valore istantaneo dell'ampiezza del segnale. Per valori positivi della modulante, il segnale modulato attraversa in anticipo lo zero rispetto alla portante, altrimenti lo attraversa in ritardo, come illustrato nella figura 22.21. La PM presenta un inconveniente rispetto alla FM: all'aumentare della frequenza della modulante aumenta l'occupazione di banda. Per questo motivo la FM è preferita rispetto alla PM.

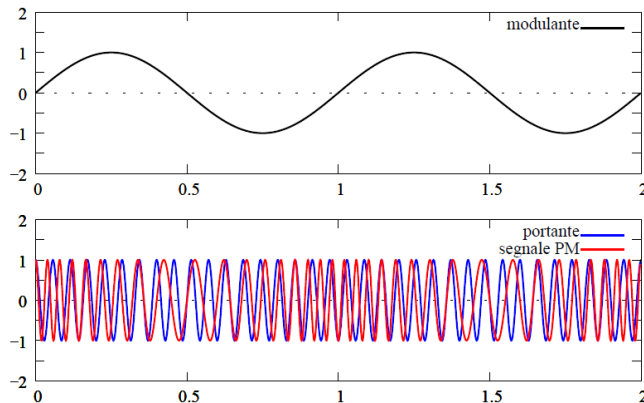


Figura 22.21. La modulazione di fase

Capitolo 23

Elettronica nel radar di navigazione

23.1 Principio di funzionamento del radar a impulsi

23.1.1 Schema a blocchi e principali componenti

RADAR è l'acronimo di *Radio Detection and Ranging*, ovvero rivelazione e misura radio della distanza. Si tratta di un apparato elettronico che usa onde radio per rivelare la presenza e misurare la posizione d'oggetti (bersagli). Non è un sostituto dell'occhio umano; è invece utile quando la visione è impossibile, come nella navigazione notturna o con banchi di nebbia.

Una stessa antenna trasmette un segnale e ne riceve l'eco dovuta alla riflessione su eventuali ostacoli. I bersagli sono tracciati solitamente con una intuitiva rappresentazione panoramica di tipo polare, lo *schermo PPI* (*plan position indicator*).

Il segnale trasmesso consiste in un treno d'impulsi stretti modulanti una portante sinusoidale ad alta frequenza. L'antenna radar è fortemente direttiva; mettendo in rotazione l'antenna, è possibile stabilire l'azimut (o eventualmente l'elevazione) del bersaglio. La distanza è determinata misurando l'intervallo di tempo che intercorre tra la trasmissione e la ricezione degli impulsi; poiché la velocità del segnale, corrispondente alla velocità della luce c , è data dallo spazio percorso diviso il tempo,

$$\text{ovvero } c = \frac{2R}{\Delta t}, \text{ si ottiene che lo spazio percorso è } R = \frac{c\Delta t}{2}.$$

La frequenza di ripetizione degli impulsi dipende dalla massima distanza alla quale ci si aspetta un bersaglio. L'eco di seconda traccia è una eco dovuta all'impulso *n-simo* che giunge solo dopo la trasmissione del successivo impulso; per questo possono apparire molto vicini bersagli invece lontanissimi. È necessario, quindi, far trascorrere un tempo sufficientemente lungo prima di trasmettere l'impulso successivo, per permettere all'eco del segnale di ritornare. Fissata la frequenza f_r di ripetizione degli impulsi, la massima distanza non ambigua sarà

$$R = \frac{c}{2f_r}.$$

Nello schema a blocchi di figura 23.1 è rappresentato il funzionamento di un radar ad impulsi, che come trasmettitore utilizza un oscillatore.

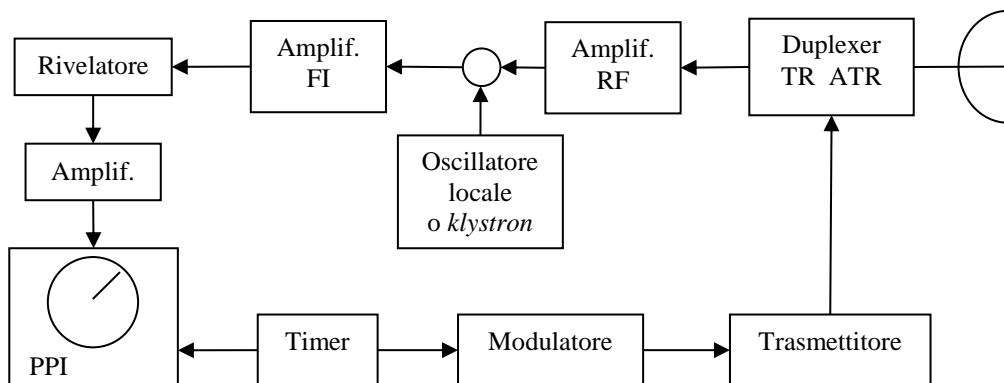


Figura 23.1. Schema a blocchi rappresentante il funzionamento del radar a impulsi

Il *trasmettitore* deve emettere una grande quantità di energia e ricevere, rilevare e misurare una infinitesima parte (10^{-18}) di quella stessa energia, che ritorna sotto forma di eco. Nel sistema a impulsi, l'impulso di energia è trasmesso per una durata variabile tra $0,1$ e $5 \mu s$. Il trasmettitore rimane muto per alcune centinaia o migliaia di *microsecondi*. Durante l'impulso, il ricevitore è isolato dall'antenna; tra un impulso e l'altro, invece, è scollegato il trasmettitore; questo è possibile grazie al

duplexer, un circuito che commuta alternativamente l'antenna fra trasmettitore e ricevitore, cosicché essa possa essere usata per entrambe le funzioni. Esso protegge inoltre il ricevitore da una eccessiva potenza del trasmettitore.

A tal scopo sono utilizzate le **celle TR**, come mostrato nel circuito di figura 2. Si notino le lunghezze evidenziate sulle linee, pari a **un quarto d'onda**. Bisogna sapere, infatti, che ad alta frequenza, tensione e corrente sono sfasate di 90° , angolo equivalente a un quarto di lunghezza d'onda; la massima corrente e la massima tensione si hanno a una distanza sulla linea pari a $\lambda/4$ (fig. 23.2). Se si considera l'impedenza, per la legge di Ohm $z=V/I$: essa è quindi infinita nel punto in cui la tensione è massima, e nulla dove la corrente è massima. Un **corto circuito** ($z=0$) è trasformato così dopo una distanza $\lambda/4$ in un **circuito aperto** (z infinita); inoltre, ancora dopo un'altra distanza $\lambda/4$, si ha un altro **corto circuito**, e così via.

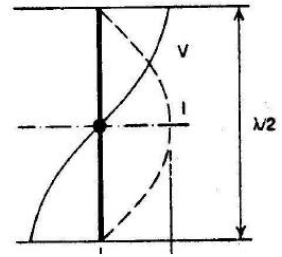


Figura 23.2. Sfasamento tra tensione e corrente in RF

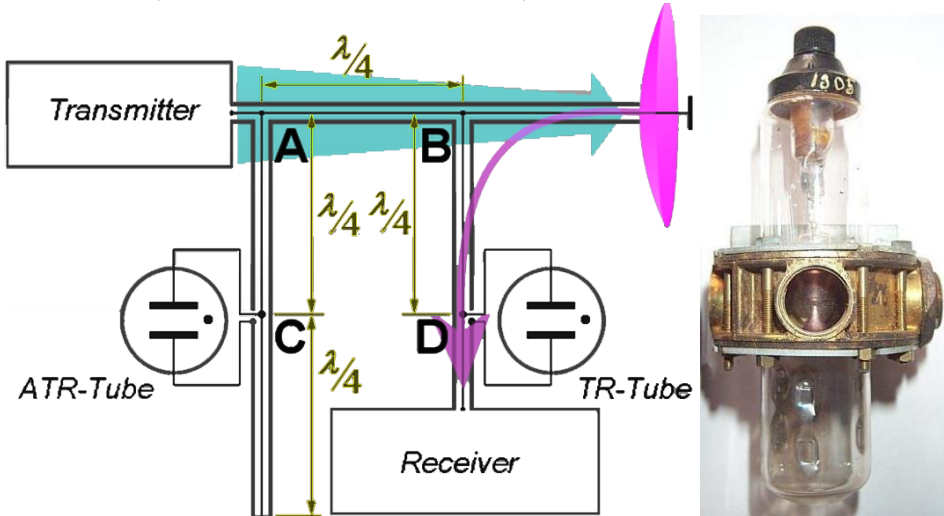


Figura 23.3. Schema circuitale di un duplexer con celle TR e ATR



Figura 23.4. Celle TR CV43 e ATR CV115

Una **cella TR** (*transmit-receive*) è un tubo a scarica di gas; il gas è a bassissima pressione, mantenuto in uno stato di ionizzazione per mezzo di elettrodi ricoperti con materiale radioattivo. Questa cella funziona come un interruttore elettronico.

Nel circuito in esame, la **cella ATR** (*anti-TR*) è posizionata su una linea lunga $\lambda/2$, al centro, quindi a una distanza $\lambda/4$ dalla linea di trasmissione e alla stessa distanza da un corto circuito; durante l'impulso di **trasmissione**, si ha un arco elettrico sia nella cella TR (punto D) che nella ATR (punto C), e fa sì che i tubi TR e ATR siano in corto e riflettano un circuito aperto rispettivamente nei punti B e A; nessuna parte dell'energia trasmessa può passare attraverso la cella ATR o arrivare al ricevitore, poiché in A e in B vede una impedenza infinita verso il basso: tutta la potenza è diretta pertanto all'antenna.

Durante la **ricezione**, l'ampiezza dell'eco non è sufficiente a innescare un arco sui tubi; la cella ATR ora agisce come una linea di trasmissione di lunghezza $\lambda/2$ terminata con un corto circuito. Questo riproduce un circuito aperto al punto B ($3\lambda/4$ più in là); l'eco ricevuta vede un circuito aperto in direzione del trasmettitore. L'impedenza del ricevitore, comunque, corrisponde all'impedenza di linea (*adattamento*) e così l'intero segnale ricevuto andrà al ricevitore con minime perdite.

Gli svantaggi di questo tipo di **duplexer** stanno nella limitata ampiezza di banda, nella limitata potenza del trasmettitore e nel fatto che il disaccoppiamento tra trasmettitore e ricevitore è inferiore a quello di altri **duplexer**.

La pressione del gas nella cella TR è un parametro importante: riducendo il suo valore si riduce la tensione necessaria a provocare la scarica. Si può ridurre il tempo di ripristino introducendo vapore acqueo nel tubo. È importante che il tempo di recupero sia sufficientemente basso, per ridurre la minima distanza di rilevamento del radar: se, per esempio, un segnale è riflesso da un oggetto vicino,

l'eco arriva al radar prima che la cella TR sia ripristinata, e pertanto tale segnale potrebbe non essere ricevuto.

Oggi è utilizzato spesso un circuito avente due **diodi di tipo PIN**³⁸, rappresentato nella figura 23.5, che ha come vantaggi una vita lunga e un rapido ripristino.

Se la tensione di polarizzazione V_{CC} è positiva, entrambi i diodi PIN presentano una resistenza molto bassa. L'energia dal trasmettitore può attraversare il diodo PIN superiore e giungere all'antenna. Questa bassa resistenza, però, riproduce dopo la linea di lunghezza $\lambda/4$ in un valore più alto, per le motivazioni spiegate prima; l'energia a radiofrequenza dal trasmettitore vede una linea aperta e andrà verso l'antenna.

Se V_{CC} è negativa, entrambi i diodi PIN hanno una resistenza maggiore; il percorso al trasmettitore è quasi una linea aperta e l'energia ricevuta non può andare verso il trasmettitore. Il diodo PIN nel percorso verso il ricevitore presenta una resistenza alta e influenza poco l'onda che viaggia.

Per alte potenze, oltre ai diodi PIN, come ulteriore protezione, anche in questa soluzione possono essere usati le celle TR, descritte in precedenza.

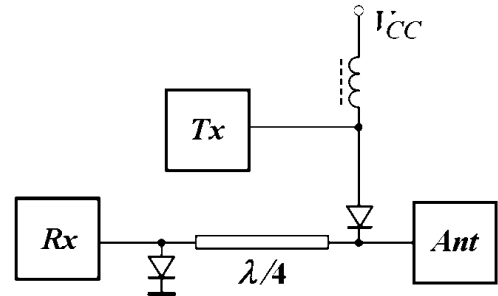


Figura 23.5. Schema circuitale di un duplexer realizzato con diodi PIN

23.1.2 Ricevitore e frequenza intermedia

Un **ricevitore** ideale dovrebbe amplificare e misurare un segnale estremamente debole ad altissima frequenza; non esiste però alcun amplificatore mobile che faccia questo, e comunque sarebbe un processo antieconomico. Il segnale è quindi convertito a una **frequenza intermedia** di circa 30 MHz da un circuito a **supereterodina**³⁹ e amplificato a questa frequenza. L'altissima frequenza del segnale **radar** richiede un oscillatore e un miscelatore molto precisi; è usato per questo scopo il **klystron**, un potentissimo tubo a microonde. Il ricevitore sfrutta l'effetto che si ha quando si fanno **battere**⁴⁰ due segnali RF di frequenza diversa. Si ottengono quattro segnali RF: due segnali hanno la frequenza dei segnali originali, uno la somma delle frequenze e il quarto la differenza delle frequenze.

Diamo ora un esempio di conversione di frequenza (fig. 23.6). Supponiamo di ricevere un segnale di frequenza $f_1=1000\text{ Mhz}$ e di generare un secondo segnale, di frequenza $f_2=1030\text{ MHz}$, mediante un oscillatore locale. Facendo **battere** questi due segnali tra loro, all'interno del **mixer**, otterremo un segnale che include le frequenze di 1000 Mhz , 1030 Mhz , 2030 Mhz (somma) e 30 Mhz (differenza). I segnali ottenuti in questo modo mantengono, a parte la frequenza, le caratteristiche dei segnali originali.

In uscita dal mixer si mettono dei filtri per prelevare solo la frequenza che interessa. Nei normali ricevitori radio si preleva il segnale differenza (30 MHz). Si realizza la sintonia del ricevitore semplicemente variando la frequenza dell'oscillatore locale, visto che la frequenza in uscita sarà sempre 30 MHz.

La frequenza sulla quale sarà sintonizzato il ricevitore risulterà essere uguale alla frequenza dell'oscillatore locale meno 30 MHz. Il segnale così ottenuto è chiamato **frequenza intermedia**.

³⁸ Un diodo PIN (Positive Intrinsic Negative) è un diodo con una larga regione di materiale semiconduttore intrinseco contenuta tra un semiconduttore di *tipo p* e uno di *tipo n*; agisce quasi perfettamente come resistori alle frequenze delle microonde e delle onde radio; la resistenza dipende dalla tensione continua applicata al diodo e può variare da $5\ \Omega$, in polarizzazione diretta, a $6\text{ k}\Omega$, in polarizzazione inversa; questo diodo può essere usato come interruttore elettronico.

³⁹ Il termine *eterodina* deriva dalle parole greche *hetero* (diverso) e *dyne* (potenza); *supereterodina* sta per *eterodina superpersonica*, cioè non udibile dall'orecchio umano.

⁴⁰ Mettere insieme, miscelare due segnali. Un derivato di questo termine è utilizzato in musica: due suoni aventi frequenza quasi esattamente multipla uno rispetto all'altro, interferendo producono un suono ripetuto detto *battimento*; quando si accorda un violino, il battimento di può sentire sfregando con l'archetto contemporaneamente due corde, che sono tra loro a un intervallo di quinta (es. sol e re), che non sono perfettamente accordate.

A questo punto si *rivela* il segnale a *frequenza intermedia*; per **rivelazione** si intende l'estrazione di informazioni utili presenti nel segnale ricevuto. Nelle normali trasmissioni radio le informazioni, musica, immagini televisive sono inserite nel segnale a radiofrequenza mediante la modulazione dello stesso.

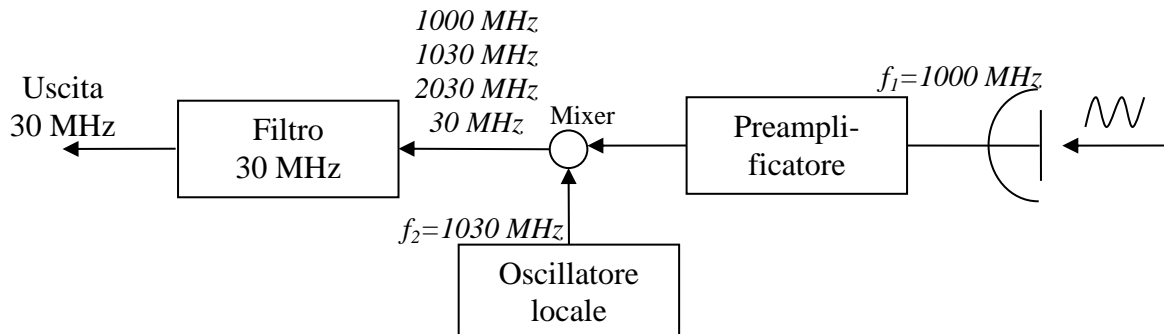


Figura 23.6. Schema a blocchi rappresentante un circuito a supereterodina

La modulazione è eseguita variando uno dei parametri del segnale RF, l'ampiezza, nel caso di modulazione di ampiezza (AM), oppure la frequenza, nel caso di modulazione di frequenza (FM). In questo modo le informazioni sono trasportate dal segnale RF che, infatti, è chiamato portante.

Nei *radar* a impulsi, invece, il segnale RF non è modulato, almeno non nel senso che è stato appena detto: il segnale RF non è trasmesso in maniera continua, come per le normali trasmissioni radio, ma è trasmesso un singolo impulso. Un ricevitore *radar*, pertanto, rileva solo la presenza del segnale RF, che è l'eco di ritorno di un bersaglio. In uscita dal rivelatore sarà presente un segnale elettrico che indicherà la presenza di un bersaglio oppure l'assenza, nel caso non si abbia nessun segnale.

23.1.3 Modulatore del magnetron

Il **magnetron** è una valvola termoionica (tubo a vuoto) ad alta potenza, finalizzata alla produzione di *microonde non coerenti*⁴¹. Il modulatore produce un impulso ad alta tensione. L'energia trasmessa in radiofrequenza è a brevi impulsi, di durata da 1 a 50 μ s.

La *rete forma-impulsi* (fig. 23.7) è caricata lentamente ad alta tensione ed è scaricata rapidamente attraverso un *trasformatore a impulsi* dal tubo *thyatron*, producendo un impulso in uscita che giunge al *magnetron*. L'impulso ha forma e durata dipendenti dalla *rete forma-impulsi* e dal trasformatore. La rete è caricata a una tensione doppia dell'alta tensione dell'alimentatore, con l'aiuto del campo magnetico dell'induttanza, che allo stesso tempo limita la corrente di carica. Il diodo di carica previene che la rete si scarichi sulla resistenza interna dell'alimentatore.

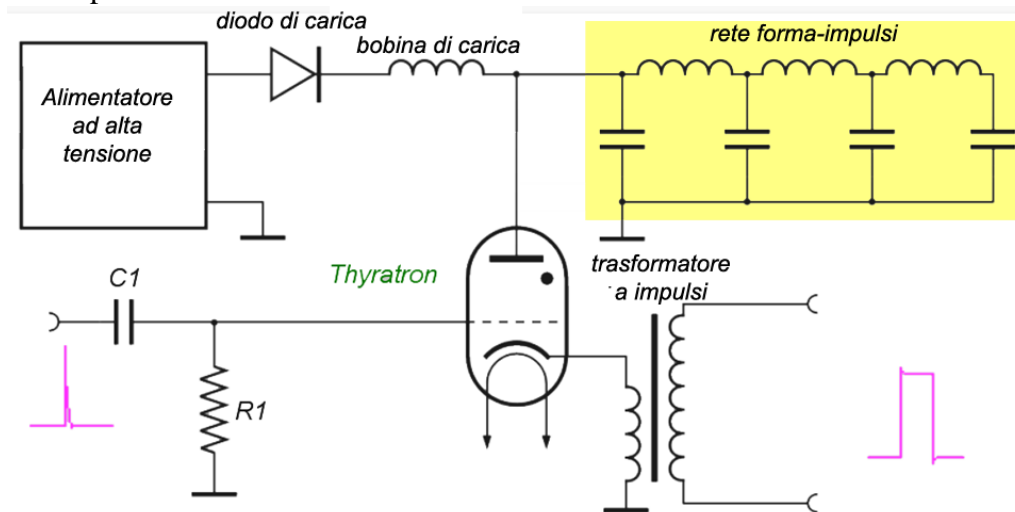


Figura 23.7. Schema circuitale di un modulatore di un magnetron

⁴¹ Si definisce *coerenza* (o *coerenza di fase*) la proprietà di un'onda elettromagnetica di mantenere una certa relazione di fase con sé stessa durante la sua propagazione.

Il *thyatron* è composto da un filamento riscaldato (catodo) circondato da una schermatura aperta da un lato attraverso una griglia di controllo, affacciata ad una placca anodica. Applicando una tensione positiva all'anodo, se la griglia di controllo è allo stesso potenziale del catodo non si ha passaggio di corrente. Se la griglia a potenziale leggermente positivo, il gas compreso tra anodo e catodo si ionizza e conduce corrente. La corrente si mantiene fino a quando è presente una tensione sufficiente tra anodo e catodo. Portando la tensione dell'anodo sotto una certa soglia, il dispositivo si disinnesca. È l'equivalente del dispositivo allo stato solido *TRIAC*.

Il *magnetron* è costituito da una camera di sezione circolare circondata da lobi, in cui è il vuoto; al centro vi è un filo mantenuto incandescente, il *catodo*, e ad un potenziale elettrico negativo molto elevato, costante o impulsivo. Parallelo all'asse della camera, si trova un campo magnetico prodotto da un magnete permanente. Filamento e catodo sono costituiti da un unico elettrodo realizzato in filo di tungsteno elicoidale, avente da 8 a 12 spire. Il catodo è rivestito di un materiale idoneo ad emettere elettroni.

Gli elettroni emessi per effetto termoionico dal filamento tendono a muoversi verso le pareti della camera, che costituiscono l'anodo, a potenziale zero. Il campo magnetico causa una curvatura nella loro traiettoria, a causa della forza di Lorentz; si produce così un andamento a spirale.

Sul perimetro della camera vi sono aperture comunicanti con delle cavità. Gli elettroni al bordo delle cavità si riuniscono in fasci che vibrano e producono un campo elettromagnetico ad alta frequenza. Una parte di questo campo è prelevato da una antenna connessa a una guida d'onda, ovvero un tubo metallico in grado di convogliare microonde; esso è inviato all'utilizzatore, che può essere un forno a microonde o un'antenna trasmittente.

Nella figura 23.9 è rappresentato con delle crocette il campo magnetico entrante nel foglio prodotto dal magnete; il moto che un elettrone uscente dal filo centrale in assenza di campo magnetico è disegnato in blu, mentre il moto che assume effettivamente è in rosso.

La potenza irradiata dipende dalla tensione applicata e caratteristiche costruttive del tubo. La dimensione delle cavità determina la *frequenza di risonanza*. La frequenza delle onde radio prodotte non è modificabile e neppure molto precisa; essa, infatti, dipende dalla temperatura, dalla tensione di alimentazione e dell'usura; si ricorre pertanto a un *controllo automatico di frequenza*, rappresentato dallo schema a blocchi nella figura 23.10. La tensione dal trasmettitore è prelevata, attenuata e miscelata con la tensione dell'oscillatore locale; un dispositivo elettronico sensibile alla frequenza dà in uscita una tensione opportuna al fine di mantenere la frequenza voluta dell'oscillatore locale, che permette la generazione del segnale a frequenza intermedia.

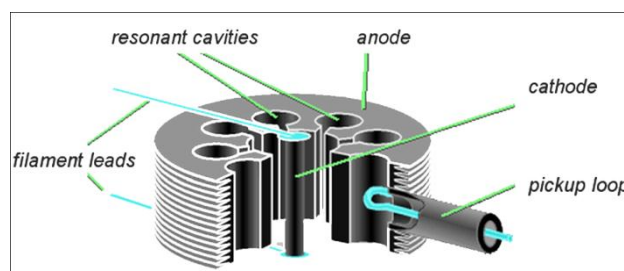


Figura 23.8. Struttura del magnetron

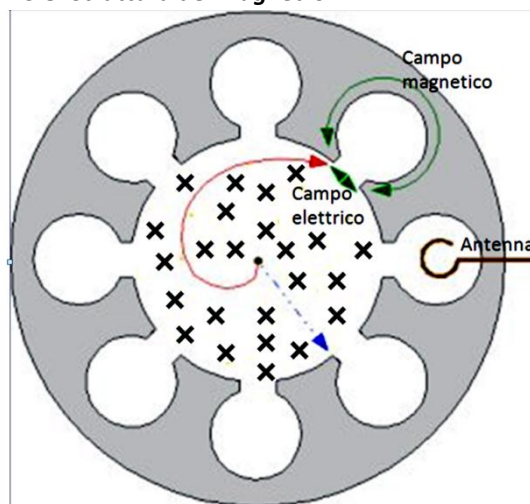


Figura 23.9. Il magnetron: campi elettrici e magnetici, traiettoria dell'elettrone

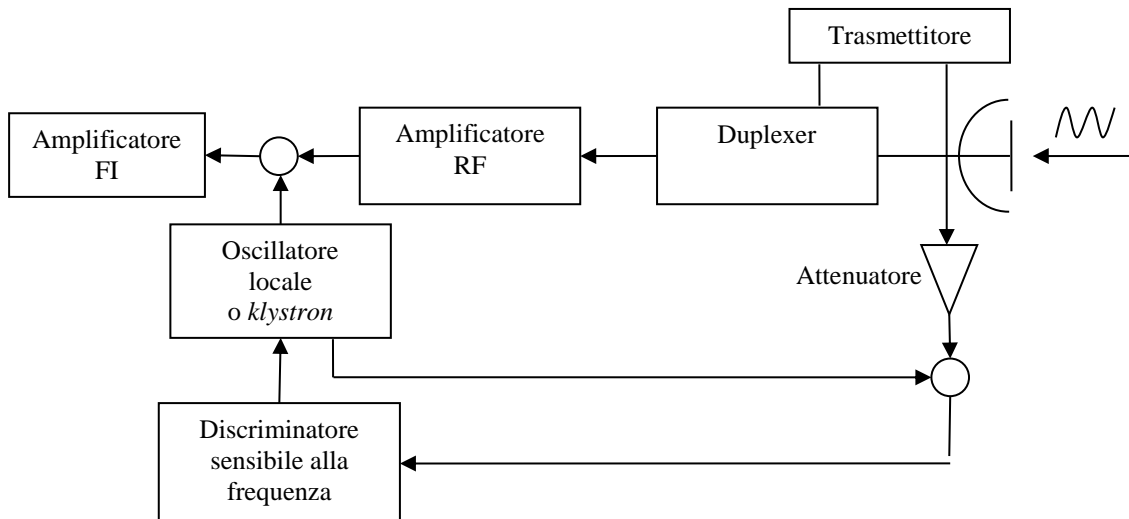


Figura 23.10. Schema a blocchi relativo al controllo automatico di frequenza

23.2 Radar a onde persistenti

I *radar a onde persistenti* trasmettono un segnale continuo. Il radar *doppler*, che rileva la velocità oggetti in movimento, trasmette a frequenza costante; i segnali sono riflessi dagli oggetti in movimento rispetto all'antenna e producono segnali di frequenze diverse (fig. 23.11). Per rilevare solo oggetti in movimento, il ricevitore amplifica solo echi di frequenza diversa dal trasmettitore.

I radar a modulazione di frequenza (FM) sono più precisi di quelli a impulsi ma di portata minore; trasmettono un segnale continuo di frequenza uniformemente variabile. Nel tempo necessario perché un segnale sia trasmesso, riflesso e ricevuto, la frequenza di trasmissione cambia. La differenza tra la frequenza dell'eco e quella del trasmettitore nell'istante della ricezione è convertita nella distanza.



Figura 23.11. Effetto Doppler

23.3 Propagazione dell'onda radar

23.3.1 Riflessione, diffrazione, diffusione

All'interno dei corpi conduttori è impossibile propagazione delle onde elettromagnetiche. Le componenti elettrica e magnetica interagiscono con le cariche elettriche libere del conduttore generando delle correnti elettriche; queste a loro volta generano un campo elettromagnetico opposto a quello esterno perturbante che tende a compensarne gli effetti. Il campo elettrico generato dal moto delle cariche è un'onda riflessa.

Se un fronte d'onda elettromagnetica investe un ostacolo reale, avente una certa conducibilità elettrica, una frazione dell'energia dell'onda è riflessa se l'ostacolo ha dimensioni molto maggiori rispetto alla lunghezza d'onda (fig. 23.11).

Nella *diffusione*, le particelle sono piccole rispetto alla lunghezza d'onda; l'onda rinviata ha un fronte d'onda molto deformato e i raggi di propagazione sono dispersi in modo caotico in tutte le direzioni (fig. 23.12).

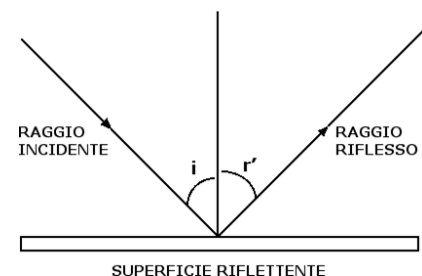


Figura 23.11. Riflessione di un'onda elettromagnetica

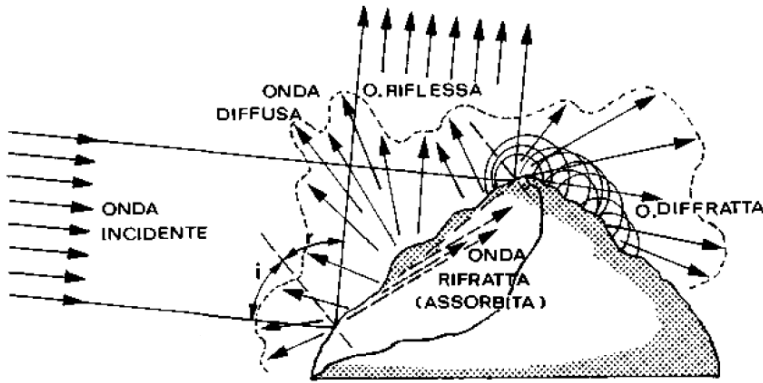


Figura 23.12. Fenomeni di riflessione, diffusione e diffrazione.

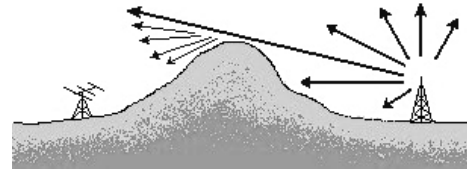


Figura 23.13. Diffrazione

Si ha la **diffrazione** (fig. 23.13) se le dimensioni dell'ostacolo sono poco diverse dalla lunghezza d'onda della radiazione. Se l'ostacolo è un oggetto macroscopico, l'effetto è in genere trascurabile. Ai bordi dell'ostacolo, l'onda lo supera, raggiungendo zone di spazio normalmente in ombra; questo perché ai bordi le correnti eccitate dall'onda incidente generano un'onda di caratteristiche dipendenti del rapporto tra le dimensioni d caratteristiche dei bordi e la lunghezza d'onda λ .

Riflessione, diffusione e diffrazione sono presenti anche sulle superfici di separazione tra mezzi *trasparenti* di caratteristiche diverse; vi saranno sempre *frazioni d'onda* riflesse in dipendenza della conducibilità del mezzo investito e diffusa e diffratta in dipendenza delle irregolarità della superficie di separazione tra i due mezzi. L'atmosfera è successione di volumi gassosi dalle caratteristiche diverse; la densità diminuisce con la quota e vi è un gradiente di indice di rifrazione, a causa del quale le onde radar si incurvano, potendo superare così anche del 15% l'orizzonte geometrico, come mostrato nella figura seguente. La distanza coperta, espressa in miglia nautiche, è data da $R = 2,22(\sqrt{h_1} + \sqrt{h_2})$, dove h_1 è l'altezza dell'antenna e h_2 quella del bersaglio. Il numero 2,22 che appare in questa formula è calcolato per condizioni standard dell'atmosfera. La propagazione delle onde radar è soggetta, infatti, alle condizioni atmosferiche. La portata del radar è condizionata dalla rifrazione e dal *rapporto segnale-rumore*, ed è possibile che siano captati echi da distanze notevolmente più grandi di quelle normali, oppure che la ricezione sia limitata al di sotto delle distanze normali.

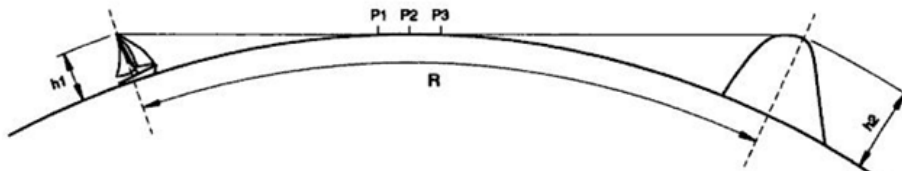


Figura 23.14. Distanza coperta (R), orizzonte geografico (P1), orizzonte ottico (P2) e orizzonte radar (P3)

Si può verificare **riflessione totale**. Alla superficie di separazione tra due mezzi trasparenti la direzione di propagazione cambia secondo la **legge di Snell**, che dà la relazione tra gli indici di rifrazione di due mezzi e i seni degli angoli di incidenza e rifrazione: $n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2$. Nella figura 23.15 si mostra un'onda di luce che esce dall'acqua e va in aria; acqua e aria hanno indici di rifrazione, che dipendono dalla velocità dell'onda nel mezzo, pari rispettivamente a n_1 e n_2 . Di conseguenza, dato un certo angolo di incidenza θ_1 , si può calcolare l'angolo θ_2 con la legge di Snell. L'angolo critico è quell'angolo θ_C al quale corrisponde un angolo θ_2 retto. Oltre tale angolo si ha il fenomeno della riflessione totale: l'onda non esce dal mezzo in cui si trova.

In gas o miscuglio di gas (come l'atmosfera) in moto turbolento, rifrazione, riflessione totale, diffusione e diffrazione possono verificarsi contemporaneamente. La discontinuità di densità e di indice di rifrazione sono distribuite nello spazio in modo caotico e variabile.

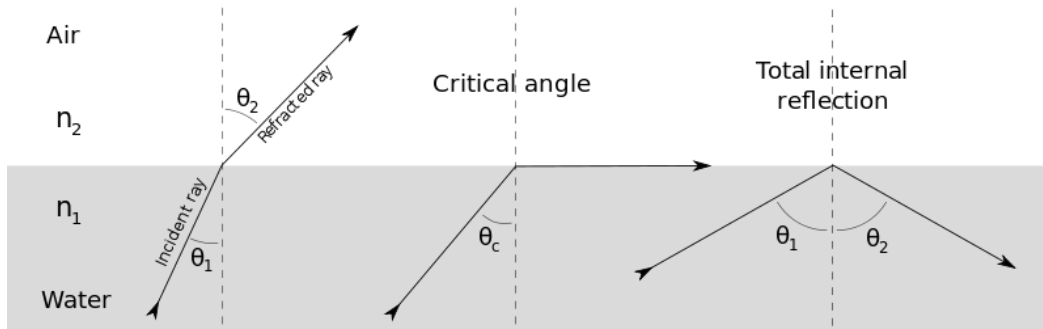


Figura 23.15. Angolo critico e riflessione totale

A causa del fenomeno dello *scattering*, avviene la rottura del fronte d'onda incidente; l'onda si disperde in tutte le direzioni e c'è la ricostituzione di un fronte d'onda regolare solo a grande distanza dalla zona di dispersione. Si modifica anche la struttura dell'onda (polarizzazione) a causa di riflessione, diffusione, diffrazione, dispersione; la tecnica radar discrimina le differenti polarizzazioni d'onda per eliminare disturbi o effetti non desiderati.

L'atmosfera è un fluido generalmente in moto turbolento, composto da azoto, ossigeno, anidride carbonica, vapor d'acqua. L'acqua dà un contributo a variazioni di indice di rifrazione dell'aria e all'assorbimento selettivo delle onde elettromagnetiche (interazione dell'onda con struttura elettrica delle molecole dei gas atmosferici). Vi è attenuazione, dovuta alla propagazione in uno spazio non ideale. Le antenne vicine al suolo o al mare, come nelle navi, hanno fronti d'onda deformati da fenomeni di riflessione, diffrazione e diffusione molto difficili da analizzare ma dagli effetti sulla propagazione facilmente valutabili.

23.3.2 Riflessione sul mare

Consideriamo la propagazione su brevi distanze senza ostacoli tra A e B con riflessione su mare piatto (fig. 23.16). L'onda elettromagnetica in B è l'interferenza tra onda diretta e onda riflessa; la sua ampiezza, pertanto, si annulla dove le due onde, di uguale ampiezza, sono in opposizione di fase e raddoppia dove le due onde sono in fase.

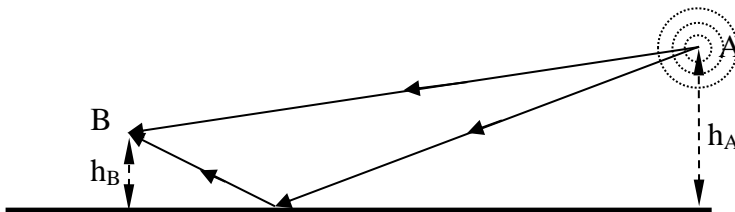


Figura 23.16. Riflessione su mare piatto

Nel caso di riflessione su superficie accidentata (fig. 23.17), come è nella realtà il mare, si possono avere fenomeni di interferenza a causa di fenomeni di diffusione.

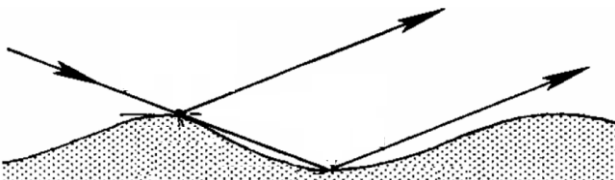


Figura 23.17. Riflessione su superficie accidentata

Nella figura 23.18 sono rappresentate le variazioni stazionarie dell'ampiezza dell'onda sulla verticale del punto di ricezione nel caso di riflessione speculare su mare piatto (a) e di diffusione su mare poco mosso (b). Sull'asse delle ascisse è il rapporto tra ampiezza dell'onda nel punto A di trasmissione e quella nel punto B (vedi fig. 23.16), che varia tra 0 e 2; sull'asse delle ordinate vi è l'altezza, variabile, del punto di ricezione B.

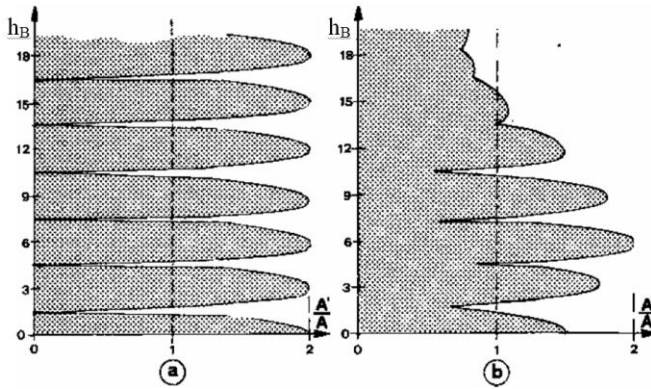


Figura 23.18. Variazioni stazionarie dell'ampiezza dell'onda sulla verticale del punto di ricezione: (a) riflessione speculare su mare piatto; (b) diffusione su mare poco mosso

In realtà il mare è *increspato* e le variazioni di superficie sono sufficienti a produrre diffusione; l'andamento regolare del caso ideale diviene del tipo della figura 23.18-b, con un pronunciato avvicinamento tra massimi e minimi al crescere di h_B . Più le antenne sono basse, quindi, più il campo è variabile.

23.4 Indicatori radar

Un metodo di visualizzazione utilizza un indicatore di tipo A, in cui il bersaglio è rappresentato su una retta. L'indicatore di tipo B, invece, rappresenta il bersaglio su un piano cartesiano, la cui ascissa è l'azimut e la cui ordinata è la distanza. In quello di tipo C si riporta l'elevazione in funzione dell'azimut (fig. 23.19).

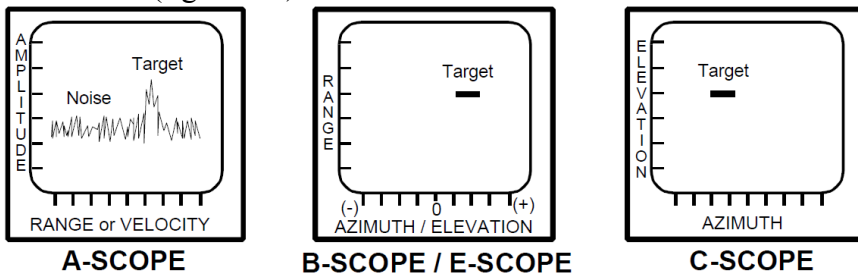


Figura 23.19. Indicatori radar

Il tipo di presentazione più comune è quella dell'*indicatore piano di posizione*, il *PPI* (*Plan Position Indicator*, fig. 23.20-21-22), che dà una rappresentazione panoramica dei bersagli in coordinate polari su uno schermo, e che ora sarà illustrato.

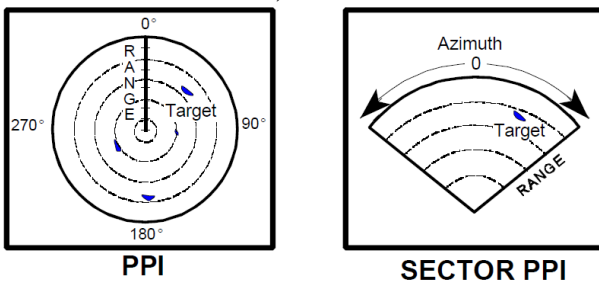


Figura 23.20. Indicatore di tipo PPI

Nel ricevitore, il segnale d'eco, come già spiegato, è prima amplificato a radiofrequenza, poi convertito ad una frequenza più bassa, la *frequenza intermedia*, amplificato ancora una volta e inviato ad un rivelatore, che estrae l'*inviluppo*⁴² della modulazione in ampiezza del segnale d'eco; si ottiene così il segnale video, che è inviato all'indicatore, assieme ad impulsi di sincronismo. Sono trasmessi l'informazione dell'istante di partenza degli impulsi RF, marche di riferimento e un segnale di posizione indicante l'angolo di cui è ruotata l'antenna rispetto ad un riferimento (in genere la prua).

⁴² L'inviluppo di una curva è l'insieme delle curve tangenti ad essa.

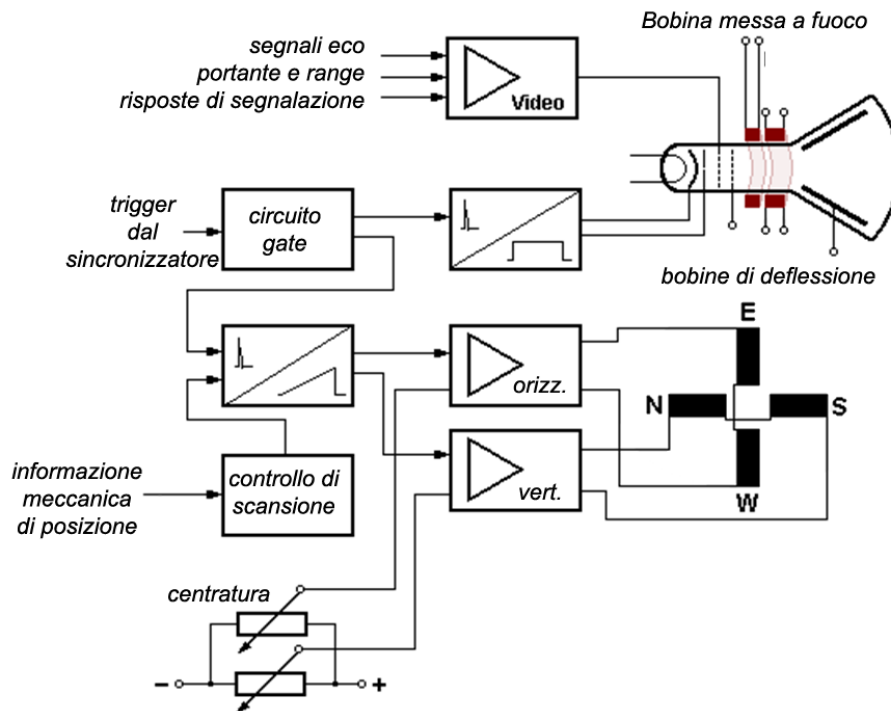


Figura 23.21. Schema a blocchi relativo al funzionamento dell'indicatore PPI

Il primo mezzo ad essere stato applicato per la rappresentazione degli echi *radar* è l'oscilloscopio elettronico a **tubo a raggi catodici** (CRT), del quale si spiega ora il funzionamento. Un catodo riscaldato emette elettroni, che, in un involucro di vetro in cui è fatto il vuoto spinto, attraversano una *griglia di controllo*; questa griglia, portata a tensione più o meno negativa rispetto al catodo, consente di controllare il flusso degli elettroni. Una *bobina di focalizzazione* genera un campo magnetico assiale che produce il confinamento delle traiettorie elettroniche in un ristretto fascio. Un *cannone elettronico*, costituito da un sistema di elettrodi ad alta tensione, accelera gli elettroni sparandoli verso lo schermo. Un *sistema di deflessione magnetico*, costituito da coppie di bobine che generano campi magnetici perpendicolari all'asse e tra di loro, producono la deflessione del fascio in direzioni perpendicolari tra loro, grazie alla forza di Lorentz; uno *schermo fluorescente*, colpito dagli elettroni, dà una luce che si attenua lentamente (fig. 23.22). La struttura è schermata per impedire che la deflessione subisca interferenze elettromagnetiche.

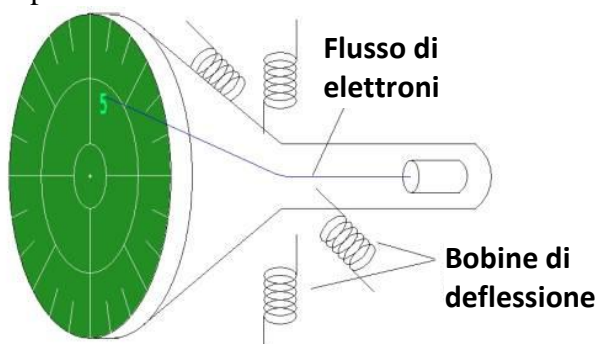


Figura 23.22. Tubo a raggi catodici (CRT): schermo, bobine di deflessione, flusso di elettroni

Pilotando il sistema di deflessione del tubo a raggi catodici (CRT) con correnti opportune si può far assumere al fascetto elettronico qualsiasi posizione sullo schermo. Si fa in modo che una radiale rotante sullo schermo rappresenti successive direzioni azimutali e che lo *spot* compaia dove esiste un bersaglio in quella direzione, nel punto del raggio corrispondente alla distanza del bersaglio dal radar. Una presentazione del tipo descritto è detta a **modulazione di intensità**, in quanto il segnale di eco ricevuto, trasformato in segnale video, se supera la soglia è utilizzato per sbloccare il fascetto elettronico, dallo stato di interdizione in cui è tenuto normalmente.

Per far sì che lo spot si muova sullo schermo con velocità costante lungo la radiale, occorre che la **corrente di deflessione** sia crescente linearmente nel tempo (rampa) e raggiunga, dopo un tempo T_M , che corrisponde a una distanza massima d_M , l'ampiezza massima; eseguita una spazzata, deve poi ritornare a zero e ripartire in sincronismo col periodo T della trasmissione. L'andamento è quindi quello di un segnale a dente di sega, rappresentato nella figura 23.24.

Per ottenere l'effetto di rotazione della radiale sono utilizzati due segnali separati applicati a due coppie di bobine, una per la deflessione verticale, l'altra per la deflessione orizzontale. I segnali di deflessione a dente di sega sono modulati in ampiezza con **inviluppo sinusoidale** e sfasati tra loro di 90° . Nell'esempio di figura 23.23, per chiarezza, ci sono solo venti spazzate; nella realtà esse sono dell'ordine delle decine di migliaia in un solo giro.

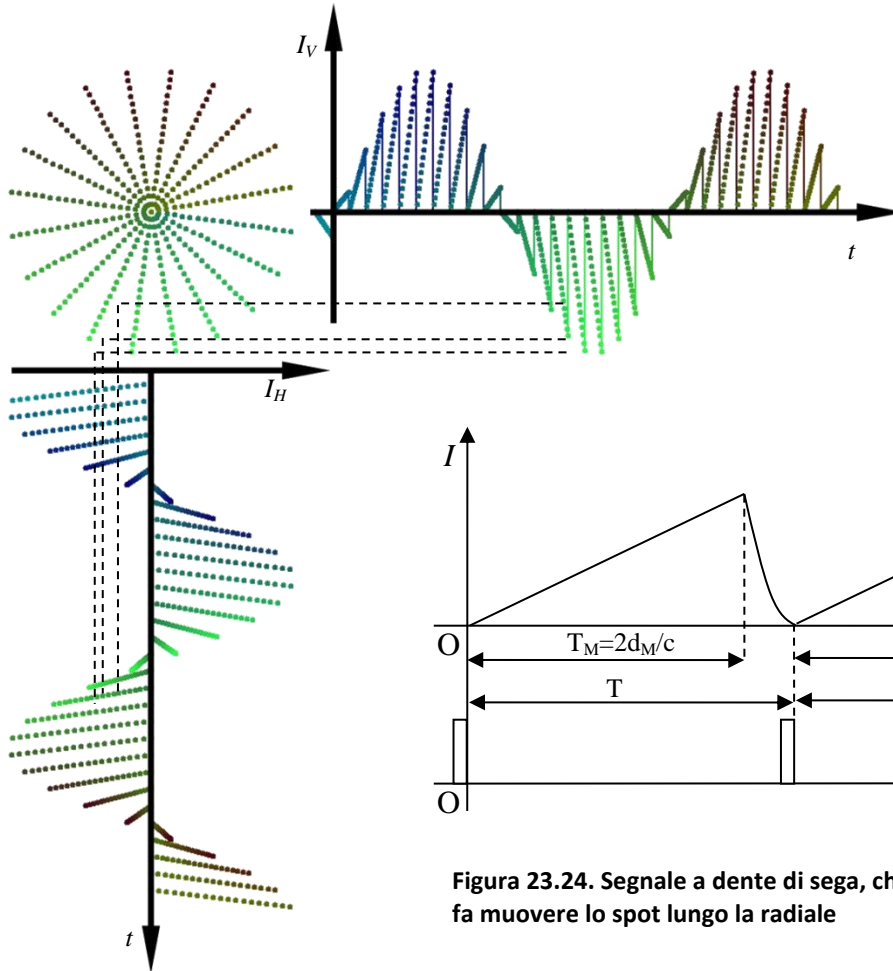


Figura 23.23. Segnali di deflessione a denti di sega (I_H , corrente di deflessione orizzontale e I_V verticale), modulati in ampiezza con inviluppo sinusoidale e sfasati tra loro di 90°

Figura 23.24. Segnale a dente di sega, che fa muovere lo spot lungo la radiale

Il circuito *gate* produce gli impulsi che sincronizzano l'indicatore col trasmettitore e dà la temporizzazione ai circuiti di controllo della spazzata; questo circuito genera i segnali che controllano le ampiezze e le polarità delle correnti a dente di sega applicate alle bobine di deflessione, al fine di sincronizzare la rotazione della spazzata sull'indicatore con la rotazione dell'antenna.

Si ottiene la presentazione topografica piana dei bersagli modulando in intensità il fascio elettronico, facendo apparire una macchia luminosa in corrispondenza della ricezione dell'eco, e quindi nelle posizioni corrispondenti alle coordinate polari (azimut e distanza) dei bersagli.

23.5 Antenne radar

Le antenne dei radar devono essere altamente direzionali. La **larghezza del fascio** è proporzionale alla lunghezza d'onda λ della radiazione e inversamente proporzionale alla larghezza dell'antenna; i radar a microonde, quindi, hanno rappresentato un grande progresso per radar mobili e presentano, inoltre, una minore suscettibilità al rumore e una migliore maggiore risoluzione.

La **scansione** è un movimento periodico dell'antenna, come ad esempio una rotazione lenta e continua. Per la rivelazione di velivoli spesso sono usati due apparecchi radar, uno per la scansione orizzontale, l'altro per la scansione verticale, cioè per determinare rispettivamente l'azimut e l'angolo di elevazione dell'aeromobile.

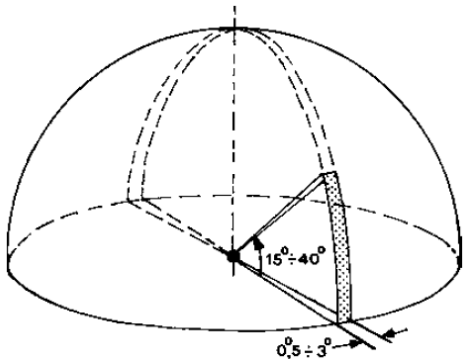


Figura 23.25. Forma del fascio generato da un radar nautico

Figura 23.26. Array di antenne

Figura 23.27. Radar su una nave

In campo *radar*, si cerca di avere la maggior direttività possibile col minor numero di lobi laterali. Idealmente si potrebbe pensare di irradiare in un solo punto geometrico, per ottenere così la posizione del bersaglio senza incertezza; sarebbe però difficile trovare il bersaglio. I fasci generati dai radar nautici sono quindi a forma di ventaglio: stretti in azimut, ma ampi in elevazione, per compensare rollio e beccheggio (fig. 23.25).

Per realizzare questi particolari diagrammi d'irradiazione si ricorre a due metodi: gli **array** e le **aperture**. L'**array** (fig. 23.26) è una schiera d'antenne; la direttività totale è funzione di quella del singolo elemento e del numero. Entro certi limiti, più sono le antenne dell'array, più stretto sarà il fascio risultante (*pattern multiplication*).

Per quanto riguarda le aperture, fissata la lunghezza d'onda, maggiore è l'apertura secondo una dimensione, più stretto sarà il fascio generato nella stessa dimensione; le antenne dei radar da esplorazione, pertanto, presentano forma allungata nel piano orizzontale e stretta in quello verticale. Dal punto di vista realizzativo si utilizzano **guide d'onda fessurate** e i **riflettori cilindro parabolici**. Le antenne a guida d'onda fessurata sono economiche, semplici da progettare e realizzano l'**array**. Consistono un tronco di guida a sezione rettangolare; su una delle pareti larghe sono praticate sottili fessure orizzontali lunghe mezz'onda; ogni fessura si comporta proprio come un'antenna delle stesse dimensioni.

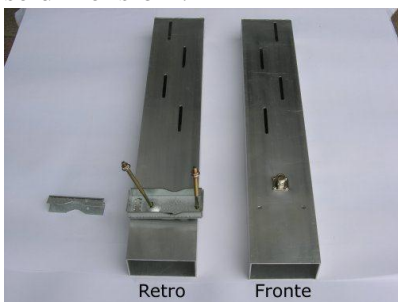


Figura 23.28. Guide d'onda fessurate

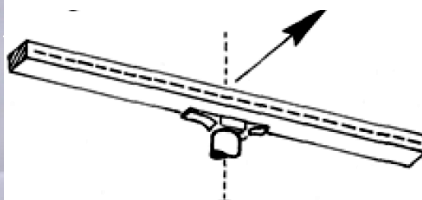


Figura 23.29. Radar per applicazioni nautiche

A titolo di esempio, un *radar* per applicazioni nautiche (fig. 23.24) può avere le seguenti caratteristiche: *potenza trasmessa*: 12 kW; *antenna*: guida d'onda fessurata; *range massimo*: 72 NM (circa 133 km); *frequenza assegnata*: 9410 MHz; lunghezza d'onda di emissione in banda X (circa 3 cm). Nei riflettori parabolici c'è maggiore precisione e un fascio più stretto. Si ricordano le proprietà focalizzatrici delle parabole (fig. 23.30): i raggi uscenti dal fuoco sono riflessi in direzione parallela all'asse e percorrono tutti la stessa distanza.

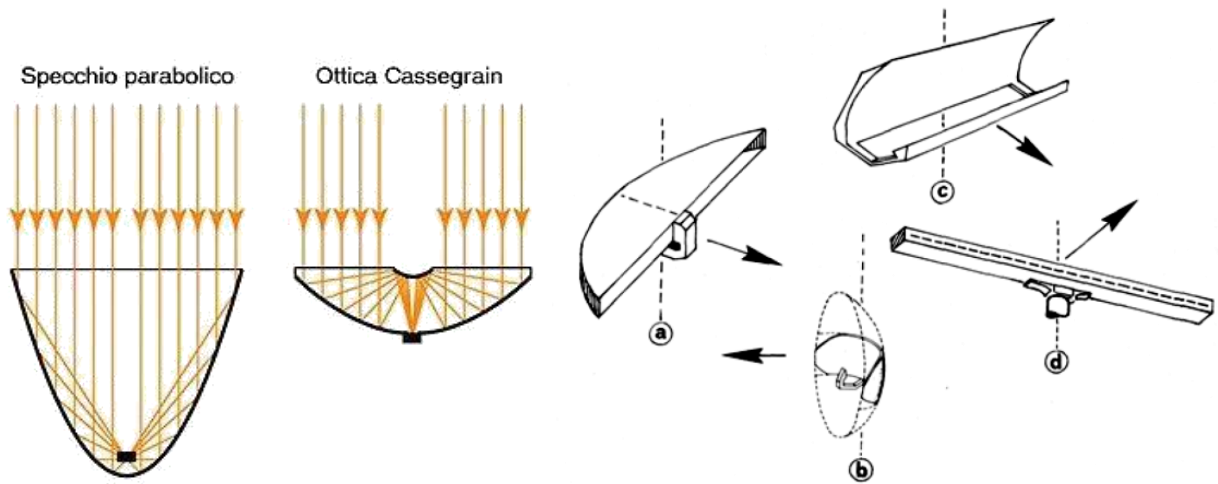


Figura 23.30. A sinistra: proprietà focalizzatrici delle parabole. A destra: strutture più comuni di antenne con fascio a bandiera dei radar navali: a) con riflettore parabolico limitato da piani conduttori; b) con riflettore a settore parabolico; c) con riflettore cilindro-parabolico; d) a guida d'onda fessurata a e irradiazione diretta.

Le strutture più comuni di antenne con fascio a bandiera dei radar navali sono illustrate nella figura 23.30. L'apertura di una parabola di rivoluzione è delimitata da un piano equifase; un'onda sferica generata nel fuoco è trasformata all'apertura in un'onda piana. La sorgente è l'illuminatore (*feed*), che si trova nel fuoco. La fine delle linee di trasmissione può essere semplicemente troncata o può essere un'antenna *a trombino*.

23.6 Parametri d'antenna ed equazione radar

L'*asse di puntamento* è la direzione attorno alla quale l'antenna concentra capacità di *irradiazione* e capacità di *ricezione* di un'onda elettromagnetica.

Il *guadagno d'antenna in trasmissione* G_T è il rapporto tra densità di potenza ricevibile sull'asse dell'antenna a distanza d e densità di potenza che sarebbe ricevuta, a distanza d e con la stessa

potenza irradiata P_T , se l'irradiazione fosse isotropa: $G_T = \frac{P_T}{P_{T,i}}$ (vedi figura 23.31).

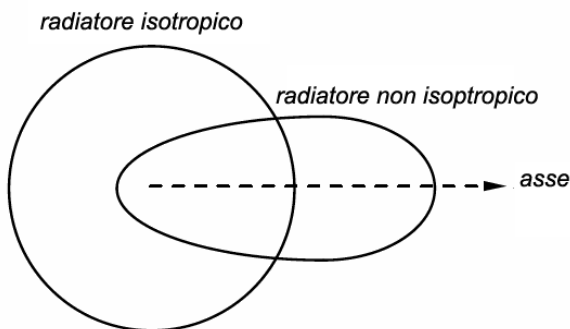


Figura 23.31. Diagramma di radiazione di un'antenna isotropica e quello di un'antenna reale

Poiché l'area della superficie della sfera di raggio d è data da $4\pi d^2$, la potenza $p_{T,i}$ si può scrivere

$$\text{come } \frac{P_T}{4\pi d^2}, \text{ e si ottiene quindi } G_T = \frac{p_T}{p_{T,i}} = \frac{p_T}{\frac{P_T}{4\pi d^2}} = \frac{p_T}{P_T} 4\pi d^2.$$

La *potenza efficace irradiata* (EIRP, *Effective Isotropic Radiated Power*) è la potenza che un'antenna isotropa dovrebbe irradiare per produrre la stessa densità di potenza a distanza d :

$$EIRP = P_T G_T = 4\pi d^2 p.$$

Il **principio di reciprocità** afferma che per una data antenna, a parità di lunghezza d'onda, le configurazioni delle correnti associate all'onda elettromagnetica sono le stesse in **ricezione** e in **trasmissione**; alla stessa frequenza, l'antenna ha **stesso guadagno** in trasmissione e in ricezione.

Il **guadagno** è quindi un parametro caratteristico dell'antenna ad una data frequenza; quello massimo, in genere sull'asse dell'antenna, è assunto come **valore nominale**. L'antenna, però, per il fenomeno della diffrazione, può irradiare e ricevere energia elettromagnetica in ogni direzione, con guadagno inferiore a quello nominale.

La **densità di potenza** irradiata da un'antenna isotropica a distanza R dal radar è $p = \frac{P_t}{4\pi R^2}$. Dal momento che i radar utilizzano antenne direttive, la **densità di potenza sul bersaglio** è ottenuta moltiplicando tale densità di potenza per il guadagno: $p_b = \frac{P_t G_t}{4\pi R^2}$.

Il bersaglio intercetta una parte della potenza irradiata e la reirradia in tutte le direzioni; sia σ l'area equivalente radar del bersaglio (o sezione radar), ovvero l'area come è vista dal radar; la potenza reirradiata è data dalla densità di potenza sul bersaglio moltiplicata per il rapporto tra area equivalente e area della sfera di raggio R , $\frac{\sigma}{4\pi R^2}$, ovvero $P_{reir} = \frac{P_t G_t \sigma}{(4\pi R^2)^2}$.

Se l'area effettiva dell'antenna ricevente è A_r , la **potenza d'eco ricevuta** P_r dal radar è

$$P_r = \frac{P_t G_t \sigma A_r}{(4\pi R^2)^2}$$

Notiamo che essa diminuisce proporzionalmente alla quarta potenza del raggio; la potenza della eco, in effetti, è molto bassa.

Utilizzando il teorema di reciprocità, per il quale i guadagni e aree sono uguali in trasmissione e ricezione ($G_t = G_r = G$ e $A_t = A_r = A$), e la relazione tra guadagno ed area equivalente $A = \frac{G\lambda^2}{4\pi}$ (che si può ricavare applicando il principio di reciprocità a una coppia di antenne) è possibile determinare la distanza massima alla quale può essere rivelato un bersaglio:

$$R_{\max} = \sqrt[4]{\frac{P_t A^2 \sigma}{4\pi \lambda^2 P_{\min}}}$$

dove P_{\min} è la potenza minima rivelabile dal ricevitore. Per avere grandi portate, pertanto, la potenza trasmessa deve essere elevata, le antenne devono avere una elevata direttività ed il ricevitore deve essere sensibile ai segnali più deboli. Tali stime sono però ottimistiche, poiché non tengono conto delle perdite né della natura statistica del minimo segnale rilevabile P_{\min} o della sezione radar.

23.7 La risoluzione radar

In generale, per uno strumento di misura la risoluzione rappresenta la minima variazione apprezzabile della grandezza in esame attraverso tutto il campo di misura.

Per il radar si considera la **risoluzione telemetrica** e quella **goniometrica**. La prima è la capacità di vedere come distinti due oggetti che sono allineati con l'antenna del radar ad una certa distanza tra loro. Se i due bersagli sono molto vicini, l'eco di ritorno del secondo bersaglio si congiungerà a quella relativa al primo e il ricevitore rileverà un unico segnale riflesso; per essere visti

separatamente, è necessario che la distanza fra loro sia inferiore a $\frac{c\Delta t}{2}$ (fig. 23.32).

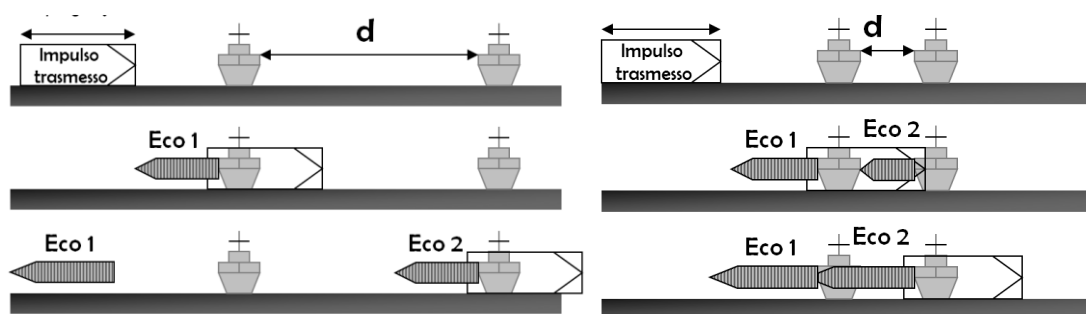
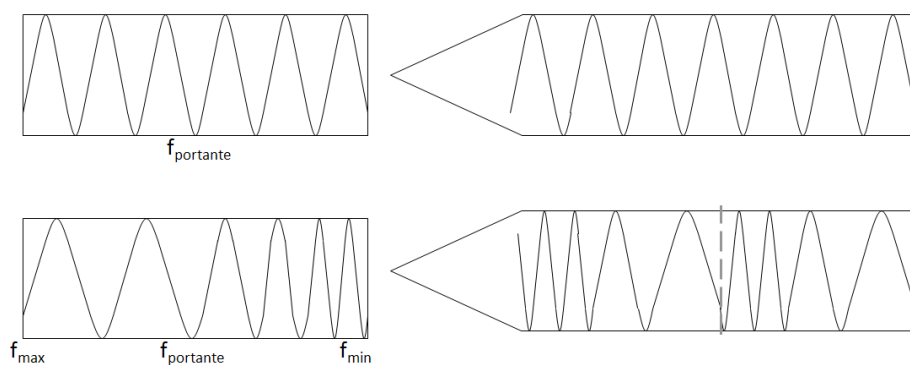


Figura 23.32. A sinistra: due navi allineate rispetto al radar a sufficiente distanza per essere distinte; a destra, la distanza non è sufficiente e il segnale di eco appare unico

Per far sì che i due echi si possano distinguere, si modula in frequenza il pacchetto di onde e. m. contenuto nell'impulso di durata τ , come descritto nella figura 33.



(a) Figura 23.33. Onde non modulate in frequenza: gli echi di due bersagli allineati non sono distinguibili (a); modulando in frequenza si possono distinguere

La risoluzione goniometrica è invece la capacità di vedere distinti due oggetti posti su due radiali diverse formanti un certo angolo; il parametro fondamentale che determina la risoluzione angolare è la direttività dell'emissione, legata alle dimensioni dell'antenna.

Domande di riepilogo sulla parte quarta

Telecomunicazioni

1. Attenuazione del campo elettrico nell'onda superficiale.
2. Polarizzazioni dell'onda elettromagnetica: lineare, circolare, ellittica.
3. Calcolo della distanza nella propagazione per onda diretta.
4. Riflessione nella ionosfera: come deve essere la frequenza?
5. Il cavo coassiale.
6. Cos'è il *decibel*?
7. L'adattamento (massimo trasferimento di potenza).
8. Diagramma di radiazione di un'antenna: definizione ed esempio.
9. Riflettori e direttori nell'antenna *Yagi*: a cosa servono?
10. Modulazione di ampiezza e di frequenza.
11. Duplexer: schema elettrico. Perché le lunghezze dei fili sono di un quarto d'onda?
12. La frequenza intermedia nel radar (circuiti a supereterodina).
13. Rete forma-impulsi del magnetron.
14. Funzionamento del *magnetron*.
15. Funzionamento del *radar doppler*.
16. Riflessione sul mare piatto e sul mare accidentato delle onde radar.
17. Funzionamento del tubo catodico. Qual è l'andamento delle rampe in ingresso alle bobine di deflessione? Perché?
18. Perché l'antenna radar delle navi è larga e bassa?
19. Come mai al denominatore della espressione della potenza d'eco ricevuta dal radar compare la distanza (r) alla quarta potenza?
20. La risoluzione telemetrica del radar.

PARTE QUINTA

IMPIANTI ELETTRICI
DI BORDO

Capitolo 24

Nozioni di impianti elettrici

24.1 Introduzione agli impianti elettrici: definizioni, classificazioni, enti normatori

L'energia elettrica è impiegata per svariate applicazioni, può essere facilmente trasportata e, con più limiti, accumulata. Prima di arrivare alle abitazioni, alle industrie, ai treni e così via, attraversa le seguenti fasi: produzione, trasporto, distribuzione, utilizzazione.

La produzione avviene essenzialmente per mezzo dei generatori rotanti, studiati nel quarto anno, e sempre più frequentemente negli ultimi anni con pannelli fotovoltaici. I generatori più usati sono gli alternatori e le dinamo; possono essere azionati da turbine idrauliche, turbine a vapore, turbine eoliche.

La distanza dai luoghi di produzione a quelli di utilizzo può essere di centinaia di chilometri. L'energia elettrica è trasportata su conduttori nudi di rame o di alluminio, o di rame con anima di acciaio, fissati su mensole di pali di traliccio. La posa dei conduttori deve tener conto dei venti, dei ghiacci e dell'azione del calore che tende, d'estate, a farli allungare. A volte, nei centri abitati o per alimentare un'isola, il trasporto avviene in cavi interrati. Il trasporto avviene solitamente in regime alternativo sinusoidale, ma anche in regime continuo, come ad esempio nel caso di collegamenti interrati con isole, per avere perdite minori. La rete elettrica non si limita ai confini nazionali, ma è europea.

Per il trasporto si usano tensioni molto elevate, dette *alte tensioni* (maggiori cioè di 30 kV), come 132 kV, 230 kV, 400 kV; questo perché, a parità di potenza trasmessa, innalzando la tensione, per mezzo di un trasformatore, si ottiene un abbassamento della corrente, e quindi una minore *caduta di tensione* sulla linea e una minore potenza dissipata per *effetto Joule* (oppure, a parità di caduta e di perdite, si può usare una minore sezione del conduttore e quindi risparmiare).

Nei pressi dei punti di utilizzazione la tensione è abbassata alla *media* (tra i 10 kV e i 30 kV) nelle cosiddette *stazioni*, permettendo l'uso di sostegni più piccoli e riducendo i problemi di isolamento. La distribuzione in media tensione è effettuata ad anello, cosicché in caso di una interruzione, la cabina può ricevere energia dal lato non interrotto (fig. 24.1).

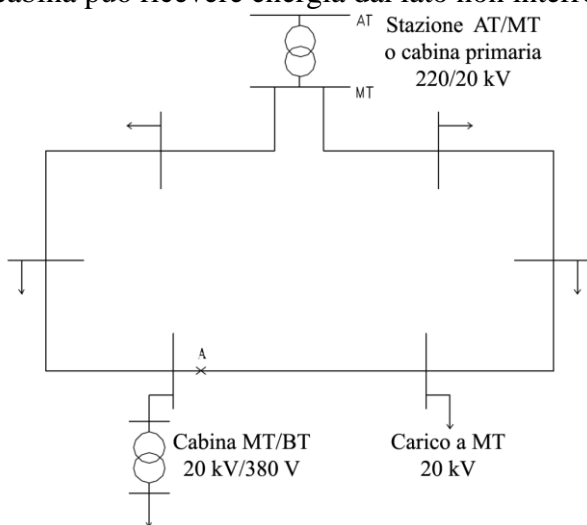


Figura 24.1. Distribuzione in media tensione ad anello

Dalle stazioni, l'energia è distribuita a grossi utenti (industrie, ospedali) e alle *cabine di trasformazione*, in cui la tensione è portata alla bassa tensione (minore di 1 kV), ovvero 230/400 V. Dalle cabine, con distribuzione *ad albero* o *radiale*, si raggiungono le utenze civili, residenziali e indu-

striali; ogni linea comprende quattro fili (tra fasi più il neutro). Solitamente alle abitazioni giunge una *linea monofase*, fase più neutro, mentre alle utenze industriali e residenziali una *linea trifase*.

Un **impianto elettrico** è un insieme organico di elementi associati elettricamente e destinati a svolgere una certa funzione. La **tensione nominale** di un impianto è la tensione a cui deve lavorare, o per cui è stato dimensionato. In relazione alla tensione nominale, gli impianti si dividono in quattro categorie, come riportato nella seguente tabella:

	regime alternativo sinusoidale	regime continuo
sistemi di categoria 0	$0 \text{ V} < V_n < 50 \text{ V}$	$0 \text{ V} < V_n < 120 \text{ V}$
sistemi di categoria I	$50 \text{ V} < V_n < 1 \text{ kV}$	$120 \text{ V} < V_n < 1,5 \text{ kV}$
sistemi di categoria II	$1 \text{ kV} < V_n < 30 \text{ kV}$	$1,5 \text{ kV} < V_n < 30 \text{ kV}$
sistemi di categoria III	$V_n > 30 \text{ kV}$	$V_n > 30 \text{ kV}$

A causa dei problemi di sicurezza elettrica e del continuo ampliarsi delle varie applicazioni, il settore elettrico è regolato da un'apposita **normativa** (norme CEI, *Comitato Elettrotecnico Italiano*) e disposizioni legislative (DPR, decreti legge e leggi). La norma è una guida tecnica, e quindi non è obbligatorio rispettarla se si seguono criteri tecnici egualmente validi per realizzare un prodotto o un impianto *a regola d'arte*; le disposizioni legislative, invece, vanno sempre rispettate. La normativa è utile a stabilire regole e criteri comuni a cui è possibile attenersi per realizzare prodotto sicuro; tale funzione è detta *normalizzazione*. Il CEI è un ente italiano; a livello internazionale ci sono pure enti normatori, come l'IEC (*International Electrotechnical Commission*) e il CENELEC (*European Committee for Electrotechnical Standardization*).

Il RINA (*Registro Italiano Navale*) è una società di classificazione navale nazionale, che predispone prescrizioni tecniche indicanti le caratteristiche che le navi devono avere per essere considerate sicure (regolamenti), effettua le verifiche per accertare che le navi soddisfino i regolamenti, sia in fase di costruzione e/o collaudo, che durante la vita utile della stessa (la nave è classificata ed è inclusa in appositi registri) e rilascia certificati di conformità alle normative, nazionali ed internazionali.

24.2 Classificazione dei sistemi elettrici in relazione alla messa a terra

I sistemi elettrici sono classificati in base allo stato del neutro e delle masse rispetto alla terra. Sono indicati con due lettere:

1^a lettera T: il neutro è collegato a terra;

1^a lettera I: il neutro non è collegato a terra oppure è collegato a terra tramite un'impedenza;

2^a lettera T: le masse sono collegate a terra;

2^a lettera N: le masse sono collegate al neutro del sistema.

Fondamentalmente esistono tre tipi di sistemi elettrici di distribuzione: TT, TN e IT.

Nel **sistema TT**, il neutro è collegato a terra nella cabina di trasformazioni e le masse sono collegate all'impianto di terra dell'utente (fig. 20.2).

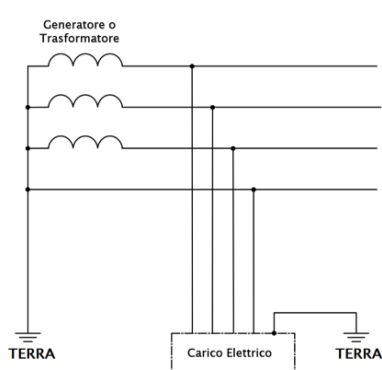


Figura 24.2. Sistema TT

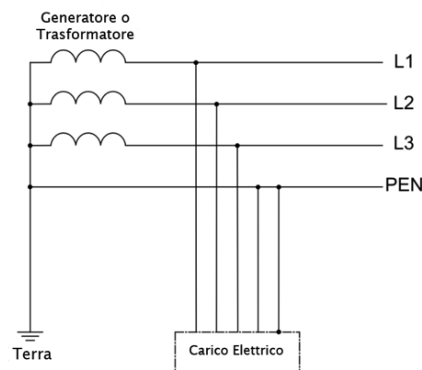


Figura 24.3. Sistema TN

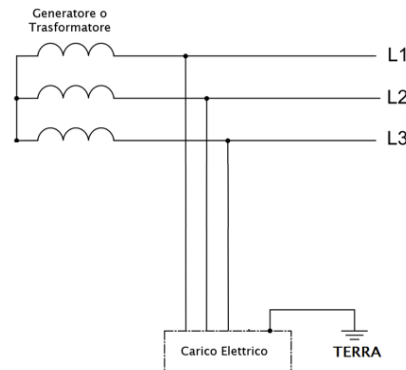


Figura 24.4. Sistema IT

Nel sistema TN il neutro è collegato a terra con le masse collegate direttamente al neutro (fig. 24.3); è usato da quelle strutture che hanno una cabina propria di trasformazione (industrie, scuole).

Nel sistema IT il neutro è isolato e le masse sono collegate ad una terra locale (fig. 24.4); tale sistema presenta il vantaggio della continuità di servizio, perché al primo guasto a terra la corrente che si richiude attraverso le capacità parassite dei conduttori verso terra è molto piccola e quindi non necessita di essere interrotta.

24.3 La protezione contro le sovracorrenti nelle reti di distribuzione elettrica in bassa tensione

I conduttori attivi di un circuito elettrico devono essere protetti da dispositivi in grado di interrompere automaticamente l'alimentazione quando si produce **sovracorrente**, cioè una qualsiasi corrente superiore alla **portata** del cavo. Ogni cavo, infatti, deve avere una sezione adeguata alla corrente che deve trasportare; se la sezione è troppo piccola, la sua resistenza è troppo grande e si dissipa molta potenza per **effetto Joule**; il calore prodotto può quindi provocare la fusione degli isolanti o addirittura del conduttore di rame. Se la sezione è troppo ridotta, inoltre, l'elevata resistenza causa una eccessiva caduta di tensione sulla linea, e il carico può funzionare male poiché è alimentato a una tensione più bassa di quella necessaria.

Si usa suddividere le sovracorrenti in due famiglie: **sovraccarichi** e **cortocircuiti**. La protezione contro i sovraccarichi e i corto circuiti può essere assicurata con dispositivi distinti o con dispositivi che assicurano entrambe le protezioni.

I circuiti di un impianto, salvo eccezioni, debbano essere provvisti di dispositivi di protezione adatti ad interrompere le correnti di **sovraccarico** prima che esse possano provocare un riscaldamento eccessivo ed il conseguente danneggiamento dell'isolante dei cavi. Anche per assicurare la protezione da **cortocircuito**, il dispositivo deve interrompere la corrente prima che essa provochi nel conduttore un riscaldamento tale da danneggiare l'isolamento, ma con tempi più rapidi rispetto al sovraccarico, poiché la corrente è molto più grande rispetto a quel caso; deve essere, inoltre, installato in generale all'origine di ogni circuito e di tutte le derivazioni aventi portate differenti (diverse sezioni dei conduttori, diverse condizioni di posa e ambientali, diverso tipo di isolamento del conduttore).

24.3.1 Il fusibile

Il fusibile è usato per la protezione da cortocircuiti e sovraccarichi. L'elemento fusibile è racchiuso in contenitore isolante e vi sono due contatti per il collegamento con un supporto e col circuito. La cartuccia è l'insieme di elemento fusibile, contenitore e contatti; deve essere rimossa per la sostituzione; è riempita con sostanze inerti (sabbia di quarzo) per spegnimento dell'arco.

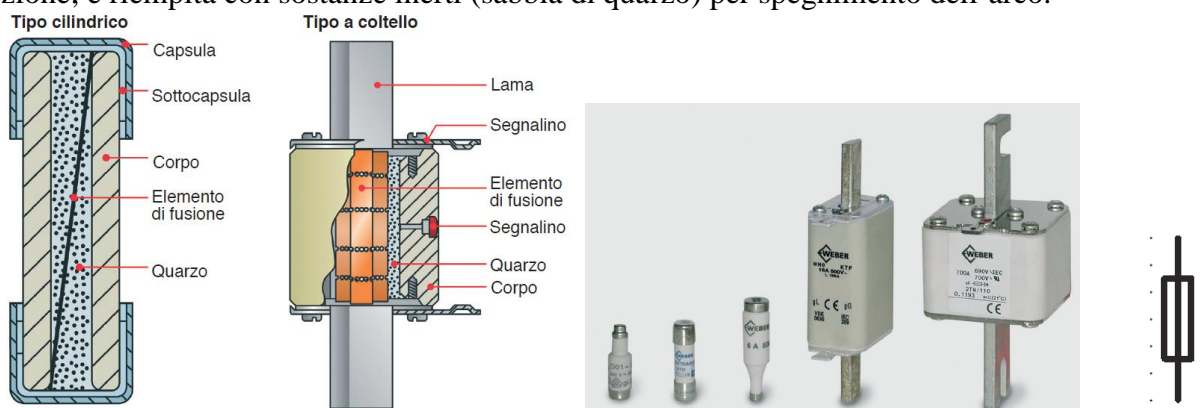


Figura 24.5. Costituzione di un fusibile, immagini di fusibili e simbolo utilizzato sugli schemi elettrici

Il fusibile è in grado di immagazzinare l'energia termica necessaria per produrre l'interruzione dell'elemento fusibile interno e riuscire poi a smaltire tale energia verso l'aria circostante. Ha una elevata affidabilità funzionale, un elevato potere d'interruzione, limita la corrente di cortocircuito. Uno stesso dispositivo protegge le linee contro i sovraccarichi e contro i cortocircuiti.

C'è la possibilità di scelta delle caratteristiche di intervento in relazione al tipo di utenza. La caratteristica d'intervento dei fusibili, inoltre, è relativamente insensibile al variare della temperatura esterna, diversamente da quanto accade negli interruttori automatici.

Il fusibile ha elevate capacità di smaltimento dell'energia termica prodotta dalla fusione dell'elemento sensibile interno, assenza di fenomeni negativi dovuti all'invecchiamento, compatibilità con situazioni ambientali caratterizzate dalla presenza di polvere. Non è possibile, inoltre, avere funzionamenti anomali successivi al cortocircuito, grazie alla sostituzione integrale della cartuccia.

Nella figura 24.6 sono rappresentate le caratteristiche *corrente-tempo* di un fusibile da 4 A e di uno da 20 A. Tali caratteristiche sono dette *tempo-inverse*, poiché all'aumentare della corrente diminuisce il tempo di intervento. Per ogni fusibile vi sono due curve: una *caratteristica di prearco*, che indica l'intervallo di tempo che intercorre tra l'inizio di una sovracorrente e l'istante in cui l'elemento fusibile fonde con formazione dell'arco, e la *caratteristica di funzionamento*, cioè l'intervallo di tempo che intercorre tra l'inizio di una sovracorrente e l'istante in cui questa è interrotta (tempo di prearco più tempo di arco). Si noti che per entrambi gli assi sono usate scale logaritmiche, come mostrato anche nel grafico tratto da un catalogo di figura 24.7.

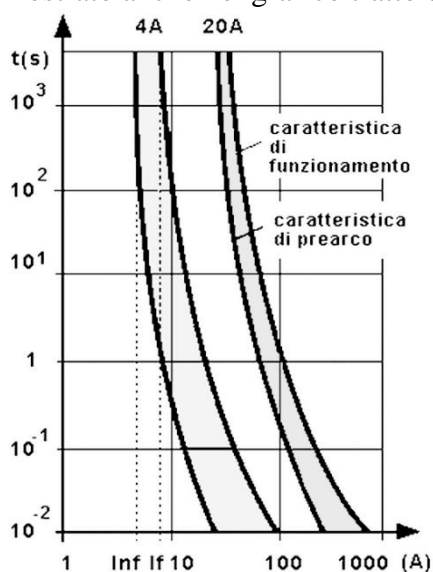


Figura 24.6. Caratteristica di due fusibili

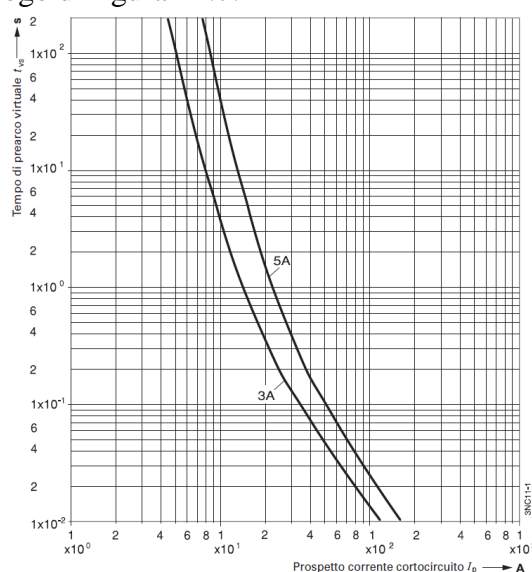


Figura 24.7. Caratteristica di fusibili tratta da un catalogo

24.3.2 Relè termici

I relè termici sono usati per la protezione contro i sovraccarichi. Al loro interno vi sono lamine bimetalliche, una per fase, costituite da due materiali con diversa dilatazione termica; flettendo, determinano lo spostamento di un meccanismo che commuta due contatti ausiliari, che faranno sì che un interruttore apra e tolga la corrente al circuito (fig. 24.8). Nel caso qui considerato, la corrente, da 20 a 70 A, circola direttamente attraverso il bimetallo (riscaldamento diretto); può anche scorrere su una bobina avvolta sul bimetallo: in tal caso si parla di riscaldamento indiretto.

Anche il relè termico ha una caratteristica *corrente-tempo tempo-inversa*, simile a quella del fusibile.

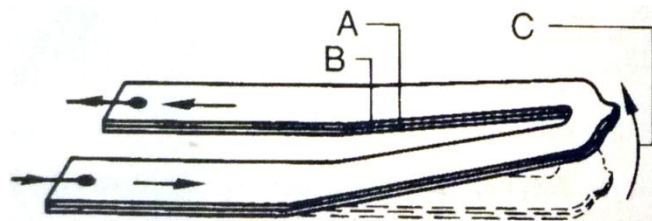


Figura 24.8. Bilama metallica di un relè termico: A metallo sottostante, con elevata flessione; B metallo con bassa flessione; C flessione



Figura 24.9. Contatto di apertura funzionante per effetto termico e, a destra, dispositivo di comando di un relè termico

24.3.3 Interruttori magnetotermici

Gli *interruttori magnetotermici* uniscono allo *sganciatore termico* (protezione da sovraccarichi) uno magnetico (protezione da cortocircuiti): una bobina, se percorsa da una forte sovracorrente come è quella del cortocircuito, produce un intenso campo magnetico che attira un'ancora, la quale fa aprire l'interruttore in un tempo molto breve, intorno al centesimo di secondo.

Sommando le caratteristiche *corrente-tempo* del termico e del magnetico, quindi, si ottiene quella del *magnetotermico*, rappresentata nella figura 24.10. La corrente I_n è quella *nominale* del cavo protetto, valore che dovrebbe poter esserci nel cavo per un tempo indefinito (*asintoto* sulla caratteristica); I_{nf} e I_f sono rispettivamente la corrente di *non funzionamento* e quella di *funzionamento* del termico; I_{m1} è la *minima sovracorrente* che potrebbe fare intervenire lo sganciatore elettromagnetico, I_{m2} la *minima sovracorrente* che lo fa certamente intervenire.

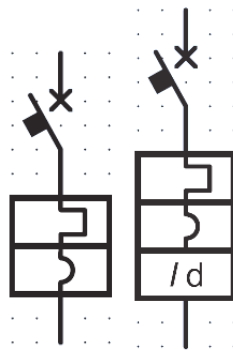
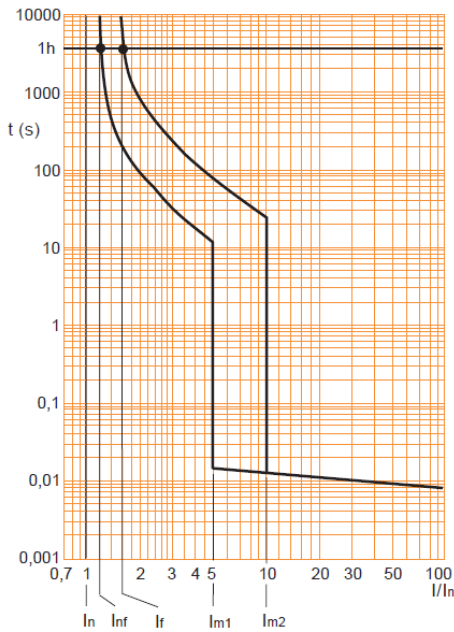


Figura 24.11. Simboli dell'interruttore unipolare di potenza automatico, magnetotermico e, a destra, dell'interruttore differenziale con sganciatori di sovracorrente incorporati

Figura 24.10. Caratteristica dell'interruttore magnetotermico

24.3.4 La selettività

Gli effetti conseguenti a sovracorrenti sono limitati grazie a due differenti configurazioni circuitali, che consentono di ottenere due forme di *selettività*: orizzontale e verticale. Nella *selettività orizzontale* le utenze sono suddivise su più circuiti a diffusione radiale: i dispositivi di protezione intervengono ad interrompere solo le diramazioni sulle quali si verificano di volta in volta i guasti (fig. 24.12). Nella *selettività verticale* più dispositivi sono disposti lungo un circuito caratterizzato da più livelli di distribuzione: la limitazione del disservizio si ottiene facendo sì che ad intervenire per primi siano i dispositivi a valle, più prossimi al punto di guasto, in modo tale che i dispositivi a monte, non intervenendo, garantiscano la continuità d'esercizio alle altre utenze (fig. 24.13).

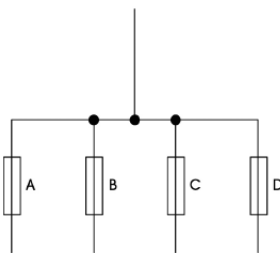


Figura 24.12. Selettività orizzontale

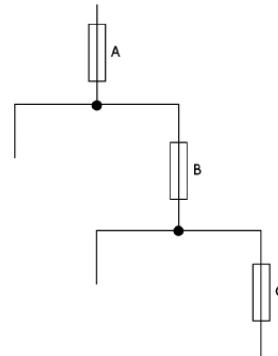


Figura 24.13. Selettività verticale tra fusibili

24.4 Protezione dai contatti diretti e indiretti

Un **contatto diretto** si verifica quando una persona tocca un componente attivo dell'impianto che normalmente è in tensione (per esempio un conduttore di fase). Un **contatto indiretto**, invece, si verifica quando una persona entra in contatto con un componente dell'impianto elettrico che normalmente non è in tensione, ma che ci va in seguito al cedimento dell'isolamento.

24.4.1 Protezione dai contatti diretti

Le misure di protezione contro i contatti diretti possono suddividersi in *protezioni di grado totale*, *protezioni di grado parziale* e *protezioni aggiuntive*.

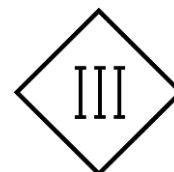
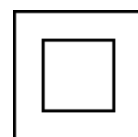
Le **protezioni di grado totale**, contro cioè il contatto volontario, sono ottenute mediante isolamento delle parti attive senza possibilità di rimozione, involucri o barriere che sono rimovibili mediante utensili, interblocchi, barriere intermedie. Sono stabilite quattro classi di isolamento:

Classe 0 – protezione basata sull'isolamento principale (cioè delle parti in tensione, necessario per evitare scosse elettriche); da molti anni gli apparecchi di *Classe 0* non sono più fabbricati e sono stati eliminati dalla normalizzazione internazionale; in alcuni Paesi, tuttavia, questo tipo è ancora presente;

Classe I – misura di sicurezza supplementare costituita dalla connessione delle parti conduttrici accessibili al conduttore di protezione di terra (PE, *protective earthing*): le parti conduttrici accessibili non vanno in tensione in caso di guasto dell'isolamento principale; un guasto nell'isolamento in questi apparecchi può portare un conduttore di fase in contatto con la carcassa provocando un flusso di corrente attraverso il PE. *Es.*: lavatrici, lavastoviglie, forni elettrici, ecc., con spina a tre poli.

Classe II – detti anche a doppio isolamento; non richiedono, e non devono avere, la connessione al PE; un singolo guasto non può causare il contatto con tensioni pericolose da parte dell'utilizzatore; le parti in tensione circondate da un doppio strato di materiale isolante o isolamenti rinforzati (simbolo a destra). *Es.*: televisori, radio, lettori DVD, lampade da tavolo.

Classe III – non presenti tensioni superiori alla bassissima tensione di sicurezza SELV (*Safety Extra-Low Voltage*) (alimentato o da una batteria o da un trasformatore SELV); tensione prodotta inferiore a 25 Vac o 60 Vdc (simbolo a destra).



Le **protezioni di grado parziale**, cioè contro il contatto involontario, sono ottenute mediante allontanamento delle parti a tensione diversa simultaneamente accessibili.

Le **protezioni aggiuntive** sono ottenute utilizzando *relè differenziali* ad alta sensibilità, di corrente differenziale massima di 30 mA.

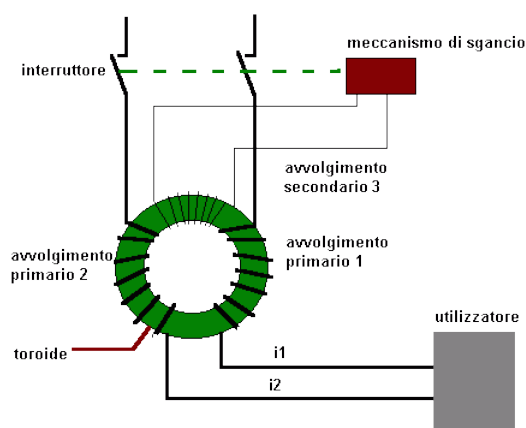


Figura 24.14. Rappresentazione schematica dell'interruttore differenziale



Figura 24.15. Un interruttore magnetotermico da 16 A e uno differenziale di corrente differenziale di 30 mA

L'interruttore differenziale, il cui funzionamento è rappresentato nella figura 24.14, sente se la corrente che entra nell'impianto è uguale o differisce da quella che esce. Le due correnti sono diverse tra loro se una parte di corrente si disperde a terra (come nel caso di un uomo che prende una scossa o nel cedimento di un isolamento in un elettrodomestico), per tornare, attraverso il suolo terrestre, all'atterramento del trasformatore di cabina; l'interruttore differenziale, allora, apre il circuito. Funziona grazie a un toroide di materiale ferromagnetico su cui sono avvolte tre bobine:

due sono quelle di fase e neutro (primario 1 e primario 2), che in condizioni normali sono percorse da correnti uguali i_1 e i_2 e, grazie al loro senso di avvolgimento, generano all'interno del circuito magnetico un campo magnetico nullo; se c'è uno squilibrio tra le due correnti, si genera un campo magnetico che induce corrente nel terzo avvolgimento (secondario), che a sua volta aziona il meccanismo di sgancio.

24.4.2 Protezione dai contatti indiretti

Tutti i componenti elettrici devono essere protetti contro il pericolo di contatto con parti metalliche accessibili, normalmente non in tensione, ma che potrebbero assumere un potenziale pericoloso per guasto o cedimento dell'isolamento. Vi sono due tipologie di protezione:

1. protezione *senza interruzione automatica* dell'alimentazione e senza messa a terra (condizioni del componente o della persona tali da rendere il guasto non pericoloso);
2. protezione attuata *attraverso l'interruzione automatica* dell'alimentazione mediante apparecchi di protezione dalle sovracorrenti o differenziali.

La protezione totale dai contatti indiretti si può realizzare mediante l'*isolamento delle parti attive*, senza possibilità di rimuovere l'isolamento stesso, o *mediante involucri e barriere* che assicurino adeguati *gradi di protezione*. In particolari ambienti, la protezione parziale dai contatti indiretti avviene mediante *ostacoli* (grate, transenne) o *distanziamenti*.

In aggiunta vi può essere installazione della protezione attiva mediante *interruttori differenziali* con corrente differenziale $I_{dn} \leq 30$ mA.

24.4.3 Rischio elettrico

Per quanto riguarda gli effetti che la corrente provoca nel passaggio in un corpo umano, come rappresentato nel grafico di figura 24.16, vi sono quattro *zone di pericolosità* in funzione del valore di corrente circolante per un determinato tempo:

- zona 1: nessuna reazione al passaggio della corrente;
- zona 2: abitualmente nessun effetto fisiologicamente pericoloso;
- zona 3: abitualmente nessun danno organico, ma possono esserci contrazioni muscolari e difficoltà respiratoria, disturbi reversibili nella formazione e conduzione di impulsi nel cuore, inclusi fibrillazione ventricolare;
- zona 4: effetti della zona 3 con in più la probabilità di fibrillazione ventricolare fino oltre il 50%, possibili arresto cardio-respiratorio, gravi ustioni.

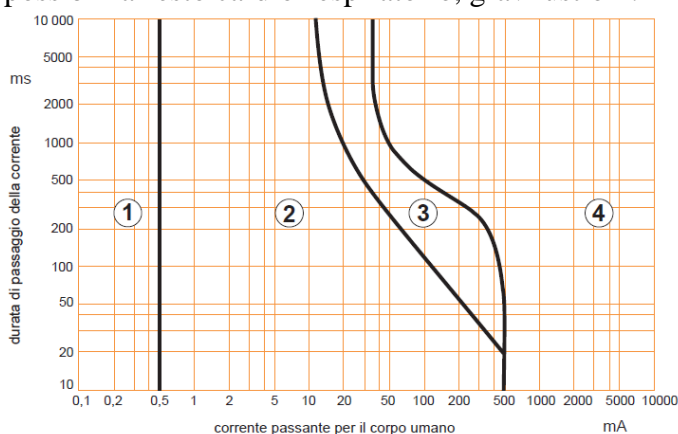


Figura 24.16. Zone di pericolosità della corrente elettrica

24.4.5 Impianto di terra

L'impianto di terra, schematizzato in figura 24.17, è un mezzo per disperdere correnti elettriche nel terreno e proteggere, unitamente ai dispositivi d'interruzione automatica del circuito, dall'*elettrocuzione*. Il cavo PE (*protective earthing*) è il cosiddetto conduttore di protezione, il cui isolante è di colore *giallo-verde*. Non entriamo nei dettagli, poiché esula dagli scopi di questo testo.

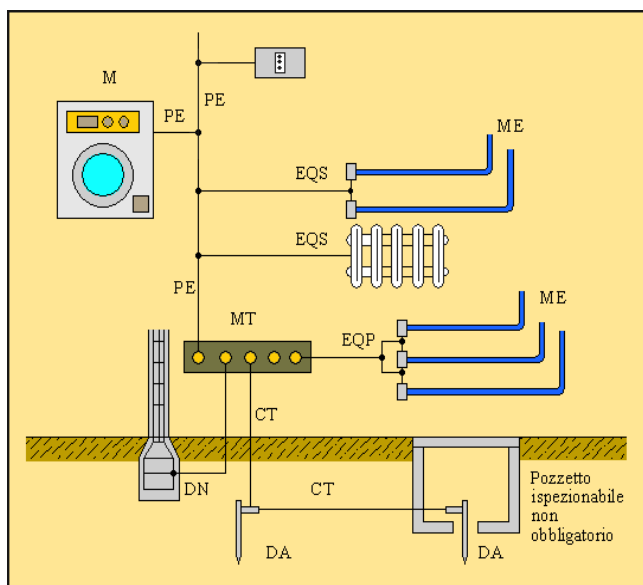


Figura 24.17. Impianto di terra. DA: dispersore intenzionale; DN: dispersore di fatto; CT: conduttore di terra; EQP: conduttore equipotenziale principale; EQS: conduttore equipotenziale supplementare; ME: massa estranea; MT: collettore principale di terra; M: massa; PE: conduttore di protezione

24.5 Altri componenti fondamentali di un impianto elettrico

24.5.1 Il sezionatore

A differenza dell'interruttore, il sezionatore interrompe la continuità metallica del circuito ma non in presenza di corrente, poiché non sarebbe in grado di interrompere l'arco elettrico. Se si dovesse aprire un sezionatore attraversato la corrente, infatti, essa probabilmente continuerebbe a scorrere in aria, causando pericoli e danni.

24.5.2 Il contattore

Il contattore (o teleruttore) è un'apparecchiatura elettromeccanica che apre e chiude contatti per aprire o chiudere circuiti elettrici (fig. 24.20). È utilizzato per realizzare un comando a distanza, o da più punti, e come azionamento di circuiti ausiliari di allarme, blocco, segnalazione.

I contatti di potenza o principali, normalmente aperti (ovvero aperti in mancanza di alimentazione alla bobina), collegano utilizzatori alla rete; i contatti ausiliari, normalmente aperti o normalmente chiusi, sono usati per autoalimentazione, interblocco, segnalazione (fig. 24.19).

Un elettromagnete attira l'equipaggio mobile, che è riportato alla condizione di riposo da molle antagoniste. Dei separatori delimitano l'arco elettrico che si produce all'apertura dei contatti.

I circuiti di un contattore sono quello principale (contatti di potenza), il circuito di comando (eccita o diseccita il contattore, ad es. da 24 Vac, 24 Vdc, 110 Vac) e il circuito ausiliario (ad es. per segnalazione).

Il contattore fornisce sicurezza in caso di mancanza di alimentazione, poiché se la bobina non è alimentata i contatti di potenza si aprono; è assicurato inoltre l'isolamento galvanico tra circuito di comando e circuito principale.

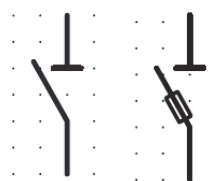


Figura 24.17. Simbolo circuitale del sezionatore e del sezionatore con fusibile incorporato

Figura 24.18. Un sezionatore per alte tensioni (Toshiba)

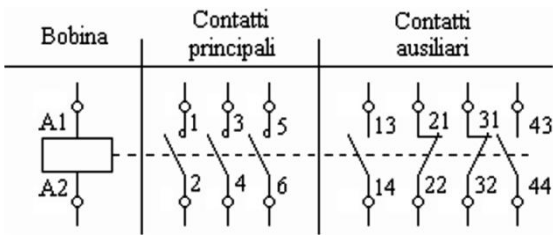


Figura 24.19. Rappresentazione schematica della bobina e dei contatti di un contattore



Figura 24.20. Due contattori, il primo con due contatti di potenza (principali), il secondo con quattro

24.5.3 Relè ausiliari

I relè ausiliari sono dispositivi elettromagnetici di comando; sono comandati da una grandezza elettrica e azionano contatti che chiudono e aprono circuiti.

Nel **relè monostabile**, se la bobina è percorsa da corrente, attrae un'ancora; il simbolo circuitale e i contatti sono rappresentati nella figura 24.21.

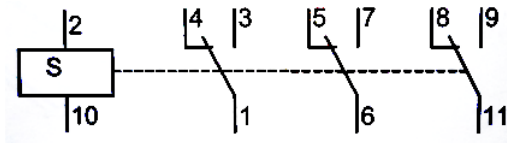


Figura 24.21. Relè monostabile



Figura 24.22. Relè monostabile e zoccolo sul quale lo si monta

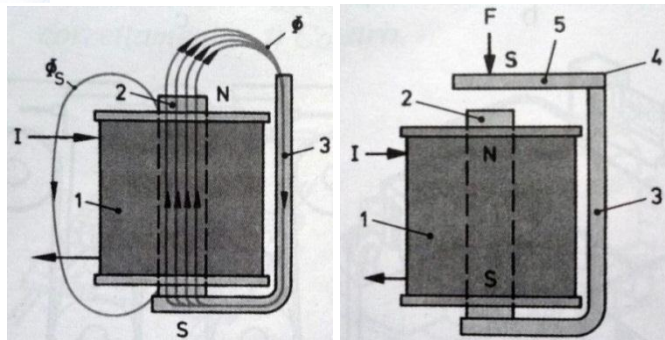


Figura 24.23. Costituzione del relè monostabile: 1 bobina, 2 flusso magnetico, 3 giogo, 4 spalla del giogo, 5 ancora mobile

I **relè a ritenuta magnetica o meccanica** hanno un comportamento bistabile. Mediante un impulso elettrico inviato ad una bobina, il relè assume la posizione di funzionamento. Con un secondo impulso ad un'altra bobina, si ripristinano le condizioni di partenza con i contatti nella posizione di riposo.

Nel **relè passo-passo** vi è un meccanismo dotato di una rotella a denti di sega che agisce sui contatti, chiudendoli e aprendoli alternativamente ad ogni eccitazione della bobina (fig. 24.24); si pensi, per esempio, al relè interruttore per gli impianti civili illuminazione.

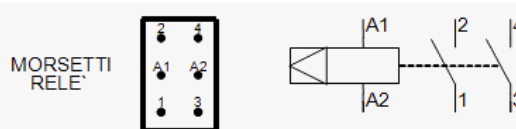
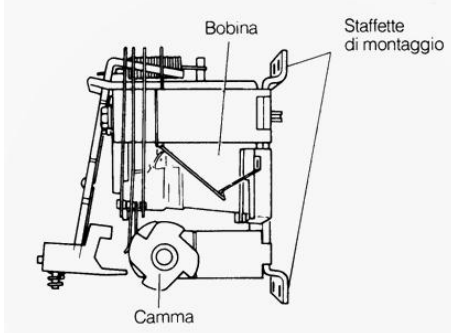


Figura 24.24. Relè passo-passo interruttore

24.5.4 Pulsanti

I pulsanti, i selettori e in generale gli organi ausiliari di comando manuale servono all'operatore per trasmettere ordini alla macchina. I pulsanti sono costituiti da un tasto (attuatore) che, se premuto, aziona contatti. Terminata l'azione sull'attuatore, una molla antagonista riporta tasto e contatti nella posizione di riposo. Le forme possono essere circolare, quadrata, a bottone piatto o sporgente, a fungo, a pedale, luminoso con calotta trasparente, con ghiera (fig. 24.25).

Nella figura 24.27 è mostrato un pulsante di emergenza. Per *apertura positiva* si intende che l'esecuzione di un sezionamento del contatto è il risultato diretto di un movimento stabilito dell'elemento di comando dell'interruttore mediante componenti non elastici.

Il termine **comando di emergenza** può essere usato per indicare l'**interruzione di emergenza**, ovvero l'interruzione dell'alimentazione di energia elettrica a tutto l'impianto (o parte), quando si presenta rischio elettrico, e la **chiusura di emergenza**, cioè il fornire energia elettrica ad una parte d'impianto destinata ad essere utilizzata in situazioni di emergenza. Il comando di emergenza deve discriminare tra parti dell'impianto da sezionare perché pericolose (es. in modo da consentire l'uso dell'acqua per estinguere un incendio), parti dell'impianto da che devono restare alimentate perché necessarie (pompe antincendio, illuminazione di sicurezza di locale) e parti da alimentare dal comando di emergenza per contrastare il pericolo (es. azionamento di porte tagliafuoco); deve, quindi, agire selettivamente.



Figura 24.25. Pulsante di emergenza con vetro a rompere e varie tipologie di pulsante



Figura 24.26. Simbolo circuitale Contatto di chiusura con comando a pulsante a ritorno automatico

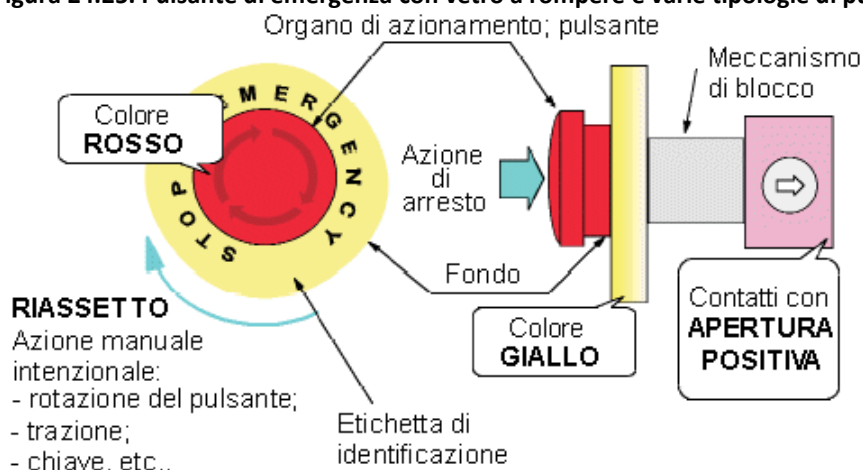


Figura 24.27. Pulsante di emergenza

Capitolo 25

Impianti elettrici di bordo

25.1 Introduzione agli impianti elettrici navali

Non è consigliabile utilizzare le tecniche progettuali e le apparecchiature concepite per applicazioni diverse, facendo poi adattamenti all'uso navale; i guasti comuni agli impianti elettrici terrestri a bordo di mezzi navali, infatti, possono provocare conseguenze ben più gravi, a causa del loro isolamento e delle condizioni avverse. Si pensi, ad esempio, alla mancanza di alimentazione ai motori elettrici di propulsione che dà ingovernabilità della nave, o agli incendi a bordo provocati dai corti circuiti.

Per una maggiore sicurezza a bordo è consigliabile la duplicazione della linea d'alimentazione (per le utenze fondamentali), l'utilizzo di cavi atossici, impianti antincendio, la separazione del quadro principale, una centrale d'emergenza.

Le condizioni di lavoro degli apparecchi a bordo, a causa delle vibrazioni, della temperatura ambiente più elevata, dell'umidità e salinità dell'aria sono proibitive: sono necessarie più precauzioni rispetto a impianti terrestri. I cavi atossici, ad esempio, sono fondamentali, in quanto la nave è ambiente isolato con poche possibilità di fuga.

I relè di protezione sono identici a quelli utilizzati sugli impianti terrestri, ma devono essere deca-sati e tarati in modo tale da permettere l'avviamento dei grossi motori asincroni di propulsione.

La protezione catodica, per conservare scafo ed eliche, non va trascurata, pena la distruzione di tutte le parti metalliche a contatto o in vicinanza dell'acqua. Se nelle imbarcazioni minori lo scafo protetto tramite verniciatura o protezioni passive (come anodi sacrificabili), nelle grandi navi da crociera vi sono protezioni attive.

Il valore della **potenza nominale complessiva** della rete di bordo incide sulla scelta della **tensione nominale d'esercizio** della rete, e dei suoi vari sottosistemi. Valori tipici delle tensioni a bordo delle navi, e delle relative frequenze:

<i>Bassa tensione</i>		<i>Media tensione</i>	
380 V	50 Hz	2200 V	50 Hz
415 V	50 Hz	3300 V	50 Hz
440 V	60 Hz	6000 V	50 Hz
600 V	60 Hz	6600 V	50 Hz
660 V	60 Hz		

La potenza elettrica nominale complessiva di bordo è la potenza totale richiesta da utenze elettriche nelle varie configurazioni operative (*nave in sosta nel porto, nave in normale navigazione, ecc.*).

La potenza di dimensionamento deve consentire il funzionamento contemporaneo di tutti i carichi nelle condizioni più gravose e garantire un normale funzionamento anche nel caso di perdita di un *gruppo diesel-alternatore*. Tenendo conto anche dei rendimenti dei vari organi frapposti tra la generazione e le utenze finali, si può determinare la potenza complessiva e suddividerla sulle varie unità di generazione.

Nella sosta in porto, la potenza elettrica complessivamente richiesta sarebbe tale da non riuscire a caricare completamente nemmeno uno dei gruppi *diesel-alternatore* principali. Per evitare di avere bassi rendimenti e forti emissioni inquinanti nella zona portuale, funzionano come motori primi quelli dei gruppi elettrogeni d'emergenza (potenza unitaria più piccola rispetto a quella dei motori *diesel* principali).

All'aumentare dei livelli di potenza complessiva richiesta, si passa ad un valore più elevato di tensione nominale d'esercizio, per evitare perdite eccessive nella trasmissione dell'energia elettrica e correnti di corto circuito troppo elevate. Ad esempio, l'*American Bureau of Shipping* prescrive l'utilizzo di alta tensione per ogni applicazione navale in cui potenza elettrica supera i 2 MW.

La frequenza per reti elettriche navali è di 50 Hz o 60 Hz . Sono ammesse tolleranze del $\pm 10\%$ nelle fasi transitorie (con durata massima di 10 s) e del $\pm 5\%$ a regime.

In alcune unità della marina militare sono state utilizzate frequenze più elevate, fino a 400 Hz ; si ha così una riduzione delle sezioni dei circuiti magnetici e quindi riduzioni dei pesi e degli ingombri; si hanno inoltre miglioramenti nella risposta dinamica dei sistemi di regolazione delle macchine elettriche, ma anche incrementi delle perdite per isteresi e per correnti parassite nei materiali magnetici, e per *effetto pelle* (vedi pag. 219) nei materiali conduttori.

25.2 Sistemi di distribuzione negli impianti elettrici navali

Le **reti primarie** di forza sono alimentate direttamente dai generatori (fig. 25.1); per esse è generalmente impiegato il sistema trifase a tre conduttori, che può essere *con neutro isolato* o *con neutro a terra* tramite resistenza. Nel caso di *neutro isolato*, la prima volta che una qualunque parete della rete primaria va a massa, a causa di un guasto, non si forma un cortocircuito e non c'è quindi una sovracorrente che provocherebbe l'immediato distacco della sezione di rete interessata; questo non sarebbe opportuno, infatti, poiché con un solo guasto la rete può funzionare ancora in modo soddisfacente.

Per quanto riguarda le **reti secondarie** (alimentate tramite trasformatori, fig. 25.1), quando gli impianti di bordo erano poco estesi e le potenze in gioco modeste erano costituite da sistemi monofasi a due conduttori isolati (fig. 25.2) o a tre conduttori con punto medio del trasformatore collegato a massa (fig. 25.3).

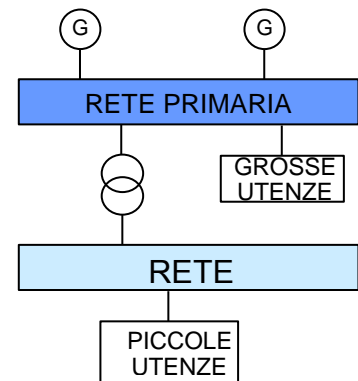


Figura 25.1. Rete primaria e rete secondaria

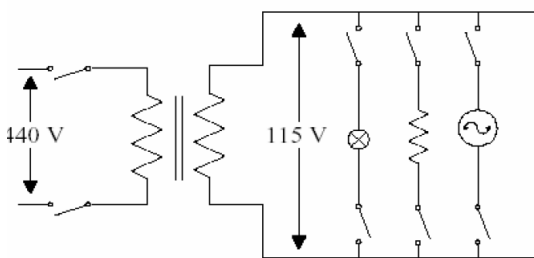


Figura 25.2. Sistema monofase a due conduttori isolati per reti secondarie trasformatore a massa

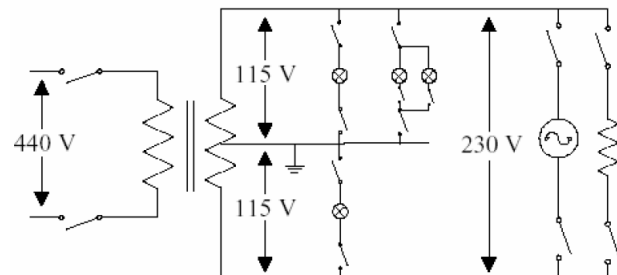


Figura 25.3. Sistema monofase in derivazione a tre conduttori, 230/115 V, col punto medio del

Attualmente le potenze utilizzate sono molto maggiori; si preferisce utilizzare, quindi, il sistema trifase a quattro fili (fig. 25.4), col quale si possono facilmente alimentare sia motori trifasi di potenza ridotta sia i forni, le cucine, le luci alla tensione di 230 V . Il neutro di questi sistemi è messo a terra. Gestire, infatti, la rete di bassa tensione con neutro isolato è pericoloso: un contatto accidentale tra le rispettive fasi del sistema in media con quello in bassa tensione comporterebbe una notevole sovratensione per la rete in bassa tensione, con probabili scariche verso terra dei punti più deboli dell'impianto e grave pericolo per le persone.

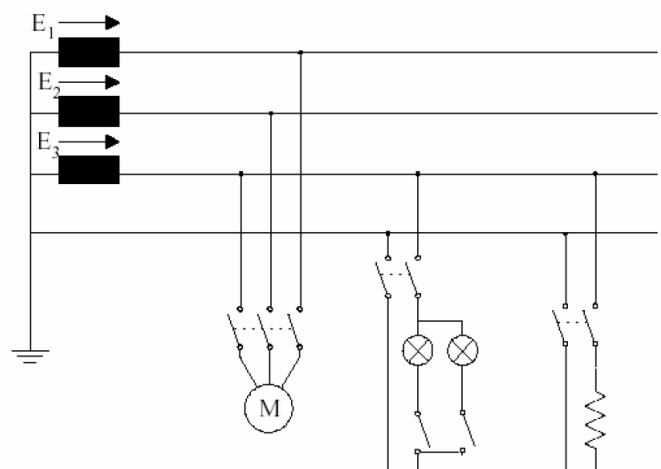


Figura 25.4. Sistema trifase a quattro fili con neutro a terra

25.3 Distribuzione in media tensione

Nella figura 25.5 è rappresentata schematicamente la disposizione degli apparecchi elettrici di bordo. Come mostrato nella figura 25.6, la distribuzione in *media tensione* parte dal quadro principale, costituito da due sezioni, ciascuna delle quali risulta connessa ad un gruppo di generatori. Dal sistema di sbarre principale in media tensione, oppure da alcuni sottoquadri di smistamento, prendono alimentazione:

- i carichi essenziali di elevata potenza (eliche di propulsione, eliche per movimenti trasversali), spesso attraverso convertitori elettronici;
- i motori di grossa potenza (condizionamento aria o per funzionalità tipiche e legate alla particolare tipologia di nave);
- le sottostazioni posizionate nelle varie zone di servizio, a cui compete l'alimentazione in BT di tutti gli utenti forza, piccola forza o luce previsti per quella zona.

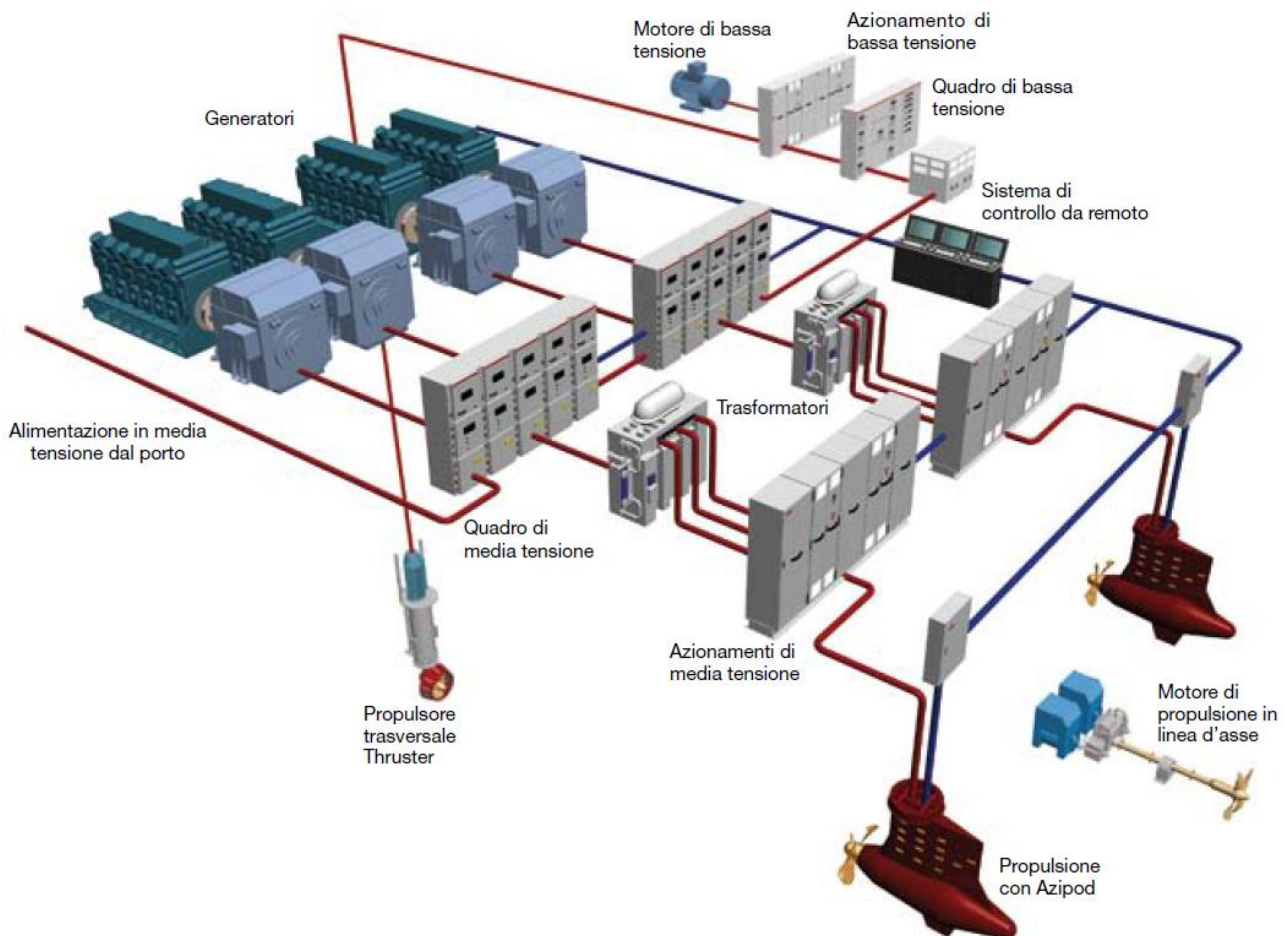


Figura 25.5. Disposizione apparecchi elettrici di bordo (schematizzazione)

Dai trasformatori MT/BT delle sottostazioni inizia l'*alimentazione secondaria* dei quadri di bassa tensione. Tali quadri spesso presentano la possibilità di avere *alimentazione ridondante*, cioè proveniente da altri quadri MT che a loro volta prendono alimentazione dall'altra semisbarra del quadro principale di MT. Dai quadri BT prende corpo una complessa rete di distribuzione che alimenta le diverse tipologie di utenze di bassa tensione di bordo (timone, argani o ausiliari essenziali dell'apparato motore, impianto d'illuminazione, di intrattenimento, la struttura alberghiera).

L'impianto deve permettere sempre una *continuità di servizio*; in caso di guasto è importante la messa fuori servizio, nel minor tempo possibile, della sola utenza o della sola sezione che presenta l'anomalia (*selettività*, vedi pag. 250).

La tensione della distribuzione dell'impianto in bassa tensione era, fino a qualche anno fa, di 440 V. A causa dei continui aumenti della stazza e della potenza richiesta si è passati alla tensione di 690 V

ed in alcuni casi a 1000 V . Questo ha comportato il parziale contenimento dei valori delle correnti di guasto, la riduzione delle sezioni dei cavi (e quindi di pesi e ingombri), la riduzione delle cadute di tensione e più elevate lunghezze ammissibili dei cavi, ed ancora l'aumento delle potenze dei motori direttamente collegabili alla rete primaria ed in genere di tutte quelle utenze del quadro elettrico principale.

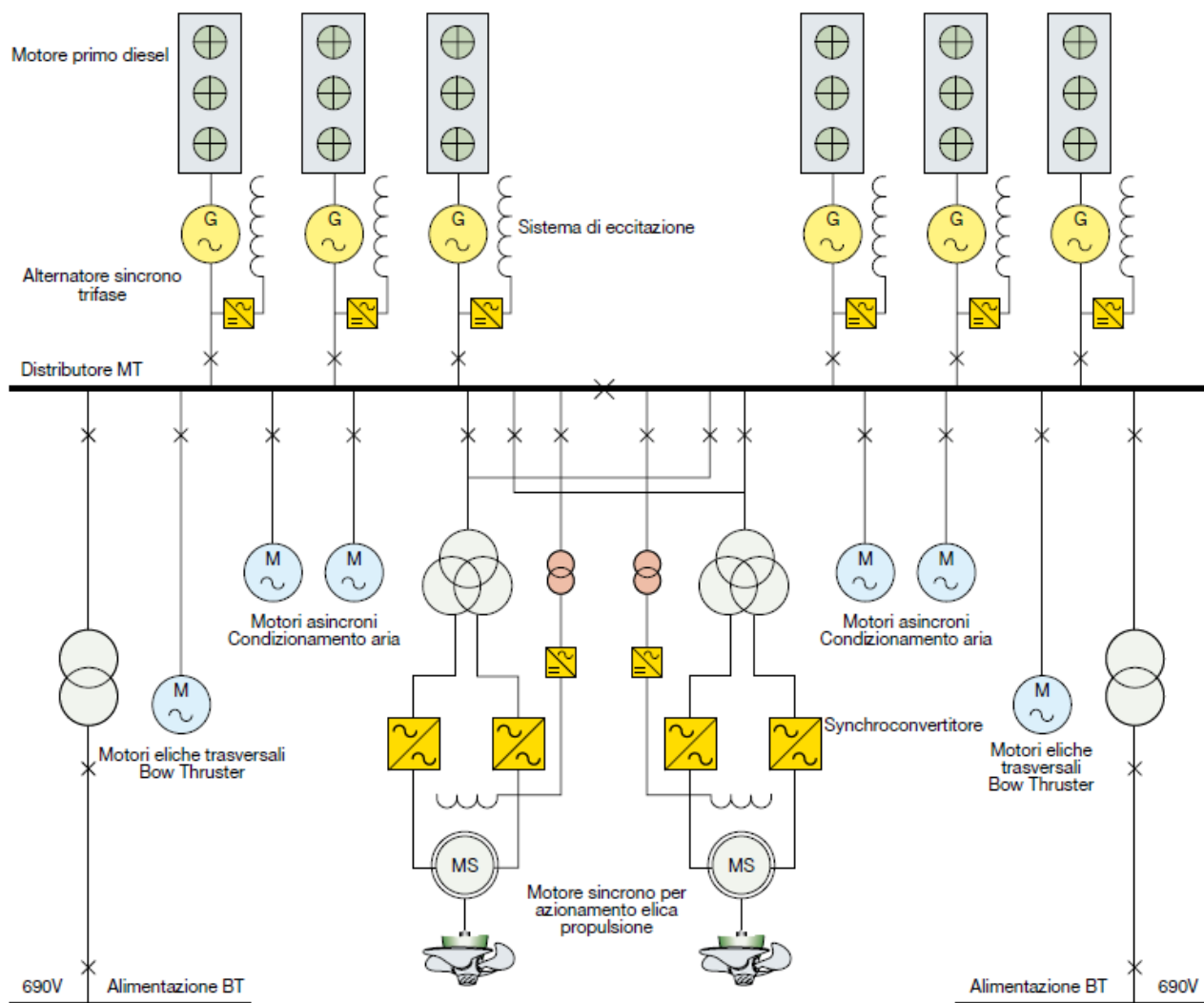


Figura 25.6. Distribuzione in media tensione

25.4 Distribuzione in bassa tensione

La distribuzione finale di bassa tensione è realizzata con tensioni più basse, a $400/230\text{ V}$. Le frequenze più comunemente utilizzate sono 50 Hz o 60 Hz , a seconda della tipologia di costruzione navale o del paese di produzione. Per utenze speciali e in ambito militare sono richiesti circuiti dedicati funzionanti a 400 Hz , frequenza che permette l'uso di circuiti magnetici più leggeri.

In regime continuo si usa tipicamente una tensione di $48-110\text{ V}$ o 125 V ; la continua rimane presente per quei circuiti particolari ad esempio dove sono previsti dispositivi per ricarica batterie o per i circuiti ausiliari di automazione.

25.4.1 Schema radiale semplice

Uno schema radiale di tipo semplice è mostrato nella figura 25.7; riconosciamo i simboli di generatore, trasformatore, interruttore automatico magnetotermico. Da quadro principale partono numerose alimentazioni per le utenze di bassa tensione. Si tratta di una configurazione particolarmente critica, poiché un'anomalia sul quadro principale rischia di compromettere l'affidabilità dei servizi di

bordo. Tale schema è impiegato, quindi, per impianti di potenza limitata senza particolari esigenze di sicurezza. Non ci sono sottostazioni e sottoquadri di smistamento, consentendo una riduzione considerevole del numero totale degli interruttori.

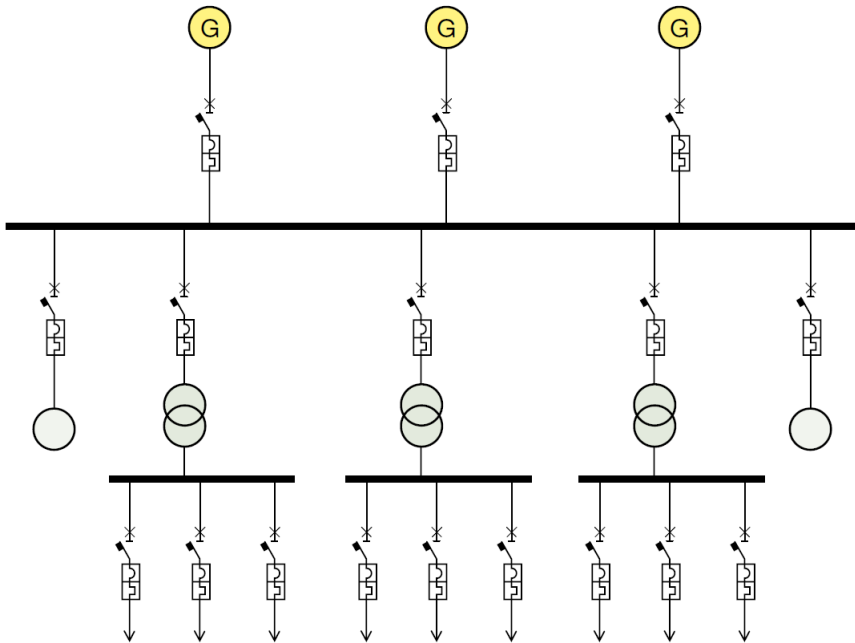


Figura 25.7. Schema radiale semplice

25.4.2 Schema radiale composto

Lo schema radiale composto (fig. 25.8) si presta meglio del precedente alla realizzazione di impianti di media potenza e comprende un quadro principale ad una o più sezioni ed un certo numero di sottoquadri, che provvedono allo smistamento dell'alimentazione dal quadro principale ai quadri di distribuzione variamente dislocati. Con questa configurazione si ha una sensibile riduzione del numero dei circuiti derivati dal quadro principale, e quindi di apparecchi inseriti nel quadro.

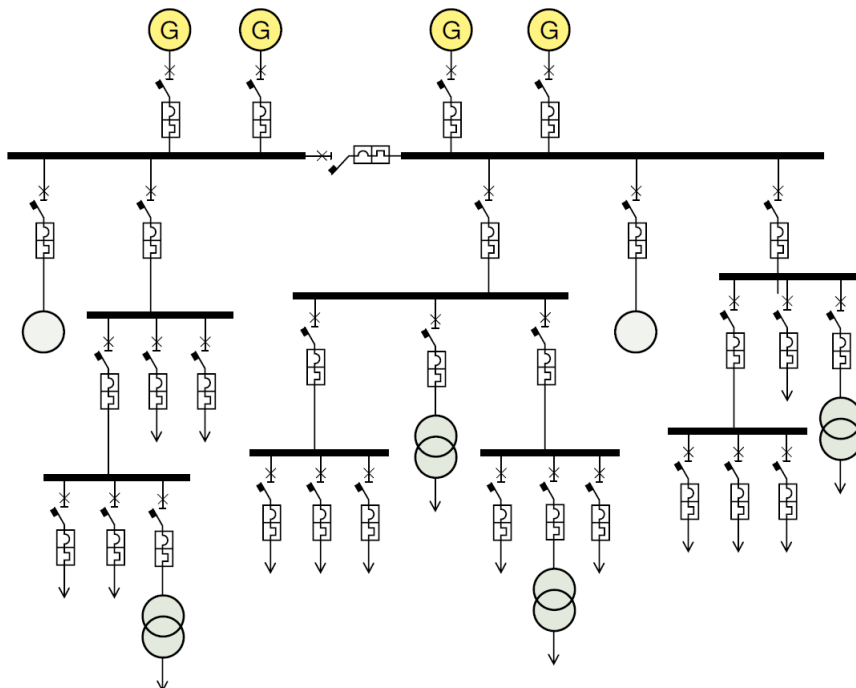


Figura 25.8. Schema radiale composto

È ridotta la sicurezza di *continuità di servizio* degli utenti derivati da diversi sottoquadri di smistamento: per una certa corrente di corto circuito può intervenire la protezione a monte dei circuiti di alimentazione dei sottoquadri: tutti gli utenti da essi derivati sono messi fuori servizio. Gli utenti

essenziali (timone, argani, ausiliari essenziali dell'apparato motore), quindi, sono alimentati direttamente dal quadro principale, singolarmente, oppure tramite alcuni sottoquadri di smistamento. È possibile comunque fare in modo che intervenga solo l'interruttore interessato dal guasto, consentendo alle altre utenze e agli altri sottoquadri di rimanere comunque alimentati.

25.4.3 Schema radiale composto con anello di riserva normalmente aperto

Per garantire la continuità dell'alimentazione, spesso il sistema radiale è strutturato con un anello di riserva (fig. 25.9), destinato ad alimentare quelle sottostazioni la cui linea principale sia interrotta, o addirittura l'intero gruppo di sottostazioni nel caso di grave avaria sulla semisbarra del quadro principale che normalmente le alimenta. In questo caso risulta disponibile solo la metà dei generatori e quindi metà della potenza installata. L'anello dovrà essere dimensionato per sopperire alle esigenze dell'impianto predisposte per questa situazione di funzionamento, che è di estrema emergenza.

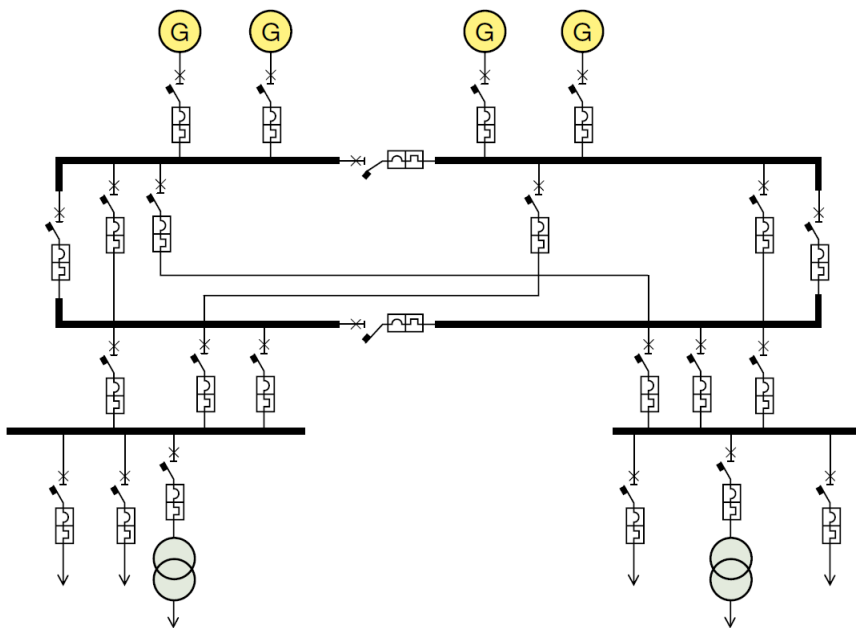


Figura 25.9. Schema radiale composto con anello di riserva normalmente aperto

25.5 I cavi a bordo

La distribuzione dell'energia elettrica a bordo esclusivamente per mezzo di cavi, cioè di conduttori ricoperti da guaine isolanti e rivestimenti protettivi. Sono ammessi conduttori nudi solo come sbarre all'interno di quadri elettrici.

25.5.1 Scelta del cavo

La tensione per la quale il cavo è stato progettato non deve essere minore della **tensione nominale** del circuito nel quale il cavo stesso è inserito. L'isolante deve essere scelto in modo che la sua **temperatura di funzionamento** sia al minimo del 10% più alta della massima temperatura ambiente che si presume esista nel luogo dove il cavo è installato. La **copertura protettiva** dipende dalla collocazione del cavo; una guaina impermeabile è necessaria per tutti i cavi sui ponti ed esposti alle condizioni atmosferiche, quelli situati in ambienti umidi o bagnati, in luoghi refrigerati o in sala macchine, dove sono presenti condense o vapori pericolosi.

Per **dimensionare** un conduttore bisogna determinare la corrente in servizio continuativo che il cavo deve trasportare nelle più gravose condizioni di esercizio (*servizio continuativo: tempo di durata superiore a tre volte la costante di tempo termica del cavo*), determinare la **sezione** di rame corrispondente e verificare la **caduta di tensione** lungo la linea. Questa, al massimo carico sotto normali condizioni di esercizio, non deve superare per le norme CEI il 6% della tensione nominale per circuiti di forza motrice o riscaldamento, il 5% per circuiti di illuminazione; per alimentazione da batterie con tensione inferiore a 50 V, può aumentare fino al 10%; in condizioni di breve durata (es.

avviamento motori), si può accettare una caduta maggiore. I cavi e i loro conduttori isolati devono resistere agli effetti termici e meccanici dovuti al massimo valore della corrente di corto circuito.

25.5.2 Installazione

I *Registri* stabiliscono precise norme per l'installazione dei cavi per assicurare all'impianto funzionalità e sicurezza. Le condutture ed i cavi devono seguire percorsi il più possibile rettilinei ed accessibili essere fissati in posto per mezzo di graffette e simili supporti. Vanno rispettati i raggi di curvatura interni che variano a seconda del tipo di cavo.

25.5.3 Posa di cavi entro condotte metalliche (tubi e simili)

Le condotte devono essere internamente lisce e protette contro la corrosione, sagomate in modo tale da evitare il danneggiamento dei cavi e di dimensioni e raggio interno tali da permettere un facile accesso e una facile uscita degli stessi; il **raggio di curvatura** interno deve comunque essere maggiore di quello permesso dal cavo. Esse devono essere disposte in modo tale da non permettere l'accumulo di acqua nel loro interno (anche per condensazione) e collegate a massa; la continuità elettrica delle stesse deve essere assicurata in particolar modo nelle giunzioni.

In corrente alternata, per evitare riscaldamenti dovuti alle correnti indotte, le condutture devono realizzarsi, se possibile, con **cavi multipolari** (ovvero più cavi per una stessa fase).

Nell'utilizzo di tubi o condotte non metalliche, è necessario utilizzare materiale ritardante alla fiamma sia per i cavi che per le condotte stesse

Negli attraversamenti di ponti e paratie stagne, i **passaponti** e **passaparatie stagni** (fig. 25.10) evitano il passaggio d'acqua da un locale all'altro lungo i cavi stessi. Sono costituiti da speciali mattoncini in gomma ignifuga, prelubrificata, per facilitarne il montaggio, e presagomata. Inserirli i cavi, sono strette le due viti, pressati tutti i mattoncini ed è reso stagno tutto il blocco.

Per la sicurezza contro gli **incendi a bordo** i cavi devono essere separati, in ogni zona di fuoco, i cavi principali e quelli di emergenza sia verticalmente che orizzontalmente, per evitare che il fuoco interferisca con i servizi essenziali. I cavi che alimentano i servizi essenziali o di emergenza, luci, comunicazioni interne, devono passare lontano da lavanderie, sala macchine, cambusa, e altri locali con alto rischio di incendio.

In percorsi verticali chiusi o semichiusi occorre sistemare barriere ignifughe almeno a livello dei ponti ad una distanza massima di 6 m, ad ogni quadro principale e di emergenza, nei punti in cui i cavi entrano nella sala di controllo, ai pannelli di controllo per la propulsione. In percorsi orizzontali valgono le stesse regole tranne per il fatto che la massima distanza può crescere fino a 14 m.

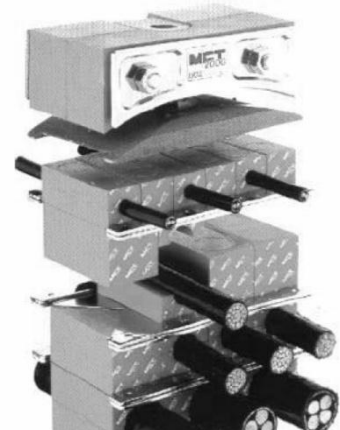


Figura 25.10. Passaponti e passaparatie stagni

25.5.4 Cavi atossici per applicazioni navali

In caso d'incendio a bordo dovrebbe essere garantita l'**atossicità** dei fumi derivanti dalla combustione di guaine, isolanti e riempitivi vari, come pure la proprietà di **autoestinzione** e di **non propagazione della fiamma**. Devono essere quindi controllate la quantità e la qualità dei fumi emessi in caso d'incendio con riferimento alla loro tossicità; tali emissioni sono però ricche di composti alogenidrici ed in particolare, nel caso del PVC, di acido cloridrico, che è tossico e corrosivo. Il problema richiede quindi un approccio globale in cui vengono presi in considerazione tutti gli aspetti del comportamento al fuoco e non solamente le proprietà di non propagazione della fiamma.

25.6 Sistemi di protezione

Gli impianti di bordo differiscono da quelli di terra per le condizioni particolari. Sulle navi, l'importanza di alcuni servizi è vitale: le protezioni devono essere in grado di eliminare il guasto nel più breve tempo possibile. Tra i servizi vitali vi sono quelli necessari per navigare, governare, manovrare e tutti quei servizi connessi con la sicurezza delle persone.

La **continuità di servizio** è connessa con la scelta degli schemi di distribuzione, con le protezioni delle varie parti dell'impianto, con la costruzione e la sistemazione a bordo di motori primi, generatori, trasformatori, motori, quadri, cavi con particolare riferimento alle condizioni ambientali come urti, vibrazioni, ambiente umido, caldo e salino.

Un sistema di protezione efficiente deve eliminare il guasto rapidamente, intervenire in maniera selettiva e avere una semplice manutenzione. Le caratteristiche d'intervento degli apparecchi di protezione devono essere adeguate alle possibilità di sovraccarico dei vari elementi posti in serie al sistema.

Oltre a rispondere ai vari requisiti elettrici comuni agli impianti terrestri, gli apparecchi di protezione devono essere in grado di superare le prove di resistenza agli **urti** e alle **vibrazioni**, di comportamento in **ambiente caldo, umido e salino**. È bene, inoltre, adattare il più possibile lo stesso **interuttore** ad eventuali sostituzioni del carico controllato, ad esempio per una necessità di aumento di potenza, prevedendo interruttori con funzioni di protezione regolabili; per facilitare eventuali operazioni di sostituzione, oppure di controllo e manutenzione, è preferibile l'impiego di apparecchi in esecuzione rimovibile o estraibile; tali operazioni sono rese più agevoli, in relazione alle condizioni operative spesso non ottimali a causa di installazione in spazi angusti, oltre che a garantire maggiore sicurezza agli operatori.

Per la **protezione contro le sovracorrenti** sono impiegati interruttori, interruttori combinati con fusibili o soli fusibili. In **media tensione** sono solitamente utilizzati interruttori ad esafluoruro di zolfo, più efficaci, compatti e meno bisognosi di manutenzione rispetto a quelli a bagno d'olio o ad aria usati in passato. In **bassa tensione** si utilizzano interruttori in aria con largo impiego dei limitatori. Ogni sistema di distribuzione di potenza, riscaldamento o illuminazione isolato dovrà essere provvisto di un dispositivo che controlli continuamente il livello di isolamento a terra e dare un segnale nel caso di valori di isolamento bassi.

La protezione elettrica dei circuiti deve essere posizionata preferibilmente all'inizio degli stessi e deve assicurare la protezione contro il cortocircuito ed il sovraccarico per ogni conduttore non connesso a terra. Possono essere fornite prescrizioni diverse per circuiti di alimentazione di utenze particolari come ad esempio accade per il circuito principale o ausiliario di controllo o di alimentazione dei timoni per i quali la sola protezione contro il cortocircuito deve essere prevista.

La protezione dei circuiti per motori dovrà prevedere una **protezione termica** idonea alla tipologia di avviamento, e la **protezione magnetica** dovrà permettere l'instaurarsi di correnti elevate durante la fase transitoria di avviamento.

I trasformatori sono costruiti per sopportare senza danneggiamenti gli effetti termici e meccanici a seguito di un guasto sul circuito secondario. Il circuito primario dei trasformatori dovrà essere protetto da un dispositivo con protezione da sovraccarico e cortocircuito.

25.7 Compatibilità elettromagnetica

25.7.1 Definizioni

Si definisce **compatibilità elettromagnetica** la capacità di una apparecchiatura o sistema di funzionare in modo soddisfacente nel suo ambiente elettromagnetico senza introdurre disturbi elettromagnetici intollerabili a qualsiasi cosa presente in quell'ambiente.

È un requisito normativo per tutte le apparecchiature utilizzate dall'interno dello *Spazio Economico Europeo* (SEE). Un'apparechiatura elettromagneticamente compatibile con l'ambiente in cui opera

non causa interferenza verso altre apparecchiature, non è suscettibile alle emissioni elettromagnetiche di altre apparecchiature e non causa interferenza verso sé stessa.

I disturbi ammettono due meccanismi di propagazione: **conduzione** e **irraggiamento** (fig. 25.11). Nella conduzione rientrano i disturbi trasmessi attraverso gli stessi circuiti che fanno capo all'apparecchiatura (*es. di potenza, controllo e misura*); i disturbi irradiati, invece, si propagano sotto forma di onde elettromagnetiche radiate.

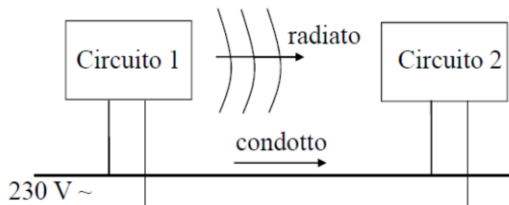


Figura 25.11. Propagazione dei disturbi per conduzione e per irraggiamento

Le apparecchiature causano un aumento dell'inquinamento dello spettro elettromagnetico ed a loro volta sono molto sensibili a tale inquinamento. Il margine di immunità ai disturbi elettromagnetici, infatti, va sempre più assottigliandosi a causa del continuo decremento delle dimensioni dei suddetti dispositivi (e quindi del decremento della soglia di energia massima tollerabile prima dell'insorgere di disturbi) e dell'aumento della complessità delle operazioni svolte.

L'**interferenza** è in generale definita come un segnale indesiderato e non intenzionale, sovrapposto al segnale voluto.

Per schermo si intende un contenitore metallico che racchiude completamente un'apparecchiatura elettronica o una sua parte (fig. 25.12). Esso impedisce alle emissioni dei dispositivi elettronici dell'apparecchiatura o di una sua parte di irradiarsi all'esterno del contenitore dell'apparecchiatura; esso, inoltre, impedisce alle emissioni irradiate esterne all'apparecchiatura di accoppiarsi con i dispositivi elettronici interni. Per ottenere elevati valori di schermatura è necessario che lo schermo racchiuda completamente i dispositivi elettronici e non presenti vie di accesso dall'esterno come aperture, fessure o cavi poiché qualsiasi apertura dello schermo può ridurre drasticamente l'efficacia.

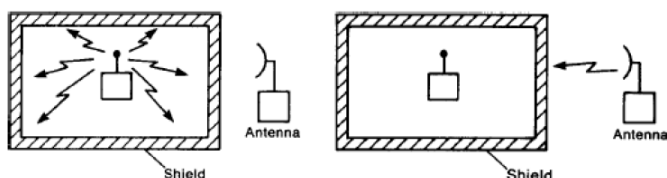


Figura 25.12. Schermatura: impedisce l'uscita e l'ingresso di emissioni irradiate

Per cavi che entrano nello schermo, si posizionano filtri sul cavo in corrispondenza del punto di attraversamento con lo schermo o si usano cavi schermati con la cui calza collegata per l'intero perimetro a quello dell'apparecchiatura, per evitare accoppiamenti tra antenna esterna (o interna) e il filo che entra nella schermo.

Tuttavia anche con queste precauzioni è possibile che le correnti presenti sullo schermo del cavo siano condotte sulla superficie interna dell'apparecchiatura così da irradiarsi nuovamente. Per ottenere una schermatura efficiente e ridurre le emissioni irradiate è necessario che lo schermo del cavo sia collegato a potenziale zero, poiché se la tensione del punto di collegamento del ponticello flessibile dello schermo è variabile è realizzata involontariamente un'antenna; se la lunghezza dello schermo del cavo è dell'ordine di un quarto della lunghezza d'onda, esso diventa un elemento radiante (ad es. cavo di lunghezza di 1,5 m e frequenza di 50 MHz: picchi di risonanza delle emissioni irradiate nell'intervallo da 50 MHz a 100 MHz).

25.7.2 Compatibilità elettromagnetica nel contesto navale

Oggi, i sempre più presenti sistemi elettronici a bordo delle navi irradiano o ricevono campi elettromagnetici. È importante garantire il corretto funzionamento di questi strumenti, che spesso sono di vitale importanza; è necessaria, quindi, una installazione che non comporti una generazione di interferenze elettromagnetiche tra i vari dispositivi. Spesso vi sono poche interazioni tra fornitori

di apparecchiature potenzialmente generatrici o vittime di EMI (*electromagnetic interference*) ed il cantiere navale. Ulteriori complicazioni derivano dal fatto che le interferenze elettromagnetiche irradiate, possono trasformarsi facilmente in interferenze elettromagnetiche condotte. Inoltre per alcune apparecchiature, non sono fornite nemmeno le curve probabilistiche di EME (*electromagnetic emission*) ed EMS (*electromagnetic susceptibility*). Una soluzione completa in sede di progetto in ambito navale è difficile, perché la geometria esatta della rete elettrica di bordo è nota solo nella fase finale della realizzazione, a causa di continue modifiche per varie esigenze.

Riportiamo alcuni malfunzionamenti a bordo nave dovuti a interferenze elettromagnetiche. Nel 1999 ci fu una collisione tra una nave semi-sommergibile e un impianto di gas; la nave ha subito un improvviso aumento di potenza a causa di una interferenza tra il segnale radio di un trasmettitore portatile VHF e il joystick di comando, a causa della quale il joystick non rispose ai comandi dell'operatore, portando la nave a contatto con la piattaforma di estrazione del gas. Nel porto di Rotterdam un radar a banda X interferì con un trasmettitore di una nave da rimorchio portando la nave stessa a scontrarsi con la banchina. Esistono inoltre alcuni casi di problemi EMI col pilota automatico, che possono avere contribuito al rovesciamento di due barche nel 1987 e nel 1989: gli impianti VHF di bordo del radiotelefono potrebbero aver interferito col pilota automatico, facendo ruotare bruscamente il timone. Queste interferenze tra apparati VHF e pilota automatico si sono rivelate abbastanza comuni; inizialmente molte navi erano costrette a disattivare l'autopilota quando le apparecchiature radio trasmettevano; i componenti non opportunamente schermati, infatti, potevano fungere da antenne VHF.

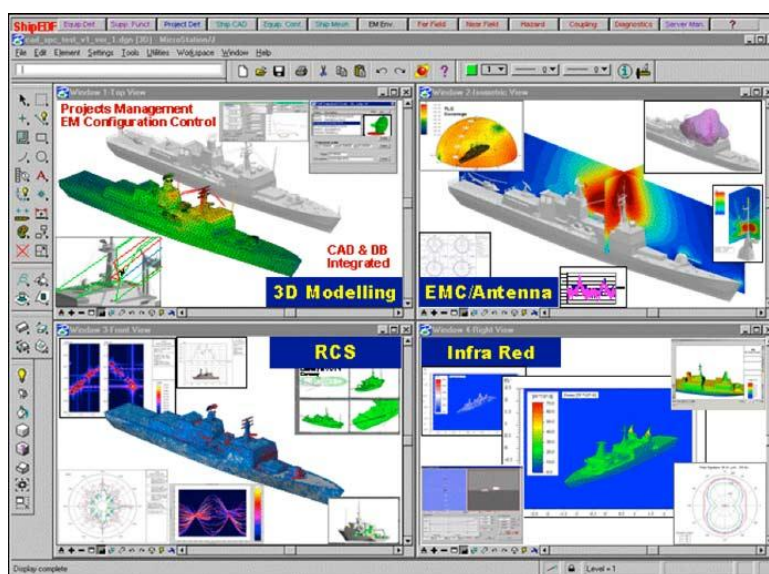
Le interferenze sono originate da linee elettriche, motori ed interruttori, e possono essere causate anche dall'interazione di segnali irradiati con gli elementi dello scafo. Per eliminarle, si usano schermature di cavi ed opportuni filtri; sono sempre più usate le fibre ottiche che sono immuni alle interferenze elettromagnetiche, poiché trasmettono impulsi di luce e non segnali elettrici.

Sono stati studiati i problemi di interferenze dei ricevitori GPS a bordo nave e relative soluzioni dopo che la marina e la Guardia Costiera degli Stati Uniti aprirono un'inchiesta riguardante i GPS disponibili sul mercato in ambito marittimo che impiegavano antenne attive molto suscettibili alle emissioni radar. Altre ricerche condotte hanno dato la possibilità della stesura di standard riguardanti l'installazione dei componenti elettronici a bordo nave dando precise indicazioni sui metodi, tipologia di collegamenti e distanze da rispettare.

Oggi esistono inoltre strumenti di simulazione (fig. 25.13) che premettono la scelta dell'ubicazione più adeguata per le antenne con riferimento all'influenza di strutture metalliche e non, presenti nelle

vicinanze, per mezzo di simulazioni delle emissioni elettromagnetiche con un controllo nella configurazione in ogni fase di progetto, e una modellazione delle spettro di frequenza delle varie unità navali. Forniscono anche la possibilità di analisi di tutte le apparecchiature di navigazione installate (radar, VHF, strumenti satellitari), con valutazione e calcolo della distribuzione dei campi attraverso la creazione di modelli 3D.

Figura 25.13. Software di simulazione Ship EDF per il progetto elettromagnetico di navi

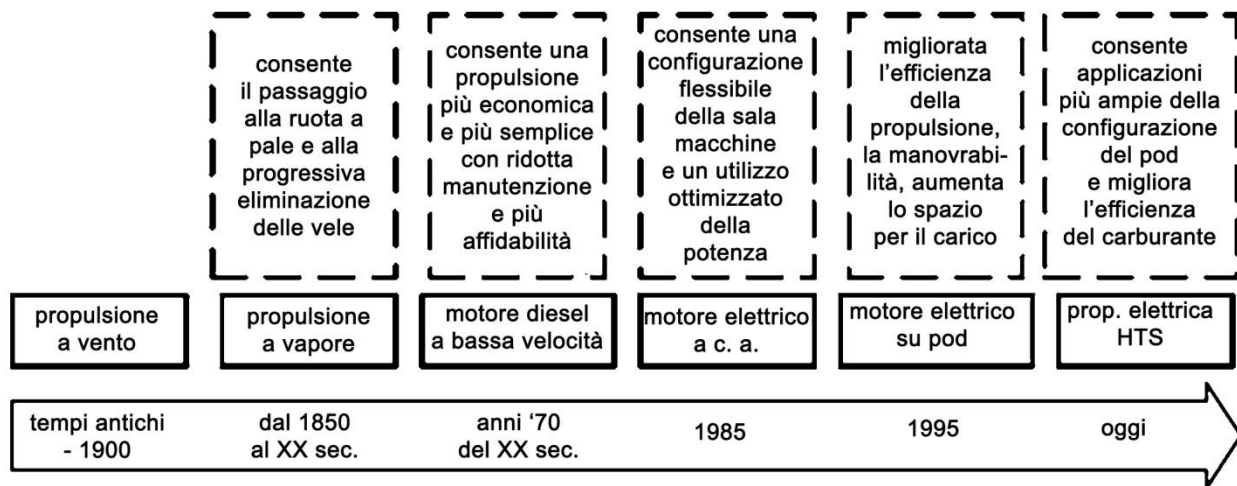


Capitolo 26

La propulsione elettrica nei sistemi navali

26.1 Introduzione

L'evoluzione che la propulsione navale ha subito nei secoli è rappresentata nello schema seguente. Dalla propulsione a vento si è arrivati, dopo la prima Rivoluzione Industriale, a quella a vapore, per poi avere quella *diesel* degli anni '70 e quella elettrica dalla metà degli anni '80 in poi. Gli ultimi progressi riguardano la propulsione elettrica con motori a superconduttori ad alta temperatura (HTS, *high temperature superconductors*).



Per **propulsione elettrica** si intende l'azionamento delle eliche mediante uno o più motori elettrici, alimentati da generatori riservati a tale scopo o dalla rete ausiliaria di bordo.

Motori primi (*diesel* medio-veloci) sono accoppiati ciascuno ad un alternatore, che alimentano la rete elettrica; a tale rete sono collegati i motori elettrici di propulsione (MEP). I motori sono dotati di convertitori; è possibile pertanto variare il regime di rotazione del motore agendo sulla frequenza di alimentazione.

26.2 Confronto fra propulsione diesel elettrica e diesel meccanica tradizionale

Nella **propulsione tradizionale** (motore diesel di propulsione, eventuale riduttore, linea d'asse, elica, timone), il motore *diesel* a due tempi lento, a corsa lunga e sovralimentato, è accoppiato direttamente all'elica o da un quattro tempi medio-veloce anch'esso sovralimentato, con a valle un riduttore; è quindi notevole la dimensione della sala macchine, a causa dell'imponente *diesel* due tempi o di più *diesel* e dei riduttori.

Il motore *diesel* ha elevato rendimento nel ristretto *range* di giri in cui è stato ottimizzato. A bassi regimi i consumi aumentano e la coppia fornita è insufficiente per velocità di rotazione inferiori al 40% rispetto a quella di esercizio.

La **propulsione elettrica** consente di ridurre dimensioni del locale apparato motore, potenza installata, costi di esercizio e manutenzione e il livello vibratorio trasmesso alle strutture e in mare; la manovra è più flessibile e aumenta la disponibilità e la sicurezza delle apparecchiature. Inizialmente iniziarono a farne uso navi da crociera, rompighiaccio, navi oceanografiche, navi posacavi e posatubi, mezzi sottomarini; ora, per il rapido sviluppo dell'elettronica di potenza, la propulsione elettrica appetibile anche per navi cisterna, navi da carico, traghetti.

26.3 Motori per la propulsione elettrica

I motori elettrici sono alimentati da gruppi elettrogeni, che oggi sono motori *diesel*, generalmente a media velocità, che azionano alternatori a giri costanti.

I motori elettrici di propulsione possono essere motori *asincroni* o *sincroni*. Inizialmente sono stati adottati motori asincroni grazie alla loro robustezza e semplicità costruttiva; successivamente si è passati al motore sincrono che, nonostante possa avere ingombro e peso superiore a parità di potenza e sia più complicato da gestire all'avviamento e all'inversione di marcia, permette di lavorare, agendo sull'eccitazione, a *fattore di potenza* unitario, consentendo una riduzione nel dimensionamento dell'impianto; è possibile, inoltre, ottenere una velocità costante.

Per regolare la velocità dei motori elettrici a c. a. sono utilizzati *convertitori statici di frequenza*. L'elica, a seconda della tecnica utilizzata nei convertitori, potrà essere a *pale fisse* o a *pale orientabili*.

La propulsione elettrica in c. a. oggi diventa sempre più utilizzata non solo sulle navi speciali, ma anche sulle navi passeggeri per crociere e sui traghetti, grazie ai vantaggi che vedremo. L'energia necessaria per alimentare i motori elettrici proviene dalla *centrale elettrica di bordo in media tensione*, da cui deriva anche l'alimentazione elettrica di tutta la nave. Le grosse navi da crociera prevedono normalmente due motori sincroni normalmente alimentati con una tensione di 6,6 kV, che portano in rotazione eliche a pale orientabili o fisse a seconda del tipo di convertitore statico adottato.

Nella figura 26.1 è mostrato l'azionamento dell'elica tramite un convertitore doppio, un raddrizzatore che alimenta un inverter; la doppia conversione (da corrente alternata a continua, e poi ancora ad alternata) è utile al fine di ottenere una frequenza regolabile.

Nella tabella seguente sono riportati vantaggi, svantaggi e l'impiego dei motori elettrici nelle navi.

	Vantaggi	Svantaggi	Impiego
Motori in c. c.	-versatilità -elevata coppia anche a bassa velocità -semplicità di controllo	-costo elevato -potenza limitata -manutenzione alle spazzole	-tutte le applicazioni fino agli anni '70 -alcune applicazioni di piccola potenza
Motori asincroni	-versatile -elevata coppia anche a bassa velocità, se regolato opportunamente -robusto -compatto -assenza di contatti striscianti -basso costo	-limitazione di potenza -corrente di spunto elevata in assenza di avviatore o sistemi di controllo -valori usuali di traferro minori di un motore sincrono di stessa taglia	-hanno rimpiazzato quasi completamente il motore a c. c. nelle applicazioni di potenza piccola e media -previsto impiego crescente in tutti i tipi di nave
Motori sincroni	-velocità di rotazione agganciata alla frequenza di alimentazione -regolazione fine della velocità -elevata coppia -corrente di spunto simile a quella nominale	-il circuito di eccitazione separata richiede un'alimentazione a parte, convertitore ed elettronica di controllo (eccetto i motori a magneti permanenti) -maggior onere di manutenzione rispetto al motore ad induzione -maggior ingombro e peso nel <i>range</i> di potenza	-motore di propulsione per navi passeggeri di media e grossa potenza -motore elettrico delle fregate statunitensi -motore di propulsione per rompighiaccio di grossa potenza

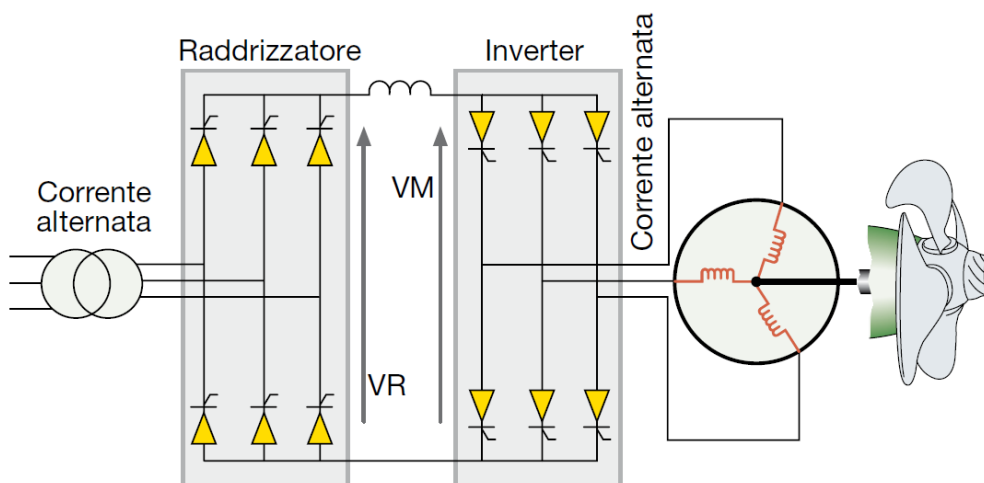


Figura 26.1.
Azionamento
dell'elica tramite
un convertitore
doppio

26.4 Vantaggi della propulsione elettrica

Con la propulsione elettrica, le dimensioni del locale dell'apparato motore si riducono, e quindi la **disposizione generale della nave** non è determinata dalle sale macchina, ma dall'ottimizzazione della sistemazione delle cabine, del flusso dei passeggeri e delle aree dei servizi. La lunghezza delle linee d'assi è ridotta: per le sue dimensioni contenute, infatti, il MEP può essere collocato ad estrema poppa.

La posizione dei gruppi elettrogeni è libera da vincoli meccanici: collegamento tra generatori e MEP con cavi elettrici senza connessione meccanica che obbligherebbero macchine sullo stesso asse del motore di propulsione; si ha quindi una ottimizzazione degli ingombri della sala macchine a vantaggio degli altri locali della nave. I gruppi elettrogeni possono essere posti, infatti, sui ponti superiori, sopra il locale MEP, col vantaggio di poterli collocare verso poppa assieme agli ausiliari ed alle condotte dei gas di scarico, liberando così la parte centrale dello scafo da adibire al trasporto di carico pagante.

Vi è una **minore potenza installata**. Se nella propulsione meccanica la potenza è fornita sia dai motori *diesel* di propulsione che dagli elettrogeni, nel caso di propulsione *diesel-elettrica* è fornita solo dagli elettrogeni; combinando così la potenza destinata alla propulsione con quella per gli ausiliari e i servizi di bordo, è più facile adattare la potenza fornita a quella richiesta, con un risparmio di potenza installata fino al 15%.

Vi sono **minori costi di esercizio e manutenzione**. I *diesel* generatori, infatti, ruotano a velocità costante e le variazioni di velocità si attuano mediante il convertitore, a valle del *diesel*. Il frazionamento su più motori primi della potenza da generare consente l'impiego di questi ultimi sempre in condizioni di massimo rendimento (si utilizzano solo quelli necessari a garantire la potenza richiesta e si fanno funzionare a pieno carico) a qualsiasi velocità richiesta.

Adottando motori primi medio-veloci, che rispetto ai lenti sono di dimensioni contenute e meno costosi, si ottiene maggiore facilità nelle riparazioni e nella movimentazione degli stessi e dei pezzi di ricambio.

Queste caratteristiche di modularità dell'impianto di generazione dell'energia consentono una gestione più efficiente della nave, dal momento che in molti casi le maggiori perdite nella trasmissione della potenza dovute alla presenza di una doppia conversione di energia, da meccanica ad elettrica e poi da elettrica a meccanica, possono essere compensate o addirittura superate dal **miglior accordo tra la potenza generata e quella richiesta**.

Le **vibrazioni trasmesse** alle strutture e in mare sono ridotte, e maggiore è la **flessibilità di manovra**. Il controllo preciso e progressivo della velocità nei due sensi di rotazione, grazie all'azione dei convertitori, consente l'utilizzo di eliche a pale fisse anziché quelle a pale orientabili, con risparmio in termini di costo e con miglior rendimento poiché queste funzionano sempre nelle condizioni di progetto.

Il motore elettrico può erogare la massima coppia in entrambi i versi; consente, inoltre, la manovra di inversione del verso di rotazione in tempo molto limitato. Il MEP è in grado di sviluppare la coppia massima su tutto l'arco delle velocità ammissibili (da 0 al 100%), in entrambe i versi di rotazione, contrariamente al motore *diesel* che sviluppa coppia utile solo a partire dal 40% della sua velocità nominale.

La centrale *diesel-elettrica*, dato il numero e la potenza dei gruppi installati, presenta un'alta **ridondanza** non solo per i sistemi della nave, come ad esempio l'impianto di condizionamento aria, le cucine, il sistema di navigazione, ma anche per l'alimentazione del sistema di propulsione. Il **frazionamento della potenza**, inoltre, permette di non perdere la mobilità della nave in seguito all'avaria di un gruppo o alla sua manutenzione. Si può ridondare anche il MEP.

Al fine di garantire anche in caso di una parziale avaria degli avvolgimenti una certa capacità propulsiva, ciascun motore elettrico può essere costituito da due distinti avvolgimenti trifase di potenza pari a metà della potenza complessiva del motore, invece che da un unico avvolgimento di piena potenza; vi sono quindi due convertitori statici **ridondanti** in parallelo. Nella figura 26.2 è mostrato un motore con una doppia terna di avvolgimenti.

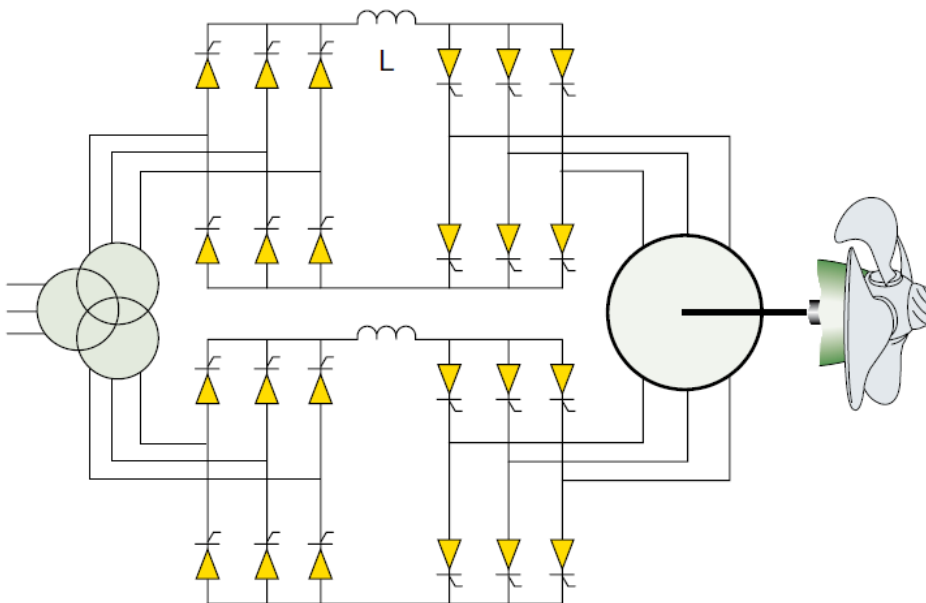


Figura 26.2. Motore a doppio avvolgimento e doppio convertitore ac/ac

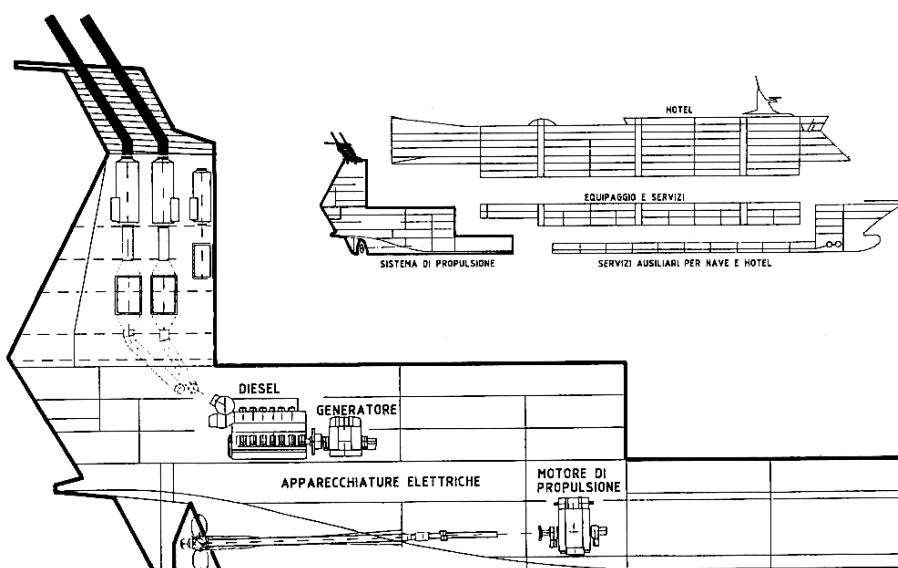


Figura 26.3. Posizionamento del sistema di propulsione e dei suoi componenti nella nave

L'indipendenza del locale in cui è installato il MEP da quello in cui risiedono gli elettrogeni, generalmente al di sopra del piano di galleggiamento di progetto (vedi fig. 26.3), consente di non danneggiare completamente l'impianto in caso di allagamento. Spesso, sempre per motivi di sicurezza,

i *diesel generatori* sono posti in locali separati così come i MEP se presenti in numero maggiore di uno.

Il maggior grado di affidabilità dei dispositivi elettronici, il più regolare uso dei motori primi, l'eliminazione di riduttori consentono un aumento decisivo della affidabilità globale del sistema. Non vi è la necessità di installare un riduttore, poiché il MEP, unito al convertitore, consente un'ottima regolazione della velocità di rotazione; vi è quindi un collegamento diretto con l'elica. Le dimensioni dei motori elettrici in corrente alternata sono contenute, e si ha pertanto una elevata densità di potenza in dimensioni ridotte, caratteristiche che rendono la propulsione *diesel-elettrica* ideale per essere adottata su catamarani, SWATH (*Small Waterplane Twin Hulls*) ed sulle imbarcazioni con spazi limitati.

26.5 Il generatore asse

Verso la fine degli anni '60 quando, prendendo coscienza della crisi energetica, si intuì la possibilità di risparmiare sul carburante necessario al motore termico del gruppo elettrogeno prelevando la potenza necessaria all'approvvigionamento degli utenti elettrici dal motore principale. Il generatore può essere quindi calettato sull'asse porta elica, ed è chiamato *generatore asse* (fig. 26.4); una parte della potenza meccanica prodotta dal motore termico di propulsione, così, è sfruttata per produrre energia elettrica. Molti generatori sono incorporati proprio all'interno dell'asse: il rotore dell'alternatore consiste in una parte dell'asse stesso dell'elica.

Oltre alla *generazione asse*, ovviamente, devono esserci anche gruppi elettrogeni indipendenti (turbogeneratori e/o diesel-generatori) che siano in grado di fornire energia elettrica all'impianto di bordo, quando la velocità dell'elica è troppo bassa e in caso di sosta della nave.

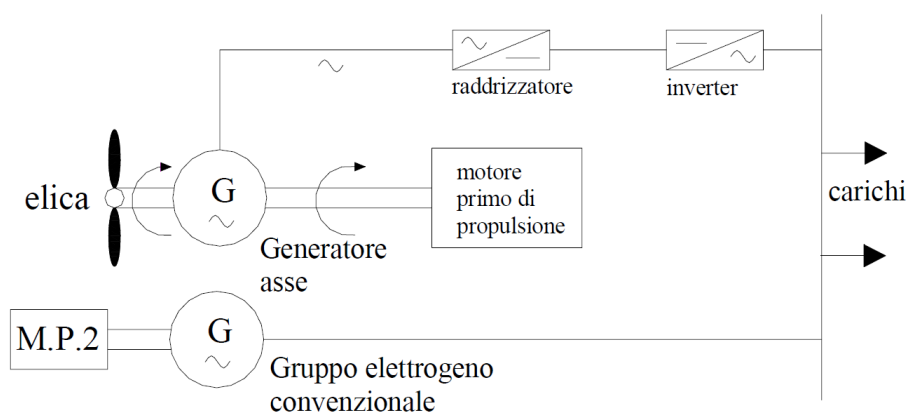


Figura 26.4. Generatore asse con generazione in alternata

Un problema della *generazione asse* consiste nello scindere la frequenza e la tensione del sistema elettrico dalla velocità variabile dell'*asse-elica*; tale sistema di generazione è quindi più affidabile sulle navi con eliche a pale orientabili e con variazioni di giri dei motori di propulsione contenuti. È comunque possibile rendere costanti tali grandezze elettriche in due modi:

1. generazione in corrente continua a tensione costante che alimenta un motore in c. c., che a sua volta aziona un generatore sincrono trifase per la produzione di energia in corrente alternata a frequenza e tensione costante (fig. 26.5);

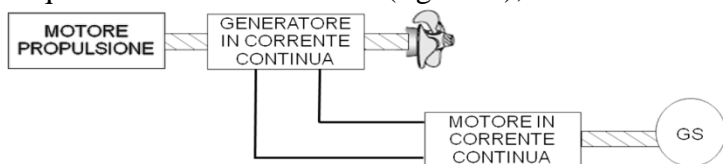


Figura 26.5. Generatore asse con generazione in continua

2. generazione in c. a. con conversione in c. c. e successiva inversione della c. c. in c. a. a tensione e frequenza costante (fig. 26.4).

L'alternatore asse può così esercire in parallelo ai gruppi elettrogeni convenzionali; in particolare questi ultimi, di norma, sono esclusi durante la navigazione, in quanto la *generazione asse* è suffi-

ciente a sopperire alle esigenze delle utenze di bordo. I gruppi elettrogeni tradizionali funzionano durante la manovra e in servizio di porto.

26.5.1 Sistema PTO/PTI

Spesso il sistema di propulsione ha velocità costante con elica a passo controllabile. Si può usare un alternatore standard (es. a 4 o a 6 poli) accoppiato a una speciale connessione *power-take-off* (PTO) del riduttore. Questi alternatori sono quindi chiamati *alternatori asse PTO* (fig. 26.5).

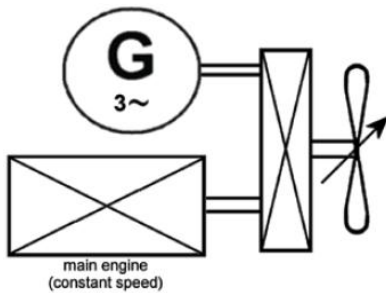


Figura 26.5. Sistema PTO

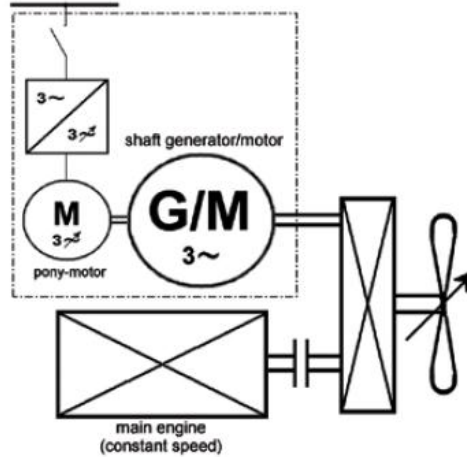


Figura 26.6. Sistema PTO/PTI

Gli *alternatori standard PTO* possono essere progettati come un sistema di propulsione ausiliaria addizionale, utilizzando pochi dispositivi aggiuntivi: principalmente un motore primo con convertitore di frequenza e regolatore automatico di tensione AVR. Questo fa sì che l'alternatore asse PTO sia usato come un motore sincrono a velocità costante.

Questo alternatore può anche funzionare da motore: si ha così un sistema chiamato *PTO/PTI* (fig. 26.6), dove PTI sta per *power-take-in*. Soprattutto per cargo e navi cisterna che trasportano merci pericolose e infiammabili, l'*azionamento ridondante* di un *sistema PTO/PTI* presenta la possibilità di effettuare lavori di manutenzione al motore principale durante il carico e lo scarico in porto senza restrizioni delle capacità di manovra. Per queste navi è sempre più richiesta dalle autorità di protezione portuali la capacità di lasciare il porto immediatamente in caso di pericolo durante il caricamento, anche se il motore principale non è pronto per il funzionamento.

Durante le *normali operazioni del sistema di propulsione*, è inserita la frizione tra il motore principale e il riduttore. Il motore principale aziona sia l'albero di propulsione che l'*alternatore asse PTO* a velocità costante. Il regolatore automatico di tensione dell'*alternatore asse PTO* controlla l'eccitazione e mantiene la costante la tensione. Dopo la sincronizzazione con la rete, l'alternatore è connesso.

Per l'*operazione PTI*, si ferma il motore principale e si rilascia la frizione. Il passo dell'elica è messo nella posizione zero. Per l'avvio del *sistema PTO/PTI* in modalità *PTI* funzionante come unità di propulsione, l'albero motore è dapprima accelerato alla velocità di sincronismo da un motore primo integrato. Il motore primo è alimentato da un convertitore di frequenza per consentire una morbida accelerazione anche a tutto il sistema ad albero intero e per la corretta sincronizzazione dell'*alternatore PTO/PTI* alla rete di alimentazione. Dopo la sincronizzazione, il *generatore/motore asse PTO/PTI* è pronto ad *operare come motore elettrico* e il motore primo è scollegato.

La potenza di uscita del sistema è controllata dal passo delle pale dell'elica. L'eccitazione dell'*alternatore PTO/PTI* è automaticamente controllata dal regolatore interno anche nel funzionamento da motore. Un sistema di controllo integrato di propulsione è ne-

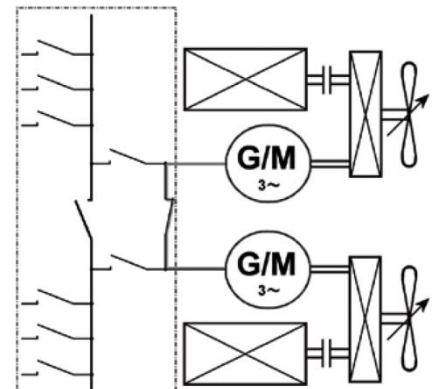


Figura 26.7. Sistema PTO/PTI in una propulsione a doppia elica

cessario per proteggere l'*alternatore/motore asse PTO/PTI* così come la rete di alimentazione della nave dal sovraccarico con la riduzione automatica del passo dell'elica. Per interrompere il funzionamento da motore dell'alternatore *PTO/PTI*, si disconnette semplicemente il sistema dalla rete di alimentazione.

Per le navi con un sistema a *doppia elica* e la necessità di alternatori PTO piuttosto grandi (fino al 50% della potenza del motore principale), un *sistema PTO/PTI* (fig. 26.7) utilizzato come un albero elettrico può essere interessante per basse velocità di servizio della nave. In questo caso solo uno dei motori principali è azionato, mentre il suo alternatore *PTO* genera l'energia elettrica per il secondo sistema *PTO/PTI*, che lavora come motore. Questa configurazione permette di avere *entrambe le eliche a mezzo carico con un solo motore principale a pieno carico*.

26.6 Tipologie di propulsioni elettriche

I motori utilizzati per la propulsione elettrica sono i motori a induzione, i motori sincroni a rotore avvolto, i PMBM (*permanent magnet brushless machines*) di costruzione cilindrica, gli *axial flux disc type PMBMs*, i *PM transverse flux motors* (TFMs), i motori sincroni con avvolgimenti di eccitazione HTS (*high temperature superconductor*).

26.6.1 Propulsione ad asse

Un motore elettrico a velocità variabile è collegato direttamente, o tramite ruote dentate, all'albero del propulsore. Sono necessarie ruote dentate di accoppiamento per usare motori più piccoli di maggiore velocità nominale; ci sono però una maggiore complessità meccanica, perdite di potenza negli ingranaggi e necessità di manutenzione (olio lubrificante).

Il motore è alimentato da un generatore elettrico, azionato da un motore *diesel* o a turbina. Nelle navi *diesel-elettriche*, l'albero di propulsione è usato se non è richiesta la spinta trasversale (alla manovra) o se può essere prodotta più convenientemente dai propulsori *tunnel* (fig. 26.7) o, se la potenza di propulsione è maggiore di quella disponibile per i *propulsori azimutali*.

Tipicamente, navi cisterna, imbarcazioni di ricerca, navi per posizionamento piattaforme, navi per la posa di cavi sono equipaggiate con propulsore ad asse.

La linea d'asse di propulsione è sempre combinata con timoni. Il propulsore è normalmente di tipo FPP, ovvero *fixed pitch propeller* (a passo fisso). In alcune applicazioni, l'elica può essere di tipo CPP, ovvero *controllable pitch propeller* (a passo variabile), ma è utilizzato un motore a velocità variabile.

26.6.2 Propulsore azimutale standard

Nei propulsori azimutali l'elica ruota di 360° intorno all'asse verticale, producendo una spinta multidirezionale. Il motore elettrico è posto sopra la linea d'acqua e aziona l'elica tramite un sistema di trasmissione. L'elica controllata a velocità costante e CPP, a velocità variabile e FPP, e a volte con una combinazione di controllo di velocità e di passo.

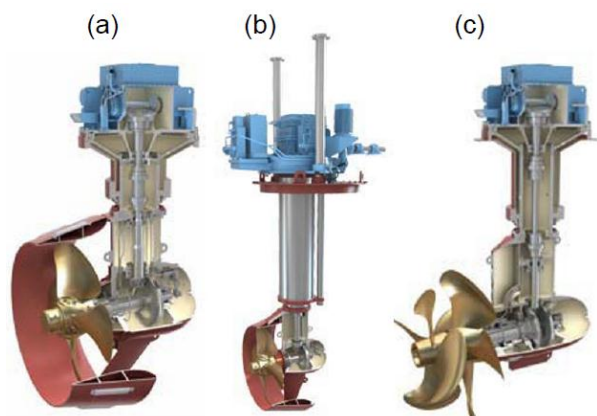


Figura 26.8. Propulsori *Ulstein Aquamaster* prodotti da *Rolls-Royce*: (a) propulsori standard, (b) propulsori retrattili, (c) propulsori azimutali con elica controrotante

26.6.3 Pod di propulsione

I *pod di propulsione* sono macchine a forma di gondola, appese sotto la poppa della nave, che hanno sia una funzione *propulsiva* che una funzione *di governo*. La propulsione è ottenuta tramite una elica a passo fisso, in configurazione traente, spingente o tandem, mossa da un motore sincrono a corrente alternata installato all'interno del *pod*. La manovra è effettuata tramite una macchina del timone, installata nello scafo, sopra al *pod*, capace di farlo ruotare di 360° .

Il motore elettrico è sommerso sotto lo scafo della nave e integrato con l'albero propulsore in una unità *pod* sigillata. Vi è una migliore efficienza di trasmissione rispetto all'elica azimutale a causa dell'assenza di ruote dentate.

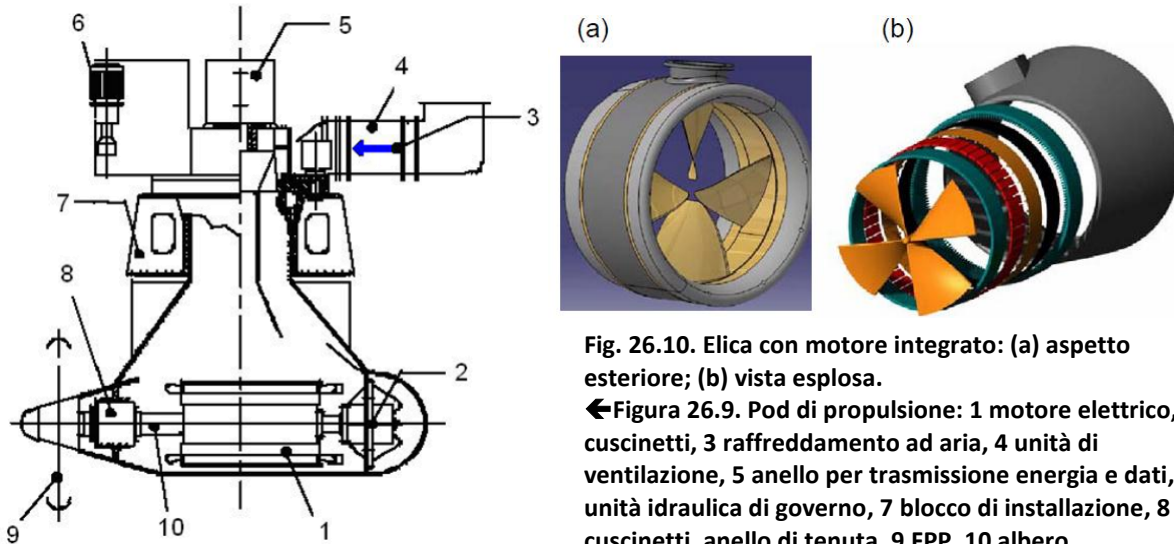


Fig. 26.10. Elica con motore integrato: (a) aspetto esteriore; (b) vista esplosa.

←Figura 26.9. Pod di propulsione: 1 motore elettrico, 2 cuscinetti, 3 raffreddamento ad aria, 4 unità di ventilazione, 5 anello per trasmissione energia e dati, 6 unità idraulica di governo, 7 blocco di installazione, 8 cuscinetti, anello di tenuta, 9 FPP, 10 albero

26.6.2 Elica con motore integrato

L'elica con motore integrato (*integrated motor-propeller*, IMP, a volte chiamata *rim driven thruster*, RDT), consiste in un motore-propulsore integrati: un propulsore avvolto, nascosto, col rotore del motore elettrico montato intorno (fig. 26.10). Il nucleo del rotore è sigillato ermeticamente e lo statore racchiuso nell'alloggiamento statorico e sigillato anch'esso.

Sono eliminati i sigilli dinamici dell'albero (restano solo sigilli statici per cavi alimentazione e strumenti); i cuscinetti reggispira del motore non devono sopportare la pressione di profondità e pieno carico di spinta di propulsione; la lubrificazione e il raffreddamento passivo sono a acqua marina; alcuni IMP non hanno albero centrale, né supporti; l'afflusso d'acqua all'elica è quindi più uniforme, consentendo più efficienza, meno rumore e vibrazioni indotti; aumenta inoltre l'affidabilità e sono ridotti costi di manutenzione.

L'IMP utilizza macchine a magneti permanenti senza spazzole e passo fisso dell'elica. È usato in tutte le propulsioni con azionamenti a velocità variabile (propulsione principale azimutale o propulsione ausiliaria, propulsore retrattile azimutale, propulsori combinati *tunnel* e combinati *tunnel azimuth*).

Gli IMP sono stati introdotti nei sottomarini dalla U.S. Navy, come nel *Jimmy Carter SSN23*, come dispositivo ausiliario di manovra sottomarino.

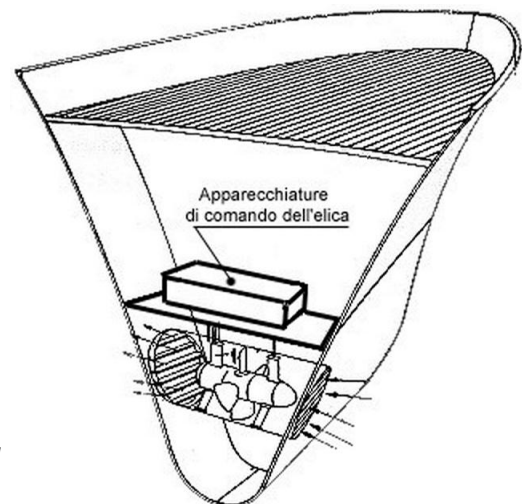


Figura 26.11. Elica trasversale o elica di manovra (*transverse tunnel thruster*) o elica di governo

Domande di riepilogo sulla parte quinta

Impianti elettrici

1. Parla della distribuzione ad anello in media tensione.
2. Descrivi il sistema di distribuzione TT.
3. Vantaggi e svantaggi del fusibile rispetto all'interruttore magnetotermico.
4. Traccia e commenta la caratteristica di funzionamento dell'interruttore magnetotermico.
5. Selettività orizzontale e verticale nella protezione da sovracorrenti.
6. Funzionamento e applicazione dell'interruttore differenziale.
7. Costituzione del contattore (bobina, contatti principali, contatti ausiliari).
8. Distribuzione negli impianti navali: confronto tra schemi di distribuzione radiale, radiale composto e radiale composto con anello di riserva.
9. Perché è importante determinare la sezione dei cavi elettrici?
10. Quali sono le problematiche da considerare nella progettazione di impianti elettrici nelle navi?
11. Cos'è la compatibilità elettromagnetica?

Propulsione elettrica

12. Quali sono i vantaggi della propulsione elettrica navale rispetto a quella *diesel*?
13. Descrivi il generatore asse.
14. Descrivi il sistema *PTI* e *PTI-PTO*.

PARTE SESTA

I CONTROLLI E
L'AUTOMAZIONE NAVALI

Capitolo 27

Introduzione ai controlli e all'automazione

27.1 Sistemi di controllo: cenni storici

Il primo sistema di controllo è stato il regolatore centrifugo di velocità (*flyball governor*) sviluppato da James Watt nel 1788 (fig. 27.1). La forza centrifuga fa distanziare le due sfere e, maggiore è la velocità, minore è il flusso di vapore. Se aumenta la coppia resistente, la velocità diminuisce, le palle si avvicinano e di conseguenza il flusso di vapore aumenta; **la velocità torna ad aumentare, anche se sarà inferiore a quella stabilita**; se, infatti, fosse la stessa, la quantità di vapore sarebbe la stessa, in quanto essa è proporzionale alla velocità. Pertanto non sarebbe sufficiente a contrastare la nuova coppia resistente e contemporaneamente far girare la ruota alla stessa velocità. Si tratta di un *regolatore proporzionale*, che sarà studiato in seguito.

Nel 1868 James Clerk Maxwell realizzò uno studio sulla sua stabilità, che applicò alla regolazione di giri delle macchine a vapore; egli osservò il ruolo stabilizzante della *retroazione*, e gli effetti nocivi dei *ritardi* sulla stabilità. I sistemi di controllo automatico ebbero un ruolo importante negli avanzamenti tecnologici susseguenti, quali ad esempio la realizzazione dei primi aerei dei fratelli Wright agli inizi del ventesimo secolo.

Nicholas Minorsky (1885-1970) realizzò nel 1922 uno dei primi **piloti automatici retroazionati**, con *regolatore PID*, ovvero *proporzionale, integrale, derivativo*.

Nel 1934 Harold Hazen pubblicò "*Theory of Servomechanism*"; la parola **servomeccanismo**, usata per la prima volta, deriva da *servant* (servitore) e *mechanism*, quindi, un meccanismo servitore o asservito. Nello stesso anno fu pubblicato il lavoro di Harold Stephen Black "*Stabilized Feedback Amplifiers*", sull'uso della retroazione negli amplificatori elettronici.

I controlli automatici hanno costituito una vera e propria disciplina ingegneristica a partire dagli anni '40. Lo sviluppo di tale disciplina è dato soprattutto dalla seconda guerra mondiale (autopiloti per aerei, sistemi di puntamento per cannoni, per radar). Lo sviluppo dei calcolatori elettronici (primi anni '50) ha reso applicabili molte teorie già sviluppate sul piano formale. La conquista dello spazio (anni '60 e '70) fu possibile per la disponibilità di sofisticati sistemi di controllo. Importanti poi furono lo sviluppo dei microprocessori (seconda metà degli anni '70) e dei DSP (*digital signal processor*, seconda metà degli anni '80).

27.2 L'automazione della nave

Si iniziò ad automatizzare la nave nei primi anni sessanta. Fino ai primi anni ottanta l'automazione consisteva principalmente nel comandare a distanza (*telecomandi*) gli elementi degli impianti, in particolare quelli di propulsione e gli ausiliari, e nel sorvegliarne il corretto funzionamento (telemisure, teleallarmi).

Grazie all'automatizzazione è possibile una riduzione del numero di persone dell'equipaggio, un alto livello di specializzazione (porta *container*, navi per trasporto di prodotti petrolchimici, traghet-

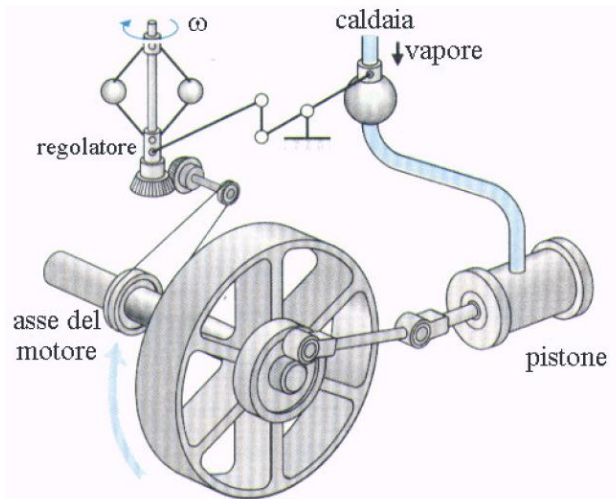


Figura 27.1. Regolazione di velocità di Watt nella macchina a vapore

ti e navi da crociera), una maggiore complessità di impianti, interventi contro i guasti più tempestivi, una raccolta storica dei dati acquisiti per una più facile diagnostica.

Si ottiene un miglioramento delle condizioni di lavoro dell'equipaggio, non più costretti a turni notturni o a soggiornare a lungo nei locali macchine con rumore, vapori d'olio, temperature eccessive. L'apparato motore può essere sorvegliato centralizzando comandi, allarmi e informazioni in una o più posizioni (sala macchine, ponte di comando), dalle quali anche solo una persona può controllare il buon funzionamento dell'apparato di propulsione e degli impianti ausiliari e di sicurezza.

Sono sempre più i comandi accentrati nei ponti di comando. Si è passati da *telegrafo di macchina* e poche apparecchiature per la navigazione ai moderni *sistemi di navigazione integrata* che, utilizzando le informazioni scambiate tra le varie apparecchiature, permettono di ottimizzare la conduzione della nave nella sua globalità.

Un moderno impianto d'automazione navale permette di comandare e di controllare la quasi totalità degli impianti di bordo da più punti (fig. 27.2): sala macchina, ponte di comando, cabina comandante e direttore di macchina, e così via. L'abbassamento dei costi dei microcalcolatori ha permesso di realizzare compatte unità da campo connesse agli elementi dell'impianto mediante sensori e attuatori, in grado di operare autonomamente e di scambiarsi informazioni in tempi molto piccoli e con grande affidabilità.

Si è passati dagli ingombranti quadri sinottici, pieni di lampadine e con un intrico di fili di connessione difficilmente modificabili, ai moderni schermi video grafici a colori, dove è possibile espandere i dettagli della parte dell'impianto che interessa, con software in grado di interagire con l'operatore con interfacce grafiche. Se un tempo la logica era totalmente cablata, comportando un gran numero di cavi e dispositivi elettrici e conseguenti difficoltà per aggiornarlo e migliorarlo, un moderno impianto d'automazione è facilmente espandibile, grazie a un aggiornamento di software e all'aggiunta o sostituzione di dispositivi che fanno capo a un calcolatore.

Un sistema integrato d'automazione trova applicazione in diverse aree della nave: la propulsione, la gestione ottimale delle risorse energetiche, la navigazione, la gestione del carico, la logistica e l'amministrazione, le comunicazioni.

Le informazioni che giungono al ponte di comando ed i comandi che sono da lì inviati, si possono dividere in tre grosse categorie:

- impianti di navigazione e di gestione;
- impianti di propulsione, ausiliari;
- impianti di sicurezza e di allarme.

Storicamente, i primi erano di competenza degli *ufficiali di coperta*, i secondi di quelli di *macchina*, e tutto faceva capo al comandante; i terzi, non meno importanti, sono più recenti.

Nei moderni sistemi di navigazione integrata queste tre categorie interagiscono tra loro: le condizioni esterne alla nave, le problematiche della rotta e dei tempi di viaggio, i consumi, l'assetto della nave, lo stato del carico, la sicurezza, e via dicendo, vanno gestite nella loro globalità ed interazione. Spesso occorre ripartire la potenza generata a seconda delle condizioni di navigazione, per esempio nelle navi con propulsione diesel elettrica, la potenza richiesta durante le manovre non deve ridurre il *comfort* dei passeggeri, quindi vi è una precisa dipendenza di questi impianti.

27.3 Impianti di navigazione

Impianti classici sono la macchina del timone, il pilota automatico, la girobussola, il radar e lo scandaglio sonoro. Oggi esistono numerosi altri strumenti, come il radar anticollisione e il sistema

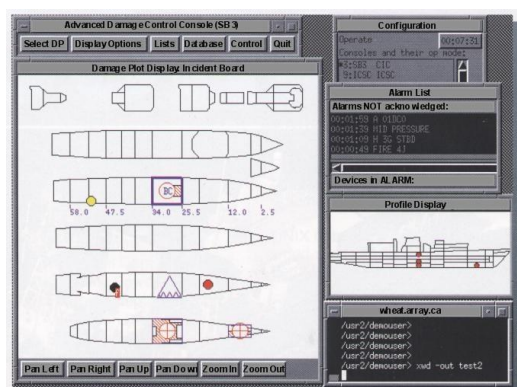


Figura 27.2. Software di controllo degli apparati di bordo

di rilevamento satellitare; permettono di conoscere con precisione sempre migliore la posizione, la rotta, la velocità, anche di altre navi transanti in zona.

I vari apparati per la radionavigazione sono connessi mediante interfacce seriali standard ed il protocollo è pure standard (NMEA 0183). In questi ultimi anni è stato anche rivoluzionato il sistema di telecomunicazioni di bordo. Scompare la figura dell'ufficiale marconista e viene completamente automatizzato il sistema di chiamata radio.

Si aggiungono numerosi dispositivi, in base al sistema GMDSS (*Global Maritime Distress and Safety System*), con lo scopo di rendere più sicure le comunicazioni di emergenza e di facilitare le operazioni di ricerca e di soccorso in mare.

Gli impianti satellitari hanno trovato un ruolo determinante anche per la salvaguardia della vita umana in mare (SOLAS, *Safety of Life at Sea*) per la localizzazione delle boe di segnalazione e per la gestione dei messaggi di richiesta di aiuto e gli avvisi alla navigazione.

27.4 Automatismi, apparati di controllo, di telemisura e di allarme

Alcuni esempi di applicazioni di automazione navale:

- impianti principali di propulsione, circuiti ausiliari necessari al moto del motore e della linea d'assi;
- controllo automatico dei gruppi elettrogeni principali e di riserva e loro gestione;
- controllo automatico di vari ausiliari (calderine, compressori, pompe, depuratori nafta, separatori);
- impianti di allarme e di monitoraggio delle grandezze fisiche di maggior interesse (temperature, pressioni, numero di giri asse, potenza elettrica, livelli, portate), visualizzazione in tempo reale delle tendenze, raccolta storica per diagnosi ed analisi delle avarie;
- sistemi di segnalazione e di protezione da incendi ed allagamenti;
- sistemi di ormeggio e disormeggio, con possibilità di mantenere costante la tensione sui cavi al variare delle condizioni ambientali e di assetto;
- sistemi di stabilizzazione al rollio mediante pinne o casse attive.

Un moderno impianto di automazione utilizza regolatori, trasduttori, attuatori, calcolatori di processo e linee di trasmissione.

27.5 Terminologia

Per **controllo** si intende l'insieme dei procedimenti mediante i quali si impone a talune variabili, che caratterizzano il funzionamento di un impianto o di una macchina, di seguire istruzioni o programmi prestabiliti, realizzando così determinate prestazioni. In un **controllo automatico** le azioni di controllo sono svolte da dispositivi capaci di sostituire l'intervento umano.

L'impianto o macchinario soggetto a controllo è indicato genericamente come **sistema controllato** o semplicemente **sistema**; il suo funzionamento, rappresentato da certe leggi e parametri, si indica come **processo**.

Il **sistema** è un insieme di entità connesse tra di loro tramite reciproche relazioni, interagenti tra loro, formando un tutt'uno in cui, ogni parte, dà un contributo per una finalità comune.

Le grandezze del sistema che variano nel tempo sono dette **variabili**, altrimenti si parla di **costanti**. Le funzioni che rappresentano l'andamento delle variabili nel tempo sono dette **segnali** (fig. 27.3).

Si chiamano **ingressi** del processo o del sistema le variabili che ne influenzano il funzionamento, essi possono essere:

- **ingressi di controllo** (variabili manipolabili: il loro andamento può essere arbitrariamente imposto in modo da consentire di intervenire sul sistema);

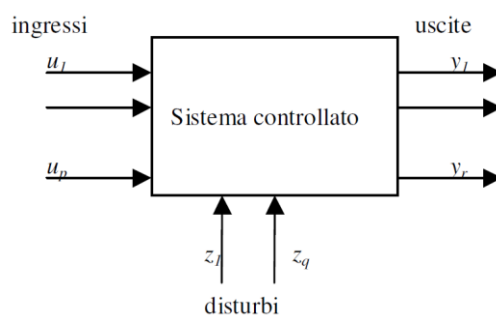


Figura 27.3. Blocco con segnali di ingresso, di uscita e di disturbo

• **ingressi di disturbo o disturbi** (variabili non manipolabili: il loro andamento non può essere influenzato dal sistema di controllo e non può essere esattamente prevedibile).

Le **uscite** del sistema sono variabili che caratterizzano l'andamento del processo nel tempo, la cui osservazione permette di valutare le prestazioni effettivamente ottenute; i loro valori rappresentano il risultato effettivo del controllo automatico.

Le **variabili di ingresso** sono *indipendenti* o *cause*, quelle di *uscita* sono *dipendenti* o *effetti*.

Un controllo automatico dovrà agire in modo che la variabile d'uscita segua il più fedelmente possibile l'andamento imposto alla variabile di ingresso (riferimento), nonostante intervengano disturbi e/o variazioni parametriche (derivate, scostamenti dai valori nominali, etc...). La **fedeltà di risposta** è quindi la capacità di un sistema controllato di produrre uscite il più possibile vicine a quelle desiderate.

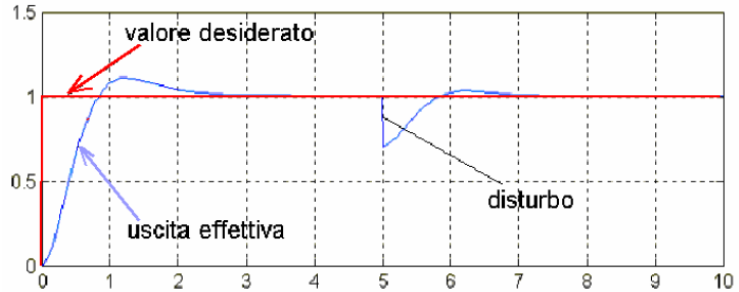


Figura 27.4. Diagramma temporale del valore desiderato e dell'uscita effettiva senza e con disturbo

L'**errore** è la differenza tra il termine di riferimento o valore desiderato e l'uscita del sistema, esso dipende dalle caratteristiche globali del controllo automatico, da eventuali disturbi, dallo stato iniziale e dall'incertezza del processo.

Il **regolatore o controllore** è l'insieme dei dispositivi ai quali è affidato il compito di realizzare controllo del processo. Per fare questo il regolatore dovrà fare sul sistema un'**azione di controllo**, intervenendo su una o più variabili in modo da produrre sul sistema controllato l'uscita desiderata.

27.6 Algebra degli schemi a blocchi

27.6.1 Blocchi e nodi sommatori

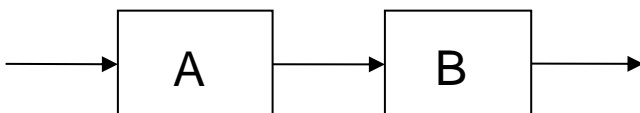
Nella rappresentazione dei sistemi di controllo sono molto usati gli schemi a blocchi. Il blocco in figura ha il valore A, l'ingresso è X e l'uscita Y, riportati sulle frecce. L'uscita ha valore pari al prodotto tra ingresso e il blocco, ovvero $Y = AX$. Notiamo che il valore del blocco si può scrivere come il rapporto tra uscita e ingresso:

$$A = \frac{Y}{X}$$

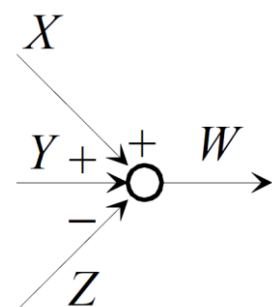
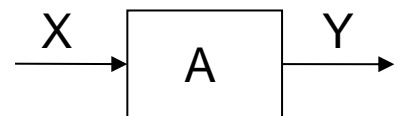
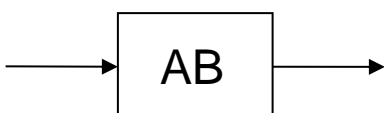
Il **nodo sommatore** è un elemento la cui uscita è data dalla somma algebrica dei segnali che entrano nel nodo, ciascuno preso con il proprio segno (se non è indicato il segno, si assume per convenzione il segno positivo); nella figura a destra il nodo effettua l'operazione $W = X + Y - Z$.

Due sistemi si dicono **in cascata** se l'uscita di uno è l'ingresso dell'altro.

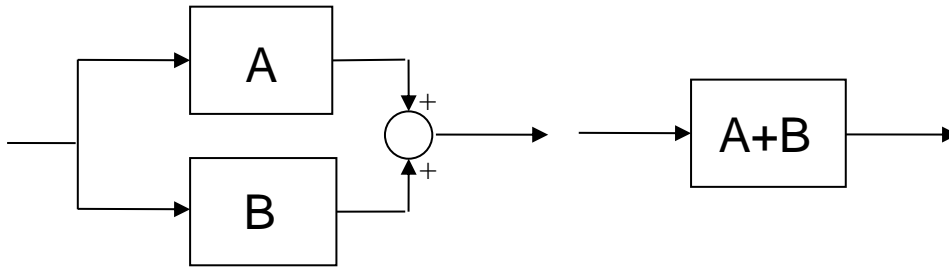
Graficamente si ha la seguente situazione:



Il blocco equivalente equivale al prodotto tra i valori di ciascun blocco:

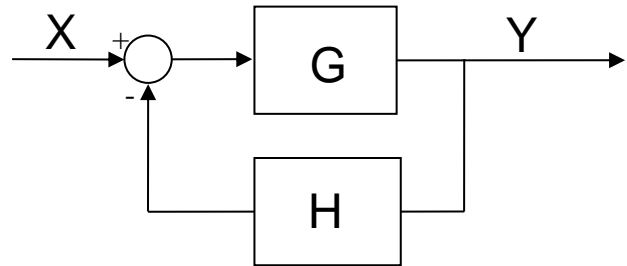


Due blocchi si dicono **in parallelo** se hanno lo stesso ingresso; l'uscita è data dalla somma delle uscite dei due blocchi. Il blocco equivalente consiste nella somma tra i valori dei blocchi, tenendo conto dei segni presenti sul nodo sommatore.



27.6.2 Collegamento in retroazione

Se l'uscita è riportata all'ingresso tramite un ramo di retroazione e un nodo sommatore, siamo in presenza di un **collegamento in retroazione**. Essa può essere positiva o negativa, a seconda del segno presente nella parte inferiore del nodo. Solitamente, come si vedrà più avanti, è negativa. Il ramo col blocco G è detto ramo diretto; quello col blocco H è detto ramo di retroazione.



Si può dimostrare che il blocco equivalente assume valore $G_0 = \frac{G}{1+GH}$, se la retroazione è

negativa; nel caso di retroazione positiva: $G_0 = \frac{G}{1-GH}$.

Per dimostrarlo, scriviamo i valori dei segnali portati sui vari collegamenti, iniziando da HY in uscita dal blocco H, quindi $X - HY$ in uscita dal nodo sommatore ed infine $G(X - HY)$ che sarà all'uscita.

Possiamo scrivere, quindi, che $Y = G(X - HY)$, da cui $Y = GX - GHY$. Portiamo i monomi in Y a sinistra e poniamo Y in evidenza:

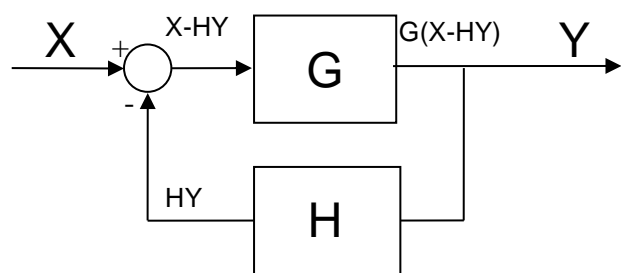
$$Y + GHY = GX$$

$$Y(1 + GH) = GX$$

Da qui possiamo ricavare il rapporto

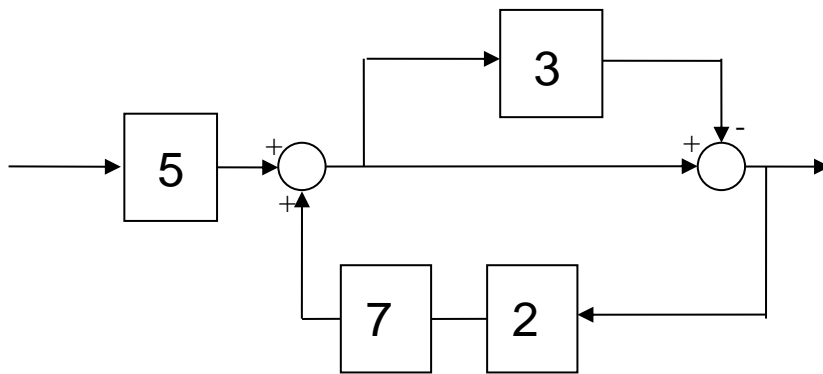
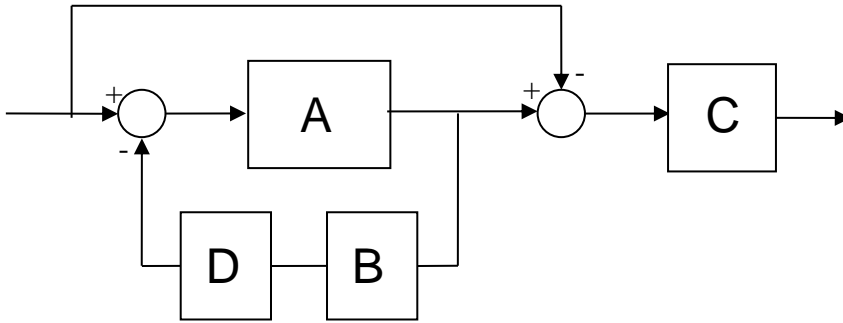
$$\frac{Y}{X} = \frac{G}{1 + GH}$$

che rappresenta proprio il valore del blocco equivalente.



27.7 Esercizi da svolgere

Riduci i seguenti schemi ad un unico blocco equivalente.



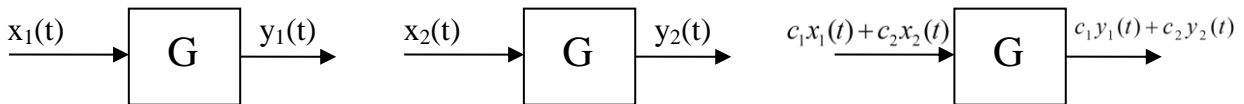
Risultati: $\left(\frac{A}{1+ABD}-1\right)C; \frac{10}{27}$.

Capitolo 28

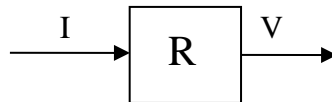
Sistemi, segnali e trasformate di Laplace

28.1 Sistemi lineari

Un *sistema* è *lineare* se vale la proprietà di *linearità* per ingresso e uscita, ovvero: se l'ingresso $x_1(t)$ produce una uscita $y_1(t)$ e l'ingresso $x_2(t)$ una uscita $y_2(t)$, come schematizzato nella figura seguente, allora, presi due numeri reali c_1 e c_2 , l'ingresso $c_1x_1(t) + c_2x_2(t)$ produrrà una uscita $c_1y_1(t) + c_2y_2(t)$.



Un esempio di sistema lineare è il *resistore ideale*: se consideriamo come ingresso la corrente e come uscita la tensione, possiamo verificare tramite la *legge di Ohm* che vale la proprietà di linearità.



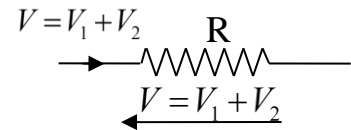
La corrente è direttamente proporzionale alla tensione; pertanto, se raddoppio la tensione, raddoppierà la corrente; se triplico la tensione, triplicherà la corrente, e così via. Se applichiamo, inoltre, la *somma* tra due tensioni V_1 e V_2 , la corrente che scorrerà sarà proprio la *somma* $I_1 + I_2$, dove I_1 è la corrente che sarebbe prodotta dalla sola V_1 , I_2 la corrente relativa alla sola tensione V_2 .

Ad esempio, consideriamo la resistenza $R = 10\Omega$.

Applico la tensione $V_1 = 20\text{V}$: la corrente sarà $I_1 = \frac{20}{10}\text{A} = 2\text{A}$.

Applico la tensione $V_2 = 60\text{V}$: la corrente sarà $I_2 = \frac{60}{10}\text{A} = 6\text{A}$.

Se applico la tensione $V = V_1 + V_2 = 80\text{V}$, la corrente sarà $I = \frac{80}{10}\text{A} = 8\text{A}$, che è proprio la somma $I_1 + I_2$.



È ovvio che, come si è precisato, si tratta di una condizione ideale: non esiste un resistore che mantenga la sua resistenza sempre allo stesso valore per qualsiasi corrente e nel tempo.

Altri esempi: *condensatore*⁴³, *induttore*⁴⁴, *molla* (relazione tra forza di richiamo e allungamento), un *circuito RLC* (che è formato appunto da bipoli lineari). Un circuito in cui vi è almeno un *diodo* o un *transistor* non è lineare.

⁴³ Nel condensatore ideale la carica è proporzionale alla tensione: $q = CV$; la relazione tra corrente e tensione, pur non essendo evidentemente rappresentabile tramite una retta nel piano V-I, è pure sempre una relazione lineare, poiché la corrente è la derivata rispetto al tempo della carica e la derivata è un operatore lineare: $I = C \frac{dV}{dt}$.

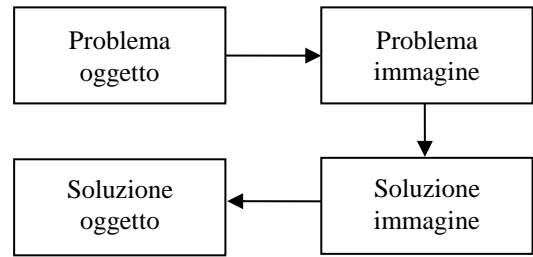
⁴⁴ Nell'induttore ideale il flusso magnetico è proporzionale alla corrente: $\Phi = LI$; la relazione tra tensione e corrente resta lineare: $V = L \frac{dI}{dt}$, essendo la tensione la derivata del flusso rispetto al tempo.

28.2 Problema oggetto e problema immagine: la trasformata di Laplace

Per semplificare i calcoli, è possibile trasformare delle funzioni per passare da un *problema oggetto* in un *problema immagine*, ottenere una *soluzione immagine* e quindi passare a una *soluzione oggetto*.

La *trasformata di Laplace* è una operazione matematica che aiuta a semplificare i calcoli nella determinazione della risposta di un sistema; con essa si passa dal *dominio del tempo* al dominio, appunto, di Laplace⁴⁵,

in cui la variabile indipendente è s , detta appunto *variabile complessa di Laplace*.



28.3 Segnali canonici

Il gradino unitario, la rampa e la rampa parabolica sono i segnali fondamentali usati nei controlli, che possiamo traslare, variare in ampiezza e combinare tra loro, al fine di crearne altri.

Si riportano la definizione nel dominio del tempo e nel dominio di Laplace e il loro andamento grafico.

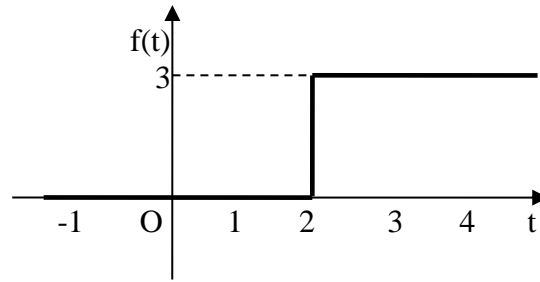
	<i>Dominio del tempo</i>	<i>Dominio Laplace</i>
Impulso	$\delta(t) = 0 \text{ set } \neq 0 \text{ etale che } \int_{-\infty}^{+\infty} \delta(t) dt = 1$	$\Delta(s) = 1$
Gradino unitario	$u(t) = \begin{cases} 0 & \text{set } < 0 \\ 1 & \text{set } \geq 0 \end{cases}$	$U(s) = \frac{1}{s}$
Rampa	$r(t) = \begin{cases} 0 & \text{set } < 0 \\ t & \text{set } \geq 0 \end{cases}$	$R(s) = \frac{1}{s^2}$
Rampa parabolica	$p(t) = \begin{cases} 0 & \text{set } < 0 \\ \frac{t^2}{2} & \text{set } \geq 0 \end{cases}$	$P(s) = \frac{1}{s^3}$

Moltiplicare per s vuol dire *derivare*, mentre dividere per s equivale a effettuare una operazione di *integrazione*. Notiamo che la derivata della rampa è proprio il gradino unitario, e nel dominio di Laplace il gradino è ottenuto moltiplicando per s la funzione della rampa. Analogamente la rampa è la derivata della rampa parabolica, la quale è la funzione integrale della rampa, che si ottiene a sua volta integrando il gradino.

Scrivere $f(t) = 3u(t)$ equivale a scrivere un gradino di ampiezza 3.

L'espressione $f(t) = 3u(t - 2)$ rappresenta un gradino di ampiezza 3 che passa dal valore 0 al valore 3 nell'istante $t = 2$ s (figura seguente).

⁴⁵ L'operazione matematica che trasforma una funzione del tempo $f(t)$ in una funzione del dominio di Laplace $F(s)$ è data dal seguente integrale definito: $F(s) = \int_0^{+\infty} f(t)e^{-st} dt$. Ad esempio, la trasformata di Laplace del gradino unitario si ottiene ponendo $f(t) = 1$, in questo modo: $U(s) = \int_0^{+\infty} e^{-st} dt$, che puoi provare a risolvere per esercizio.



28.4 Antitrasformata di Laplace

Se trasformare vuol dire passare dal dominio del tempo al dominio di Laplace, l'antitrasformata è l'operazione inversa. Una volta risolto il nostro problema nel dominio di Laplace, è possibile tornare nel dominio del tempo per, ad esempio, tracciare il grafico di una risposta.

Scriveremo, quindi, per le varie funzioni viste sinora:

$$\mathcal{L}^{-1}(1) = \delta(t); \quad \mathcal{L}^{-1}\left(\frac{1}{s}\right) = u(t); \quad \mathcal{L}^{-1}\left(\frac{1}{s^2}\right) = r(t); \quad \mathcal{L}^{-1}\left(\frac{1}{s^3}\right) = p(t)$$

28.5 Linearità della trasformata di Laplace

L'operatore di Laplace, come la derivata e l'integrale, è un *operatore lineare*. Vale, quindi, la seguente proprietà:

$$\mathcal{L}\{c_1 f_1(t) + c_2 f_2(t)\} = c_1 \mathcal{L}\{f_1(t)\} + c_2 \mathcal{L}\{f_2(t)\} = c_1 F_1(s) + c_2 F_2(s)$$

Ciò significa che

-possiamo portare una *costante* fuori dal segno dell'operazione di Laplace

-la trasformata di una *somma* di funzioni è la somma delle trasformate.

28.6 Trasformata di Laplace delle funzioni esponenziali

Si può dimostrare che la funzione esponenziale e^{at} , nel dominio di Laplace, diventa $\frac{1}{s-a}$.

Si scrive, quindi, $\mathcal{L}\{e^{at}\} = \frac{1}{s-a}$.

Esempi. Determina la trasformata di Laplace delle funzioni a) $f(t) = e^{5t}$, b) $f(t) = 4e^{7t}$, c)

$$f(t) = 3u(t) - e^{2t}$$

Soluzioni. a) Utilizzando la formula riportata sopra, notiamo che il valore a è pari a 5. Quindi la

trasformata è $F(s) = \frac{1}{s-5}$.

$$\text{b) } \mathcal{L}\{4e^{7t}\} = 4 \cdot \mathcal{L}\{e^{7t}\} = 4 \cdot \frac{1}{s-7} = \frac{4}{s-7}$$

$$\text{c) } \mathcal{L}\{3u(t) - e^{2t}\} = 3\mathcal{L}\{u(t)\} - \mathcal{L}\{e^{2t}\} = 3 \cdot \frac{1}{s} - \frac{1}{s-2} = \frac{3}{s} - \frac{1}{s-2}$$

28.7 Antitrasformata e di Laplace delle funzioni esponenziali

Eseguendo l'operazione inversa, l'antitrasformata di $\frac{1}{s-a}$ è e^{at} , ovvero $\mathcal{L}^{-1}\left(\frac{1}{s-a}\right) = e^{at}$.

Esempi: a) $\mathcal{L}^{-1}\left(\frac{2}{s-7}\right) = 2e^{7t}$

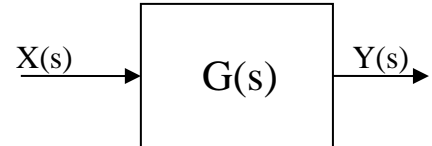
b) Nel seguente esempio, il coefficiente di s al denominatore non è unitario, come invece è nella formula generica vista sopra; bisogna, quindi, dividere numeratore e denominatore per il coefficiente di s :

$$\mathcal{L}^{-1}\left(\frac{3}{4s+12}\right) = \mathcal{L}^{-1}\left(\frac{\frac{3}{4}}{s+3}\right) = \frac{3}{4}e^{-3t}$$

28.8 Funzione di trasferimento

Si definisce **funzione di trasferimento** (in breve, *fdt*) relativa a un sistema lineare il rapporto delle trasformate di Laplace dell'uscita e dell'ingresso del sistema stesso:

$$G(s) = \frac{Y(s)}{X(s)}$$



Essa solitamente è una **funzione razionale fratta**. Il grado del polinomio al numeratore è, per i sistemi reali, minore o uguale al grado del polinomio al denominatore.

Il grado del denominatore è detto **ordine del sistema**.

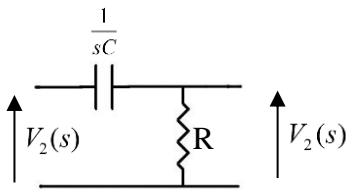
Si chiamano **zeri** della fdt i valori di s che annullano il *numeratore*.

Sono detti **poli** della fdt i valori di s che annullano il *denominatore*.

Sia i poli che gli zeri possono essere rappresentati con la cosiddetta **mappa poli-zeri** su un piano cartesiano, con l'asse dei numeri reali come asse delle ascisse e asse dei numeri immaginari come asse delle ordinate; esso è detto **piano di Gauss**. I *poli* sono rappresentati con delle *crocette*, gli *zeri* con *cerchietti*.

28.9 Trasformata di Laplace e risposta dei circuiti

L'impedenza del resistore ideale nel dominio di Laplace resta R ; le **impedenze** dei bipoli induttivi e capacitivi, che ricordiamo sono $z_L = j\omega L$ e $z_C = \frac{1}{j\omega C}$, diventano $z_L = sL$ e $z_C = \frac{1}{sC}$. È sufficiente, quindi, sostituire $j\omega$ con s .



Se consideriamo un quadripolo RC come quello in figura, possiamo calcolare la **funzione di trasferimento** applicando la regola del partitore di tensione. La tensione in uscita sarà

$$V_2(s) = \frac{R}{R + \frac{1}{sC}} V_1(s)$$

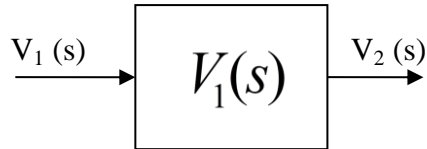
da cui otteniamo la funzione di trasferimento $G(s) = \frac{V_2(s)}{V_1(s)} = \frac{R}{R + \frac{1}{sC}}$.

Moltiplicando numeratore e denominatore per sC , portiamo la funzione di trasferimento alla forma normale, cioè a essere una funzione razionale fratta:

$$G(s) = \frac{sRC}{sRC + 1}$$

Ora vogliamo calcolare la **risposta al gradino unitario** del circuito. Alimentando il circuito, cioè, con una tensione di 1 V a partire dall'istante $t=0$, che andamento assumerà la tensione ai capi della resistenza R? A regime, sappiamo dagli studi di *Elettrotecnica* del terzo anno, la tensione ai capi di R dovrà essere nulla, poiché nessuna corrente potrà passare (il condensatore, a regime, in corrente continua, è un circuito aperto). Ci sarà, però, un transitorio nel quale il condensatore si caricherà; l'andamento dell'uscita nel transitorio la ricaviamo grazie alle trasformate di Laplace.

Lo schema a blocchi del nostro caso è il seguente:



L'uscita, nel dominio di Laplace, sarà

$$V_2(s) = G(s) \cdot V_1(s) = \frac{sRC}{sRC + 1} \cdot \frac{1}{s} = \frac{RC}{sRC + 1}$$

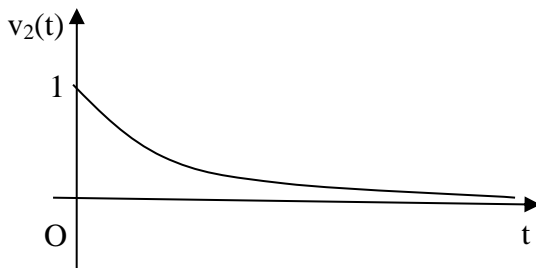
Ora vogliamo ottenere l'uscita nel dominio del tempo. Dobbiamo quindi antitrasformare $V_2(s)$.

Notiamo che l'espressione è simile a $\frac{1}{s-a}$; in questa, però, il coefficiente di s è unitario. Quindi, se dividiamo in quella espressione numeratore e denominatore per RC, otteniamo una funzione più simile:

$$V_2(s) = \frac{1}{s + \frac{1}{RC}}$$

L'antitrasformata è $v_2(t) = e^{-\frac{1}{RC}t}$.

Si tratta di una funzione esponenziale, il cui andamento è il seguente:



Inizialmente la tensione sulla resistenza è di 1 V; durante al carica del condensatore, poi, tale tensione tende asintoticamente a zero.

28.10 Esercizi svolti

1. Disegna la mappa poli-zeri della funzione di trasferimento seguente e determina l'ordine del sistema corrispondente: $G(s) = \frac{s+1}{s^2+5s+6}$.

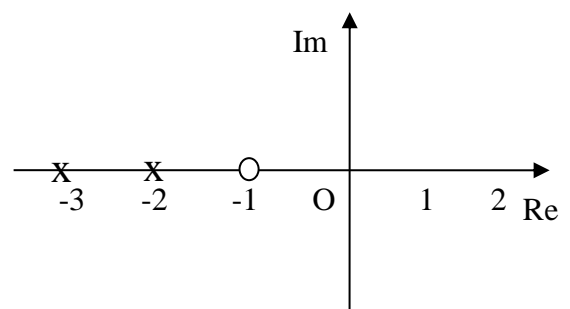
Soluzione. L'ordine del sistema corrispondente a tale fdt è il secondo, poiché il denominatore è un polinomio di secondo grado.

Calcoliamo gli zeri, ponendo uguale a zero il numeratore e risolvendo l'equazione:

$$s+1=0; s=-1$$

L'unico zero è $z=-1$.

Calcoliamo i poli, ponendo uguale a zero il denominatore:



$$s^2 + 5s + 6 = 0$$

Risolvendo l'equazione di II grado si ottengono i due poli:

$$p_1 = -2; p_2 = -3.$$

Possiamo ora tracciare la mappa *poli-zeri*, riportata accanto.

2. Disegna la mappa *poli-zeri* della funzione di trasferimento seguente:

$$G(s) = \frac{3}{2s^2 + 32}.$$

Soluzione. Calcoliamo gli zeri, ponendo uguale a zero il numeratore:

$$3 = 0$$

L'equazione è chiaramente *impossibile*; pertanto non vi sono zeri.

Calcoliamo i poli, ponendo uguale a zero il denominatore:

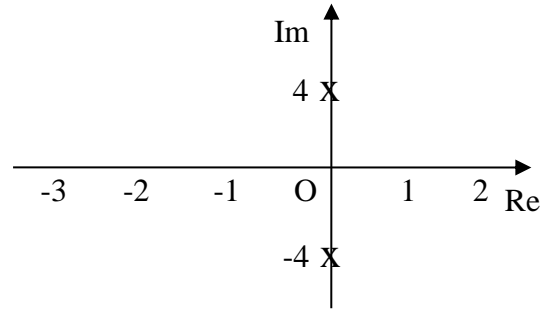
$$2s^2 + 32 = 0$$

da cui $2s^2 = -32$; $s^2 = -16$.

Si ottengono i due poli, che sono immaginari puri:

$$p_1 = j4; p_2 = -j4.$$

Possiamo ora tracciare la mappa *poli-zeri* (fig. accanto).



28.11 Esercizi da svolgere

1. Calcola la trasformata di Laplace delle seguenti funzioni del tempo:

a) $f(t) = \frac{1}{2}r(t) + e^{-t}$; b) $f(t) = 3u(t) - e^{2t}$; c) $f(t) = e^{\frac{t}{4}} - u(t)$

2. Antitrasforma le seguenti funzioni di Laplace e disegna l'andamento grafico nel dominio del tempo:

a) $F(s) = \frac{1}{3s+2}$; b) $F(s) = \frac{10}{s-4} - \frac{4}{s^2}$; c) $G(s) = \frac{3}{s} + \frac{3}{3s+10}$

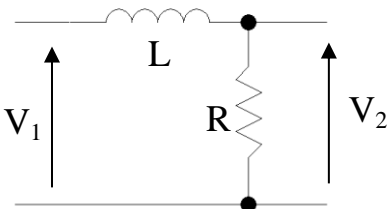
3. Calcola poli e zeri delle seguenti funzioni di trasferimento e rappresenta le mappe poli-zeri.

a) $G(s) = \frac{1}{3s+4}$; b) $G(s) = \frac{s+5}{3s(s^2-4)}$; c) $G(s) = \frac{5-s^2}{s^2(s^2+3s+10)}$

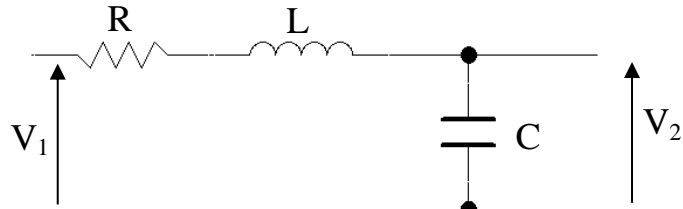
4. Calcola la funzione di trasferimento dei quadripoli rappresentati di seguito.

[Risultati: a) $G(s) = \frac{R}{R+sL}$; b) $G(s) = \frac{1}{LCs^2 + RCs + 1}$]

a)



b)



Capitolo 29

Sistemi del primo e del secondo ordine

29.1 Sistemi del primo ordine

La funzione di trasferimento di un sistema del I ordine si può scrivere così:

$$G(s) = \frac{K}{s\tau + 1}$$

K è il valore finale della risposta del sistema al gradino unitario.

τ è detta **costante di tempo** del sistema e rappresenta la velocità di risposta del sistema. Maggiore è la costante di tempo, più lento sarà il sistema. Si misura in secondi. Dopo un tempo pari a 5τ , il sistema, rispondendo a un gradino, è praticamente a regime.

Ha un solo polo, che si ricava risolvendo l'equazione $s\tau + 1 = 0$.

Si ricava quindi $p = -\frac{1}{\tau}$. Questa è la relazione tra un qualsiasi *polo* e la sua *costante di tempo*; a

ogni polo, infatti, è possibile associare una costante di tempo, e quindi si parla di **velocità del polo**. Si può dimostrare che ogni polo dà il suo contributo alla risposta del sistema; poli a cui è associata una costante di tempo più piccola, sono più veloci, e quindi il loro contributo alla risposta scompare prima di quello degli altri poli più lenti.

Nella figura 3.1 è mostrata la risposta al gradino del sistema di funzione di trasferimento

$G(s) = \frac{1}{2s + 1}$, quindi di costante di tempo $\tau = 2s$. Notiamo che dopo 10 s, un tempo pari a 5τ , la risposta è al 99,3% del valore finale, che vale 1.

Sul grafico della risposta al gradino è possibile determinare il valore della costante di tempo tracciando la tangente al grafico nell'origine; il tempo corrispondente al punto di intersezione tra la tangente e la retta orizzontale del valore finale, è pari alla costante di tempo.

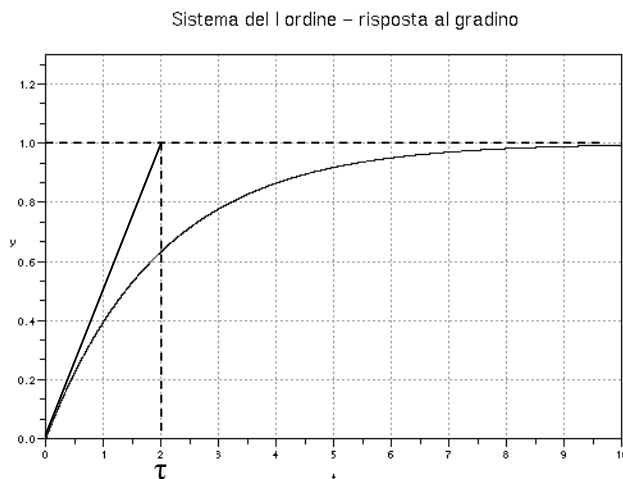


Figura 29.1. Risposta al gradino del sistema di funzione di trasferimento $G(s) = \frac{1}{2s + 1}$

Il **tempo di assestamento** è il tempo necessario a far andare la risposta praticamente a regime, quindi al 98 o 99% del valore finale. Si può dimostrare che nel caso dei sistemi del I ordine il tempo di assestamento può essere calcolato tramite le formule $t_a = 4\tau$ o $t_a = 5\tau$.

Se al numeratore della funzione di trasferimento compare una s , come nel caso di $G(s) = \frac{Ks}{s\tau + 1}$, allora la risposta al gradino è esponenziale decrescente con valore finale nullo. Il significato grafico

della costante di tempo corrisponde in questo caso all'ascissa dell'intersezione tra tangente nell'origine alla curva e l'asse delle ascisse, come rappresentato nella figura 29.2.

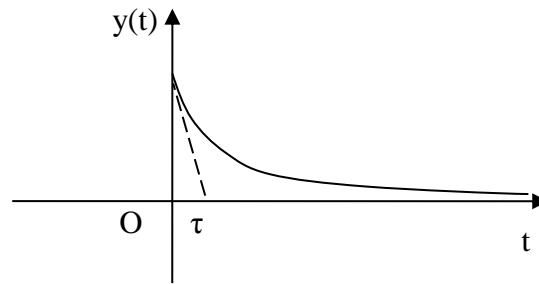


Figura 29.2. Risposta al gradino del sistema di funzione di trasferimento

$$G(s) = \frac{1}{2s + 1} \text{ e significato}$$

grafico della costante di tempo

29.2 Sistemi del secondo ordine

Esempi di sistemi del II ordine sono il *circuito RLC serie* o il sistema *massa-molla-smorzatore*.

Per comodità, si usa rappresentare la generica funzione di trasferimento di un sistema del II ordine in questo modo:

$$G(s) = \frac{K\omega_n^2}{s^2 + 2\delta\omega_n s + \omega_n^2} \quad (1)$$

dove ω_n è la **pulsazione naturale** del sistema, ovvero la pulsazione con la quale c'è scambio di energia tra la parti del sistema in assenza di elementi dissipativi (se $\delta = 0$);

δ è detto **coefficiente di smorzamento**, valore dal quale dipende l'andamento della risposta.

Nei sistemi del secondo ordine, a seconda del valore del coefficiente di smorzamento, si classificano tre diverse tipologie di risposta, illustrate di seguito.

1. Sistema sovrasmorzato: $\delta > 1$

Se $\delta > 1$ ci sono due poli reali e distinti⁴⁶. Il sistema si dice **sovrasmorzato**.

Il sistema ha due poli reali p_1 e p_2 e due costanti di tempo, ognuna associata a un polo, di valore pari all'antireciproco del polo stesso:

$$\tau_1 = -\frac{1}{p_1} \text{ e } \tau_2 = -\frac{1}{p_2}.$$

In figura 3.3 è riportata la *risposta al gradino* del sistema di funzione di trasferimento

$$G(s) = \frac{100}{s^2 + 60s + 100} \quad (2)$$

Da questa funzione di trasferimento si possono ricavare i valori della **pulsazione naturale** e del **coefficiente di smorzamento**. Confrontando la (2) con la (1), notiamo che $\omega_n^2 = 100$, e quindi

$$\omega_n = 10 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

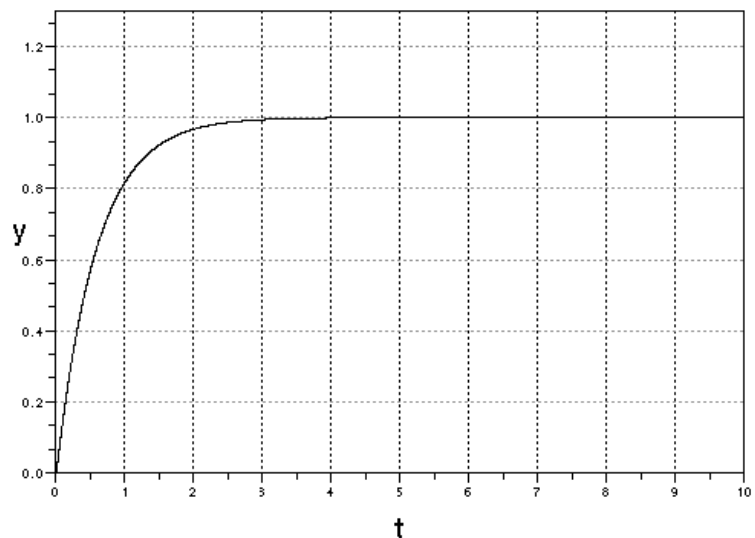


Figura 29.3. Risposta al gradino di un sistema del II ordine sovrasmorzato

⁴⁶ Per dimostrarlo, calcoliamo i poli del sistema, ponendo uguale a 0 il denominatore: $s^2 + 2\delta\omega_n s + \omega_n^2 = 0$. Il discriminante dell'equazione è dato da $\Delta = (2\delta\omega_n)^2 - 4\omega_n^2 = 4\omega_n^2(\delta^2 - 1)$. I poli, quindi, sono dati da

$$p_{1/2} = -\delta\omega_n \pm \omega_n \sqrt{\delta^2 - 1}.$$

Il coefficiente della s , inoltre, è 60, e quindi possiamo scrivere l'equazione

$$2\delta\omega_n = 60$$

che diventa, sostituendo a ω_n il suo valore,

$$2\delta \cdot 10 = 60$$

da cui $\delta = 3$.

Sempre confrontando, calcoliamo il *valore finale*, $K = 1$.

Risolvendo l'equazione di secondo grado $s^2 + 60s + 100 = 0$ ricaviamo i due poli:

$$p_1 = -1,71 \frac{\text{rad}}{\text{s}}; \quad p_2 = -58,28 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

La *mappa poli-zeri* diventa:

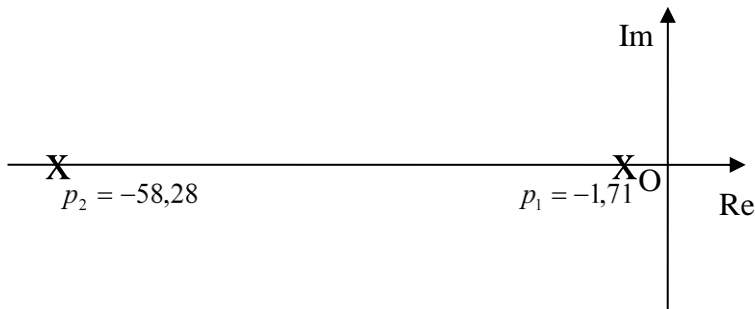


Figura 29.4. Mappa poli-zeri del sistema di funzione di trasferimento

$$G(s) = \frac{100}{s^2 + 60s + 100}$$

Si può considerare la *risposta* complessiva come la somma delle risposte dovute a ciascun polo. Quella dovuta al polo p_2 è trascurabile, essendo molto lontano dall'asse immaginario e quindi

molto veloce⁴⁷; la costante di tempo ad esso relativa, infatti, è $\tau_2 = -\frac{1}{p_2} = 0,017 \text{ s}$, mentre quella

relativa a p_1 è maggiore: $\tau_1 = -\frac{1}{p_1} = 0,58 \text{ s}$.

Il **tempo di assestamento** può essere calcolato moltiplicando per 4 la costante di tempo più lenta. In questo caso:

$$t_a = 4\tau_1 = 2,32 \text{ s}$$

2. Sistema a smorzamento critico: $\delta = 1$

Se $\delta = 1$ vi sono due poli reali e coincidenti. Il sistema si dice a smorzamento critico. È una risposta di solito lenta e non desiderabile.

Nella figura 29.5 è mostrata la risposta al gradino del sistema di funzione di trasferimento pari a

$$G(s) = \frac{100}{s^2 + 20s + 100}; \text{ i parametri hanno valori } \delta = 1; \omega_n = 10 \frac{\text{rad}}{\text{s}}; K = 1.$$

⁴⁷ Si ricordi, infatti, l'antitrasformata $\mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{1}{s+p}\right\} = e^{-pt}$: essa è una esponenziale che tende tanto più velocemente a 0 (e quindi si estingue) quanto maggiore è il valore assoluto del polo p , e quindi quanto più esso è lontano dall'asse della parte immaginaria sul piano di Gauss. All'aumentare di $|p|$ diminuisce il valore della costante di tempo associata.

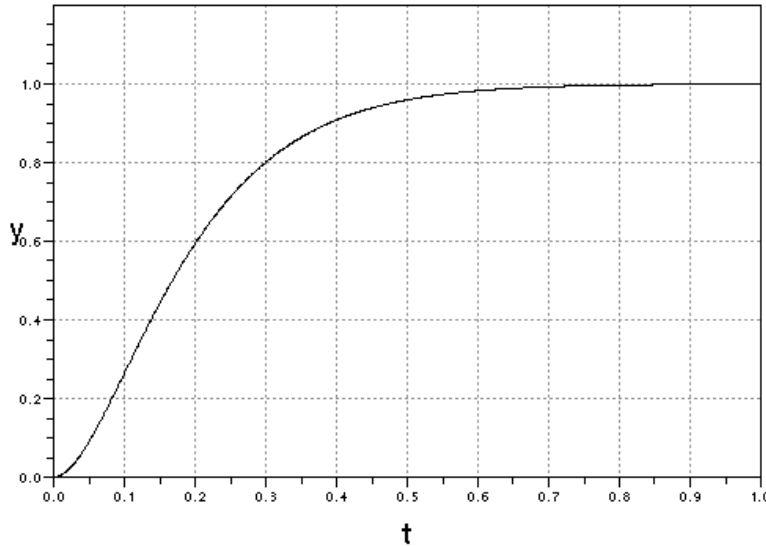


Figura 29.5. Risposta al gradino di un sistema del II ordine a smorzamento critico

3. Sistema sottosmorzato: $\delta < 1$

Se $\delta < 1$ vi sono due poli complessi e coniugati. Il sistema si dice **sottosmorzato**.

La risposta è oscillatoria, di pulsazione $\omega_d = \omega_n \sqrt{1 - \delta^2}$, detta pulsazione smorzata (d è l'iniziale della parola inglese *damped*, *smorzato*). All'aumentare di δ , la pulsazione smorzata (e quindi la frequenza) diminuisce. Si possono calcolare, ovviamente, la *frequenza smorzata* e il *periodo* dell'oscillazione: $f_d = \frac{\omega_d}{2\pi}$; $T_d = \frac{1}{f_d}$.

La risposta supera in una fase iniziale il valore finale; si definisce così un'altra specifica, la **sovraelongazione percentuale**, data dalla differenza tra *valore massimo* e *valore finale* rapportata al

$$M_p = \frac{V_{\max} - V_f}{V_f} \cdot 100.$$

Essa può essere calcolata, conoscendo il coefficiente di smorzamento, tramite la formula

$$M_p = 100 \cdot e^{\frac{-\pi\delta}{\sqrt{1-\delta^2}}}. \text{ È massima, pari al 100\% del valore finale, per } \delta = 0; \text{ è nulla per } \delta = 1.$$

La *costante di tempo*, per valori di $0 < \delta < 0,8$, può essere così approssimata: $\tau \cong \frac{1}{\delta\omega_n}$.

Il *tempo di assestamento* (fig. 29.6) può essere definito come il tempo dopo il quale la risposta entra senza più uscire in una *banda* ampia il 5% (o il 2%) del *valore finale*, e può essere approssimato con le seguenti formule:

$$t_a^{5\%} \cong \frac{3}{\delta\omega_n}; \quad t_a^{2\%} \cong \frac{4}{\delta\omega_n}$$

Nella figura 3.7 è mostrata la risposta al gradino unitario del sistema con funzione di trasferimento

$$G(s) = \frac{100}{s^2 + 10s + 100}$$

Coefficiente di smorzamento, pulsazione naturale e valore finale della risposta al gradino unitario assumono quindi i valori rispettivamente di $\delta = 0,5$, $\omega_n = 10 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$, $K = 1$.

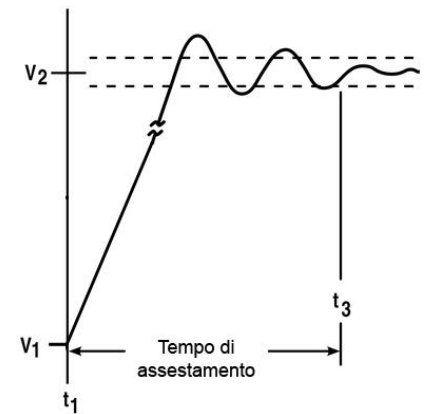


Figura 29.6. Definizione di tempo di assestamento per un sistema del II ordine

La pulsazione smorzata è $\omega_d = \omega_n \sqrt{1 - \delta^2} = 10 \sqrt{1 - 0,5^2} = 8,66 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$. La frequenza smorzata vale

$$f_d = \frac{\omega_d}{2\pi} = \frac{8,66}{2\pi} \text{ Hz} = 1,38 \text{ Hz} \text{ e il periodo dell'oscillazione } T_d = \frac{1}{f_d} = 0,725 \text{ s}.$$

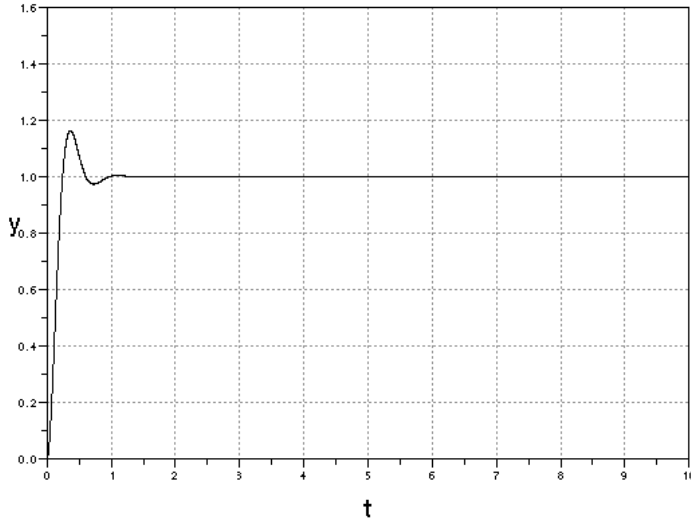


Figura 29.7. Risposta al gradino di un sistema del II ordine sottosmorzato

La sovralongazione percentuale vale $M_p = 100 \cdot e^{\frac{-\pi\delta}{\sqrt{1-\delta^2}}} = 100 \cdot e^{\frac{-\pi 0,5}{\sqrt{1-0,5^2}}} = 100 \cdot e^{\frac{-\pi 0,5}{\sqrt{0,75}}} = 16,5\%$.

I valori calcolati sono tutti in accordo col grafico.

Se dimezziamo il *coefficiente di smorzamento* ($\delta = 0,25$), ci sarà un aumento della *sovralongazione*, come pure della *pulsazione naturale smorzata*, anche se in maniera poco apprezzabile, come mostrato nella figura 29.8.

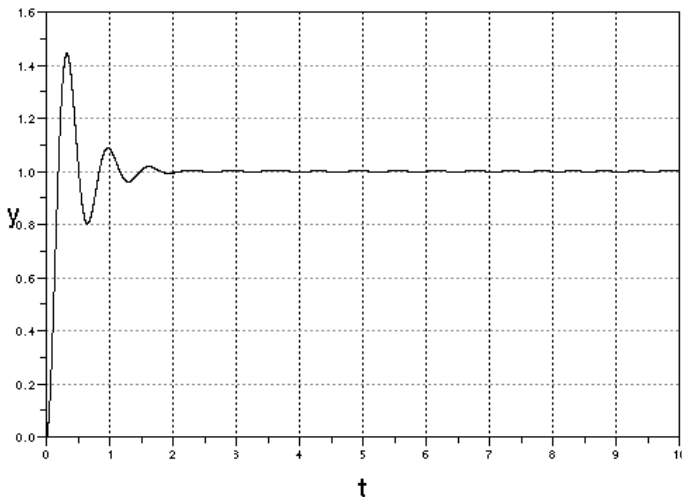


Figura 29.8. Al diminuire del coefficiente di smorzamento, aumenta la sovralongazione percentuale nella risposta al gradino di un sistema del II ordine sottosmorzato

Si può provare al computer a simulare, tramite gli schemi a blocchi con software come *Scicoslab*, diverse risposte al gradino, variando coefficiente di smorzamento e pulsazione naturale.

Un esempio di sistema in cui è utile una risposta con *sovralongazione* e *oscillazione* è dato dagli strumenti di misura analogici, in cui il fatto che l'indice oscilli intorno al valore finale ci rassicura che non ci sia nulla a bloccarlo. Nel progettare le parti elettriche e meccaniche di tali strumenti, quindi, si fa sì che essi siano sistemi del secondo ordine *sottosmorzati*.

29.3 Esercizi svolti

1. Un sistema ha fdt $G(s) = \frac{7}{8s+1}$. Calcola il valore finale della risposta al gradino di ampiezza 12, la costante di tempo e il tempo di assestamento.

Soluzione. Ha la costante di tempo pari a $\tau = 8s$. Il tempo di assestamento sarà pertanto $t_a = 5\tau = 5 \cdot 8s = 40s$.

Il valore finale della risposta al gradino unitario vale 7; di conseguenza, se l'ingresso è il gradino di ampiezza 12, la risposta avrà valore finale pari a $7 \cdot 12 = 84$.

2. Calcola il polo, la costante di tempo e il valore finale della risposta al gradino unitario di un sistema con fdt $G(s) = \frac{3}{20s+4}$.

Soluzione. Il termine noto nel denominatore non è unitario, come è invece nel caso generale. È necessario, pertanto, dividere numeratore e denominatore proprio per 4, il termine noto.

Si ottiene quindi $G(s) = \frac{\frac{3}{4}}{5s+1}$. La costante di tempo, quindi, è pari a $\tau = 5s$. Il valore finale della

risposta al gradino unitario è $K = \frac{3}{4}$. Il polo è l'antireciproco della costante di tempo, $p = \frac{1}{5} \frac{\text{rad}}{s}$.

29.4 Esercizi da svolgere

1. Un sistema del I ordine ha costante di tempo di 0,2 s e valore finale della risposta al gradino di ampiezza 20 pari a 12. Scrivi una possibile funzione di trasferimento.

2. Determina la costante di tempo e il valore finale della risposta al gradino unitario dei sistemi aventi le seguenti funzioni di trasferimento:

a) $G(s) = \frac{15}{2s+20}$; b) $G(s) = \frac{2s}{4+s}$

3. Determina se il sistema avente ciascuna delle seguenti fdt sia sottosmorzato, sovrasmorzato o a smorzamento critico e calcola il relativo tempo di assestamento. Ove possibile, inoltre, calcola la sovraelongazione percentuale e la pulsazione smorzata.

a) $G(s) = \frac{22}{s^2+7s+2}$; b) $G(s) = \frac{20}{10s^2+24s+90}$;

c) $G(s) = \frac{4}{12s^2+192s+768}$; d) $G(s) = \frac{0,5}{s^2+0,2s+1}$.

4. Un sistema del secondo ordine ha poli pari a $p_1 = -3 \frac{\text{rad}}{s}$ e $p_2 = -18 \frac{\text{rad}}{s}$. Si tratta di un sistema sovrasmorzato o sottosmorzato? Determina una possibile funzione di trasferimento, il coefficiente di smorzamento e il tempo di assestamento.

5. Traccia la risposta al gradino dei sistemi aventi fdt (a) $G(s) = \frac{20}{10s+50}$ e (b) $G(s) = \frac{12s}{300s+60}$.

Soluzioni:

1. $G(s) = \frac{12}{4s+20}$

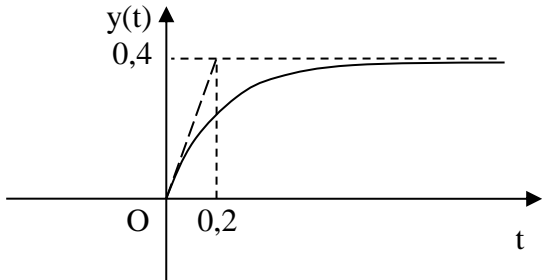
2. (a) $\tau=0,1 s$; $K=0,75$ (b) $\tau=1 s$; $K=0$

3. (a) Sovrasmorzato; (b) sottosmorzato; $M_p = 25,4\%$; $\omega_d = 2,75 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$ (c) a smorzamento critico;

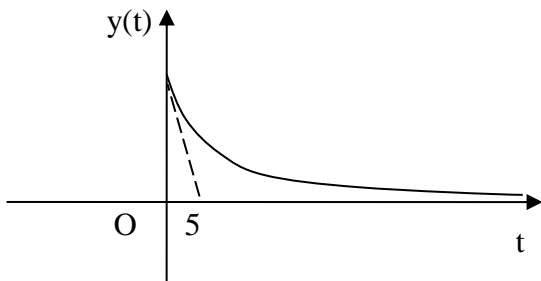
(d) sottosmorzato; $M_p = 73\%$; $\omega_d = 0,995 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$

4. Sovrasmorzato; $G(s) = \frac{2}{s^2 + 21s + 54}$; $\delta = 1,43$; $t_a = 1,33\text{s}$

5.



(a)



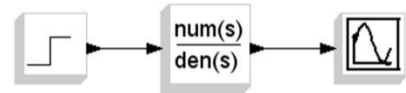
(b)

29.5 Simulazione delle risposte ai sistemi del primo ordine con Scicoslab

Apri *Scilab* e clicca sulla voce *Scicos* nel menu *Application*. Si aprirà la finestra dove poter disegnare gli schemi a blocchi.

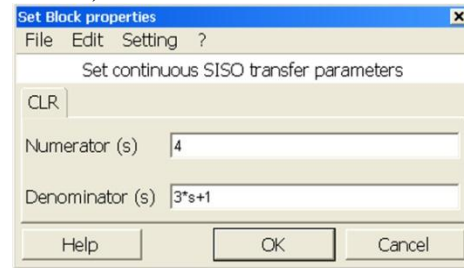
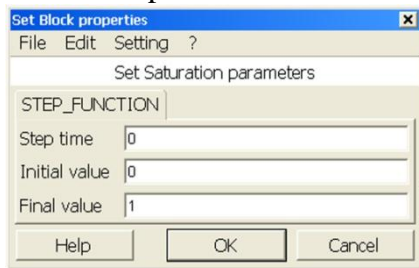
Clicca sulla voce *Pal Tree* dal menu *Palette*. Otterrai un elenco di cartelle che contengono i blocchi da usare; a noi interessano in particolare *Sources* (sorgenti), *Sinks* (uscite) e *Linear* (sistemi lineari).

Trascina dalla cartella *Sources* il blocco del *gradino unitario* (step function) sul piano di lavoro (a sinistra in figura). Quindi trascina il blocco della *funzione di trasferimento* nel dominio di Laplace dalla cartella *Linear* ed infine dalla cartella *Sinks* preleva il blocco *scope* che vedi sulla



destra. Ora congiungi, trascinando il mouse, l'uscita del gradino all'ingresso del blocco del sistema, e la sua uscita all'ingresso dello *scope*.

Impostiamo ora le grandezze caratteristiche dei blocchi. Facendo doppio *click* sul blocco del gradino possiamo impostare *Step time* a 0 (così il gradino partirà dall'origine), e lasciare i valori iniziale e finale rispettivamente a 0 e 1 (in basso a sinistra).

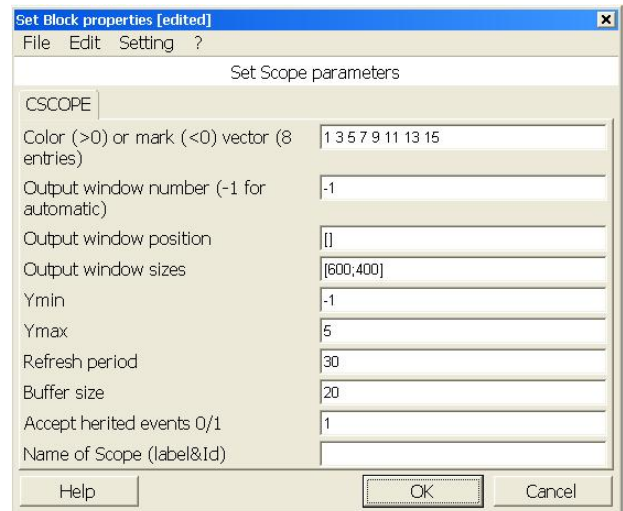


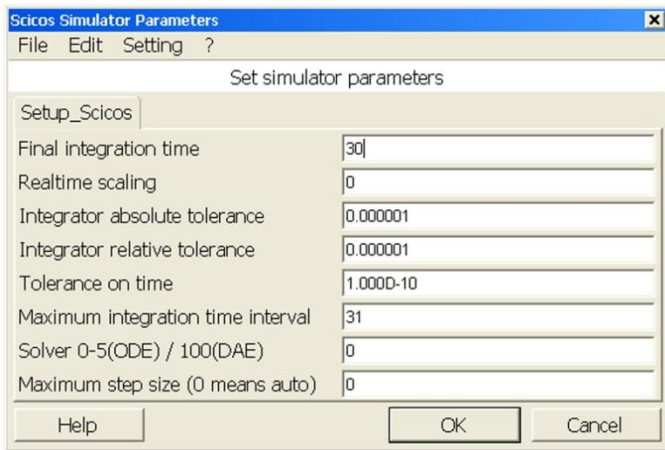
Le proprietà del sistema consistono nella sua funzione di trasferimento, che possiamo impostare nella finestra in figura, ad esempio $G(s) = \frac{4}{3s+1}$.

Tale sistema, quindi, avrà costante di tempo pari a 3 s e valore finale della risposta al gradino unitario pari a 4.

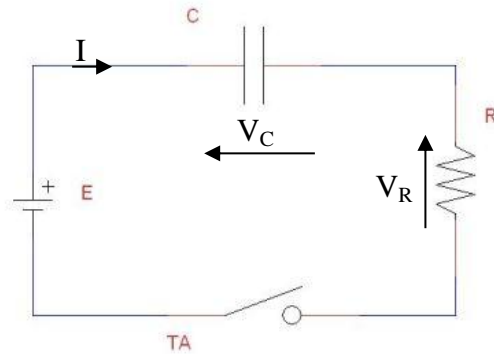
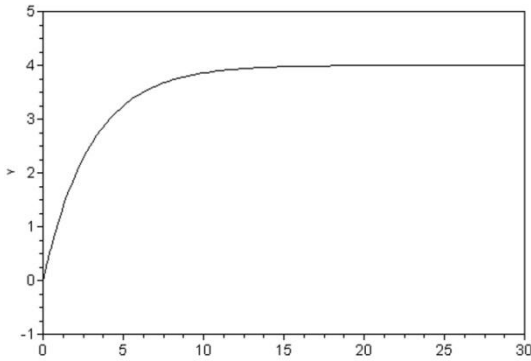
Nelle impostazione dell'oscilloscopio (a destra), modifichiamo le ordinate minima e massima del display; tenendo conto che la risposta sarà positiva, e che assumerà i valori compresi tra 0 e 4, impostiamo $y_{\min} = -1$ e $y_{\max} = 5$, per consentire di avere un adeguato livello di zoom.

Dal menu *Simulate* seleziona *Setup*; puoi così impostare i parametri della simulazione nella finestra sotto riportata. *Finale integration time* è il tempo di durata della simulazione, e lo impostiamo a 30 s.



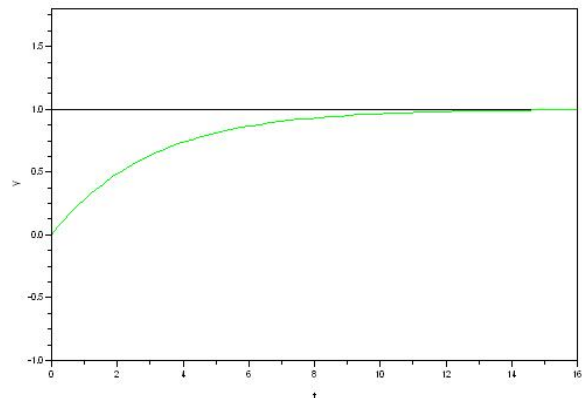
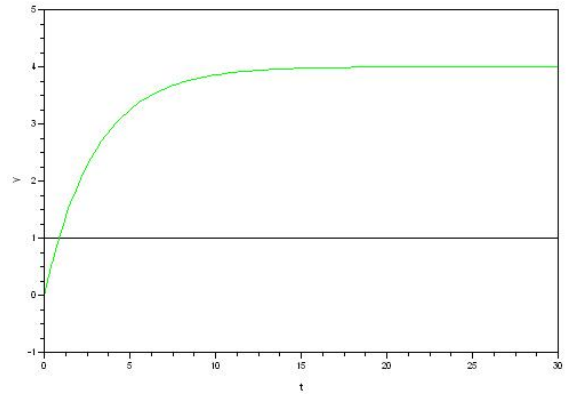
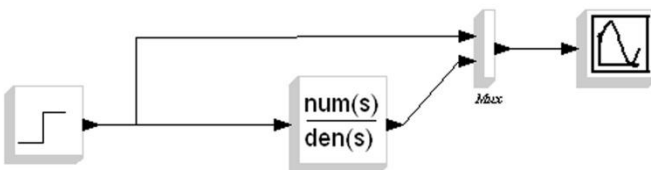


Per avviare la simulazione, seleziona *Run* dal menu *Simulate*; otterrai il grafico della risposta nel tempo, rappresentato in figura. Come riconoscerai, è un andamento analogo a quello nel tempo della **tensione ai capi di un condensatore** durante la sua carica.



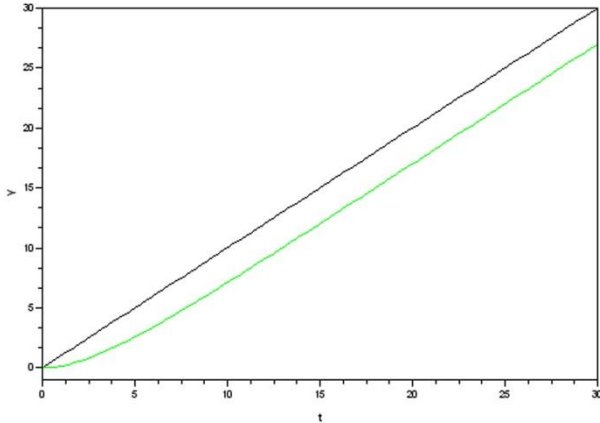
Prova a cambiare il valore della **costante di tempo**, e nota che all'aumentare di essa la risposta diventa più lenta; cercate di misurarla sul grafico ottenuto tracciando la retta tangente alla curva nell'origine e trovando l'intersezione fra tale retta e quella del valore finale, come visto nella lezione teorica.

Ora vediamo come **confrontare l'ingresso e l'uscita** sullo stesso grafico. Ci serve il blocco *Mux* (multiplexer) dalla cartella *Branching*. Esso serve a riunire tra loro due o più segnali per farli viaggiare su un unico collegamento; possiamo così far entrare i due segnali (ingresso e uscita) nello *scope*, al fine di confrontarli. Modifichiamo quindi lo schema già disegnato per ottenere quello di figura. Per far diramare un filo è necessario fare *click* sul filo stesso col tasto destro del mouse e selezionare la voce *link* dal menu.



Se proviamo con una funzione con *valore finale* della risposta al gradino pari a uno, come $G(s) = \frac{1}{3s+1}$, confrontiamo l'ingresso con la risposta a regime. Si vede, quindi, come l'uscita tende al valore dell'ingresso in maniera asintotica.

Se poniamo all'ingresso una **rampa**, otteniamo un grafico di questo tipo:



È come se a un circuito *RC serie* applicassimo una tensione che cresce indefinitamente; il condensatore si carica, ma la sua tensione sarà ogni istante inferiore a quella del generatore, poiché la resistenza è percorsa dalla corrente che sta caricando il condensatore e produce una *caduta di tensione*.

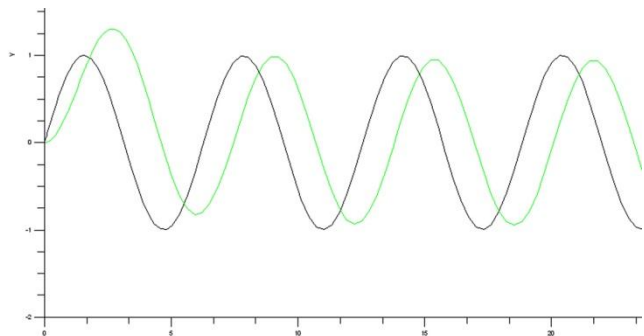
Se consideriamo come **uscita la tensione ai capi della resistenza**, come visto nella teoria otteniamo una funzione di trasferimento di questo tipo: $G(s) = \frac{3s}{3s+1}$ (infatti $\frac{V_2(s)}{V_1(s)} = \frac{R}{R + \frac{1}{sC}} = \frac{sRC}{sRC + 1}$).

Prova a simulare la risposta al gradino, e nota a che valore tende la risposta; sai spiegarlo?

Se fornisci, invece, un **ingresso sinusoidale**, l'uscita sarà a *regime* (dopo un *transitorio*, come si vede in figura) una sinusoida di diversa ampiezza e diversa fase.

Se l'uscita è la *tensione sul condensatore* (in figura in verde), sarà sfasata in ritardo, poiché ha 90° di ritardo rispetto alla corrente, che è in anticipo di angolo inferiore a 90° rispetto alla tensione di alimentazione (costruisci il diagramma fasoriale per renderti conto meglio).

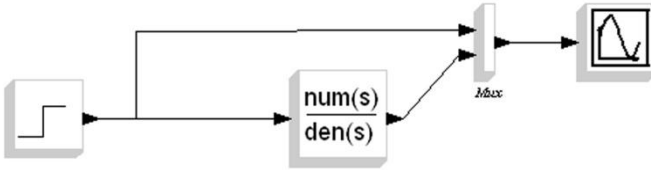
Se l'uscita è la *tensione sulla resistenza*, sarà sfasata in anticipo, poiché è in fase con la corrente che, come è noto, in un circuito RC è in anticipo rispetto alla tensione di alimentazione.



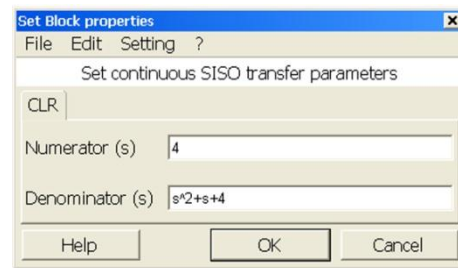
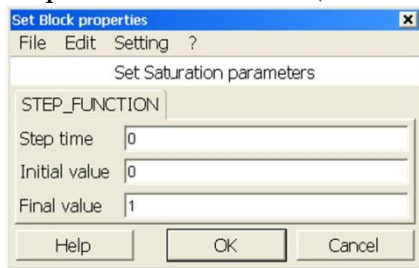
29.6 Simulazione delle risposte ai sistemi del secondo ordine con Scicoslab

29.6.1 Sistema sottosmorzato (poli complessi e coniugati)

Disegniamo ancora una volta lo schema utilizzato nello studio dei sistemi del primo ordine:



Impostiamo ora le grandezze caratteristiche dei blocchi. Facendo *doppio click* sul blocco del gradino, possiamo impostare *Step time* a 0 (così il gradino partirà dall'origine), e lasciare i valori iniziale e finale rispettivamente a 0 e 1 (in basso a sinistra).



Impostare la funzione di trasferimento del sistema in modo che esso abbia

-*pulsazione naturale* pari a $\omega_n = 2 \text{ rad/s}$

-*coefficiente di smorzamento* $\delta = 0,1$

-*valore finale* della risposta al gradino unitario $K=1$.

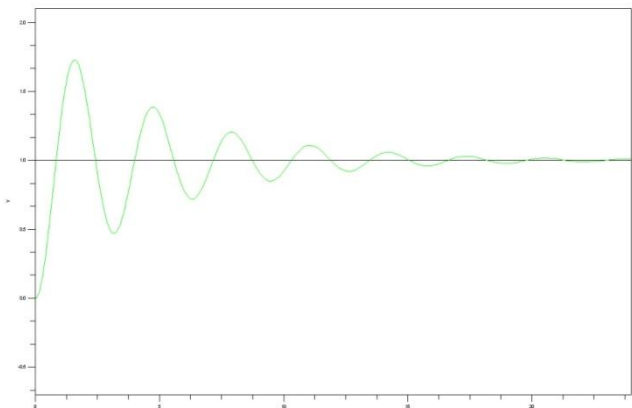
Essa sarà quindi

$$G(s) = \frac{K\omega_n^2}{s^2 + 2\delta\omega_n s + \omega_n^2} = \frac{4}{s^2 + 0,4s + 4}$$

Poiché $\delta < 1$, si tratta di un sistema *sottosmorzato*, quindi con *poli* complessi e coniugati.

Dal menu *Simulate* seleziona *Setup*; puoi così impostare i parametri della simulazione nella finestra sotto riportata. *Finale integration time* sia non superiore a 30 s.

Per avviare la simulazione, seleziona *Run* dal menu *Simulate*; otterrai il grafico della risposta nel tempo, rappresentato in figura, in cui notiamo la sovravelongazione e le oscillazioni. Puoi usare lo strumento *zoom*, per ingrandire una parte della risposta.



Il *tempo di assestamento* si può calcolare con la formula $t_a = \frac{4}{\delta\omega} = \frac{4}{0,1 \cdot 2} = 20 \text{ s}$, che corrisponde a quello che visualizziamo nel grafico.

Prova ad aumentare il *coefficiente di smorzamento*, mantenendolo sempre inferiore a 1, ad esempio modificando la *funzione di trasferimento* così:

$$G(s) = \frac{4}{s^2 + 2s + 4} \quad \text{se } \delta = 0,5;$$

$$G(s) = \frac{4}{s^2 + 2,8s + 4} \quad \text{se } \delta = 0,7$$

Come varia il grafico della risposta?

Si nota che il numero delle oscillazioni _____ e che la sovraelongazione _____ . (completa)

Per $\delta = 0,7$, inoltre, si nota che il grafico non scende sotto il valore finale; questo accade per tutti i valori del *coefficiente di smorzamento* compresi tra 0,7 e 1.

Se aumenti la *pulsazione naturale*, invece, come diventa la risposta?

29.6.2 Sistema sovrasmorzato (poli reali)

Un sistema è sovrasmorzato se il *coefficiente di smorzamento* è superiore a 1 (poli reali). Che andamento ha la risposta al gradino?

Consideriamo, per esempio, la seguente funzione di trasferimento:

$$G(s) = \frac{48}{(s+4)(s+12)}$$

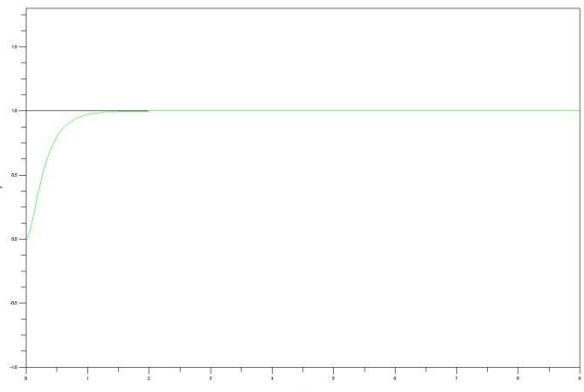
Simulando la risposta al gradino unitario, otteniamo un andamento simile a quello dei sistemi del I ordine, quindi priva di oscillazioni e di sovraelongazione.

Tale sistema ha due poli, $p_1 = -4 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$ e

$$p_2 = -12 \frac{\text{rad}}{\text{s}}.$$

A questi poli sono associate le *costanti di tempo*

$$\tau_1 = -\frac{1}{p_1} = 0,25 \text{ s} \text{ e } \tau_2 = -\frac{1}{p_2} = 0,0833 \text{ s}.$$



Notiamo che il **polo più lento** è p_1 , poiché ha una costante di tempo associata di tempo maggiore (sappiamo inoltre che sul *piano di Gauss* esso è il più vicino all'asse immaginario). È il polo più lento a determinare il *tempo di assestamento*, poiché il contributo dovuto al **polo più veloce** si estingue prima di quello del polo lento.

Il *tempo di assestamento* sarà 4 o 5 volte la costante di tempo del polo più lento:

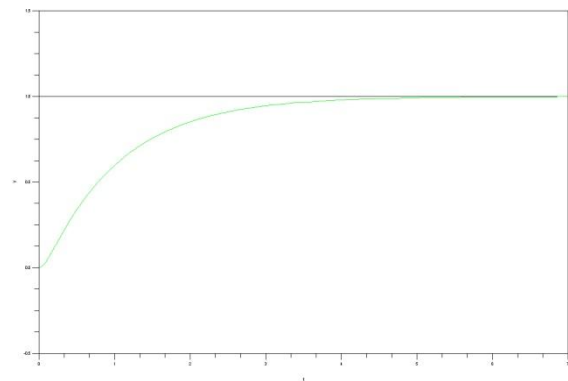
$$t_a = 4\tau_1 = 4 \cdot 0,25 = 1 \text{ s}$$

Proviamo ad **aumentare la costante di tempo** relativa a al *polo più lento*, facendolo diventare, quindi, ancora più lento; avviciniamo quel polo, quindi, ancor di più all'asse immaginario, dandogli un valore

$$p_1 = 1 \frac{\text{rad}}{\text{s}}; \text{ per far sì che il valore finale sia sempre unitario, modifichiamo anche il numeratore:}$$

La risposta, rispetto a quella del caso precedente, è _____,

$$G(s) = \frac{12}{(s+1)(s+12)}$$



con un tempo di assestamento pari a _____ (completa)

Capitolo 30

Stabilità e retroazione nei sistemi lineari

30.1 Definizioni sulla stabilità

L'uscita di un sistema è data dalla somma tra una *uscita libera* $y_l(t)$, che dipende dalla dinamica del sistema stesso, e una *uscita forzata* $y_f(t)$, che dipende dalla dinamica di ingresso:

$$y(t) = y_l(t) + y_f(t)$$

È desiderabile, solitamente, che l'uscita libera $y_l(t)$ si estingua dopo un certo tempo, e quindi che la risposta, dopo un transitorio, corrisponda all'uscita forzata.

Se perturbiamo l'ingresso con un impulso, l'uscita è proprio quella libera; osservandola, capiamo se il sistema è stabile o meno; si parla di stabilità alla *Lyapunov*. Nella figura 30.1 è rappresentata l'analogia tra la stabilità di un sistema e il moto di una palla causato da una perturbazione.

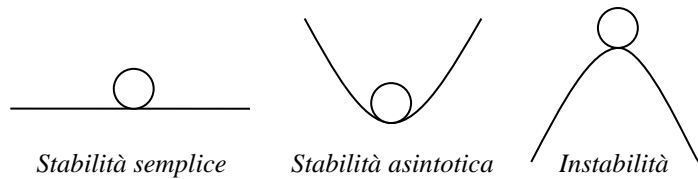


Figura 30.1. Analogia tra la stabilità di un sistema e il moto di una palla causato da una perturbazione

Un sistema si dice **semplicemente stabile** se l'uscita libera resta limitata e non tende a zero. In figura vediamo, per esempio, una oscillazione persistente.

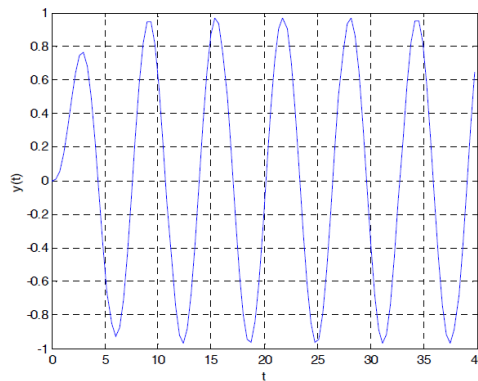


Figura 30.2. Risposta di un sistema semplicemente stabile

Un sistema si dice **asintoticamente stabile** o **stabile** se la sua uscita libera resta limitata e tende a zero; si pensi a una funzione esponenziale decrescente o a una oscillazione smorzata (fig. 30.3).

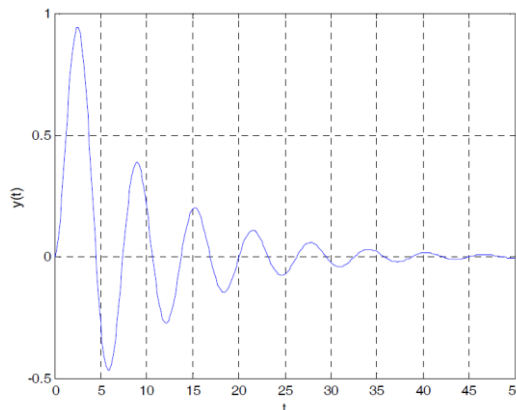


Figura 30.3. Risposta di un sistema asintoticamente stabile

Se l'uscita libera non è limitata (esponenziale crescente o oscillazione la cui ampiezza aumenta indefinitamente, rappresentata in fig. 30.4), il sistema si dice **instabile**.

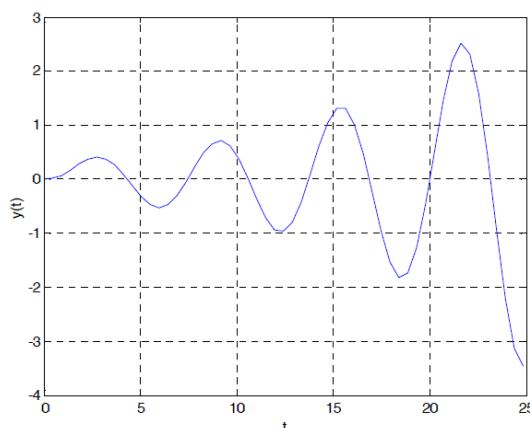
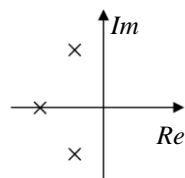


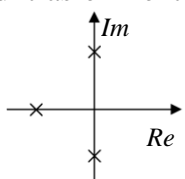
Figura 30.4. Risposta di un sistema instabile

30.2 Relazione tra stabilità e poli nei sistemi lineari

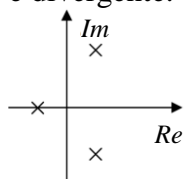
Un sistema lineare è *stabile* se tutti i poli della sua funzione di trasferimento sono a *parte reale negativa*. Se antitrasformiamo la *funzione di trasferimento*, infatti, otteniamo la *risposta all'impulso* (l'impulso, infatti, ha trasformata pari a 1), che corrisponde alla *risposta libera*; essa è decrescente e tendente a zero.



Un sistema lineare è *semplicemente stabile* se c'è almeno un polo a *parte reale nulla* a *molteplicità uno* e tutti gli altri poli della sua funzione di trasferimento sono a *parte reale negativa*.



Un sistema lineare è *instabile* se c'è almeno un polo a *parte reale positiva* oppure almeno un polo a *parte reale nulla con molteplicità maggiore di uno*. La risposta all'impulso di una funzione di trasferimento avente un polo positivo, infatti, è divergente.



30.3 La retroazione

Se l'azione di controllo dipende in qualche modo dall'uscita, si parla di *sistemi ad anello chiuso* o sistemi di controllo *retroazionati*.

Nella figura 30.5 è mostrato uno schema a blocchi di un controllo di questo tipo. Un *nodo sommatore* calcola la differenza tra il riferimento e il segnale proveniente dalla retroazione, ovvero l'uscita del sistema opportunamente trasdotta. Tale differenza è chiamata *segnale errore*, che costituisce l'ingresso dell'elemento di controllo o regolatore. Questo dispositivo determina l'ingresso ottimale del sistema controllato, a seconda del funzionamento richiesto dal sistema di controllo. Gli elementi di retroazione, come si diceva, consistono in dispositivi che rendono l'uscita comparabile col riferimento.

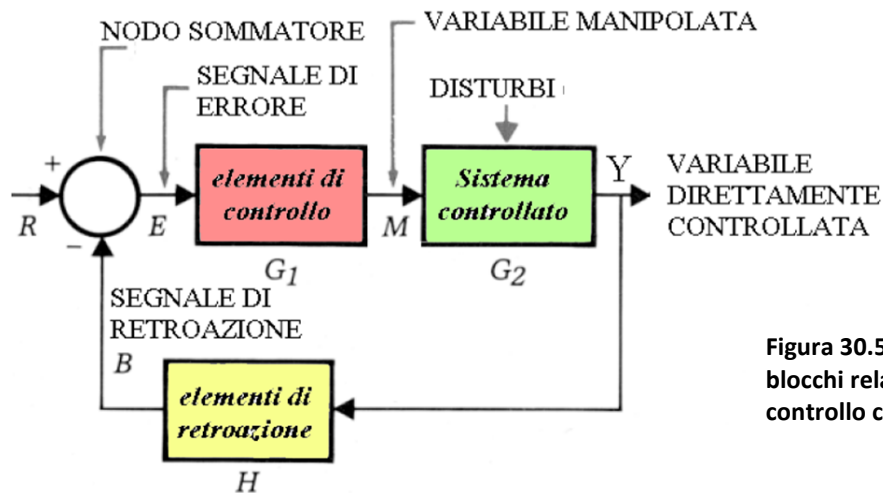


Figura 30.5. Schema a blocchi relativo a un controllo con retroazione

La retroazione, in inglese *feedback*, permette quindi di confrontare l'uscita con l'ingresso per fornire una opportuna azione di controllo funzione dell'ingresso e dell'uscita. Essa porta numerosi vantaggi:

- aumento di **precisione** (riproduzione fedele dell'ingresso);
- riduzione della sensibilità del rapporto fra ingresso ed uscita a **variazioni delle caratteristiche** del sistema;
- riduzione degli effetti delle **non linearità** e delle **distorsioni**;
- aumento della **banda passante** del sistema (ovvero il campo di frequenze per cui il sistema risponde in modo soddisfacente).

Il sistema retroazionato, però, potrebbe tendere all'**oscillazione** o all'**instabilità**, se mal progettato o in caso di guasti o variazioni impreviste.

30.4 Esempi di controlli con retroazione

Consideriamo la regolazione della temperatura di un fluido per mezzo di un *regolatore PID* (fig. 30.6), che sarà trattato più avanti. Il sistema manterrà costante la temperatura anche in presenza di forti escursioni esterne.

La temperatura effettiva è misurata tramite una *termocoppia*, un trasduttore che trasforma la temperatura in una tensione; tale tensione è confrontata con un riferimento, determinando il segnale errore, che entra nel regolatore PID. Il regolatore decide, producendo i segnali di controllo più opportuni, quanto aprire o chiudere la valvola. Il regolatore, inoltre, contrasta le azioni dei segnali di disturbo, come una variazione della temperatura esterna, l'aumento del fluido e una perdita di calore, e corregge le imprecisioni e le variazioni dei parametri dei componenti.

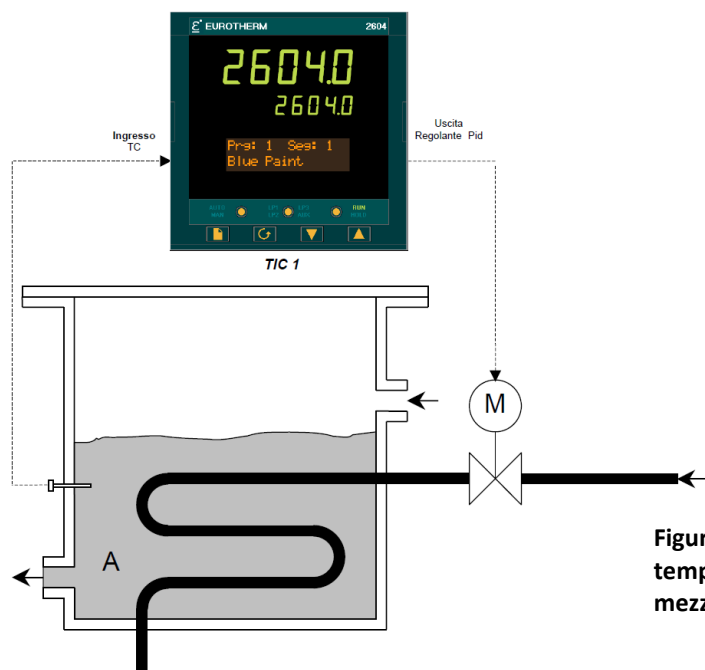


Figura 30.6. regolazione della temperatura di un fluido per mezzo di un regolatore PID

Nella figura 30.7 vediamo la *macchina del timone* di una nave. Se nelle imbarcazioni più piccole il timone è connesso meccanicamente alla barra del timone, non è così in quelle più grandi. L'angolo della barra e quello del timone sono trasformati in segnali di tensione tramite potenziometri; le due tensioni sono confrontate nel nodo sommatore e il segnale errore entra nel regolatore, che comanda una elettrovalvola. Quest'ultima, insieme ad una pompa, invia l'olio, regolandone la portata, in una delle due camere del pistone, consentendo i due movimenti per far ruotare il timone.

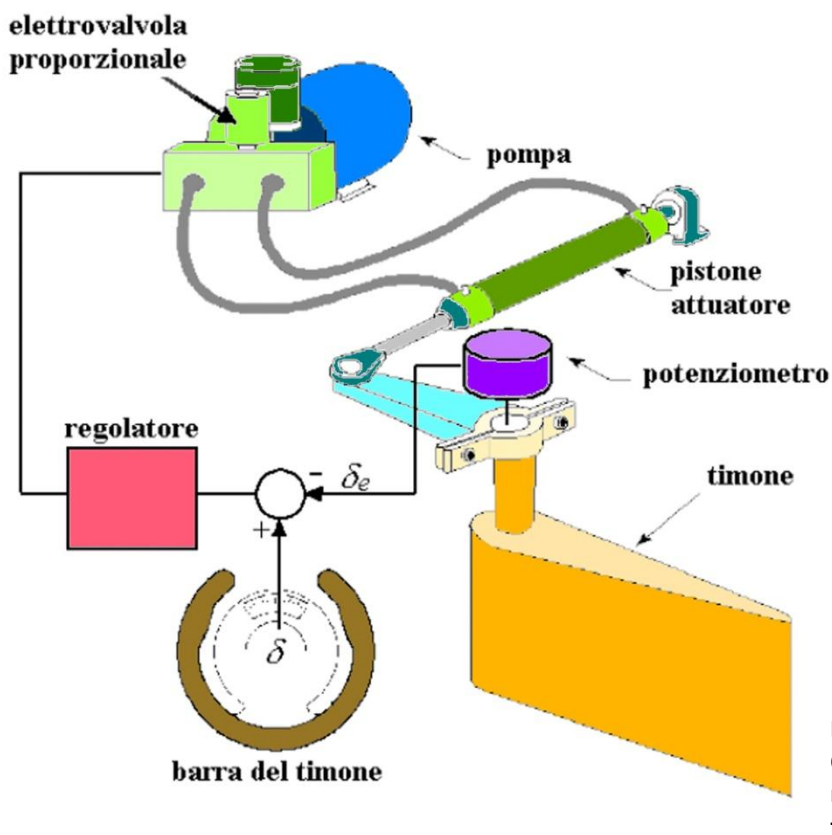


Figura 30.7. Controllo in retroazione del timone

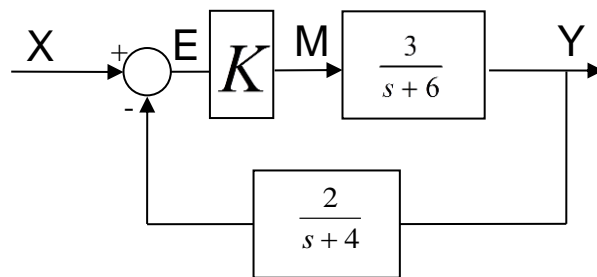
30.5 Esercizi svolti

1. Dire se i sistemi con seguenti funzioni di trasferimento sono stabili o meno.

- a) $G(s) = \frac{3}{4s+7}$. Si tratta di un sistema del I ordine, quindi avente un solo polo. Esso vale $-\frac{7}{4}$. È reale e negativo; il sistema, pertanto, è asintoticamente stabile. Se anti trasformiamo $G(s)$ otteniamo la risposta all'impulso (risposta libera), che corrisponde alla funzione esponenziale decrescente $\frac{3}{4}e^{-\frac{7}{4}t}$, che dopo un certo tempo si estingue.
- b) $G(s) = \frac{10s+1}{s^2+1}$. È un sistema del secondo ordine. I poli sono $p_1 = j$ e $p_2 = -j$. Sono immaginari puri, quindi con parte reale nulla; il sistema è quindi semplicemente stabile.
- c) $G(s) = \frac{40}{4s^2-64}$. I poli sono $p_1 = 4$ e $p_2 = -4$. Il sistema è instabile, poiché esiste un polo a parte reale positiva.
- d) $G(s) = \frac{s+4}{s^4+5s^2}$. Tale funzione si può scrivere così: $G(s) = \frac{s+4}{s^2(s^2+5)}$; i poli sono $p_1 = -j\sqrt{5}$, $p_2 = +j\sqrt{5}$, $p_3 = 0$ e $p_4 = 0$. Il sistema è instabile, perché ha due poli a parte reale nulla con molteplicità 2 (cioè p_3 e p_4).

2. Calcola la funzione di trasferimento complessiva relativa allo schema a blocchi riportato in figura, pulsazione naturale e coefficiente di smorzamento per diversi valori di K.

Soluzione. Sul ramo diretto c'è un *regolatore*, che consiste in un *amplificatore* di guadagno K, e il sistema controllato, di funzione di trasferimento $\frac{3}{s+6}$; il *trasduttore* sul ramo di retroazione ha funzione di trasferimento $\frac{2}{s+4}$. Si tratta di due sistemi asintoticamente stabili. Si può dimostrare che ponendo in retroazione negativa sistemi stabili, la funzione di trasferimento complessiva è ancora relativa a un sistema asintoticamente stabile.



Calcoliamo ora la funzione di trasferimento della retroazione:

$$G_0(s) = \frac{G(s)}{1+G(s)H(s)} = \frac{K \frac{3}{s+6}}{1+K \frac{3}{s+6} \frac{1}{s+2}} = \frac{\frac{3K}{s+6}}{1+\frac{3K}{(s+6)(s+2)}} = \frac{\frac{3K}{s+6}}{\frac{(s+6)(s+2)+3K}{(s+6)(s+2)}} = \frac{\frac{3K}{s+6}}{\frac{s^2+8s+12+3K}{(s+6)(s+2)}} = \frac{3K}{s+6} \cdot \frac{(s+6)(s+2)}{s^2+8s+12+3K} = \frac{3K(s+2)}{s^2+8s+12+3K}$$

Abbiamo ottenuto un sistema complessivo del *secondo ordine*. La pulsazione naturale vale

$$\omega_n = \sqrt{12+3K} \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

La pulsazione naturale cresce all'aumentare di K ; la frequenza delle oscillazioni della risposta al gradino, pertanto, sarà tanto maggiore quanto più aumenta l'amplificazione sul ramo diretto. Calcoliamo il coefficiente di smorzamento:

$$2\delta\omega_n = 8 \quad \rightarrow \quad 2\delta \cdot \sqrt{12 + 3K} = 8 \quad \rightarrow \quad \delta = \frac{8}{2\sqrt{12 + 3K}} .$$

A seconda del valore di K , il sistema può essere *sovra-* o *sottosmorzato*.

Se ad esempio $K=0,5$, $\delta = \frac{8}{2\sqrt{12+3}} = 1,089$, e quindi il sistema è *sovrasmorzato*, ovvero con due poli reali e distinti e risposta al gradino non oscillatoria.

Se invece $K=5$, $\delta = \frac{8}{2\sqrt{12+15}} = 0,770$, e quindi il sistema è *sottosmorzato*, avente quindi risposta

con *sovraelongazione* e oscillazioni. La *pulsazione naturale* vale $\omega_n = \sqrt{12 + 3K} \frac{\text{rad}}{\text{s}} = 5,20 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$.

Per $K=15$, otteniamo $\delta = \frac{8}{2\sqrt{12+45}} = 0,530$; il sistema è ancora *sottosmorzato*, ma con *coefficiente di smorzamento* inferiore a quello precedente e quindi con *sovraelongazione* maggiore.

La *pulsazione naturale* vale $\omega_n = \sqrt{12 + 3K} \frac{\text{rad}}{\text{s}} = 7,55 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$, che comporterà una frequenza delle oscillazioni maggiore.

Capitolo 31

I regolatori

31.1 Il regolatore ON-OFF

L'ingresso del regolatore *ON-OFF* è costituito dall'errore; la sua uscita (M , variabile manipolata) può assumere due livelli: uno alto, che ad esempio accende il sistema controllato o apre una valvola, l'altro basso. I due livelli sono selezionati a seconda di come varia l'errore (fig. 31.1).

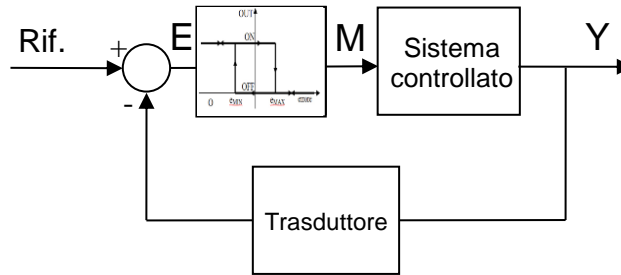


Figura 31.1. Schema a blocchi relativo a un controllo in retroazione con regolatore ON-OFF

Per evitare frequenti commutazioni, si preferisce inserire una certa *isteresi* (dal greco *hysteresis*, ritardo). Il grafico di figura 31.2 illustra il funzionamento. Sull'asse delle ascisse c'è l'errore, che può essere positivo o negativo; sulle ordinate l'uscita a due livelli, acceso o spento. Sono evidenziate le frecce, che indicano il verso di percorrenza dei segmenti, caratterizzanti appunto l'isteresi. In questo caso, se l'errore supera il valore E_{MAX} , il dispositivo dà in uscita un segnale di ON. Se l'errore scende sotto E_{MAX} , il segnale resta a ON finché l'errore non raggiunge il valore E_{MIN} : solo allora avviene la commutazione a OFF.

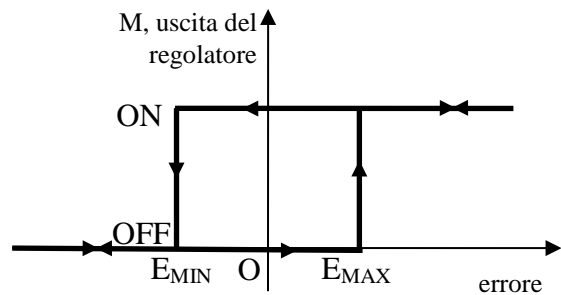


Figura 31.2. Caratteristica del regolatore ON-OFF nel piano errore-uscita

Per chiarire meglio, facciamo l'esempio di un controllo di temperatura, considerando il grafico di figura 31.3, in cui sull'asse delle ascisse non è riportato l'errore ma proprio la temperatura, e per questo il grafico è traslato verso destra. Supponiamo di voler mantenere la temperatura in un ambiente a T_0 (ad es. 20°C). La caldaia si spegne quando la temperatura ambiente supera un valore massimo T_{MAX} (21°C) e si accende quando la temperatura va sotto un valore T_{MIN} (19°C) distinto da T_{MAX} . L'isteresi consiste proprio in questo, in un *ritardo*, cioè, nella commutazione, per evitare che piccole variazioni di temperatura producano un accendersi e spegnersi continuo della macchina, che può risultare dannoso.

Nella caratteristica grafica, notiamo due rami in cui c'è una doppia freccia di percorrenza. Nel momento in cui la caldaia è spenta, al raggiungimento quindi di T_{MAX} , la temperatura può continuare ad aumentare (*sovralongazione*), per poi iniziare a diminuire; il ramo a destra, quindi, è percorso nei due versi. In maniera analoga, quando la caldaia si accende al raggiungimento di T_{MIN} , non è affatto detto che la temperatura aumenti istantaneamente: essa può continuare a diminuire, per poi iniziare ad aumentare quando il calore trasmesso all'ambiente dai

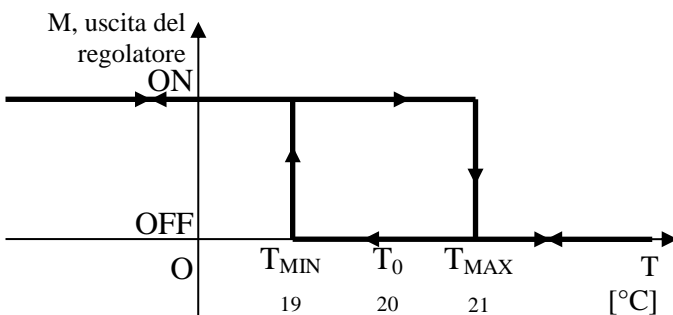


Figura 31.3. Caratteristica del regolatore ON-OFF nel piano temperatura-uscita

caloriferi riesce a vincere le perdite di calore dell'ambiente verso l'esterno.

Nei grafici di figura 31.4 vediamo l'andamento della temperatura e, in corrispondenza del superamento della soglia di temperatura massima o minima, la commutazione in uscita del regolatore.

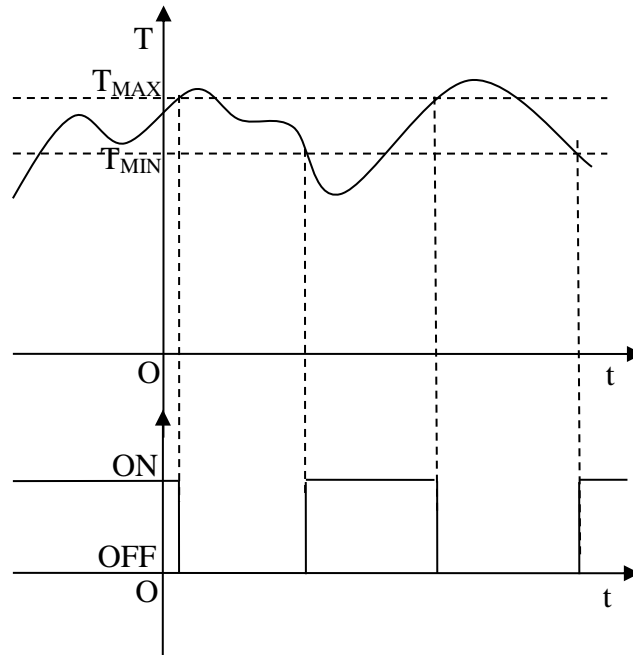


Figura 31.4. Andamento della temperatura e commutazione dell'uscita del regolatore ON-OFF

Come circuito elettronico, il regolatore di tipo *ON-OFF* si può realizzare con un *trigger di Schmitt* (fig. 31.5), costituito da un amplificatore operazionale, quattro resistenze e due *diodi zener*.

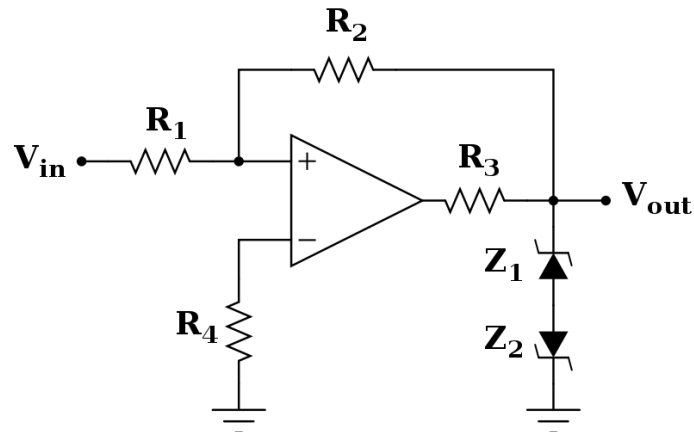


Figura 31.5. Trigger di Schmitt

31.2 Il regolatore ad azione proporzionale, o di tipo P

Il regolatore proporzionale consiste in un amplificatore dell'errore, posto quindi sul ramo diretto dell'anello prima del blocco del sistema controllato. La variabile manipolata sarà data dall'errore per la costante di proporzionalità P : $m(t) = P \cdot e(t)$.

La sua funzione di trasferimento, nel caso ideale, è una costante P : $G_P(s) = P$.

Si può verificare che, con l'eccezione di casi particolari di cui si parlerà più avanti nel paragrafo sul regolatore integrale, permane sempre un **errore a regime**, che può essere ridotto aumentando la costante di proporzionalità P . Per capirne il motivo, supponiamo di dover **regolare la velocità** di un *motore a corrente continua* a un valore costante e diverso da zero (fig. 31.5); all'uscita del regolatore e all'ingresso del motore abbiamo la tensione V di alimentazione, mentre all'uscita del motore la velocità angolare dell'albero ω . Una *dinamo tachimetrica* trasforma la velocità di rotazione dell'albero in una tensione.

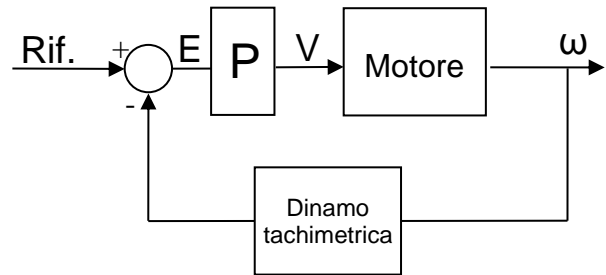


Figura 31.5. Schema a blocchi del controllo di velocità in retroazione con regolatore proporzionale

Se per assurdo supponiamo che ci sia un **errore nullo**, come vorremmo, all'ingresso del motore avremmo pure una **tensione nulla** (poiché è data dall'errore moltiplicata la costante P), e pertanto la **velocità sarà nulla**, cioè assolutamente diversa da quella voluta. L'errore di *offset*, pertanto, usando il semplice *regolatore proporzionale*, non può mai essere nullo, altrimenti l'ingresso al sistema sarebbe pure nullo.

Aumentare P , come dicevamo, porterebbe a far diminuire l'errore, senza mai annullarlo; porterebbe inoltre il sistema a rispondere più velocemente, però anche a oscillazioni nella risposta e quindi farebbe *avvicinare* il sistema in retroazione all'**instabilità**.

Nella figura 31.6, a sinistra, vediamo la risposta al gradino del sistema in corrispondenza di un *guadagno* del regolatore P impostato a 1, mentre a destra impostato al valore 10; come si vede, l'**errore a regime** diventa molto più piccolo, la risposta più veloce e c'è una *sovraelongazione*, che indica che il sistema retroazionato da essere *sovrasmorzato* è diventato *sottosmorzato*. Aumentando ancora il guadagno si noterebbe un aumento dell'ampiezza delle *oscillazioni* e della loro *frequenza*.

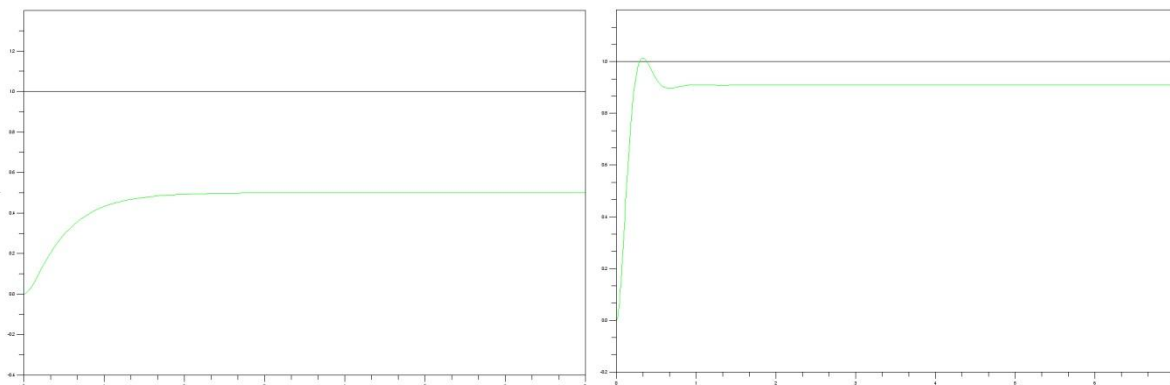


Figura 31.6. Risposta al gradino con due diversi valore di P (maggiore a destra)

È possibile, comunque, aggiungere un valore costante di **compensazione** al segnale errore, per **avere esattamente il valore di uscita desiderato in corrispondenza di un certo carico** (fig. 31.7). **Non appena però il carico varia, l'errore c'è inevitabilmente.** È quello che succede nel controllo di livello con galleggiante nella figura 31.8. Il sistema è regolato in modo che finché fuoriesce una certa portata di liquido, il livello sia proprio quello desiderato. Se tale portata aumenta, il livello si abbassa e il galleggiante fa aprire maggiormente la valvola, *proporzionalmente* al dislivello, e quindi aumenta anche la portata in ingresso. Tale aumento, però, non è sufficiente a compensare

l'abbassamento di livello, poiché, se il livello si portasse a quello desiderato, non ci sarebbe l'aumento dell'apertura della valvola che compensa la maggiore portata in uscita. Si tratta, in effetti, di un *controllo di tipo P*, in cui *in generale resta un errore a regime*.

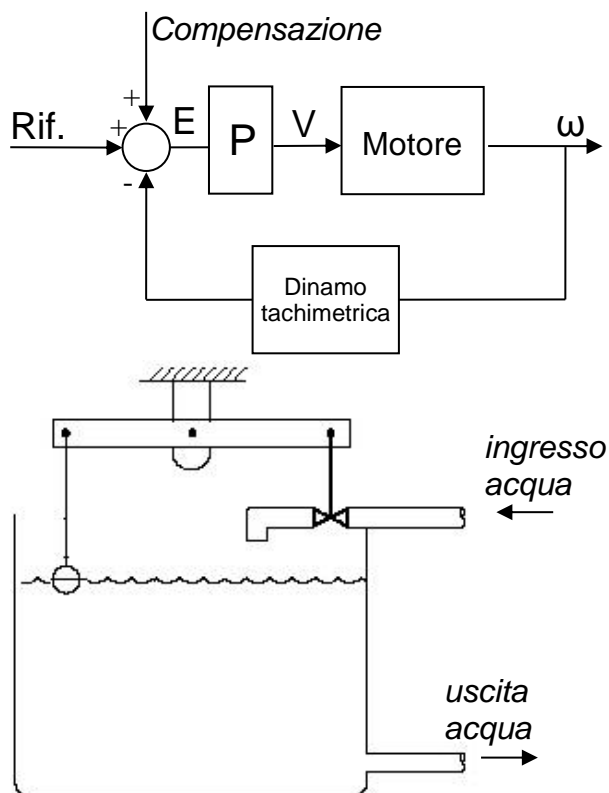


Figura 31.8. Controllo del livello; il metodo di regolazione proporzionale non permette di annullare l'errore

Figura 31.7. Compensazione nel controllo in retroazione con regolatore proporzionale di P

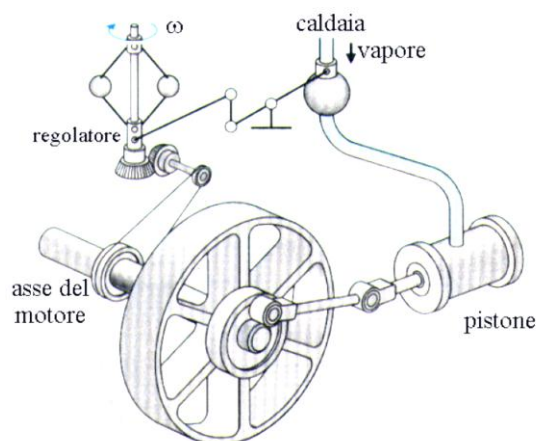


Figura 31.9. Regolatore proporzionale di velocità di Watt per una macchina a vapore

Un esempio analogo è il *regolatore di velocità* di James Watt nella macchina a vapore (fig. 31.9). In corrispondenza di una coppia resistente stabilita, la velocità della ruota è quella desiderata. Nel momento in cui il carico aumenta, la velocità si abbassa, e quindi il sensore centrifugo di velocità apre la valvola *proporzionalmente* alla variazione di velocità facendo aumentare la portata di vapore, e quindi la coppia motrice. *La velocità aumenterà, senza però arrivare a quella desiderata*; se così fosse, infatti, non ci sarebbe la *compensazione* della maggiore apertura della valvola necessaria per vincere la *maggiore coppia resistente*.

Il regolatore di tipo P può essere *realizzato con un amplificatore operazionale in configurazione invertente* (fig. 31.10). Tale circuito, come è noto, ha funzione di trasferimento $G_p(s) = -\frac{R_F}{R_1}$, che equivale al guadagno dell'amplificatore in tale configurazione.

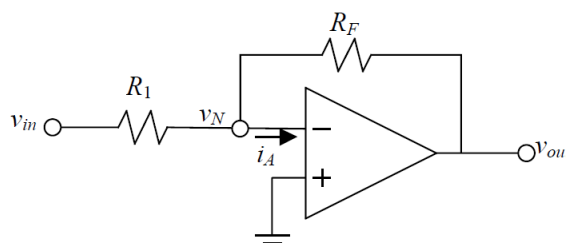


Figura 31.10. Amplificatore operazionale in configurazione invertente

31.3 Il regolatore ad azione integrale, o di tipo I

Il regolatore integrativo, a differenza di quello proporzionale, permette di avere un **errore a regime nullo**. Esso, come dice il nome stesso, effettua una operazione di integrazione sull'errore. La variabile manipolata, uscita del regolatore, è la funzione integrale dell'errore moltiplicata per la costante I:

$$m(t) = I \int_0^t e(t) dt$$

Si ricorderà che dividere una funzione di Laplace per s significa integrarla. La sua funzione di trasferimento pertanto è

$$G_I(s) = \frac{I}{s}$$

dove I è una costante da determinare opportunamente nell'operazione di taratura del regolatore. Supponiamo di regolare la temperatura in un forno (fig. 31.11). Vorremo una temperatura di 50 °C, ma la temperatura è di 30 °C. C'è quindi un **errore positivo**, dato dalla temperatura desiderata meno quella effettiva, e vale 20 °C.

L'integratore **integrerà la curva dell'errore**, calcolando l'area sotto la curva stessa. La tensione V all'uscita del regolatore integrativo, quindi, aumenta, dando più energia al forno. Di conseguenza la temperatura del forno aumenterà, facendo diminuire via via l'errore, come vediamo nelle curve rappresentate nella figura 31.12.

L'integratore, a differenza del proporzionale, ha memoria, e continuerà a sommare l'area, a mano a mano che passa il tempo; arriverà quindi ad **annullare l'errore**. A quel punto il regolatore non integrerà più nulla, poiché la funzione errore sarà nulla, e la sua uscita (avendo memoria) resterà **costante**, al valore giusto per far sì che l'energia fornita al forno mantenga la temperatura di 50 °C.

L'integratore, se non sono prese le dovute precauzioni, può dare **problemi di instabilità**, come il cosiddetto fenomeno del **wind up** (dall'inglese, caricare a molla). Esso consiste in un'anomala **sovraelongazione** causata dalla **saturation dell'attuatore** (impossibilità per l'attuatore di andare oltre certi limiti).

Spieghiamo questo fenomeno con un esempio. Supponiamo che tramite un regolatore di tipo I si regoli l'afflusso di acqua in una vasca, al fine di mantenere il **livello costante**. Se c'è un **aumento di portata in uscita**, il livello si abbasserà; ci sarà quindi un **errore positivo, che il regolatore I integrerà**, aumentando l'apertura della **valvola**; questa, però, ha un massimo di apertura; supponiamo che raggiunga questo massimo e che quindi vada in

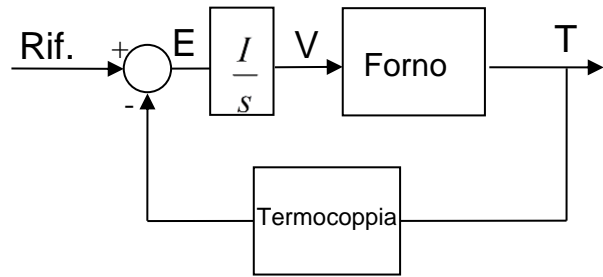


Figura 31.11. Controllo in retroazione di temperatura con regolatore integrale

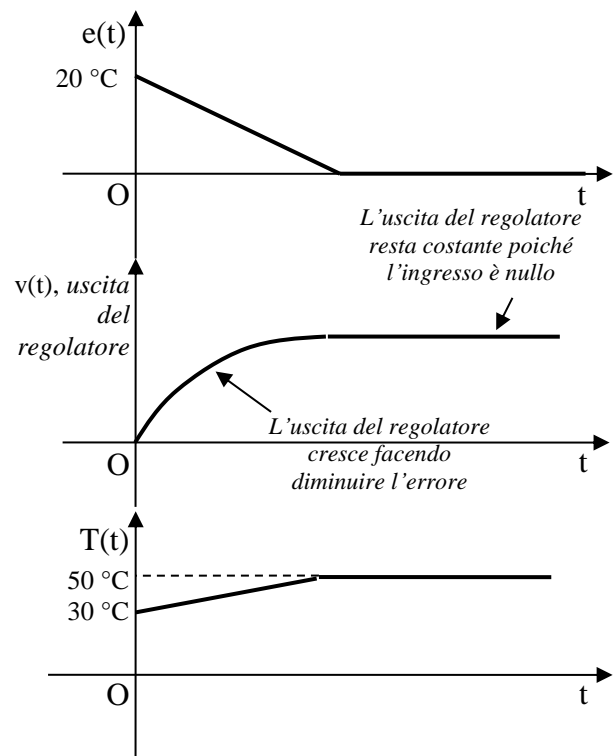


Figura 31.12. Grafici di errore, uscita del regolatore e temperatura nel controllo di

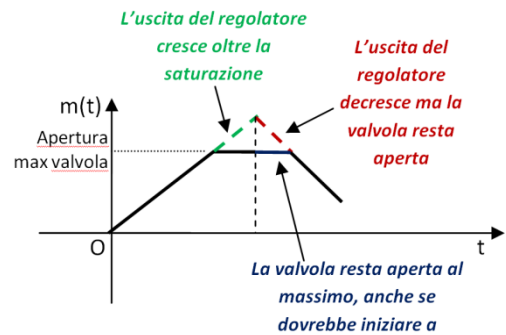


Figura 31.13. Andamento delle grandezze in gioco nel Fenomeno del **wind up**

saturazione. Il regolatore aumenta ancora il valore della sua grandezza di uscita (variabile manipolata) ed è convinto di poterla aprire sempre di più (fig. 31.13).

Nel momento in cui la portata di uscita torna a essere quella precedente, la valvola dovrebbe ridurre la portata, ma resterà per ancora per molto tempo aperta al massimo, perché l'integratore, avendo memoria, ha una uscita troppo alta; in seguito inizierà a diminuire l'apertura, ma il livello dell'acqua, nel frattempo, è cresciuto troppo. Ci sarà un **errore negativo**, che farà diminuire troppo l'apertura della valvola, e pertanto il livello si abbasserà troppo. Si verificano così delle **oscillazioni** nella grandezza di uscita, il **wind up**, appunto.

Per evitare questo fenomeno, si ricorre a **integratori anti-wind up**, che tengono conto, cioè, della saturazione dell'attuatore; essi evitano di continuare a integrare una volta raggiunta la saturazione, e non danno quindi segnali in uscita esageratamente alti. Nella figura 31.14 sono mostrate la risposta di un sistema con l'oscillazione dovuta al **wind up** (linea continua) e la risposta con l'uso di un integratore **anti-wind up** (linea tratteggiata).

A volte, inoltre, si può **escludere** in alcuni momenti il regolatore integrale, ad esempio quando l'ingresso varia bruscamente (producendo un brusco aumento dell'errore che manda in saturazione la variabile manipolata), come vedremo nell'autopilota della nave.

Come circuito elettronico, il regolatore di tipo I si può realizzare con un amplificatore operazionale nella configurazione rappresentata nella figura 31.15. La funzione di trasferimento del circuito, ricordando l'espressione del guadagno nell'amplificatore invertente e l'impedenza della capacità nel dominio di Laplace, $\frac{1}{sC}$, è $G_I(s) = -\frac{1}{sRC}$, che rappresenta un integratore, poiché ha una s che divide.

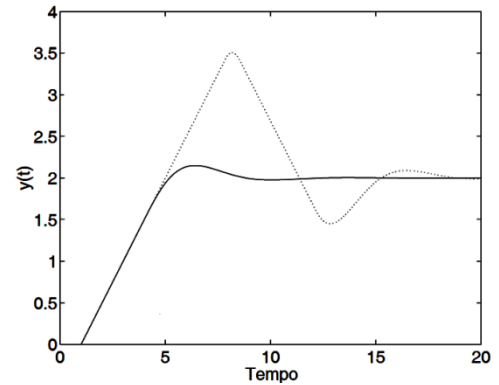


Figura 31.14. Oscillazione causata dal **wind up** e risposta generata da un integratore **anti-wind up**

31.4 Un caso in cui l'errore a regime può essere nullo senza l'integratore

In alcuni controlli, l'operazione di integrazione è fuori dal regolatore. Consideriamo per esempio un **controllo di posizione** di un motore elettrico (usato ad esempio nel *pilota automatico* per regolare la posizione del timone), il cui schema a blocchi è riportato nella figura 31.16. L'uscita dal blocco del motore è la velocità; per ottenere una **posizione angolare** ϕ , è necessario **integrare la velocità**⁴⁸ (schema al lato). L'operazione di integrazione è effettuata nel sistema controllato (il motore), invece che nel regolatore.

Anche in presenza del solo **regolatore proporzionale**, si può ottenere la posizione angolare desiderata e con errore nullo, poiché l'integratore c'è sul ramo diretto; d'altronde, capiamo che la tensione che alimenta il motore può essere nulla una volta raggiunta la posizione voluta, e quindi con errore nullo.

Nella pratica, comunque, il **regolatore integrale** può essere utile, poiché, se l'errore è molto piccolo, anche la tensione in ingresso al motore sarà piccola, e l'attrito potrebbe impedire all'albero di muoversi; il **regolatore di tipo I**, integrando il piccolo errore, dopo un tempo più o meno lungo riuscirebbe a dare la tensione necessaria a muovere l'albero.

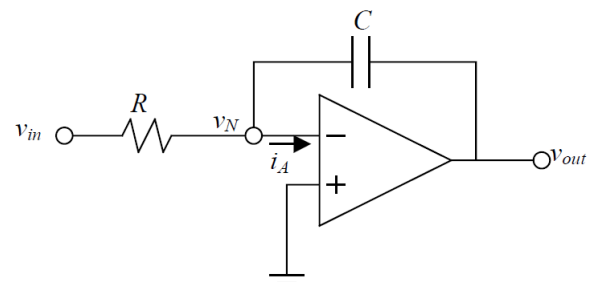


Figura 31.15. Amplificatore operazionale integrativo

⁴⁸ Dalla *Fisica*, ricorda che la velocità è data dalla variazione dello spazio diviso la variazione di tempo; questa operazione in analisi infinitesimale corrisponde alla *derivata*. L'operazione inversa della derivata è l'*integrale*, e ci permette di ricavare la posizione conoscendo la legge di variazione della velocità.

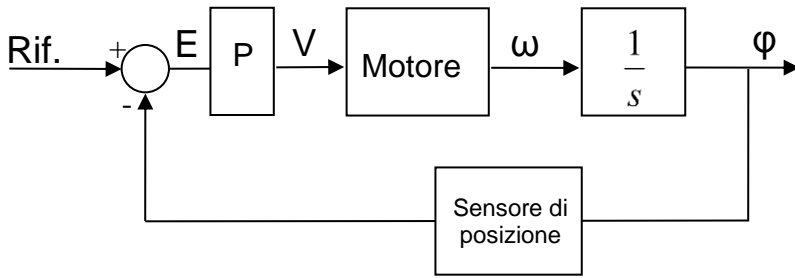


Figura 31.16. Controllo di posizione di un motore elettrico

31.5 Il regolatore ad azione derivativa, o di tipo D

Il regolatore derivativo, come dice il nome, calcola la derivata dell'errore. La variabile manipolata, uscita del regolatore, è la funzione derivata dell'errore moltiplicata per la costante D:

$$m(t) = D \frac{d}{dt} e(t)$$

Si ricorderà che moltiplicare una funzione di Laplace per s significa derivarla. La sua funzione di trasferimento pertanto è

$$G_D(s) = D \cdot s$$

Dal corso di *Matematica* sai che la **derivata** di una funzione rappresenta il coefficiente angolare della retta tangente al grafico della funzione, e quindi **la velocità con cui varia la funzione** stessa. Nel nostro caso, quindi, l'uscita del regolatore sarà proporzionale alla velocità di variazione dell'errore; se l'errore varia velocemente, l'uscita sarà grande, se varia lentamente, l'uscita sarà piccola; se l'errore cresce, la variabile manipolata è positiva, se l'errore decresce è negativa.

Il regolatore di tipo D è utilizzato **per diminuire il tempo di assestamento e per attenuare oscillazioni**.

Supponiamo, ad esempio, che nel nostro forno la temperatura sia inferiore a quella desiderata, 200 °C, e che stia calando, e che quindi **l'errore stia aumentando**, come vediamo nei grafici di figura 31.18. Nel caso di un aumento veloce dell'errore (ovvero una diminuzione veloce della temperatura), **il regolatore darà al forno una grande quantità di energia**, per permettere alla temperatura di tornare in tempi brevi a quella desiderata. Nel momento in cui **l'errore diminuisce** (la temperatura aumenta avvicinandosi a quella desiderata) l'uscita del regolatore è **negativa**; questo fa sì che **alla caldaia sia fornita meno energia**, per impedire così una successiva elevata **sovrallungazione** e quindi **oscillazioni** troppo ampie.

Nel caso invece in cui l'errore vari **lentamente**, il regolatore derivativo darà un contributo modesto. Se l'errore è costante, il suo contributo sarà nullo.

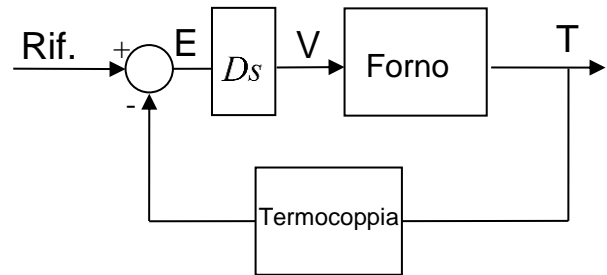


Figura 31.17. Controllo di temperatura con regolatore di tipo derivativo

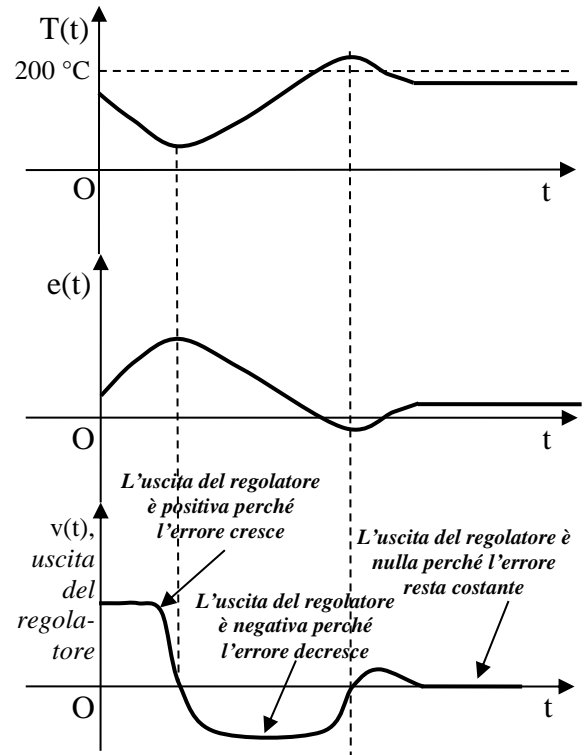


Figura 31.18. Andamento di temperatura, errore e variabile manipolata in un controllo di temperatura con regolatore derivativo

Spesso si evita di utilizzare il regolatore derivativo, poiché basta del **rumore** (che varia *velocemente* anche se con piccola ampiezza) per provocare forti sbalzi nell'uscita o comunque una notevole attività sul comando, come vediamo nella figura 31.19. Nel suo utilizzo, quindi, di solito si applicano *filtri passa-basso*.

Come **circuito elettronico analogico**, il regolatore di tipo D può essere realizzato con un **amplificatore operazionale** nella configurazione rappresentata nella figura 31.20.

Per calcolare la funzione di trasferimento di questo circuito, si ricordi l'espressione del guadagno nell'amplificatore invertente e che l'impedenza della capacità nel dominio di Laplace è $\frac{1}{sC}$; si ricava quindi $G_D(s) = -sRC$, che rappresenta un derivatore poiché ha una s che moltiplica.

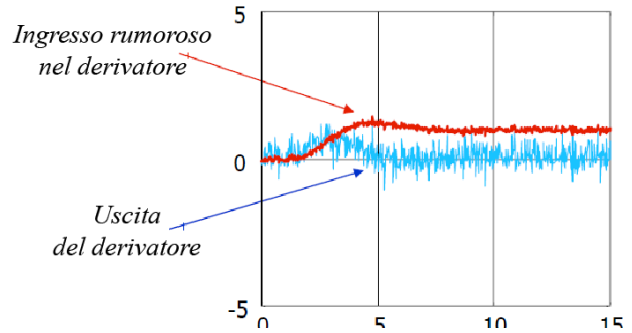


Figura 31.19. Un segnale d'errore rumoroso (rosso) e conseguente uscita del derivatore (ciano)

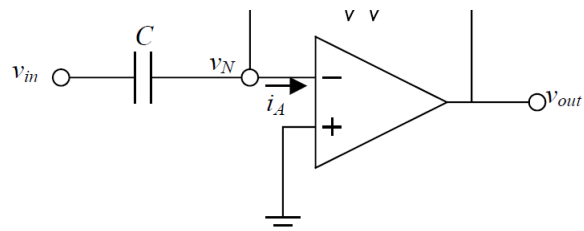
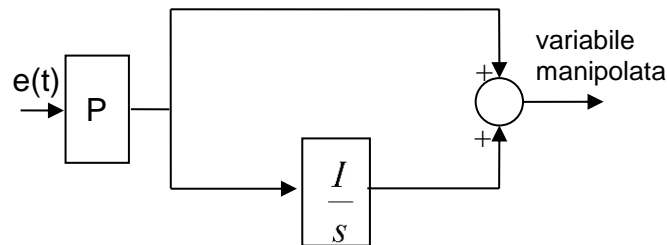


Figura 31.20. Amplificatore operazionale derivatore

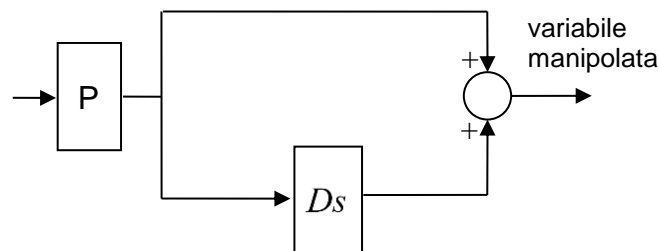
31.6 Regolatori di tipo PI, PD e PID

È frequente l'uso correlato di un regolatore proporzionale con uno integrativo. La funzione di trasferimento è la seguente: $G_{PI}(s) = P \left(1 + \frac{I}{s} \right)$.

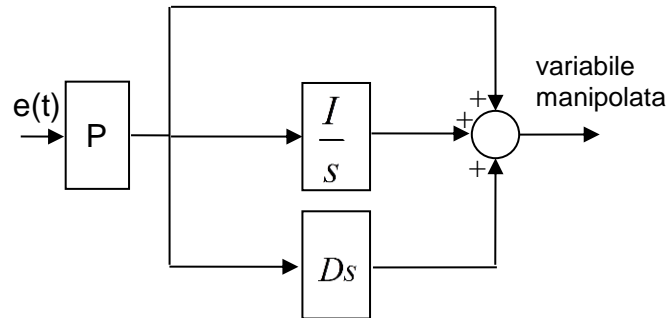
Lo schema a blocchi del regolatore PI è di seguito riportato.



Nel regolatore PD ci sono solo le azioni proporzionale e derivativa:



L'azione contemporanea di regolatore proporzionale, integrale, e derivativo si ha nel regolatore PID, che può essere rappresentato col seguente schema a blocchi:



Il regolatore PID va opportunamente tarato; è necessario, quindi, individuare i valori ottimali di P , I e D , seguendo opportune regole, che qui si omettono per brevità. Esistono anche regolatori PID che autodeterminano tali valori, o altri che possono anche assumere valori diversi durante il processo (PID adattativi), dipendenti dal processo stesso (ad esempio il valore P può essere ridotto al diminuire dell'errore, per ridurre il suo contributo con un piccolo errore e contenere quindi le sovraelongazioni).

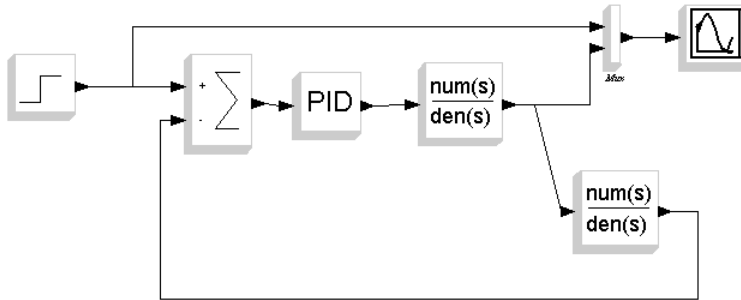
Sono state mostrate le realizzazioni di questi regolatori per mezzo di circuiti elettronici analogici; possono essere comunque costruiti utilizzando tecnologie meccaniche, pneumatiche, idrauliche ed elettroniche digitali.

31.7 Simulazione su retroazione e regolatore PID con Scicoslab

Scheda di lavoro – laboratorio di informatica

Disegna con *Scicoslab* uno schema a blocchi con retroazione unitaria negativa, simile a quello in figura. Il *Mux* serve per visualizzare sull'oscilloscopio sia l'ingresso che l'uscita, per valutare quindi l'errore.

Il *nodo sommatore* e il *regolatore PID* sono in **Linear**; il *Mux* in **Branching**. **Attenzione:** per tracciare una **derivazione** sul filo, bisogna cliccare il filo col tasto destro del mouse e selezionare **link**. Imposta i seguenti valori per l'ingresso a gradino: *step time* 0, *initial value* 0, *final value* 10.



Imposta una funzione di trasferimento del sistema controllato pari a $G(s) = \frac{12}{3s + 10}$.

Imposta una funzione di trasferimento del ramo di retroazione pari a $H(s) = \frac{100}{s + 100}$.

Imposta i seguenti parametri del PID: P=1; I=0; D=0 (è attivo quindi solo il regolatore _____).

1. Simula la **risposta al gradino unitario**. Quindi aumenta più volte la **costante proporzionale P**, anche fino a 100 ed oltre. Come cambia la risposta? (annota valori finali, errori a regime, tempo di assestamento, eventuali oscillazioni, etc...)
2. Se imposti una funzione $G(s)$ **stabile**, il sistema complessivo della retroazione resta stabile o no? Mostralo calcolando i **poli** della funzione di trasferimento complessiva.
3. Ora imposta il valore della **costante integrativa I** pari a 1. Cosa cambia nella risposta? Cosa succede se aumenti la costante integrativa fino a 10 e oltre?
4. Ora dai alla **costante integrativa I** il valore più grande possibile (anche minore di 1) che produce una risposta **non oscillatoria** (riporta sulla relazione il valore di I).
Aumenta quindi il valore della **costante proporzionale P**, fino a quando non ottieni diverse oscillazioni nella risposta (potresti dover **zoomare** nei primi istanti della risposta; riporta il valore di P impostato).
Prova ora a dare valori alla **costante derivativa D** via via crescenti a partire da 0 (anche minori di 1); riesci ad annullare le oscillazioni grazie al regolatore derivativo? Per quale valore di D?

Capitolo 32

Attuatori, sensori e trasduttori

32.1 Gli attuatori

Gli attuatori sono dispositivi in grado di esercitare spostamenti lineari o rotazionali con forze o coppie opportune. In certi casi è più importante lo spostamento, in altri casi la forza o la coppia applicata. Nel paragrafo sulla retroazione abbiamo visto, come esempio nella *macchina del timone*, l'attuatore idraulico a pistone a doppio effetto.

Gli attuatori possono essere di tipo *ON/OFF* o *proporzionali*. I primi hanno solamente due uscite (accendi o spegni un motore, apri o chiudi una valvola, e via dicendo). Gli attuatori proporzionali rispondono, invece, ad un comando continuo, con una legge che si mantiene generalmente abbastanza lineare entro un certo campo di funzionamento, come nel caso del pistone della macchina del timone.

Sono classificati anche in base al tipo di movimento sviluppato, traslatorio o rotatorio, e sono chiamati rispettivamente attuatori *lineari* o *rotanti*. L'attuatore lineare crea il movimento lungo una linea dritta, funzionando a cinghia dentata, a vite (vedi fig. 32.1) o con motori lineari, con pistoni pneumatici o oleodinamici (vedi fig. 30.7); nel campo dell'automazione sono diffusi nell'automotive (gestione carburatore, movimentazione fari o telecamere...), nelle periferiche dei computer (*disk driver* e stampanti), nelle valvole.



Figura 32.1. Attuatore lineare a vite

32.2 Sensori e trasduttori

32.2.1 Definizioni e caratteristiche

Secondo l'IEC (*International Electrotechnical Commission*), il *sensore* è "l'elemento primario di una catena di misura, che converte la variabile di ingresso in un segnale adatto per la misura", mentre il *trasduttore* è il "dispositivo che accetta un'informazione nella forma di una variabile fisica (sua variabile di ingresso) e la converte in una variabile di uscita della stessa o di diversa natura, in accordo ad una legge definita". Il trasduttore, quindi, può essere formato da elemento captatore (il sensore vero e proprio), elemento di condizionamento (es. alimentazione, amplificazione, compensazione, linearizzazione, autotaratura,...) ed elemento di elaborazione. Oggi, in ambiente industriale, il significato dei due termini si confonde.

Questi dispositivi, quindi, sono utili per trasformare una grandezza fisica di tipo qualsiasi (termico, luminoso, magnetico, meccanico, chimico...) in una grandezza di altro tipo, generalmente elettrica. Il segnale di uscita, così, è facilmente manipolabile con dei circuiti elettronici. Nei controlli, il segnale di uscita diventa comparabile col riferimento, che è di solito una tensione.

Possono essere *passivi*, che producono tensione o corrente senza bisogno di alimentazione (elettromagnetico, piezoelettrico, termoelettrico, fotovoltaico), o *attivi*, che sono alimentati (resistenza o capacità controllate geometricamente, magnetoresistivo, termo resistivo, fotoconduttivo, piezoresistivo, effetto Hall).

I trasduttori *primari* o fondamentali sono i trasduttori di temperatura, di luminosità, di posizione, di campo magnetico. I *secondari* trasduttori di forza, di accelerazione, di pressione, che dipendono dai primari. Nei *primari* la grandezza di ingresso è trasformata direttamente nella grandezza di uscita,

mentre nei *secondari* la grandezza di uscita si ottiene dalla grandezza di ingresso in modo indiretto, ovvero la grandezza di ingresso è convertita in grandezza intermedia e quest'ultima nella grandezza di uscita.

Alcune delle caratteristiche di un trasduttore sono il *range di ingresso*, gli *errori di linearità*, *offset* e *guadagno*, il *tempo di risposta*, che si illustrano di seguito.

Range. L'intervallo di valori in cui il trasduttore lavora secondo i parametri stabiliti. Il *range* di ingresso (o campo di ingresso) definisce i limiti entro cui può variare l'ingresso; il *range* di uscita (o campo di uscita) definisce i limiti entro cui può variare l'uscita.

Errore di linearità. È espresso come scostamento massimo della caratteristica reale rispetto a quella ideale (una retta).

Errore di offset. Valore presente in uscita azzerando gli ingressi. La caratteristica trasla verso l'alto o il basso di quel valore.

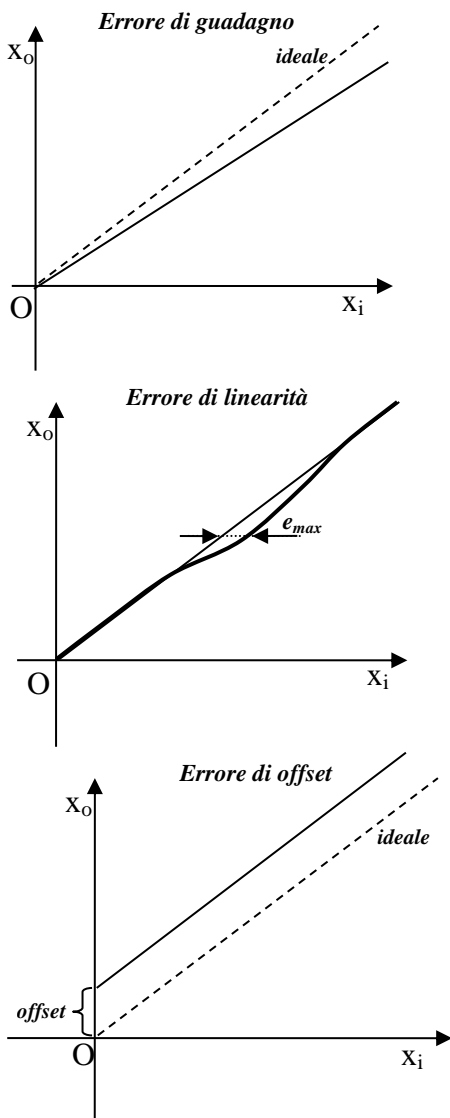
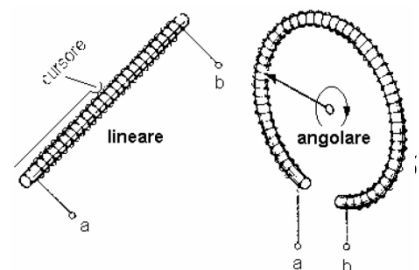


Figura 32.2. Errori in un trasduttore

Errore di guadagno. L'uscita reale ha un'amplificazione rispetto a quella ideale.

Tempo di risposta. Tempo che intercorre dal momento che l'ingresso assume un certo valore a quello in cui questo è presente in uscita (tempo di assestamento). Il trasduttore è assimilabile a un sistema del I o del II ordine, avente quindi una sua *costante di tempo*.

32.2.2 Potenzimetro resistivo



È costituito da un elemento resistivo (*filo plastici con-duttivi, carbone o grafite*) su movimento rettilineo od angolare. Il più un formato da un sottile filo metallico di (*tana*) avvolto su supporto isolante.

Nella figura 32.3 sono mostrati lo sche-

ingresso-uscita. La caratteristica si partitore di tensione: $V_o = \frac{R_2}{R_1 + R_2} E$.

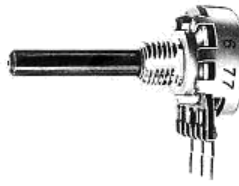
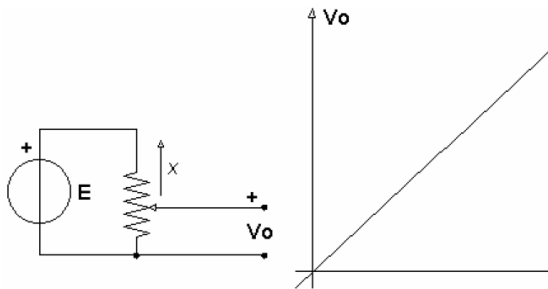


Figura 32.2. Potenziometro: aspetto e principio di funzionamento

o *strato metallico, materiali* cui è trascinato un *pattino* con usato, per la sua robu-*stezza*, è bassa conducibilità (*costan-*

ma circuitale e la *caratteristica* ricava applicando la regola del

Figura 32.3. Potenziometro: schema circuitale e caratteristica

32.2.3 Interruttori di posizione meccanici

Sono usati per prevedere la corretta successione delle operazioni (*muovere carrelli, nastri, pezzi*), per rilevare automaticamente la posizione delle parti mobili. Se posti nella parte estrema della corsa che si vuole controllare, sono detti *finecorsa*.

Ricalcano il funzionamento dei pulsanti, ma l'azione meccanica non è impressa dall'operatore, ma da un organo meccanico in movimento.

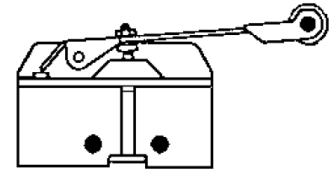


Figura 32.4. Interruttore di posizione meccanico

32.2.4 Contatti reed

Il *contatto reed* è un interruttore a lamina (normalmente aperto) che si chiude in presenza di un campo magnetico. È costituito da due lamine, realizzate con materiale ferromagnetico, parzialmente sovrapposte e separate tra loro di qualche decimo di millimetro.

Le lamine sono sigillate all'interno di un piccolo contenitore di vetro riempito di gas inerte (azoto o argon). Le estremità delle lamine (opposte ai contatti) fuoriescono dal contenitore e costituiscono i terminali del contatto. In presenza di un campo magnetico le lamine tenderanno ad attrarsi e chiuderanno il contatto.

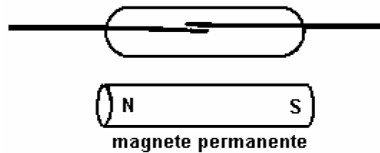


Figura 32.5. Contatto reed

32.2.5 Sensore a effetto Hall

Descriviamo l'*effetto Hall*. Le cariche elettriche, in movimento per la presenza della corrente I , si accumulano su una faccia del materiale per effetto del campo magnetico (forza di Lorentz), creando un campo elettrico E e quindi una forza agente sugli elettroni, che si oppone e compensa la forza dovuta al campo magnetico (fig. 6.6). Nello schema circuitale del trasduttore è mostrato un amplificatore differenziale che amplifica la differenza di potenziale, detta *tensione di Hall*, che è un segnale di livello basso; il regolatore mantiene la corrente costante nell'elemento Hall.

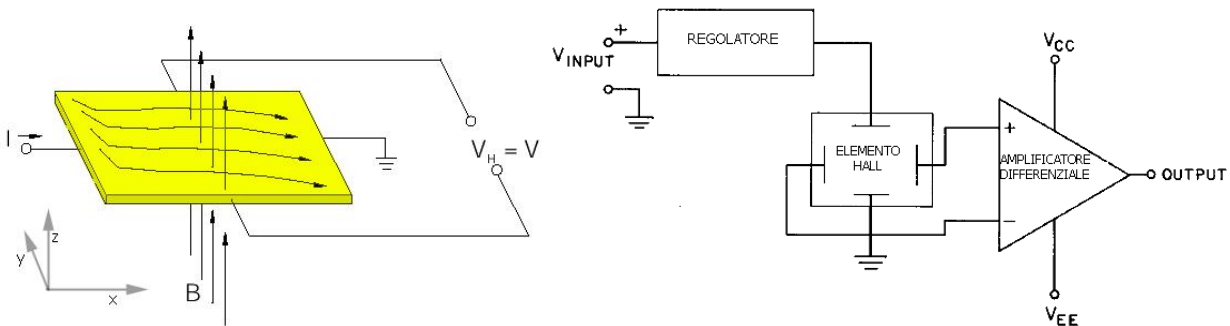


Figura 32.6. Effetto Hall e schema circuitale di un sensore basato su tale effetto

Tali sensori sono utilizzati per sentire la presenza di un magnete (sensore *ON-OFF*) o anche la sua distanza (sensore lineare).

32.2.6 Sensore centrifugo di velocità

Nel *sensore centrifugo di velocità* è uno strumento a deviazione: una molla si oppone alla forza centrifuga (fig. 6.7). Lo spostamento può essere trasmesso a un indice, a un potenziometro, a una valvola proporzionale, e così via. Trovano alcune applicazioni nei sistemi di sicurezza per la massima velocità di motori elettrici e in alcuni sistemi oleodinamici per la regolazione di velocità dei gruppi elettrogeni.

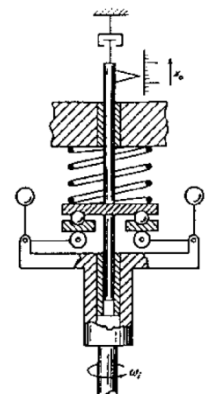


Figura 32.7. Sensore centrifugo di velocità

32.2.7 Ruota fonica

La ruota fonica misura una velocità angolare. È una speciale ruota dentata in cui l'alternanza delle zone di aria con quelle di materiale ferromagnetico del disco crea una variazione di flusso nel *pick-up*, per cui si ottiene una tensione impulsiva con frequenza proporzionale al numero di *denti al secondo*, e quindi alla velocità angolare dell'asse.

Il *pick-up* può essere attivo (elettronico) o passivo (non per basse velocità poiché il segnale in uscita, ovvero tensione indotta, è molto piccolo). La misura della velocità può essere realizzata con un contatore digitale.



Figura 32.8. Ruota fonica e pick up

32.2.8 Accelerometri

Gli *accelerometri* sono utilizzati per misure a bordo delle navi di vibrazioni, moti della nave, analisi modale, shock, boe ondometriche. La struttura è mostrata nella figura 6.9.

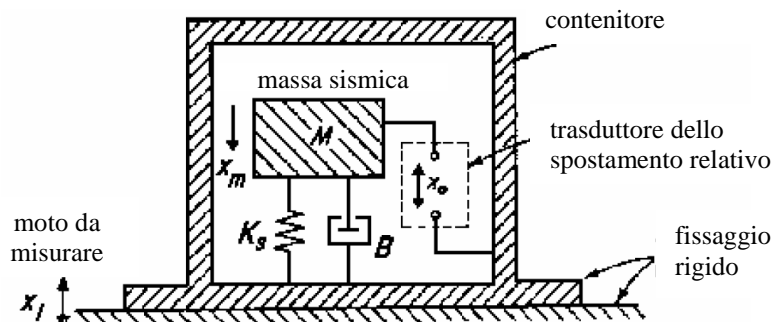


Figura 32.9. Accelerometro

La *massa inerziale* (massa sismica) può muoversi nella direzione di sensibilità del moto, con una molla contrapposta; l'accelerazione provoca pertanto uno spostamento relativo tra massa sismica e carcassa del trasduttore. Per smorzare le oscillazioni c'è lo smorzatore (immerso tutto in olio).

K_s = costante elastica della molla

B = costante di attrito viscoso

x_o = spostamento relativo della massa sismica rispetto alla carcassa

Si tratta di un sistema del secondo ordine con funzione di trasferimento $G(s) = \frac{K\omega_n^2}{s^2 + 2\delta\omega_n s + \omega_n^2}$, in

cui la pulsazione naturale vale $\omega_n = \sqrt{\frac{K_s}{M}}$ e il coefficiente di smorzamento $\delta = \frac{B}{2\sqrt{K_s M}}$.

32.2.9 Termometri

Il funzionamento dei termometri si può basare su *dilatazione* di gas o liquidi (termometri a bulbo) e di solidi (termometri bimetallici, fig. 6.10), generazione di *tensioni termoelettriche* (termocoppie, fig. 6.11), variazioni di *resistività* dei conduttori (termoresistenze) o dei semiconduttori (termistori o giunzioni di semiconduttori), emissione di *radiazione* dei corpi caldi (pirometri).

I termometri *a bulbo* e *a bimetallo* sono indicati per rilevamento locale e non per regolazione o per sistemi di sorveglianza centralizzati.

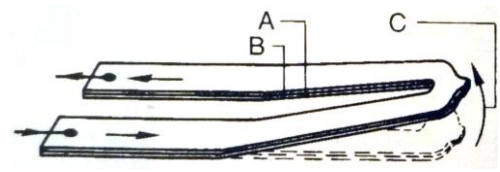


Figura 32.10. Lama bimetallica per trasduzione di temperatura; A metallo sottostante, con elevata flessione; B metallo con bassa flessione; C flessione

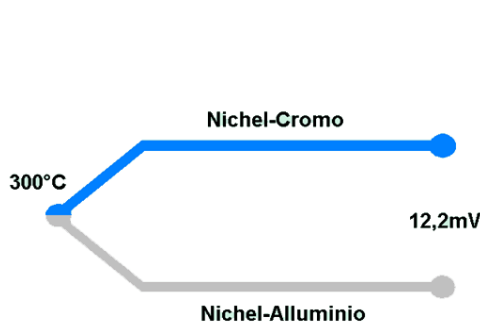


Figura 32.11. Rappresentazione schematica di una termocoppia



Figura 32.12. Sensori di temperatura di carburante per navi PT100



Figura 32.13. Trasduttore di livello a galleggiante

I *trasduttori bimetallici* sono dispositivi a soglia del tipo *ON/OFF*, utilizzati per realizzare i termostati. Essi sono utili per produrre segnali di allarme per sovratemperatura (cuscinetti, avvolgimenti motori elettrici, etc...) Consistono in una piattina formata da due lamine di metalli con coefficienti di dilatazione diversi, saldate insieme: con un aumento di temperatura c'è una forte flessione, che causa la commutazione di un contatto elettrico (fig. 32.10).

Per i processi di controllo ed i sistemi di telemisura si utilizzano sensori con in uscita un *segnale elettrico*, che è facile da trasmettere, di facile connessione ad apparecchiature elettriche o elettroniche. Essi sono le *termocoppie*, costituite da una giunzione bimetallica ai capi della quale si produce una tensione dipendente dalla temperatura, e le *termoresistenze*. A bordo delle navi si misura la temperatura del gas nelle turbine, nelle caldaie (vapore, lubrificanti), nei sistemi di refrigerazione e di condizionamento, del carico nelle stive.

Nella figura 32.11 sono mostrati, a titolo di esempio, sensori di temperatura di carburante per navi PT100 (termoresistenza), usati per compensare le differenze del volume relative alla variazione di temperatura di flusso di combustibile.

32.2.10 Sensori di livello

A bordo di petroliere o navi che trasportano fluidi, i sensori di livello sono utili a rilevare l'effettivo stato di riempimento delle cisterne per determinare il *piano di carica* della nave.

Nella *misura di livello a pressione*, si misura la pressione statica esercitata dalla colonna di liquido sovrastante il punto di misura, che vale $p = \gamma H$, dove γ è il *peso specifico* del liquido; da tale formula si ricava l'altezza del livello.

La *misura di livello a galleggiante* (fig. 32.13) è usata sulle navi cisterna. Un galleggiante è fissato ad una fune che si avvolge su un tamburo munito di trasduttore di posizione angolare. Il galleggiante è lasciato scendere dalla parte superiore della stiva. Sono conteggiati i giri del tamburo che si arresta quando il galleggiante raggiunge la superficie del liquido; in quell'istante il tamburo è frenato da un dispositivo meccanico, che sente la variazione della tensione sul cavo. Sono usati per misure discontinue e non troppo frequenti.

Capitolo 33

Applicazioni nella navigazione

33.1 L'autopilota della nave

L'autopilota di una nave consiste in un insieme di dispositivi che permettono di mantenere automaticamente un angolo di prora desiderato ψ_0 impostando un angolo di timone (fig. 33.1).

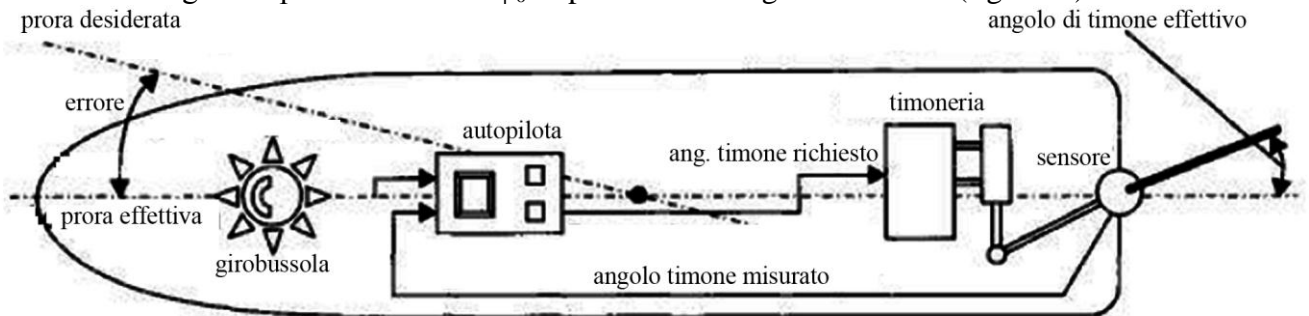


Figura 33.1. Rappresentazione schematica dell'autopilota della nave

Nella figura 33.2 è mostrato un possibile schema a blocchi dell'autopilota, con un anello di retroazione interno relativo alla timoneria e un anello esterno che si riferisce alla regolazione dell'angolo di prora.

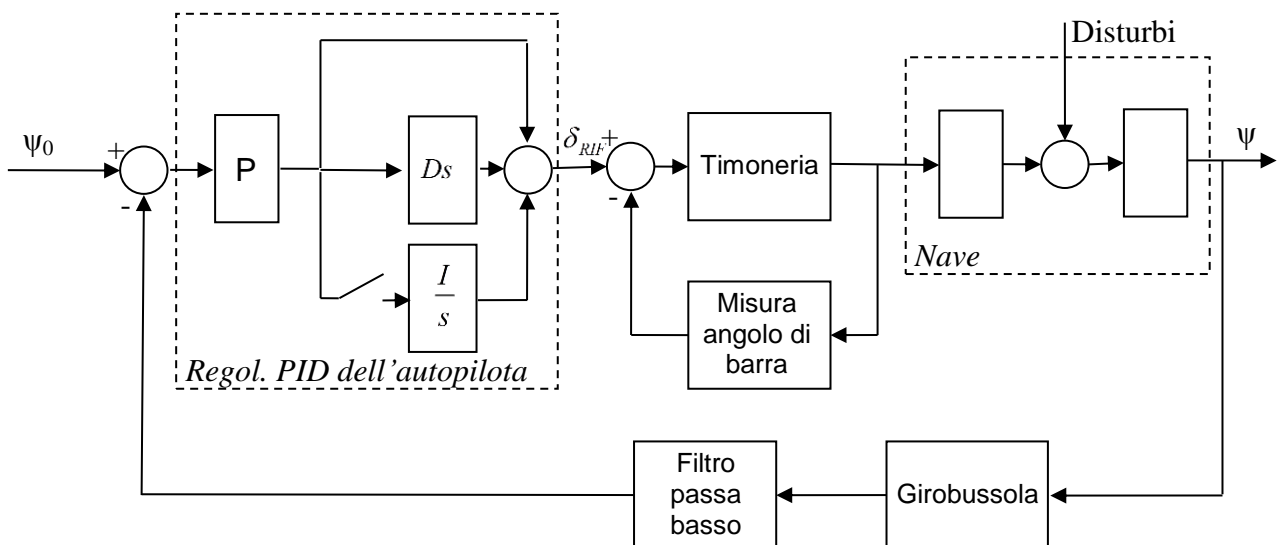


Figura 33.2. Schema a blocchi relativo all'autopilota della nave

Il *regolatore PID* decide, a seconda dell'andamento dell'errore $\psi_0 - \psi$, l'angolo del timone δ_{RIF} , che costituisce l'ingresso dell'anello di retroazione interno (macchina del timone). L'angolo effettivo del timone entra nel *sistema nave*, la cui uscita è l'angolo di prora effettivo ψ ; tale valore è misurato dalla *girobussola*.

Le variazioni piccole e veloci come il moto ondoso non sono da correggere, poiché il timone si attiverebbe continuamente, rallentando il moto e consumando energia; a causa dell'inerzia della nave, inoltre, non ci sarebbe una risposta pronta e sarebbe inutile; è posto, pertanto, un *filtro passa-basso*, che impedisce il passaggio di segnali elettrici ad alta frequenza.

Il *regolatore proporzionale*, se usato da solo, darebbe un angolo di timone in posizione di angolo nullo o di un altro valore⁴⁹ una volta ottenuta la prora desiderata; a causa della grande inerzia della nave, però, l'angolo andrebbe oltre e si produrrebbero oscillazioni nell'uscita. Il *regolatore derivativo*, come abbiamo già studiato, misurando la velocità di variazione dell'errore, smorza queste oscillazioni; esso fa sì che il timone non si arresti nella posizione centrale, ma la superi di un piccolo angolo dalla parte opposta (angolo di *controtimone*) in modo arrestare il moto rotatorio che porterebbe la nave nuovamente fuori rotta, innescando le indesiderate oscillazioni attorno alla prora di riferimento.

Il *regolatore integrale* non è fondamentale, in questo caso, per annullare l'*errore a regime*, poiché per un errore nullo il regolatore P o PD farebbe fermare il timone, portandolo a una posizione neutra (confronta il *controllo di posizione* di un motore illustrato nel paragrafo 31.3.3). Il *regolatore di tipo I* è utile, però, per migliorare la *precisione a regime*. Può restare un piccolo errore, per il quale un regolatore PD non sarebbe molto efficiente: la sua uscita resterebbe piccola per tutto il tempo; l'integratore, invece, integra un errore persistente anche piccolo, facendo crescere continuamente la sua uscita per poter così annullare presto l'errore.

Il *regolatore integrale* può essere disattivato, tramite il comando schematizzato in figura con un interruttore, nei casi in cui produrrebbe una uscita troppo elevata e farebbe tendere il sistema all'instabilità (ad esempio quando il riferimento di prora è cambiato bruscamente, e quindi l'errore diventa molto elevato). È necessario inoltre prevedere il *windup*, poiché come sappiamo l'angolo del timone è limitato di solito a circa 35° e l'integratore non deve mandare in saturazione l'attuatore.

I parametri P, D e I del regolatore vanno tarati per ottenere il minimo consumo, poiché a ogni azione del timone la nave perde velocità.

La *timoneria* e la *nave* possono essere rappresentate dallo schema a blocchi riportato in figura 33.3; qui l'anello di retroazione della *timoneria*, visto nello schema precedente, è ridotto a un'unica funzione di trasferimento equivalente relativa a un sistema del primo ordine, di costante di tempo τ_1 (si ricordi la relativa risposta al gradino). L'ingresso nella timoneria nel sistema nave considerato è l'angolo di riferimento del timone δ_{RIF} ; l'uscita dalla timoneria è l'angolo effettivo del timone δ . Tale angolo è l'ingresso del sistema nave.

Il primo blocco della *nave* rappresenta un *sistema del primo ordine* di costante di tempo τ_2 (valore compreso tra 0,2 e 1 s), alla cui uscita vi è la velocità di variazione dell'*angolo di prora* (come si intuisce facilmente, un gradino di *angolo di timone* produce, dopo un transitorio, un valore costante di *velocità dell'angolo di prora*). Tale velocità si somma ai *disturbi*, causati ad esempio da moto ondoso, vento e correnti. La velocità di variazione della rotta complessiva, infine, è integrata⁵⁰ dall'ultimo blocco, per ottenere così l'angolo effettivo di prora Ψ .

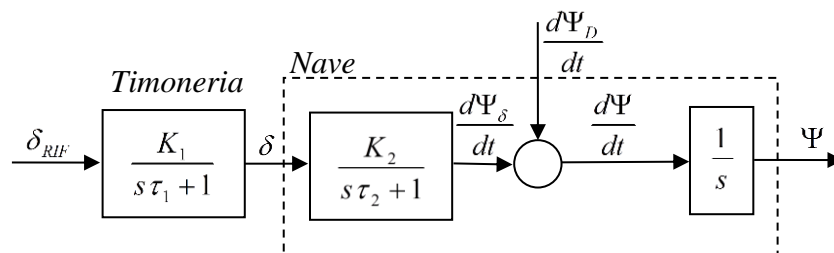


Figura 33.3. Schema a blocchi relativo a timoneria e nave

È opportuno evitare che l'azione della timoneria provochi eccessive oscillazioni, che produrrebbero più consumi e accrescerebbero le resistenze al moto. Introducendo così una certa *isteresi (banda morta, fig. 33.4)*, il comando per la timoneria avviene solo quando l'errore fra prora effettiva e

⁴⁹ La posizione neutra del timone non corrisponde sempre alla posizione *alla via*; se il timone, infatti, si trova nella scia di un'elica propulsatrice, assume posizione neutra non al centro ma in prossimità di esso; nel caso di una nave monoelica con un'elica destrogira, l'angolo neutro è tipicamente dell'ordine di 1° a dritta.

⁵⁰ Si ricordi che l'*integrale* è l'operazione inversa della *derivata*: la derivata di un angolo dà la velocità angolare e l'integrale della velocità angolare dà l'angolo.

prora di riferimento assume un certo valore, che normalmente è dell'ordine del grado o frazione di grado.

Esso può essere aumentato nel caso di cattive condizioni del mare. Il *canale* o *zona* individua la striscia entro cui la nave può manovrare; l'ampiezza dipende dal tipo di navigazione (negli stretti, costiera, d'altura, oceanica); in condizioni normali l'ampiezza è di una, due o tre miglia.

L'autopilota esaminato è di tipo tradizionale: garantisce l'*angolo di prora* corretto, ma non una *traiettoria* desiderata. Non è detto, pertanto, che la traiettoria iniziale coincida con quella finale (fig. 33.5)

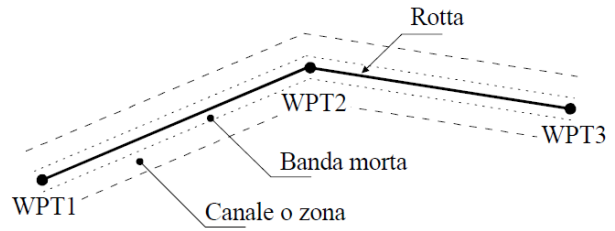


Figura 33.4. Banda morta nella rotta

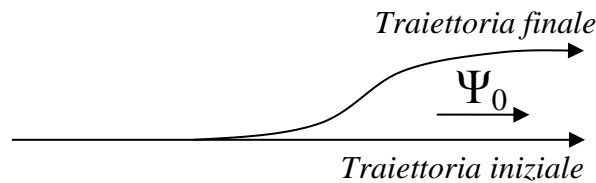


Figura 33.5. L'autopilota tradizionale non garantisce la traiettoria, ma solo l'angolo di prora

33.2 Navigazione integrata

Il più moderno *sistema di navigazione integrata* analizza e correla tutte le informazioni riguardanti la navigazione, al fine di condurre la nave in maniera ottimale. Esso mantiene la nave sulla traiettoria prefissata in direzione del successivo *waypoint* (angolo R_n), come illustrato nella figura 33.6.

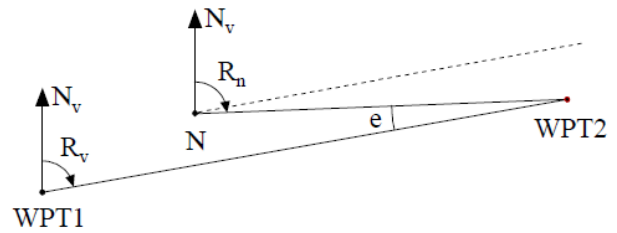


Figura 33.6. In un moderno sistema di navigazione integrata la traiettoria prefissata è mantenuta

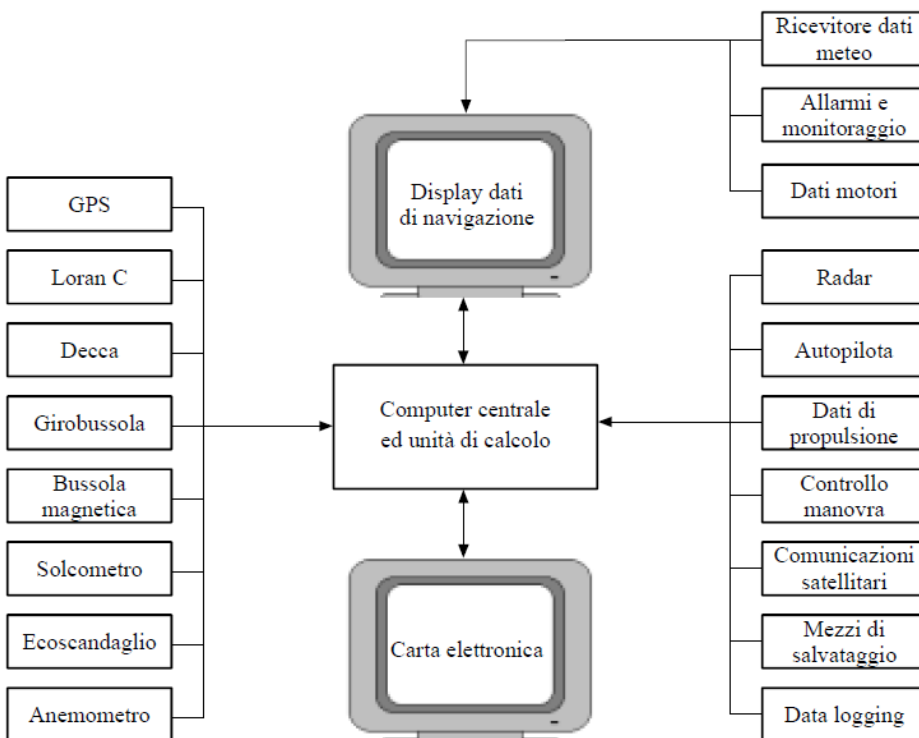


Figura 33.7. Schema a blocchi relativo a un sistema di navigazione integrata

Lo schema di figura 33.7 illustra un possibile impianto di *navigazione integrata* per la navigazione; tutte le informazioni esterne concorrono a determinare la migliore stima della posizione, della direzione e della velocità. Ogni sensore converte i dati analogici in dati digitali e quindi li invia al

calcolatore, che esamina i dati in ingresso filtrandoli mediante opportuni programmi (*filtro di Kalman*) ed apporta quindi le dovute correzioni ai dati dei vari sensori (solcometri, girobussola...), monitorizza tutto il sistema nave (motori, impianti ausiliari...) e gestisce il sistema degli allarmi; esegue i calcoli di navigazione e controlla inoltre che la posizione sia coerente con la rotta programmata.

Il sistema, ad esempio, può effettuare un continuo confronto tra la profondità misurata con l'ecoscandaglio e quella prevista attraverso la *carta elettronica*, oppure mediante il radar può determinare con continuità la posizione utilizzando un punto fisso della costa selezionato contemporaneamente sulla carta elettronica e sul radar.

Nella figura 33.8 è mostrata la visualizzazione dati in un sistema di navigazione integrata (*Bosch Telecom*), in cui sono presenti i dati di angolo di prora (*heading*), angolo del timone (*rudder*), la prora desiderata (*set course*), la posizione, e così via.

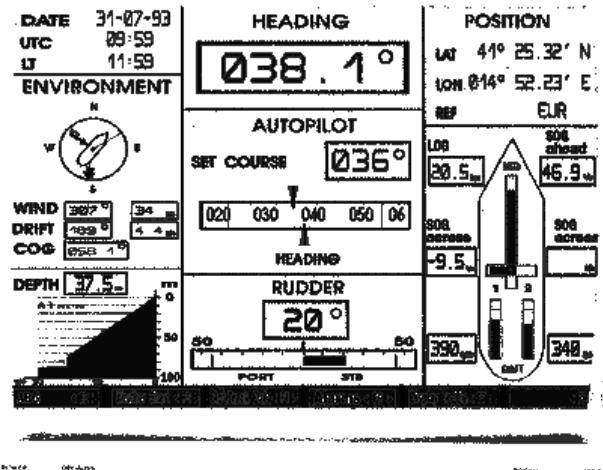


Figura 33.8. Visualizzazione dati in un sistema di navigazione integrata

33.3 Stabilizzazione della nave

33.3.1 Sistemi passivi di controllo del rollio

I sistemi passivi consistono in impianti che smorzano il moto oscillatorio della nave sfruttando l'energia fornita dal moto stesso. Due sistemi sfruttano questo principio di funzionamento per ridurre il rollio della nave: le alette antirollio e i pesi oscillanti in casse (casse antirollio) o su binari.

Le **alette antirollio** sono costituite da una lamiera collegata ortogonalmente al ginocchio della nave per una estensione longitudinale che va dal 25% al 50% della lunghezza nave. Tale lamiera, dell'altezza di $0,3 \div 0,7$ m, è disposta in modo da creare un ostacolo al flusso trasversale che lambisce la carena durante il moto di rollio.

L'azione di riduzione del moto esercitata dalle alette è ottenuta tramite l'aumento delle forze idrodinamiche di smorzamento. L'ostacolo da esse opposto al flusso trasversale, infatti, è all'origine di una forza aggiuntiva di resistenza, che trasmette all'acqua energia, che si dissipa in parte in vortici, in parte in una onda irradiata durante l'oscillazione.

Considerando la nave come una massa vibrante, l'effetto delle alette antirollio è quello di aumentare il *coefficiente di smorzamento* e quindi di ridurre l'ampiezza di oscillazione.

Gli **stabilizzatori passivi a masse oscillanti**, messi in movimento dal rollio della nave, agiscono sul moto stesso generando in maniera automatica un momento uguale a quello eccitante ed in controfase. Possono avere un liquido che si sposta da una cassa all'altra (le cosiddette *casse antirollio*) o una massa solida che si muove su un binario che va da murata a murata.

Le casse antirollio sono formate da due casse poste a murata, riempite d'acqua fino ad un certo livello (in genere acqua dolce, per una massa totale pari a circa il 10% della massa nave) e collegate da un canale esteso per l'intera altezza delle casse stesse. Si tratta di smorzatori molto efficaci che creano però un eccessivo ingombro trasversale, impedendo il libero passaggio di impianti, merci e persone.

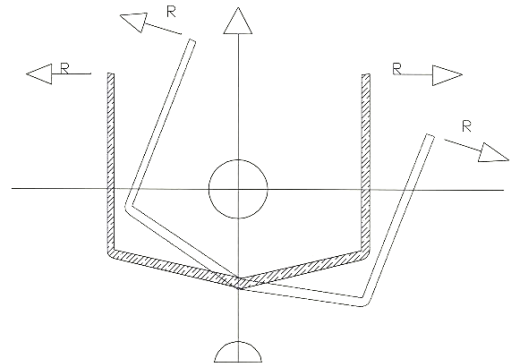


Figura 33.9. Esempio di rollio

L'evoluzione di questa configurazione è rappresentata dalle cosiddette *casse Frahm* dette anche *casse ad U* (fig. 33.10-a); esse sono collegate inferiormente nel fondo della nave, cosicché l'acqua possa fluire da una murata all'altra. In questo modo si riducono gli ingombri risolvendo il problema del passaggio in direzione longitudinale, dall'altro lato, però, l'acqua fluisce con minore facilità e l'efficacia del sistema diminuisce.

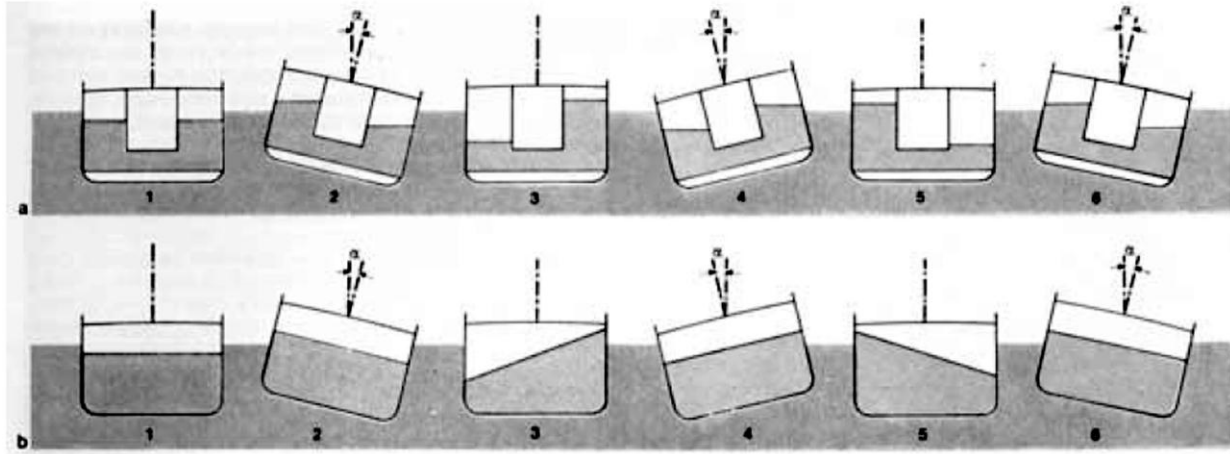


Figura 33.10. Due diverse soluzioni di casse antirollio, a) con sezione ad U e b) con sezione rettangolare; l'acqua, muovendosi con ritardo rispetto all'oscillazione della nave, aiuta a stabilizzarla

Con una appropriata regolazione della *pulsazione naturale* della massa oscillante in presenza di un basso *coefficiente di smorzamento* (vedi dal paragrafo 29.2), si può ottenere un momento in controfase rispetto a quello che causa il moto della nave. La massa d'acqua deve essere poi regolata, ad ogni viaggio, per accordare la *pulsazione naturale* della cassa con quella della nave, che dipende dalle condizioni di caricazione; tale regolazione è fatta in genere alla partenza della nave. Se si vuole far funzionare lo smorzatore dinamico su una frequenza diversa da quella di risonanza della nave, è sufficiente variare la massa d'acqua in esso contenuta; questa correzione può essere necessaria per sintonizzare la cassa col particolare moto ondoso incontrato dalla nave.

L'efficacia di questi sistemi è elevata quando il rollio è causato da onde regolari aventi una frequenza prossima a quella naturale della nave. Se il mare però non è regolare, l'efficacia si riduce poiché la regolazione della quantità d'acqua nelle casse non può essere effettuata con continuità.

33.3.2 Sistemi attivi di controllo del rollio

I sistemi attivi comprendono sensori di rilevazione del moto della nave (spostamenti, velocità e accelerazioni), un sistema automatico che determina la forza da applicare per smorzare il moto appena misurato e azionatori che applichino tale forza.

Nel caso del rollio si applica *un momento in opposizione di fase* rispetto a quello che causa il moto; tale momento deve essere conosciuto con un sufficiente anticipo per poter essere poi generato efficacemente. La valutazione è più semplice quando la nave oscilla in condizioni di risonanza (moto sfasato di 90° in ritardo rispetto al momento eccitante).

I primi sistemi attivi sono state le *casse attive*, realizzate a partire da quelle passive con l'aggiunta di un impianto per la movimentazione dell'acqua ed un sistema di controllo. Nel condotto inferiore di connessione delle casse laterali è inserita una pompa ad elevata portata; il sistema di controllo fa variare la velocità di tale pompa e alterna l'aspirazione con la mandata.

Un altro sistema è quello che si basa sul principio della *precessione del giroscopio*. I giroscopi sono corpi rigidi rotanti su sistemi cardanici che permettono rotazioni su tutti e tre i gradi di libertà (fig. 33.11). Se si applica una forza all'asse di rotazione per mutarne la direzione, esso tende a disporsi lungo la direzione perpendicolare al piano individuato da tale asse e dalla forza applicata; l'asse, quindi, si muove e descrive un cono ideale. Il suo moto è detto di *precessione*; se impedito, nasce una coppia di reazione che si scarica sulle fondazioni del giroscopio, che può essere sfruttata per la

stabilizzazione del rollio. Se i parametri del moto del giroscopio sono accordati con quelli del moto di rollio, tale coppia può essere orientata in controfase rispetto alla forzante di rollio. Il vantaggio di tale sistema sta nell'essere contenuto entro scafo, ma è costoso, ingombrante, pesante e richiede una notevole potenza per il funzionamento.

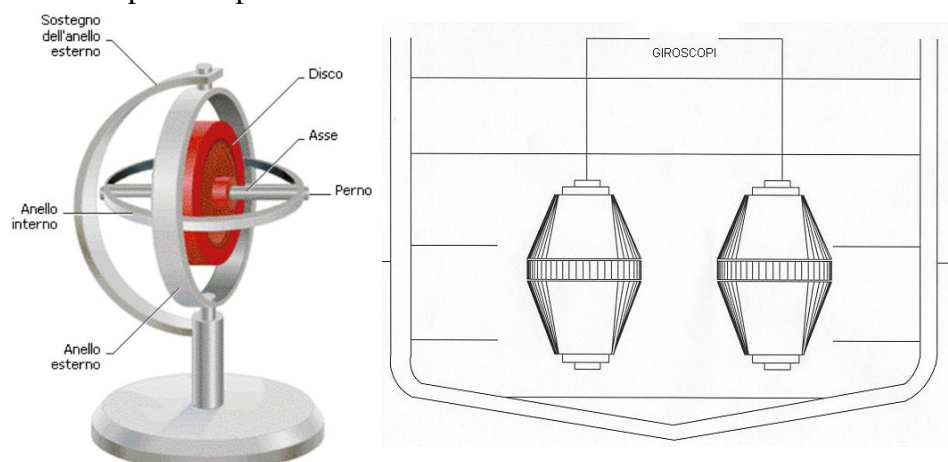


Figura 33.11. Costituzione di un giroscopio e giroscopi utilizzati per stabilizzare la nave

Per navi che richiedono elevate doti di stabilità sono utilizzate le **pinne antirollio**, in numero pari a una, due o tre coppie. Le misure di trasduttori di angolo, velocità e accelerazione angolare sono trasmesse a una unità elettronica di controllo che li elabora e decide il moto dell'attuatore che opportunamente la pinna. Esse consistono in superfici idrodinamiche mobili che fuoriescono dai fianchi a centro nave all'altezza del ginocchio. Sono collocate a centro nave per non provocare effetti indesiderati sul beccheggio, oltre che per non risentire di tale moto durante il controllo del rollio. Tali superfici sono in grado di generare forze di portanza orientate in modo da produrre un momento sempre opposto a quello causato dalle onde.

Tale sistema è di costosa installazione, ma ha bassi costi di funzionamento e un'alta efficacia di riduzione del rollio, con estinzioni che possono raggiungere il 90% del valore che si realizza in risonanza. Per contro, esse comportano un aumento della resistenza al moto di avanzo della nave e la necessità di una minima velocità di avanzo per garantire una sufficiente coppia di controllo del rollio.

Nelle prime applicazioni le pinne antirollio avevano asse fisso e perciò costituivano un notevole ingombro per le operazioni di manovra in acque ristrette e per l'avvicinamento alla banchina. Oggi le pinne sono retrattili; c'è quindi un maggiore ingombro interno e un peso maggiore, come pure una perdita di spinta per l'appendice negativa di carena. Le applicazioni sono usuali su navi veloci, navi militari e navi passeggeri.

33.3.3 Il controllo del beccheggio

Il controllo del beccheggio permette elevate velocità di crociera anche con mari mediamente mossi, favorendo il controllo di rotta e riducendo gli effetti indesiderati quali lo *slamming*⁵¹ e l'aumento di resistenza aggiunta. Il moto di beccheggio è difficilmente controllabile con sistemi interni basati sullo spostamento di pesi, perché i momenti richiesti sono molto elevati e dovrebbero essere ottenuti con pesi altrettanto elevati o con improbabili movimenti molto veloci su un lungo percorso.

⁵¹ Il fenomeno dello *slamming* è legato ad una fuoriuscita della ruota di prora ed al successivo rientro nell'acqua; se il rientro risulta sufficientemente violento, esso può comportare un impatto (*slam*) dello scafo contro la massa fluida che avviene nell'istante in cui la chiglia colpisce la superficie del mare (*bottom slamming*).

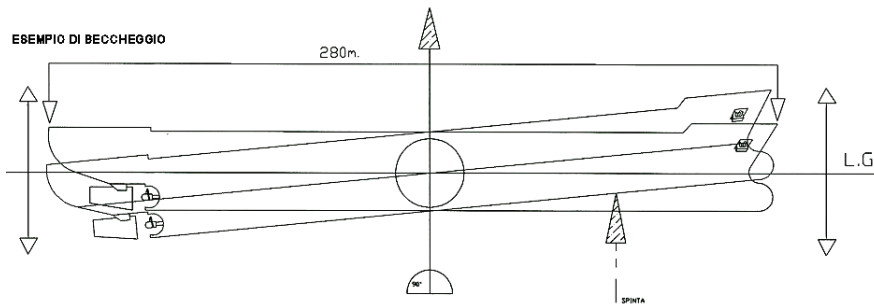


Figura 33.12. Esempio di beccheggio

Per smorzare il moto di beccheggio sono state poste sulla carena pinne fisse orizzontali, in modo da ridurre l'ampiezza del moto oscillatorio per l'aumento dello smorzamento, come nel caso delle alette antirollio. Queste coppie di pinne devono essere disposte ad una sufficiente profondità dal galleggiamento, in modo da non fuoriuscire durante il beccheggio in mare mosso; ciò provocherebbe, infatti, il loro danneggiamento al successivo contatto con l'acqua. Le pinne sono poste preferibilmente a prora per motivi idrodinamici; a poppa, infatti, si troverebbero a lavorare nella scia di carena ed il loro effetto sarebbe inferiore.

Capitolo 34

Cenni sul PLC

34.1 Caratteristiche e costituzione del PLC

Il PLC (*Programmable Logic Controller*) è nato nel 1960; fu concepito dalla General Motors, prima dell'avvento del microprocessore. Negli anni '70 il PLC si trasformò da semplice dispositivo di logica sequenziale, in unità di governo multi-scopo. Il vantaggio della **logica programmata** rispetto alla **logica cablata** è apparso subito evidente; i collegamenti pneumatici o elettrico-pneumatici, infatti, sono rigidi: è complicato modificarli. Con la logica programmata è possibile modificare a piacere le fasi di un ciclo, senza dover spostare un tubi e cavi elettrici.

Il PLC è uno speciale elaboratore di tipo industriale, concepito per risolvere i problemi di controllo e automazione. Può essere suddiviso in unità centrale (CPU), memoria, sezione di alimentazione, sezione di ingresso, sezione di uscita.



Figura 34.1. Un PLC della Siemens

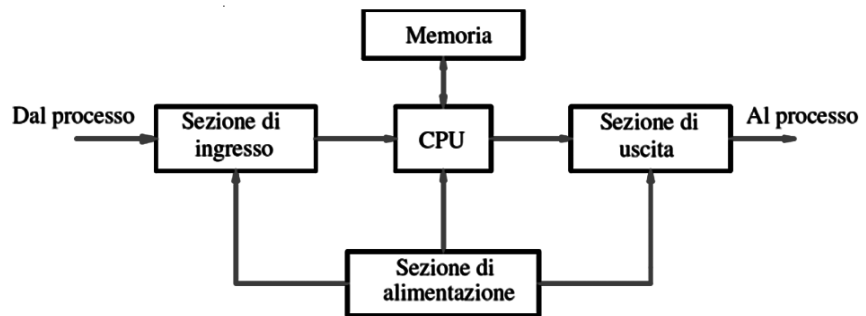


Figura 34.2. Schema a blocchi relativo alla costituzione del PLC

Il PLC, come ogni computer, è in grado di elaborare solamente delle informazioni espresse con due livelli logici: 0 e 1. Si usano per la programmazione codici come l'ottale e l'esadecimale.

La **CPU** (*Central Processing Unit*) coordina tutte le attività del PLC. Essa legge ed interpreta i codici presenti nella memoria, esegue operazioni logiche su bit o word, operazioni aritmetiche, genera impulsi di sincronismo (clock), esegue conteggi e temporizzazioni. Si comprende come sia conveniente rispetto a un insieme cablato di componenti elettromeccanici per dimensioni, costi e consumi più contenuti.

In un PLC, le funzioni di controllo e comando sono determinate dal programma, che è caricato, istruzione per istruzione, in memoria. Vi è una **memoria di sistema** (*system memory*) e una **memoria applicativa** (*application memory*). La memoria di sistema è destinata a contenere il sistema operativo definita dal costruttore e non accessibile all'utente. La memoria applicativa è destinata alle applicazioni e quindi all'utente e si divide in memoria dati (*flag, registri*) e memoria di programma (programma utente).

Le memorie possono essere **volatili**, che in mancanza di alimentazione perdono il loro contenuto, e **non volatili**, che mantengono il loro contenuto anche in mancanza di alimentazione. Le RAM (*random access memory*, memoria ad accesso casuale) sono memorie a lettura/scrittura e sono volatili. Le ROM (*read only memory*, memoria a sola lettura, sono non volatili e inalterabile nel tempo. Le PROM (*programmable read only memory*, ROM programmabile), sono dal contenuto fisso e inalterabile nel tempo ma possono essere programmate dall'utente. Le EPROM (*erasable programmable read only memory*, memoria a sola lettura programmabile e cancellabile) sono non volatili: si cancellano con l'esposizione ai raggi ultravioletti; il tempo di esposizione è di 10-15 minuti. Le EEPROM (*electrically erasable programmable read only memory*, ROM programma-

bile, cancellabile elettricamente). Le memorie EEPROM (o E2PROM), possono essere cancellate con tensioni opportune e senza rimuoverle dal PLC.

I **moduli di ingresso** possono essere digitali (ON-OFF) e analogici. Nel primo caso il segnale assume solo due stati, ON o OFF, che corrispondono a due stati di tensione, 0 e 24 V; nel secondo caso il segnale può assumere infiniti livelli di tensione, tipicamente tra -10 e 10 V, o di corrente, tra 4 e 20 mA, che sono trasformati in segnali numerici, elaborabili dalla CPU. Per evitare che sovratensioni danneggino il PLC si provvede a disaccoppiare il segnale proveniente dall'esterno dal circuito interno mediante fotoaccoppiatori (optoisolatori), nei quali il segnale è trasformato in un segnale luminoso da un diodo led che va a eccitare un transistor fotosensibile.

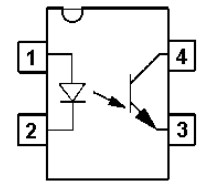


Figura 34.3.
Pedinatura di un optoisolatore

Anche i **moduli di uscita** si classificano in digitali o analogici. I moduli digitali possono essere a *relè* (la CPU eccita una bobina che chiude un contatto sul circuito esterno), a *transistor* e a *triac* (tali componenti sono usati come interruttori). Nel *relè* c'è un isolamento di tipo meccanico, mentre col *triac* e col *transistor* si usano gli optoisolatori. Nel modulo analogico è utilizzato un convertitore digitale-analogico (D/A) che trasforma il segnale digitale prodotto dalla CPU in un segnale continuo.

34.2 Linguaggi di programmazione

Vi sono diversi linguaggi di programmazione, elencati di seguito:

1. *functional block diagram* (FBD) o schema a blocchi funzionale;
2. *ladder diagram* (LD) o linguaggio a contatti;
3. *instruction list* (IL) o lista d'istruzioni;
4. *structured text* (ST) o letterale strutturato;
5. *sequential function chart* (SFC) o diagramma funzionale in sequenza (GRAFCET).

Dei primi due, i più utilizzati, daremo semplici esempi.

34.2.1 Functional Block Diagram

Questo linguaggio usa le porte logiche, una simbologia quindi derivante dalla progettazione di circuiti elettronici. Esse sono mostrate nella figura 34.4 nelle simbologie MIL/STD (militare, standard) e IEEE/ANSI/IEC (*Institute of Electrical and Electronics Engineers, American National Standards Institute, International Electrotechnical Commission*), che è usata spesso in questo tipo di programmazione.

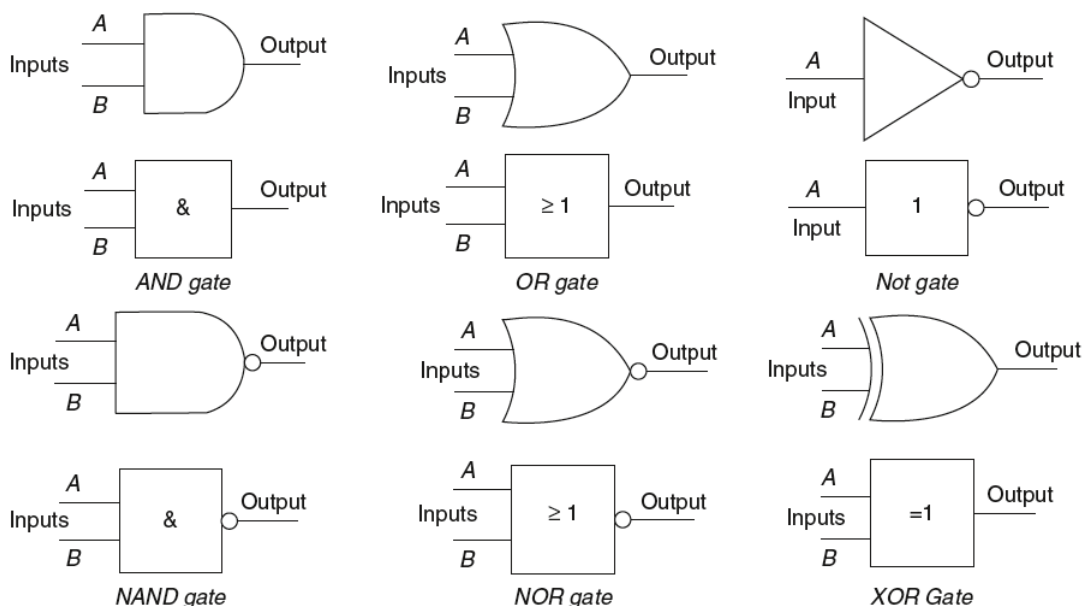


Figura 34.4. Porte logiche, ciascuna rappresentata in alto nella simbologia MIL/STD e, in basso, ANSI/IEE/IEC

Nell'esempio di figura 34.5 via è una porta OR, la cui uscita è ingresso di una porta AND; l'OR logico tra gli ingressi 2 e 3, quindi, è posto in AND logico con l'ingresso 1.

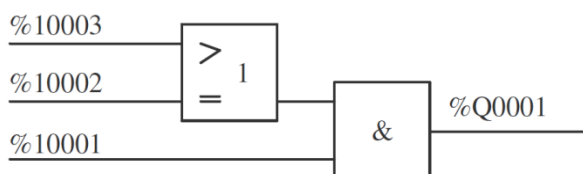


Figura 34.5. Esempio di piccolo programma scritto con blocchi logici

34.2.2 Ladder diagram (LD)

Il linguaggio *ladder* ricalca la logica a contatti; sono utilizzati, infatti, elementi grafici organizzati in reti connesse e barre d'alimentazione; essi sono contatti, bobine (fig. 34.6), funzioni, blocchi funzionali, elementi di comando (salti, ritorni, ecc.). Il contatto ON è usato quando l'uscita deve essere attivata se il contatto è chiuso; il contatto OFF, invece, quando il contatto è aperto (condizione negata).

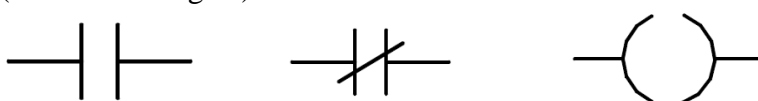


Figura 34.6. Contatto ON, contatto OFF, bobina o attuatore in uscita

34.3 Esempi di programmi in ladder

34.3.1 Corrispondenza tra diagrammi in ladder e porte logiche

Nella tabella di figura 34.7 sono rappresentate le porte logiche e i corrispondenti codici in linguaggio *ladder* e tabelle di verità.

Logic Diagram	Truth Table	Ladder Diagram															
<p>AND Gate</p>	<table border="1"> <tr><th>A</th><th>B</th><th>C</th></tr> <tr><td>0</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><td>0</td><td>1</td><td>0</td></tr> <tr><td>1</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><td>1</td><td>1</td><td>1</td></tr> </table>	A	B	C	0	0	0	0	1	0	1	0	0	1	1	1	<p>AND Equivalent Circuit</p>
A	B	C															
0	0	0															
0	1	0															
1	0	0															
1	1	1															
<p>OR Gate</p>	<table border="1"> <tr><th>A</th><th>B</th><th>C</th></tr> <tr><td>0</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><td>0</td><td>1</td><td>1</td></tr> <tr><td>1</td><td>0</td><td>1</td></tr> <tr><td>1</td><td>1</td><td>1</td></tr> </table>	A	B	C	0	0	0	0	1	1	1	0	1	1	1	1	<p>OR Equivalent Circuit</p>
A	B	C															
0	0	0															
0	1	1															
1	0	1															
1	1	1															
<p>Exclusive-OR Gate</p>	<table border="1"> <tr><th>A</th><th>B</th><th>C</th></tr> <tr><td>0</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><td>0</td><td>1</td><td>1</td></tr> <tr><td>1</td><td>0</td><td>1</td></tr> <tr><td>1</td><td>1</td><td>0</td></tr> </table>	A	B	C	0	0	0	0	1	1	1	0	1	1	1	0	<p>Exclusive-OR Equivalent Circuit</p>
A	B	C															
0	0	0															
0	1	1															
1	0	1															
1	1	0															
<p>NAND Gate</p>	<table border="1"> <tr><th>A</th><th>B</th><th>C</th></tr> <tr><td>0</td><td>0</td><td>1</td></tr> <tr><td>0</td><td>1</td><td>1</td></tr> <tr><td>1</td><td>0</td><td>1</td></tr> <tr><td>1</td><td>1</td><td>0</td></tr> </table>	A	B	C	0	0	1	0	1	1	1	0	1	1	1	0	<p>NAND Equivalent Circuit</p>
A	B	C															
0	0	1															
0	1	1															
1	0	1															
1	1	0															
<p>NOR Gate</p>	<table border="1"> <tr><th>A</th><th>B</th><th>C</th></tr> <tr><td>0</td><td>0</td><td>1</td></tr> <tr><td>0</td><td>1</td><td>0</td></tr> <tr><td>1</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><td>1</td><td>1</td><td>0</td></tr> </table>	A	B	C	0	0	1	0	1	0	1	0	0	1	1	0	<p>NOR Equivalent Circuit</p>
A	B	C															
0	0	1															
0	1	0															
1	0	0															
1	1	0															

Figura 34.7. Corrispondenza tra porte logiche e diagramma *ladder*

34.3.2 Autoritenuta

Nella figura 34.8 è mostrato uno schema elettrico, detto di *autoritenuta*. Vi sono due linee orizzontali di alimentazione, due pulsanti, *start* (normalmente aperto) e *stop* (normalmente chiuso), una bobina K e un contatto normalmente aperto K, che si chiude solo quando la bobina K è alimentata (hanno, infatti, lo stesso nome K). La bobina può far parte di un *contattore*; tale dispositivo elettromeccanico, se eccitato, fa chiudere contatti di potenza che, ad esempio, portano alimentazione a un motore elettrico. Questo circuito, quindi, può essere usato per comandare a distanza un motore, senza necessità di far molto lunghi i cavi che portano una grande energia al motore, che dovrebbero essere di una sezione elevata; è molto lungo, invece, un cavo elettrico con sezione più limitata.

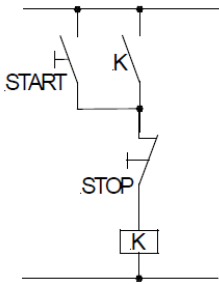


Figura 34.8. Autoritenuta: realizzazione con logica cablata

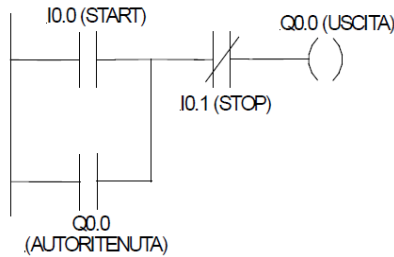


Figura 34.9. Autoritenuta: realizzazione con software in linguaggio ladder

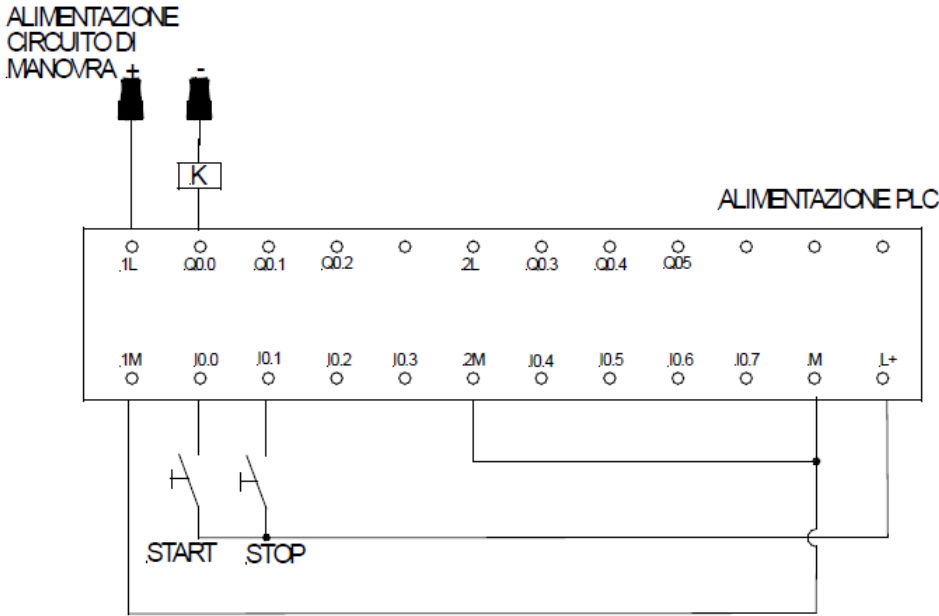


Figura 34.10. Autoritenuta: cablaggio del PLC

Il pulsante *start*, se premuto, dà alimentazione alla bobina K; tale bobina, eccitata, fa chiudere il contatto K. Rilasciando il pulsante *start*, quindi, il contatto K resta chiuso e la bobina K resta alimentata; questa tecnica è utile, quindi, a chiudere un contatto tramite un pulsante ed è chiamata **autoritenuta**. Quando si schiaccia il pulsante *stop*, si toglie alimentazione alla bobina e quindi il contatto K si apre.

Il circuito descritto è un esempio di **logica cablata**, in cui hanno importanza i collegamenti tra i vari contatti e bobine. La stessa funzione può essere realizzata usando un PLC; si parla quindi di **logica programmata**. Il programma in linguaggio *ladder* è rappresentato nella figura 34.9. Si noti la corrispondenza tra linee di alimentazione (in questo caso ce ne sono una ed è verticale), pulsanti, contatti, bobina, collegamenti in serie, collegamenti in parallelo. I pulsanti corrispondono a ingressi, e sono denominate con sigle alfanumeriche contenenti numeri progressivi, qui I0.0 e I0.1; la bobina rappresenta l'uscita, ed è chiamata Q0.0. Nella figura 34.10 è mostrato il cablaggio del PLC.

34.3.3 Avviamento stella-triangolo di un motore asincrono

Come è noto, il motore asincrono assorbe una corrente elevata all'avviamento. Collegando gli avvolgimenti di statore a stella, la corrente si riduce a un terzo; dopo un certo tempo si collegano a triangolo per procedere nel normale funzionamento. Tale commutazione può essere effettuata utilizzando contattori e un PLC.

Per commutare dopo un tempo stabilito si utilizza il **temporizzatore**, che fa sì che una bobina si ecciti con un certo tempo di ritardo (fig. 34.11). Il suo simbolo può variare a seconda della marca del PLC. Può essere ritardato alla diseccitazione o all'eccitazione; in questo caso si tratta di un relè ritardato all'eccitazione, come indica la sigla T_{ON}. Il temporizzatore, nel caso dell'esempio in figura, è siglato con la lettera T seguita da un numero. Un valore da 0 a 255, in questo caso 100, a seconda della risoluzione

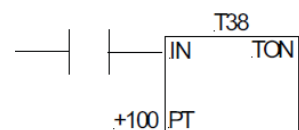


Figura 34.11. Temporizzatore in linguaggio ladder

impostata, corrisponde a un certo tempo; se la risoluzione è il decimo di secondo, il tempo di attesa qui è di 10 s.

Nell'esempio di programma di figura 34.12, schiacciando il pulsante di avvio si eccita la bobina (non vera, ma software) Q0.0 e subito dopo (frazione di secondo) Q0.1. Trascorsi 3 secondi, il temporizzatore T37 si eccita, disabilitando Q0.1 (segmento 3), staccando quindi l'alimentazione a stella, ed abilitando Q0.2 (segmento 4), dando alimentazione a triangolo; i contatti T37 dei segmenti 3 e 4, infatti, sono direttamente collegati allo stato del temporizzatore: il primo è negato, il secondo no. Il cablaggio del PLC è mostrato nella figura 34.13 e lo schema di potenza nella figura 34.14.

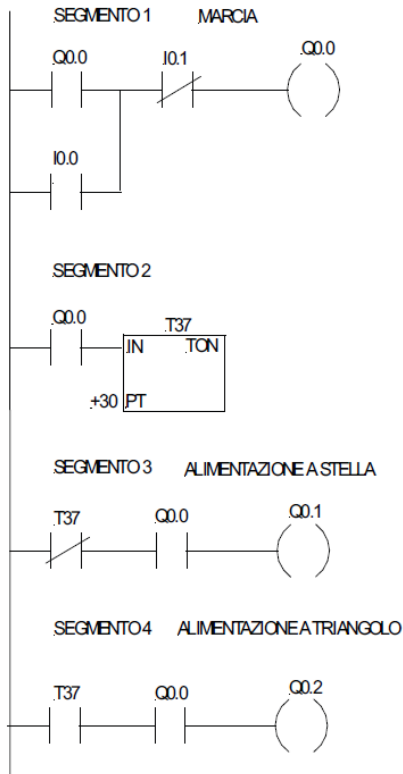


Figura 34.12. Avviamento stella-triangolo: programma in linguaggio ladder

Figura 34.13. Avviamento stella-triangolo: cablaggio del PLC

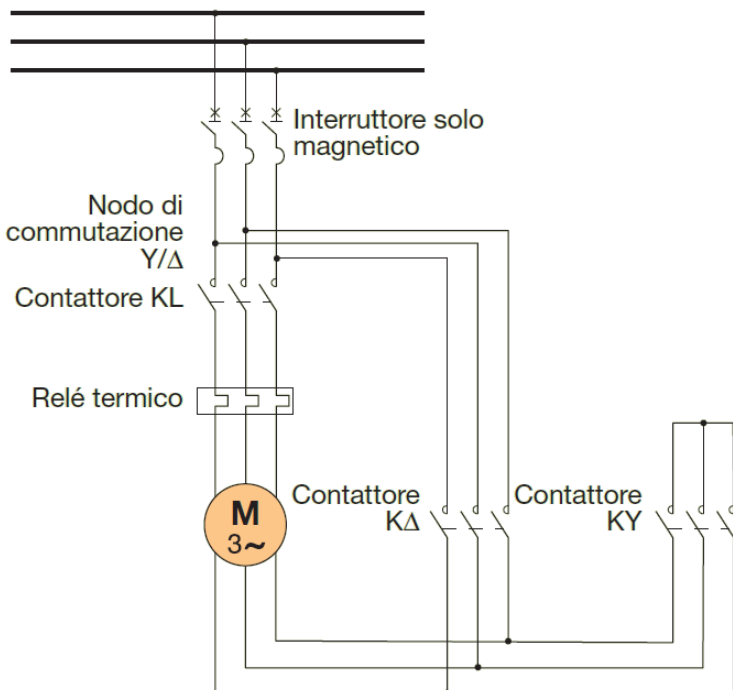
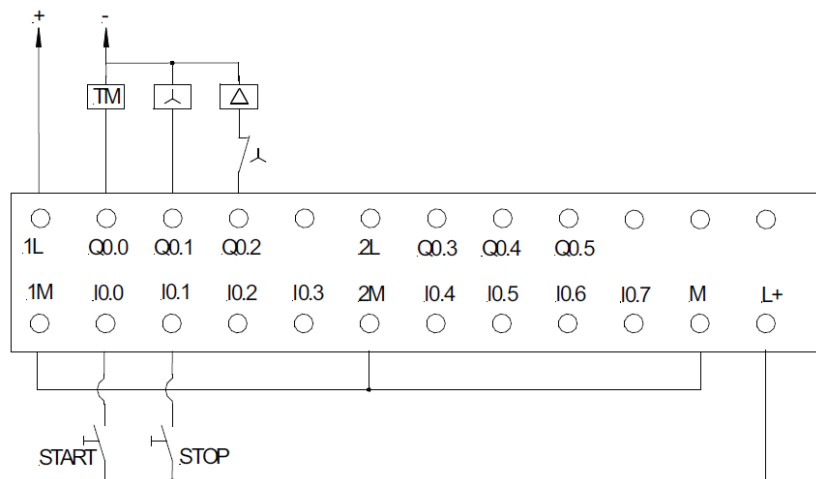


Figura 34.14. Avviamento stella-triangolo: schema di potenza

Domande di riepilogo sulla parte sesta

1. Traccia la risposta al gradino di un sistema del primo ordine, evidenziando il significato grafico della costante di tempo del sistema.
2. Traccia la risposta al gradino di un sistema del secondo ordine nei casi di sistema sottosmorzato, a smorzamento critico e sovrasmorzato.
3. Spiega come si calcola il tempo di assestamento in un sistema del primo ordine.
4. Spiega come si calcola il tempo di assestamento in un sistema del secondo ordine sottosmorzato.
5. Spiega come si calcola il tempo di assestamento in un sistema del secondo ordine sovrasmorzato.
6. Dai la definizione di sovraelongazione percentuale.
7. Come varia la sovraelongazione percentuale al variare del coefficiente di smorzamento?
8. Spiega il funzionamento del regolatore *ON-OFF*, tracciando il ciclo di isteresi e il diagramma temporale di uscita e ingresso.
9. Parla del controllo di velocità di un motore elettrico con regolatore *P* e tracciane lo schema a blocchi.
10. Quale regolatore riduce le oscillazioni della risposta? Perché?
11. Nel controllo di temperatura, il regolatore integrale annulla l'errore a regime. Spiega come.
12. Parla del trasduttore a effetto *Hall*.
13. Parla del potenziometro resistivo.
14. Parla dei trasduttori di temperatura che forniscono in uscita un segnale elettrico.
15. Parla dell'accelerometro.
16. Qual è la funzione dell'autopilota tradizionale della nave?
17. Se nell'autopilota c'è solo il regolatore *P*, l'errore a regime è nullo? Com'è solitamente l'andamento della risposta?
18. Come si traduce sul timone l'azione del regolatore derivativo nell'autopilota della nave?
19. Il PLC: moduli di ingresso analogici e digitali.
20. Il PLC: cos'è l'optoisolatore?
21. Scrivi in linguaggio *ladder* un piccolo programma equivalente alla porta logica *AND*.

Bibliografia e sitografia

M. D'Amore, *Elettrotecnica*, Siderea, 1998

A. Falsone, G. Ristagno, F. P. Zanni, *Tecnica professionale*, Calderini, 1998

Jacob Millman, Arvin Grabel, Pierangelo Terreni, *Elettronica di Millman*, McGraw-Hill, 2008

Paolo Gabrielli, Giuliano Rugani, *Controlli e automazione navale*, Bozzi editore, Genova

Giovanni Marro, *Controlli automatici*, Zanichelli, 2010

Jacek F. Gieras, *Advancements in Electric Machines*, Springer, 2008

Sandro Ronca, *Esercizi di macchine elettriche*, Libreria Universitaria Edizioni, 2011

A. Ceconelli, A. Ceconelli, *Elettronica, telecomunicazioni e applicazioni*, Calderini, 2000

V. Savi, G. Tanzi, L. Varani, *PLC*, Calderini, 2004

Indirizzi internet al maggio 2013:

Macchina sincrona - http://docenti.etc.polimi.it/IND32/Didattica/ME.../5_MS_ridotto.pdf

Dispense di *Automazione navale*, Università di Genova, prof. Carrera
<http://www.navale.unige.it/docente.php?id=25>

Mario Vultaggio, *Il radar in navigazione: principi di funzionamento, potenzialità e limiti*
http://navigaz.uniparthenope.it/sez_nav/downloads/navii0809_vol2/volume_2_cap_5.pdf

Radartutorial.eu

<http://www.radartutorial.eu/index.en.html>

Quaderni di applicazione tecnica n. 12: generalità sui sistemi navali e sulle applicazioni di bordo, ABB

[http://www05.abb.com/global/scot/scot209.nsf/veritydisplay/9b381983ffa4c133c12578780049cf9a/\\$file/qt12_ita.pdf](http://www05.abb.com/global/scot/scot209.nsf/veritydisplay/9b381983ffa4c133c12578780049cf9a/$file/qt12_ita.pdf)

D. Zaninelli, *Sistemi elettrici a bordo delle navi*

<http://www.elettronavigare.it/files/Sistemi%20elettrici%20navali.pdf>