

1

2

3

Idee per
il tuo futuro

Ugo Amaldi
L'Amaldi
per i licei scientifici.blu

Induzione e onde elettromagnetiche
Relatività e quanti
con Physics in English

$$\Psi = a\Psi_a + b\Psi_b$$



SCIENZE **ZANICHELLI**

INTERNATIONAL SYSTEM OF UNITS

SI BASE UNITS

Base quantity	Name	Symbol
length	metre	m
mass	kilogram	kg
time	second	s
electric current	ampere	A
thermodynamic temperature	kelvin	K
amount of substance	mole	mol
luminous intensity	candela	cd

PREFIXES

Name	Symbol	Factor	Name	Symbol	Factor
exa	E	10^{18}	deci	d	10^{-1}
peta	P	10^{15}	centi	c	10^{-2}
tera	T	10^{12}	milli	m	10^{-3}
giga	G	10^9	micro	μ	10^{-6}
mega	M	10^6	nano	n	10^{-9}
kilo	k	10^3	pico	p	10^{-12}
hecto	h	10^2	femto	f	10^{-15}
deka	da	10^1	atto	a	10^{-18}

SI DERIVED UNITS

Derived quantity	Name	Symbol	Definition
area	square metre		m^2
volume	cubic metre		m^3
speed, velocity	metre per second		m/s
acceleration	metre per second squared		m/s^2
frequency	hertz	Hz	s^{-1}
plane angle	radian	rad	
solid angle	steradian	sr	
force	newton	N	$m \cdot kg \cdot s^{-2}$
pressure	pascal	Pa	N/m^2
energy, work, quantity of heat	joule	J	$N \cdot m$
power	watt	W	J/s
electric charge	coulomb	C	$s \cdot A$
electric potential difference	volt	V	W/A
capacitance	farad	F	C/V
electric resistance	ohm	Ω	V/A
magnetic flux	weber	Wb	$V \cdot s$
magnetic flux density	tesla	T	Wb/m^2

Ugo Amaldi
L'Amaldi
per i licei scientifici.blu
Induzione e onde elettromagnetiche
Relatività e quanti
con Physics in English

I diritti di elaborazione in qualsiasi forma o opera, di memorizzazione anche digitale su supporti di qualsiasi tipo (inclusi magnetici e ottici), di riproduzione e di adattamento totale o parziale con qualsiasi mezzo (compresi i microfilm e le copie fotostatiche), i diritti di noleggio, di prestito e di traduzione sono riservati per tutti i paesi. L'acquisto della presente copia dell'opera non implica il trasferimento dei suddetti diritti né li esaurisce.

Per le riproduzioni ad uso non personale (ad esempio: professionale, economico, commerciale, strumenti di studio collettivi, come dispense e simili) l'editore potrà concedere a pagamento l'autorizzazione a riprodurre un numero di pagine non superiore al 15% delle pagine del presente volume. Le richieste per tale tipo di riproduzione vanno inoltrate a

Centro Licenze e Autorizzazioni per le Riproduzioni Editoriali (CLEARedi)
Corso di Porta Romana, n. 108
20122 Milano
e-mail autorizzazioni@clearedi.org e sito web www.clearedi.org

L'editore, per quanto di propria spettanza, considera rare le opere fuori del proprio catalogo editoriale, consultabile al sito www.zanichelli.it/f_catalog.html. La fotocopia dei soli esemplari esistenti nelle biblioteche di tali opere è consentita, oltre il limite del 15%, non essendo concorrenziale all'opera.

Non possono considerarsi rare le opere di cui esiste, nel catalogo dell'editore, una successiva edizione, le opere presenti in cataloghi di altri editori o le opere antologiche. Nei contratti di cessione è esclusa, per biblioteche, istituti di istruzione, musei ed archivi, la facoltà di cui all'art. 71 - ter legge diritto d'autore.
Maggiori informazioni sul nostro sito: www.zanichelli.it/fotocopie/

Hanno collaborato alla realizzazione del testo:
Edoardo Amaldi, Iris Amaldi, Paolo Amaldi, Silvia Amaldi

Realizzazione editoriale:

- Redazione: Silvia Merialdo, Antonia Ricciardi, Stefania Varano
- Segreteria di redazione: Deborah Lorenzini
- Progetto grafico, impaginazione e ricerca iconografica: Miguel Sal & C.
- Disegni: Graffito, Cusano Milanino (MI)
- Elaborazione delle immagini: Danilo Cinti
- Fotografie sperimentali: Carlo Gardini, Massimiliano Trevisan
- Correzione bozze e indice analitico: T2, Bologna

Contributi:

- Mappe dei concetti: Danilo Cinti
- Schede di storia della fisica: Giulio Maltese
- Schede di epistemologia: Laura Russo
- Collaborazione alla stesura degli esercizi: Markus Cirone, Alberto De Gregorio, Ernesta De Masi, Maria Salvina Ferrari, Casimira Fischetti, Luigi Gambetti, Fabio Grandi, Simona Graziadei, Elisa Groppi, Sergio Lo Meo, Olga Martinoli, Rossella Mistrini, Giuditta Parolini, Fabiola Rosati, Paola Sardella (Centro Servizi Archeometria), Simona Scardova.
- Stesura degli esercizi di *Test per l'università, Prove d'esame all'università e Study abroad*: Elisa Lauretani
- Controllo soluzioni degli esercizi: Carlo Incarbono, Giovanni Pezzi
- Stesura di *Physics in English*: Eleonora Anzola, Silvia Borracci, Roger Loughney (revisione linguistica)

Si ringrazia l'Associazione per l'Insegnamento della Fisica (AIF, www.aif.it) per la gentile concessione dei testi dalle Olimpiadi della Fisica.

I contributi alla realizzazione dei contenuti multimediali e dell'interactive e-book sono online su ebook.scuola.zanichelli.it/amaldiscientifici

Copertina:

- Progetto grafico: Miguel Sal & C., Bologna
- Realizzazione: Roberto Marchetti
- Immagine di copertina: Micimakin/Shutterstock; Michelangelus/Shutterstock; Artwork Miguel Sal & C., Bologna

Le seguenti icone significano:



Risorse online su
ebook.scuola.zanichelli.it/amaldiscientifici



Risorse online con codice di attivazione

Livello di difficoltà degli esercizi:

36

Esercizi facili: richiedono l'applicazione di una formula per volta

★☆☆

37

Esercizi medi: richiedono l'applicazione di una o più leggi fisiche

★★★

15

Esercizi difficili: richiedono il riconoscimento di un modello fisico studiato nella teoria e la sua applicazione a situazioni concrete nuove

★★★

Prima edizione: febbraio 2012

L'impegno a mantenere invariato il contenuto di questo volume per un quinquennio (art. 5 legge n. 169/2008) è comunicato nel catalogo Zanichelli, disponibile anche online sul sito www.zanichelli.it, ai sensi del DM 41 dell'8 aprile 2009, All. 1/B.



File per diversamente abili

L'editore mette a disposizione degli studenti non vedenti, ipovedenti, disabili motori o con disturbi specifici di apprendimento i file pdf in cui sono memorizzate le pagine di questo libro. Il formato del file permette l'ingrandimento dei caratteri del testo e la lettura mediante software screen reader.

Le informazioni su come ottenere i file sono sul sito www.zanichelli.it/diversamenteabili

Suggerimenti e segnalazione degli errori

Realizzare un libro è un'operazione complessa, che richiede numerosi controlli: sul testo, sulle immagini e sulle relazioni che si stabiliscono tra essi. L'esperienza suggerisce che è praticamente impossibile pubblicare un libro privo di errori. Saremo quindi grati ai lettori che vorranno segnalarceli. Per segnalazioni o suggerimenti relativi a questo libro scrivere al seguente indirizzo:

lineauno@zanichelli.it

Le correzioni di eventuali errori presenti nel testo sono pubblicate nel sito www.zanichelli.it/aggiornamenti

Zanichelli editore S.p.A. opera con sistema qualità certificato CertiCarGraf n. 477 secondo la norma UNI EN ISO 9001:2008

Ugo Amaldi
L'Amaldi
per i licei scientifici.blu

Induzione e onde elettromagnetiche
Relatività e quanti
con Physics in English

con la collaborazione di
Gianni Melegari ed Elena Joli

a Clelia

INDICE

INDUZIONE E ONDE ELETTROMAGNETICHE

RELATIVITÀ E QUANTI



27	L'INDUZIONE ELETTROMAGNETICA	
1	La corrente indotta	954
	Animazione <i>Intensità del campo magnetico indotto</i>	955
2	La legge di Faraday-Neumann	957
	Animazione <i>Moto di una sbarra metallica in un campo magnetico</i>	957
	Esperimento virtuale <i>Forze elettromotrici indotte</i>	958
3	La legge di Lenz	961
	Animazione <i>La legge di Lenz</i>	961
	In laboratorio <i>Correnti di Foucault</i>	962
4	L'autoinduzione e la mutua induzione	963
5	Energia e densità di energia del campo magnetico	966
6	L'alternatore	969
	Approfondimento <i>Il risparmio energetico</i>	969
7	Gli elementi circuitali fondamentali in corrente alternata	973
8	I circuiti in corrente alternata	976
9	Il circuito LC	978
	Matematica <i>Equazioni differenziali di sistemi oscillanti</i>	981
10	Il trasformatore	983
11	Il linac e il ciclotrone	985
	Epistemologia <i>La scienza è verificabile: i neopositivisti</i>	988
	I concetti e le leggi	990
	Mappa interattiva	991
	Esercizi	992



28	LE EQUAZIONI DI MAXWELL E LE ONDE ELETTROMAGNETICHE	
1	Il campo elettrico indotto	1010
2	Il termine mancante	1012
3	Le equazioni di Maxwell e il campo elettromagnetico	1015
4	Le onde elettromagnetiche	1017
5	Il principio di Huygens e la riflessione della luce	1019
6	La rifrazione della luce	1020
7	La dispersione della luce	1022
8	La riflessione totale e l'angolo limite	1024
	Esperimento virtuale <i>Alla velocità della luce</i>	1024
9	Le onde elettromagnetiche piane	1027
10	La polarizzazione della luce	1031
	In laboratorio <i>Polarizzazione lineare della luce</i>	1032
11	Lo spettro elettromagnetico	1034
	Storia della fisica <i>Sintesi, modernità e innovazione: l'idea di «campo»</i>	1036
	Epistemologia <i>La scienza è falsificabile: Popper</i>	1038
12	Le onde radio e le microonde	1040
13	Le radiazioni infrarosse, visibili e ultraviolette	1041
14	I raggi X e i raggi gamma	1043
15	La radio, i cellulari e la televisione	1044
	I concetti e le leggi	1047
	Mappa interattiva	1047
	Esercizi	1049



29	LA RELATIVITÀ DELLO SPAZIO E DEL TEMPO	
1	Il valore numerico della velocità della luce	1066
2	L'esperimento di Michelson-Morley	1067
3	Gli assiomi della teoria della relatività ristretta	1070
4	La relatività della simultaneità	1070
5	La dilatazione dei tempi	1073
	Esperimento virtuale <i>Tempo che si dilata</i>	1073
6	La contrazione delle lunghezze	1077
7	L'invarianza delle lunghezze perpendicolari al moto relativo	1079
8	Le trasformazioni di Lorentz	1080
	Storia della fisica <i>Albert Einstein</i>	1084
	I concetti e le leggi	1086
	Mappa interattiva	1087
	Esercizi	1088



1	L'intervallo invariante	1098
2	Lo spazio-tempo	1102
3	La composizione delle velocità	1103
4	L'equivalenza tra massa ed energia	1106
🔗	Esperimento virtuale <i>Propulsione a luce</i>	1106
5	Energia totale, massa e quantità di moto in dinamica relativistica	1110
6	L'effetto Doppler relativistico	1112
	Matematica	
	<i>L'approssimazione del coefficiente di dilatazione per piccole velocità</i>	1113
	I concetti e le leggi	1116
🔗	Mapa interattiva	1117
	Esercizi	1118



1	Il problema della gravitazione	1128
🔗	Esperimenti virtuali <i>Accelerazioni e forze</i>	1128
2	I principi della relatività generale	1131
3	Le geometrie non euclidee	1133
4	Gravità e curvatura dello spazio-tempo	1135
5	Lo spazio tempo curvo e la luce	1138
6	Le onde gravitazionali	1142
	Epistemologia	
	<i>La scienza è basata su paradigmi: Kuhn</i>	1144
	I concetti e le leggi	1146
🔗	Mapa interattiva	1147
	Esercizi	1148



1	Il corpo nero e l'ipotesi di Planck	1152
2	L'effetto fotoelettrico	1155
3	La quantizzazione della luce secondo Einstein	1157
4	L'effetto Compton	1159
5	Lo spettro dell'atomo di idrogeno	1161
6	L'esperienza di Rutherford	1163
7	L'esperimento di Millikan	1167
🔗	Esperimento virtuale <i>M come Millikan</i>	1167
8	Il modello di Bohr	1169
9	I livelli energetici di un elettrone nell'atomo di idrogeno	1173
10	L'esperimento di Franck e Hertz	1176
	I concetti e le leggi	1178
🔗	Mapa interattiva	1179
	Esercizi	1180



1	Le proprietà ondulatorie della materia	1192
	In laboratorio	
	<i>Diffrazione di un fascio di elettroni</i>	1193
2	Il principio di indeterminazione	1195
	Esperimento virtuale	
	<i>Onde e particelle</i>	1195
3	Le onde di probabilità	1197
4	L'ampiezza di probabilità e il principio di Heisenberg	1200
5	Il principio di sovrapposizione	1202
6	Stabilità degli atomi e orbitali atomici	1204
	<i>Storia della fisica</i>	
	<i>Teoria quantistica e realtà</i>	1206
7	Orbite ellittiche in un campo magnetico	1208
8	I numeri quantici degli elettroni atomici	1211
9	Gli atomi con molti elettroni	1213
10	I fermioni e i bosoni	1215
11	Il laser	1217
12	Le bande di energia nei solidi	1219
13	I semiconduttori	1222
14	Il diodo e il transistor	1225
	Approfondimento	
	<i>Circuiti integrati e calcolatori</i>	1228
15	Fisica classica e fisica moderna	1228
	I concetti e le leggi	1229
	Mappa interattiva	1229
	Esercizi	1231



1	I nuclei degli atomi	1238
2	Le forze nucleari e l'energia di legame dei nuclei	1242
3	La radioattività	1245
	In laboratorio	
	<i>Radioattività e contatore Geiger</i>	1245
4	La legge del decadimento radioattivo	1247
	Esperimento virtuale	
	<i>Decadimenti</i>	1248
5	Grandezze dosimetriche	1249
6	L'interazione debole	1251
7	La medicina nucleare	1252
	<i>Storia della fisica</i>	
	<i>Enrico Fermi</i>	1254
8	La fissione nucleare	1256
9	La fusione nucleare	1260
10	La scelta nucleare	1261
	I concetti e le leggi	1263
	Mappa interattiva	1263
	Esercizi	1265



1	Le frontiere	1276
2	L'inizio della fisica delle particelle: il positone e il muone	1282
3	I neutrini	1283
4	Le particelle nucleari instabili	1284
5	Le particelle-materia fondamentali	1287
6	Le forze elettromagnetica e forte	1290
7	Tre forze e tre famiglie di particelle-materia	1293
8	La forza debole neutra e la forza gravitazionale	1295
9	Il modello Standard	1298
10	Particelle e pacchetti d'onda	1300
11	Rottura della simmetria elettrodebole	1303



1	Il lungo cammino verso l'unificazione	1308
2	Collisioni ad alte energie di elettroni e quark	1310
3	Nona unificazione: la forza forte con la forza elettrodebole	1313
4	La forza gravitazionale e la decima unificazione	1317
5	Le grandezze di Planck	1319
6	Estensioni e unificazioni dei modelli e delle teorie	1322
7	Le costanti fisiche	1326
8	Visione scientifica del mondo e realtà	1327
	Epistemologia: <i>Modelli predittivi e utili</i>	1330
	PHYSICS IN ENGLISH	E1
	Physics Talk	E2
	Reading Comprehension	E4
	INDICE ANALITICO	E12



Questo libro è stato scritto nel ricordo di Ugo Amaldi (1875-1957), illustre matematico, uomo di grande fede e magnifico didatta che nel 1904, presso la Zanichelli, pubblicò con Federigo Enriques (1871-1946) gli *Elementi di geometria*, primo di una lunga serie di testi di geometria e analisi usati per più di ottant'anni nelle scuole secondarie di tutta Italia.

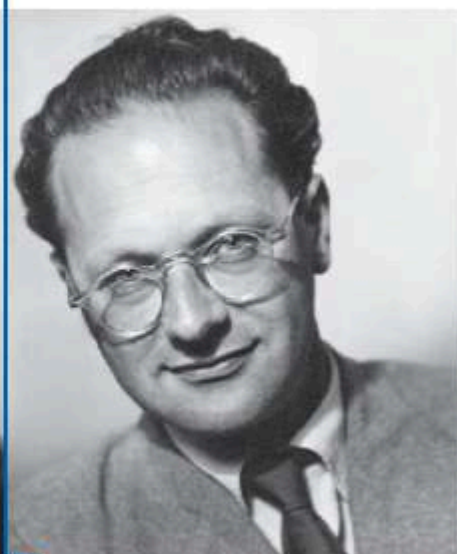
Cinquant'anni dopo, Ginestra Amaldi ed Edoardo Amaldi pubblicarono, per la Zanichelli, il *Corso di fisica – ad uso dei licei scientifici* che portava il sottotitolo *rielaborato da un testo di Enrico Fermi*, testo che era stato pubblicato, sempre dalla Zanichelli, nel 1929.

Ginestra Amaldi (1911-1993), astronoma, ha pubblicato diversi libri di divulgazione scientifica rivolti ai giovani. Uno di essi, *Questo nostro mondo*, è stato tradotto in cinque lingue.

Edoardo Amaldi (1908-1989), scienziato di fama internazionale, è stato collaboratore di Fermi nella scuola di via Panisperna. Nel dopoguerra ha ricostruito la fisica italiana.



A



B

Edoardo Amaldi è stato uno dei padri fondatori del CERN (Conseil Européen pour la Recherche Nucléaire), il prestigioso centro europeo per la ricerca nucleare, e ha contribuito alla creazione dell'ESA (European Space Agency), l'ente spaziale europeo. Ha dedicato gli ultimi decenni della sua vita alla ricerca delle onde gravitazionali.

Dagli anni Cinquanta a oggi il libro di Edoardo e Ginestra ha avuto numerose edizioni e rifacimenti completi; io ne sono il solo autore da più di vent'anni. Più di due milioni di studenti hanno studiato fisica sulle pagine di questi testi.

La nuova edizione presenta una fisica ricca di esempi di esercizi e di risorse multimediali (esperimenti virtuali, animazioni, video girati in laboratorio) che parlano dell'esperienza quotidiana. È una fisica che vuole stimolare i giovani cittadini ad acquisire una visione scientifica del mondo, attraverso le spiegazioni semplici ma rigorose che hanno contraddistinto la storia degli «Amaldi».

Ugo Amaldi

Ginevra, gennaio 2012

Idee per il tuo futuro



CHE COSA FARÒ DA GRANDE

www.ideeperiltuofuturo.it

Sei alla fine del tuo percorso scolastico. Che cosa fare adesso? Iscriverti a un corso universitario? Fare uno *stage* o un corso professionalizzante? Cercare di entrare subito nel mondo del lavoro? Studiare e al contempo lavorare?

Per aiutarti nella scelta ti proponiamo alcuni dati relativi al 2009-2011. È impossibile dire come saranno le cose tra qualche anno, i tempi recenti ci hanno abituati a cambiamenti anche repentini.

La laurea "paga". Una recente ricerca Isfol¹ ha mostrato che chi è laureato ha più possibilità di trovare un'occupazione e in media riceve uno stipendio più alto rispetto a chi possiede soltanto un diploma.

Dal momento che i diplomati entrano nel mondo del lavoro prima dei laureati, inizialmente il tasso di occupazione per i primi è superiore rispetto a quello dei secondi, ma già prima del compimento dei 30 anni chi possiede una laurea ha più possibilità di trovare lavoro, per arrivare nella fascia 34-44 anni, dove il tasso di occupazione dei laureati supera del 7% quello dei diplomati.

In media tra 25 e 64 anni è occupato il 73,1% dei diplomati e il 79,2% dei laureati.

Secondo uno studio OCSE del 2011 i giovani laureati subiscono di più gli effetti della recente crisi economica rispetto ai loro coetanei con istruzione secondaria inferiore².

Quali lauree valgono un lavoro? Le lauree "brevi" servono? Le lauree triennali si rivelano molto utili ai fini dell'occupazione: a un anno dal termine degli studi il 42,1% dei laureati triennali lavora, con picchi dell'81,7% per le professioni sanitarie. Tirocini e *stages* sono determinanti per formare e inserire questi laureati nel mondo del lavoro. I tassi di occupazione più alti si hanno tra i medici, seguiti dai laureati in chimica farmaceutica e ingegneria. In generale sono le discipline di tipo scientifico – sia a livello di diploma sia a livello di laurea – le più spendibili nel mondo del lavoro, mentre le discipline umanistiche condannano a una difficile collocazione sul mercato, anche a fronte di un eccesso di offerta di laureati in questi ambiti.

A Nord c'è più lavoro, ma... A livello nazionale il tasso di disoccupazione è 7,8%, che sale a 27,4% se si considerano solo i giovani (15-24 anni): più alto al Sud (39,2%), meno al Centro (25,3%), più basso al Nord (19,0%). La situazione per le ragazze è più critica: il tasso della disoccupazione femminile, nella fascia 15-24 anni, supera di circa 8 punti percentuali quello maschile (32,3% per le donne, 23,9% per gli uomini), forbice che si mantiene simile nelle diverse zone geografiche: al Nord il tasso è 22,7% per le donne e 16,4% per gli uomini; al Centro è 34,8% per le donne e 18,7% per gli uomini e a Sud è di 44,0% per le donne e 36,0% per gli uomini.

Tuttavia i dati della disoccupazione giovanile non devono scoraggiare chi cerca lavoro: se la disoccupazione giovanile è del 27,4%, vuol dire che una parte non piccola dei giovani che hanno cercato lavoro (il 72,6%) lo ha trovato³. Inoltre i dati variano molto da luogo a luogo e anche all'interno di una stessa regione può esservi una grande varietà di situazioni. L'Emilia-Romagna è tra le regioni in cui la disoccupazione giovanile incide meno, ma con grandi differenze tra le province: se Bologna nel 2010 raggiunge un tasso di disoccupazione di 29,2%, a Piacenza il valore è più che dimezzato (13,6%)⁴.



Lo stipendio cambia se si è laureati?

www.ideeperiltuofuturo.it

¹ Tutti i dati sono tratti da una ricerca Isfol con dati relativi al 2010, (l'Isfol, Istituto per lo Sviluppo della Formazione Professionale dei Lavoratori è un ente pubblico di ricerca), e ISTAT del II Trimestre 2011.

² Rapporto OCSE *Education at a Glance* 2011.

³ Dati ISTAT del II Trimestre 2011.

⁴ Dati Confartigianato Imprese Emilia-Romagna, 2010.

COME FUNZIONA L'UNIVERSITÀ

POSSO ISCRIVERMI ALL'UNIVERSITÀ?

Per iscriversi all'Università è necessario il diploma di maturità quinquennale oppure quello quadriennale con un anno integrativo o, in alternativa, un obbligo formativo aggiuntivo da assolvere durante il primo anno di corso.

L'Università italiana offre corsi di studio organizzati in tre cicli:

- ▼ **laurea**, di durata triennale (180 crediti formativi in un massimo di 20 esami), al termine della quale si consegue il titolo di Dottore; ad esempio laurea in *Tecniche di radiologia medica* o in *Scienze del comportamento e delle relazioni sociali*.
- ▼ **Laurea magistrale**, di durata biennale (120 crediti in un massimo di 12 esami), al termine della quale si consegue il titolo di Dottore magistrale; ad esempio laurea in *Biotechnologie mediche* o in *Psicologia clinica*.
- ▼ **Dottorato di ricerca e Scuola di specializzazione**.

Esistono anche corsi di laurea magistrali a ciclo unico, della durata di 5 (300 crediti in un massimo di 30 esami) o 6 anni (360 crediti in un massimo di 36 esami); ad esempio *Medicina e Chirurgia*.

Per approfondire gli studi si può accedere a master di 1° e di 2° livello e ai corsi di alta formazione.

I crediti formativi universitari (CFU) misurano il carico di lavoro dello studente (1 CFU = 25 ore di impegno; 60 CFU = 1 anno di impegno universitario), compresi lo studio individuale ed eventuali esperienze di apprendistato⁵. Sono stati introdotti per facilitare il confronto tra i sistemi e i programmi di differenti corsi e Atenei italiani ed europei, e quindi il passaggio da un corso di studio a un altro, oppure da un'Università a un'altra, anche straniera: i CFU sono trasferibili in ECTS (*European Credit Transfer and Accumulation System*) e quindi riconosciuti nelle Università di tutta Europa.

Tramite i CFU è possibile valutare ai fini della laurea anche esperienze quali *stages* e tirocini. Infine i CFU permettono di semplificare la determinazione dei **piani di studio individuali** (PSI) che ciascuno studente può modulare su se stesso. In alcuni casi è possibile personalizzare il proprio percorso di studi, inserendo nel piano degli esami da sostenere alcuni corsi non previsti dal piano di studi istituzionale.

Quando si presenta il PSI bisogna rispettare il minimo di crediti obbligatori per ciascun ambito disciplinare previsti dal proprio corso di laurea.

Quanto costa l'Università. I costi variano a seconda dell'Ateneo, della zona geografica (il Nord è mediamente più caro del 28,3% rispetto al Sud) e della fascia di reddito dello studente. Ad esempio, se si ha un basso reddito (fino a 10 000 euro annui) le tasse oscillano tra i 290 euro di Bari e i 1005 di Parma.

Per una fascia di reddito fino a 30 000 euro le spese universitarie variano tra gli 847 euro della Sapienza di Roma e i 1548 del Politecnico di Torino. Esiste la possibilità di accedere a borse di studio ed esoneri parziali o totali per reddito o per merito, che in alcuni Atenei tengono conto anche del voto di maturità (esonero per chi si è diplomato con il massimo dei voti e la lode)⁶.

⁵ Regolamento recante norme concernenti l'autonomia didattica degli atenei, Decreto Ministeriale 3 novembre 1999, n.509

⁶ Dati Federconsumatori Il Rapporto sui costi degli atenei italiani - 2011 aggiornato il 4/10/2011.



TEST DI AMMISSIONE



L'accesso ad alcuni corsi di laurea è filtrato da una prova di ammissione, per iscriversi alla quale occorre versare un contributo: sono Medicina e Chirurgia, Odontoiatria e Protesi Dentaria, Medicina Veterinaria, le lauree a ciclo unico finalizzate alla formazione in altre Professioni Sanitarie e in Architettura.

Le prove di ammissione comprendono 80 quesiti: una parte di cultura generale e ragionamento logico, una parte sulle materie caratterizzanti i diversi indirizzi universitari.

Ad esempio, per essere ammessi a Medicina bisogna rispondere a 40 quesiti di cultura generale e ragionamento logico, 18 di biologia, 11 di chimica e 11 di fisica e matematica.

Il tempo a disposizione è di 2 ore (15 minuti in più per Architettura); ogni risposta corretta fa guadagnare 1 punto, le risposte sbagliate fanno perdere 0,25 punti, mentre le risposte non date valgono 0.

Altre facoltà come Ingegneria, Economia e Scienze Matematiche, Fisiche e Naturali hanno una prova d'ingresso che può essere orientativa («sono pronto ad affrontare questa facoltà?») o richiedere il superamento di un punteggio minimo; in alcuni casi, lo studente che non la superi può avere dei debiti formativi da recuperare entro il primo anno dall'immatricolazione.

Se in una sede universitaria il numero di posti disponibili è minore del numero degli iscritti, il test può diventare selettivo.

Nel caso del test d'ingresso a Ingegneria, meno di un quarto dei quesiti a risposta chiusa è di fisica. Gli argomenti trattati sono: meccanica, ottica, termodinamica, elettromagnetismo, struttura della materia.

Esistono poi delle prove anticipate di verifica delle conoscenze per gli studenti degli ultimi anni delle superiori, che hanno così l'opportunità di avere dei crediti nel momento di accesso all'università nelle materie scientifiche.

Puoi metterti alla prova risolvendo i quesiti proposti.



Qui trovi tante informazioni in più e le prove assegnate negli ultimi anni

<http://accessoprogrammato.miur.it>



Qui trovi tante informazioni in più e degli esempi di test

www.cisiaonline.it



Per saperne di più

www.progetto laureescientifiche.eu
www.testingresso scienze.org

Architettura

01 Un astronauta orbita attorno alla Terra in una capsula spaziale la cui distanza dalla superficie terrestre è uguale al raggio della Terra. Qual è la relazione fra la massa dell'astronauta nella capsula e quella dell'astronauta sulla Terra?

- a Sulla Terra la massa è un quarto di quella nella capsula.
- b Sulla Terra la massa è quattro volte quella nella capsula.
- c Sono uguali.
- d Sulla Terra la massa è doppia di quella nella capsula.
- e Sulla Terra la massa è la metà di quella sulla capsula.

(Prova di ammissione 2002)

02 Un recipiente rigido contiene un gas ideale ad una data pressione. Un aumento di temperatura del gas provoca:

- a un aumento di pressione.
- b nessun effetto.
- c una diminuzione di densità.
- d effetti diversi in diverse ore del giorno.
- e la liquefazione del gas.

(Prova di ammissione 2008)

03 Il suono è un'onda che si propaga:

- a nel vuoto con velocità di 340 m/s.
- b nel vuoto con frequenza uguale a 20 Hz.
- c in un mezzo elastico con velocità che dipende dal mezzo.
- d nel vuoto con velocità di 3×10^8 m/s.
- e in un mezzo elastico con velocità uguale a 3×10^8 m/s.

(Prova di ammissione 2000)

Ingegneria

04 Quale di questi fenomeni relativi alla propagazione ondulatoria non può essere messo in luce utilizzando onde sonore?

- a Rifrazione
- b Interferenza
- c Polarizzazione
- d Riflessione
- e Diffrazione

(Prova di ammissione 2005)

05 Le linee di forza del campo elettrostatico

- a non possono essere linee chiuse.
- b sono sempre linee chiuse.
- c sono sempre linee rette.
- d si intersecano nei punti a potenziale massimo.
- e possono avere una forma qualsiasi.

(Prova di ammissione 2002)

06 Una quantità di carica Q viene depositata su un conduttore isolato costituito da una sfera piena dotata di una cavità sferica al suo interno. In condizioni statiche la carica si distribuirà:

- a sulle due superfici interna ed esterna, proporzionalmente alla loro superficie.
- b la carica non rimane sul conduttore ma viene immediatamente dispersa nell'atmosfera per effetto "corona".
- c uniformemente sulla superficie interna della cavità.
- d uniformemente nel volume del metallo.
- e uniformemente sulla superficie esterna della sfera.

(Prova di ammissione 2005)

Medicina e Chirurgia

07 Un corpo di 200 grammi viene legato a un estremo di un filo sottile inestensibile, molto leggero e lungo un metro. Il corpo viene fatto oscillare con un'ampiezza di pochi centimetri. Il tempo impiegato a percorrere un ciclo completo (periodo) dipende essenzialmente

- a dalla lunghezza del filo.
- b dall'ampiezza delle oscillazioni.
- c dal tipo di supporto a cui è agganciato il filo.
- d dalla natura del filo.
- e dal materiale che forma il corpo appeso.

(Prova di ammissione 2008)

08 Una carica elettrica positiva, ferma tra i poli di un magnete:

- a è attratta dal polo Sud del magnete.
- b è attratta dal polo Nord del magnete.
- c subisce una forza perpendicolare al campo magnetico.
- d subisce una forza parallela al campo magnetico.
- e non subisce alcuna forza da parte del magnete.

(Prova di ammissione 2000)

09 Un fotone è caratterizzabile con la frequenza ν o con la lunghezza d'onda λ . Detta h la costante di Planck:

- a $h\nu$ è l'energia del fotone.
- b λ è direttamente proporzionale a ν .
- c h dipende dalla frequenza.
- d la velocità di propagazione nel vuoto è funzione di λ .
- e se λ supera il centimetro abbiamo a che fare con raggi gamma.

(Prova di ammissione 2003)

Medicina Veterinaria

10 Il lavoro necessario per comprimere una mole di gas perfetto ben isolato termicamente:

- a non è mai nullo.
- b è nullo perché non c'è scambio di calore con l'esterno.
- c viene fornito dallo stesso gas.
- d non può essere espresso in Joule ma in Pascal.
- e non dipende dal valore del volume finale a cui si giunge.

(Prova di ammissione 2008)

11 Se avvicino rapidamente una potente calamita ad una spira formata da un filo di rame chiuso a cerchio, si può notare che:

- a nella spira viene indotta una circolazione di corrente elettrica.
- b la spira si illumina.
- c la spira si deforma trasformandosi in un'elisse molto stretta e lunga.
- d il rame dapprima neutro acquista una forte carica elettrica indotta.
- e la spira inizia a ruotare con velocità costante intorno ad un suo diametro.

(Prova di ammissione 2006)

DOVE SI STUDIA LA FISICA



La fisica non si studia solo nel corso di laurea in Fisica, ma la puoi trovare anche a:

- ▼ Ingegneria,
- ▼ Scienze Statistiche,
- ▼ Scienze Matematiche, Fisiche e Naturali (ad esempio nei corsi di Astronomia, Informatica, Matematica, Scienze Biologiche, Scienze Geologiche),
- ▼ Chimica Industriale,
- ▼ Architettura,
- ▼ Farmacia,
- ▼ Agraria,

Puoi metterti alla prova risolvendo gli esercizi proposti.

01 Una mole di gas perfetto monoatomico a pressione $p_0 = 1 \text{ atm}$ e temperatura $T_0 = 300 \text{ K}$ è riscaldata isobaricamente fino al volume $V_1 = 2V_0$ e successivamente riscaldata isocoricamente fino alla pressione $p_2 = 2p_0$. Supponendo le due trasformazioni reversibili, si rappresentino le trasformazioni in un piano (V, p) e si calcoli:

- ▼ la quantità di calore assorbita dal gas.
- ▼ la variazione di energia interna del gas.
- ▼ il lavoro compiuto dal gas.

(Esame di Fisica, Corso di laurea in Scienze Biologiche, Università di Genova, 2009/2010)

02 Un protone urta in modo completamente anelastico un secondo protone inizialmente fermo. Dopo l'urto si osserva che il sistema dei due protoni si muove su una traiettoria circolare di raggio $r = 42,0 \text{ cm}$, in una regione in cui è presente un campo magnetico uniforme, perpendicolare al piano della traiettoria, di valore $0,05 \text{ T}$. Si ricorda che la carica del protone è $e = 1,6 \times 10^{-19} \text{ C}$ e la sua massa è $m_p = 1,67 \times 10^{-27} \text{ kg}$.

Determinare:

- ▼ il modulo della velocità dei due protoni dopo l'urto.
- ▼ il modulo della forza di Lorentz.
- ▼ il modulo della velocità del protone in moto prima dell'urto.

(Esame di Fisica, Corso di laurea in Farmacia, Università La Sapienza di Roma, 2009/2010)

03 Il motore di un modellino d'aereo di 2 kg esercita sull'aereo una forza di 10 N . Se l'aereo accelera a 3 m/s^2 , qual è il modulo della forza della resistenza dell'aria che agisce sull'aereo?

- a) $F = 4 \text{ N}$
- b) $F = 6 \text{ N}$
- c) $F = 8 \text{ N}$
- d) $F = 12 \text{ N}$
- e) $F = 16 \text{ N}$

(Esame di Fisica, Corso di laurea in CTF, Università La Sapienza di Roma, 2003/2004)

04 Due sferette sono cariche positivamente e quindi si respingono. Se la forza repulsiva agente su ciascuna di esse ha modulo $6 \times 10^{-2} \text{ N}$ quando la distanza tra di esse è 20 cm , quanto vale la forza quando la loro distanza è 10 cm ?

(Esame di Fisica, Corso di laurea in Tossicologia, Università La Sapienza di Roma, 2002/2003)

05 Onde radio ricevute da un apparecchio hanno $E = 10^{-1} \text{ V/m}$. Assumendo che l'onda sia piana, calcolare l'ampiezza del campo magnetico.

(Esame di Fisica, Corso di laurea in Biotecnologie, Università degli Studi di Torino, 2004/2005)

STUDY ABROAD

La rete ENIC (European Network of Information Centres) è nata proprio per fornire notizie e consigli sul riconoscimento di diplomi, titoli e altre qualifiche universitarie o professionali straniere.

La rete NARIC (National Academic Recognition Information Centres) mira a informare sulle opportunità e le procedure di riconoscimento dei titoli di studio all'estero.

Vorrei studiare in Europa. I cittadini dell'Unione europea (UE) possono studiare, dalla scuola primaria al dottorato di ricerca, in uno dei paesi UE.

Per facilitare questi scambi è stato creato Ploteus, il portale delle opportunità di apprendimento (www.europa.eu/ploteus): programmi di scambio, borse di studio, descrizioni dei sistemi di istruzione e apprendimento dei vari paesi europei, nonché indicazioni dei siti web degli istituti di istruzione superiore, i database dei corsi di formazione, le scuole... Attraverso Ploteus è possibile anche avere notizie pratiche, ad esempio su come raggiungere la località e dove alloggiare, sul costo della vita, le tasse, i servizi cui si può accedere.

Per sapere se il diploma conseguito in Italia sia o meno riconosciuto nei diversi sistemi di istruzione esteri è utile visitare il sito www.enic-naric.net che contiene una grande mole di informazioni sulle Università dei 55 paesi che aderiscono al network, oltre che i link ai siti per richiedere direttamente il riconoscimento del proprio titolo di studio e i dettagli sulle modalità, i tempi, i requisiti per fare domanda di iscrizione. Sul sito si trovano anche notizie sui diversi sistemi d'istruzione europei e sulle opportunità di studio all'estero, su prestiti e borse di studio, nonché su questioni pratiche collegate alla mobilità e all'equipollenza.

Vorrei studiare negli Stati Uniti. Se la meta sono gli USA è bene conoscere la differenza tra *colleges* e *universities*: i primi offrono solo *undergraduate degrees* (equivalenti alla laurea triennale), corsi di studi della durata di 4 anni, mentre le *universities* anche *graduate degrees* (corsi di formazione dopo la laurea: *master* e *PhD*, o *dottorato*).

Gli *undergraduate degrees* non sono dedicati a una materia: a seconda della sede presso cui si studia, questo diploma avrà più o meno prestigio. In base ai programmi di studio, al prestigio, ai costi si sceglie l'Università che fa al caso nostro.

Una volta scelta l'Università che si desidera frequentare bisogna fare domanda, essere ammessi, e poi dichiarare la materia del *major*, l'ambito disciplinare principale che lo studente sceglie. In ogni caso qualsiasi *undergraduate degree* prevede corsi obbligatori in più materie (sia letterarie sia scientifiche). Questa è una differenza significativa rispetto all'Università italiana.

Per gli Stati Uniti l'iscrizione per gli studenti stranieri può essere fatta presentando domanda ai vari *colleges* all'inizio dell'ultimo anno di scuola superiore. Occorre presentare: le pagelle degli anni precedenti tradotte ufficialmente (*official translations of transcripts*), i materiali e gli esami richiesti anche agli studenti americani (come i test SAT), i risultati del TOEFL (*Test of English as a Foreign Language*) o del IELTS (*International English Language Test*), e un'intervista, che spesso può essere condotta nel paese di provenienza da rappresentanti dell'Università a cui si fa domanda.

L'esame SAT di primo livello è un test nel quale il candidato deve rispondere a tre sezioni di domande (*Mathematics, Critical Reading, Writing*), ciascuna con un punteggio totale di 800, per un totale di 2400 punti dall'intero esame. Punteggi di circa 700 in ciascuna parte dell'esame sono ritenuti ottimi e attorno al 600 molto buoni.



Vuoi studiare matematica a Oxford?

www.ideeperilfuturo.it



Ti interessano i programmi di scambio universitari?

www.ideeperilfuturo.it



VERSO IL LAVORO

Vorresti trovare lavoro? Sul sito www.ideeperiltuofuturo.it trovi tante informazioni utili per aiutarti nella tua ricerca: dai centri per l'impiego ai siti e ai giornali di riferimento, dai contratti a come si sostiene un colloquio di lavoro.

Quando si è alla ricerca di un lavoro, prima o poi arriva il momento di inviare (per posta ordinaria o per e-mail) il proprio *Curriculum Vitae* (CV) e una lettera di accompagnamento alle aziende per le quali si desidera lavorare, sperando di essere chiamati per un colloquio.

Il Curriculum Vitae è la carta di identità professionale del candidato e deve indicare l'iter formativo, le conoscenze e le competenze di chi si propone per ottenere un impiego.

Si comincia sempre dai dati anagrafici, per un'inquadratura iniziale, e dai contatti (indirizzo, numero di telefono, cellulare, e-mail...), per poi passare in rassegna le precedenti esperienze lavorative e le varie tappe della propria istruzione/formazione, dalla più recente alla più lontana nel tempo.

Altre informazioni indispensabili riguardano la padronanza di una o più lingue straniere e le competenze tecniche; conviene anche mettere in rilievo le capacità relazionali e organizzative, se si posseggono.

Per quanto riguarda altre informazioni personali, è meglio inserire solo quelle che possono essere apprezzate dalla specifica azienda cui è indirizzato il CV.

Infine, non bisogna mai dimenticare di autorizzare il trattamento dei dati personali, facendo riferimento al d. lg. 196/2003.

Un CV efficace sarà completo, chiaro e soprattutto breve (due pagine di solito sono sufficienti): bisogna tenere conto che chi lo legge è abituato a valutarne decine tutti i giorni e apprezzerà il fatto di trovare subito le informazioni che gli interessano.

Meglio selezionare solo le aziende che più si avvicinano al proprio profilo professionale e scrivere per ciascuna una lettera di accompagnamento mirata.

I portali che si occupano di selezione del personale solitamente danno la possibilità di compilare CV online, secondo modelli prestabiliti; oppure si può preparare da soli il CV e poi caricarlo sul sito su cui ci si vuole proporre.

La lettera di accompagnamento (o cover letter) va preparata con molta attenzione perché serve a convincere il selezionatore a prendere in considerazione l'offerta di lavoro e quindi a esaminare il CV.

La forma deve essere curata e corretta, per dimostrare un buon livello di istruzione.

La lettera di accompagnamento è una e-mail (o una lettera) dalla quale devono emergere in maniera sintetica (dieci righe al massimo) le motivazioni del candidato, le competenze, i titoli, le esperienze che rendono la persona adatta per quel posto di lavoro.



Scarica il CV
Europass

www.europassitalia.it



Sintetici sì, ma non vaghi o generici: l'impegno nello scrivere la lettera sta proprio nel risultare sinceri, con le idee chiare ma anche aperti a varie possibilità.

La lettera deve far capire che si conosce, anche se dal di fuori, l'azienda e che se ne comprendono le necessità. Per avere queste informazioni è necessario visitarne il sito internet ma anche, ad esempio, cercare e, se si può, sperimentare i prodotti di quell'azienda. In questo modo sarà più facile mettersi dal punto di vista dell'azienda stessa, capire quali competenze potrebbero essere utili e puntare su quelle.

Le possibilità di essere valutati crescono se la busta che contiene lettera e CV, o l'e-mail, è indirizzata al direttore del settore nel quale vorremmo lavorare e non genericamente all'impresa o, ad esempio, all'ufficio delle risorse umane. In questo caso bisogna fare accurati controlli per essere certi di scrivere correttamente il nome, il titolo di studio, la posizione che ricopre la persona a cui indirizziamo la lettera ed essere sicuri che effettivamente lavori ancora lì.



Vuoi cercare lavoro in Italia o all'estero?

www.ideeperiltuofuturo.it

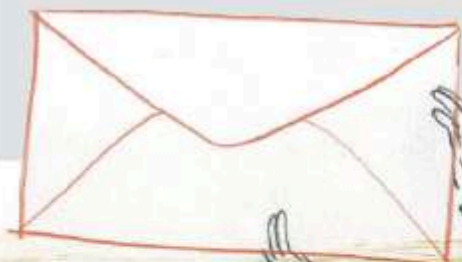
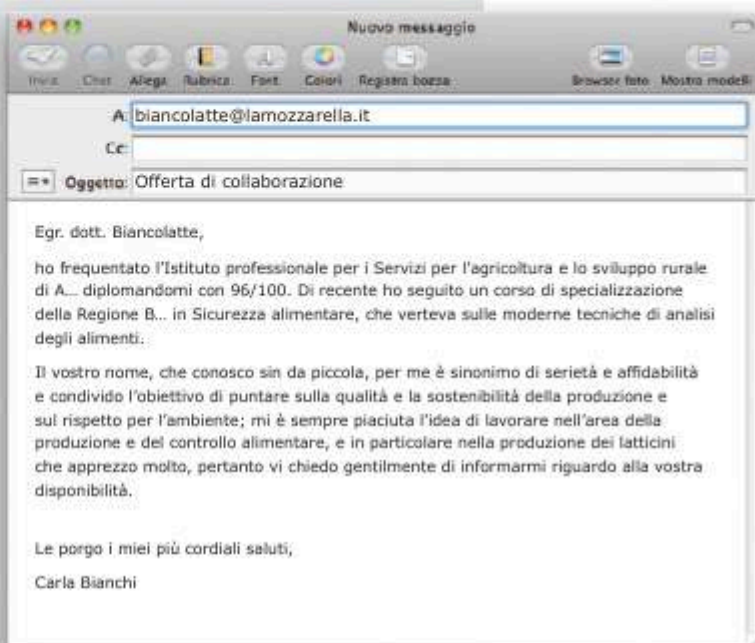
Una lettera di accompagnamento. Carla è diplomata in Servizi per l'agricoltura e lo sviluppo rurale. Ha sfruttato un periodo di lavoro *part-time* in un *call center* per avere il tempo di cercare un corso di formazione che faccia al caso suo. Dopo ha frequentato un corso della Regione di 180 ore in Sicurezza alimentare.

Nel frattempo visita i siti di varie aziende della zona in cui abita e ne individua alcune cui decide di inviare il CV.

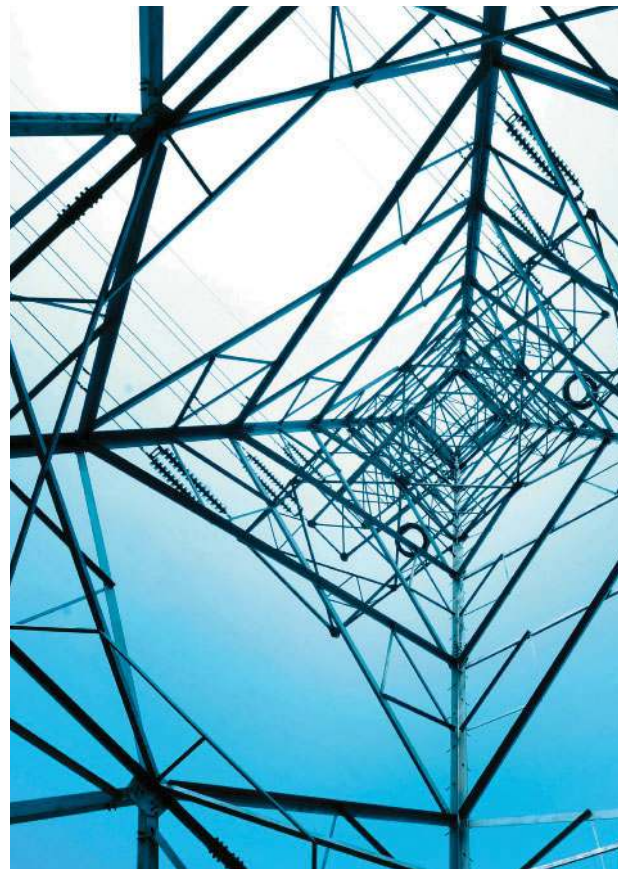
La ditta dove vorrebbe lavorare è "La Mozzarella", che produce latte e derivati. Nel sito si insiste sulla qualità dei prodotti unita al rispetto dell'ambiente.

A chi vuole lavorare per "La Mozzarella" è richiesta personalità, grinta e condivisione dei valori dell'azienda. Con una telefonata Carla verifica che il responsabile della sicurezza alimentare è il dott. Biancolatte.

Ecco la lettera di accompagnamento scritta da Carla.



INDUZIONE E ONDE ELETTROMAGNETICHE



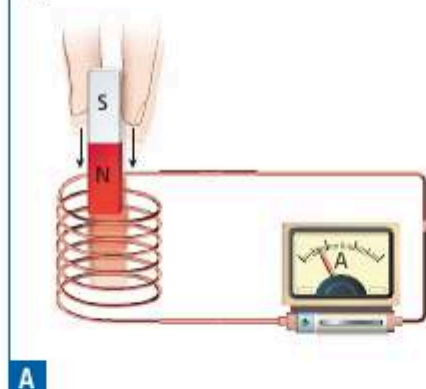


J. Herwig - D. Basso - S. Zanichelli

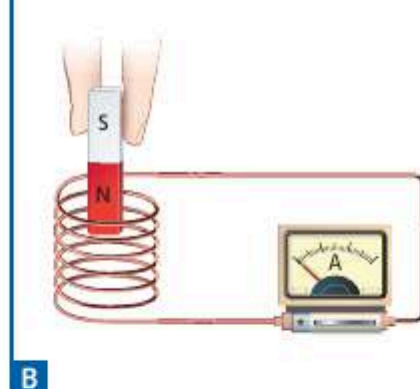
1 LA CORRENTE INDOTTA

Sappiamo che una corrente elettrica genera un campo magnetico. Al contrario, può un campo magnetico generare una corrente elettrica? Una semplice esperienza mette in luce che questo è possibile.

Mentre la calamita si muove in su e in giù, l'amperometro segna il passaggio di una corrente elettrica.



Invece, se la calamita è ferma, l'amperometro rimane fermo sul valore di zero.



La corrente non è creata da una pila o da una batteria, che non sono presenti nel circuito, ma dal movimento della calamita. All'interno della bobina, il campo magnetico della calamita diventa più o meno intenso a seconda che la calamita si avvicini o si allontani.

Un campo magnetico che varia genera una **corrente indotta**.

Il fenomeno fisico che produce correnti indotte si chiama **induzione elettromagnetica**.

Si può fare variare il campo magnetico all'interno di un circuito anche in altri modi. Per esempio, mettiamo vicino al circuito senza batteria (*circuito indotto*) un secondo circuito (*circuito induttore*), nel quale facciamo variare la corrente diminuendo o aumentando il valore di una resistenza variabile.

- Quando la resistenza è piccola, nel circuito induttore circola una corrente intensa, che genera un forte campo magnetico nella bobina del circuito indotto.
- Quando la resistenza è grande, il campo magnetico nella bobina del circuito indotto è piccolo.

La variazione della corrente nel circuito induttore genera una corrente indotta nel circuito senza batteria, perché il campo magnetico che lo attraversa varia (*figura 1*).

Invece, se la corrente nel circuito induttore resta uguale, nell'altro circuito non circola una corrente indotta, perché il campo magnetico che lo attraversa non varia.

Quindi, ogni volta che, per qualche ragione, in un circuito varia il campo magnetico esterno, si genera una corrente indotta.

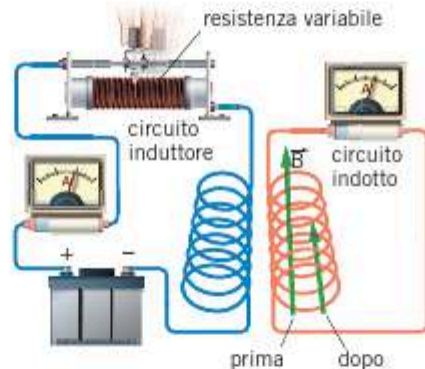
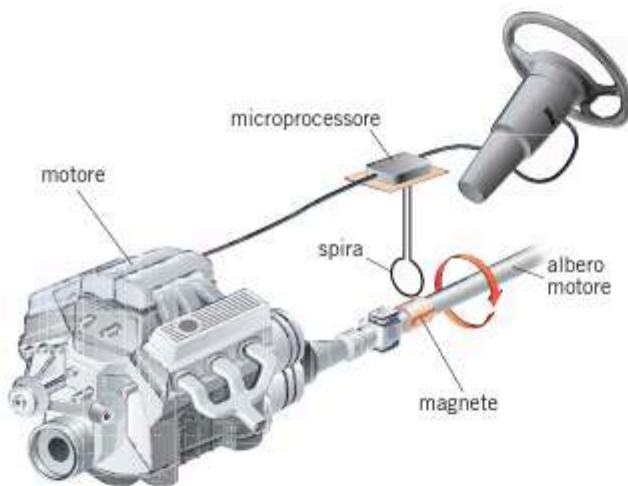


Figura 1 Variando la corrente nel circuito induttore (in blu) anche l'amperometro inserito nel circuito indotto (in rosso) segna un passaggio di corrente.

Il fenomeno dell'induzione elettromagnetica è sfruttato, per esempio, per la realizzazione del contagiri di un'automobile. Un magnete è fissato sull'albero motore dell'automobile (*figura 2*), che ruota su sé stesso e quindi allontana e avvicina ripetutamente il magnete alla spira.



ANIMAZIONE

Intensità del campo magnetico indotto (1 minuto e mezzo)



Figura 2 Schema di funzionamento del contagiri di un'automobile.

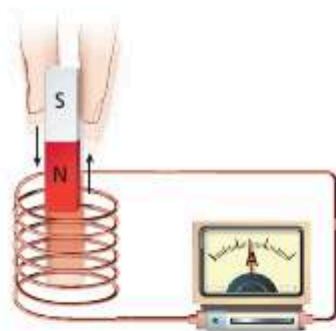
Nella spira si genera un segnale elettrico che permette al microprocessore di contare il numero di giri fatti dal motore in un tempo fissato. Conoscendo la marcia innestata e la circonferenza delle ruote, il sistema calcola la velocità dell'automobile. Un sistema simile è anche montato su molte biciclette, con il magnete sulla ruota e il sensore fissato sulla forcella.



Il ruolo del flusso del campo magnetico

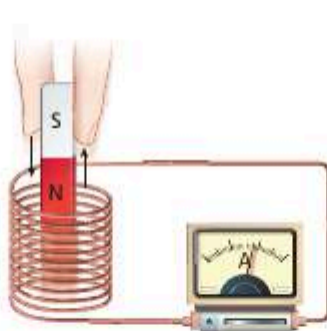
Gli esperimenti mostrano che la corrente indotta dipende da tre grandezze: la rapidità di variazione del campo magnetico esterno, l'area del circuito indotto e la sua orientazione. Per esempio, tra i tanti casi possibili, si verifica che la corrente indotta è più intensa quando:

muoviamo con rapidità la calamita, per ottenere un campo magnetico che varia velocemente;



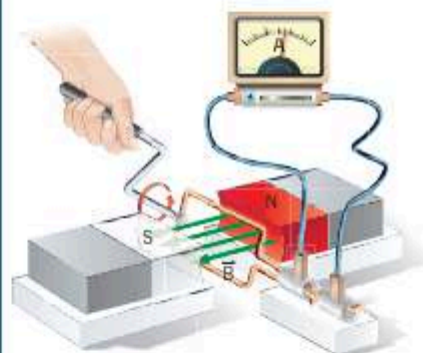
A

la bobina ha un maggior numero di spire, così che l'area del circuito è più grande;



B

cambiamo rapidamente l'orientazione del circuito rispetto alle linee del campo magnetico.



C

In tutti i casi, si vede che

si ha una corrente indotta quando varia il flusso di campo magnetico attraverso la superficie che ha per contorno il circuito indotto.

Ciò che conta, quindi, è il flusso $\Phi_S(\vec{B})$ di campo magnetico attraverso la superficie \vec{S} :

$$\Phi_S(\vec{B}) = \vec{B} \cdot \vec{S} = BS \cos \alpha,$$

vediamo che la variazione di $\Phi_S(\vec{B})$ nel tempo dipende proprio dalle tre grandezze elencate sopra: rapidità di variazione del campo magnetico, superficie racchiusa dal circuito, orientazione tra circuito e campo magnetico.

Il flusso di campo magnetico esprime con un numero la «facilità» con cui le linee del campo magnetico attraversano una superficie. Come in un tiro in porta (figura 3), la facilità è massima quando il tiro è perpendicolare alla porta e diminuisce sempre più quando l'angolo tra la perpendicolare alla porta e la direzione del tiro aumenta.

L'interruttore differenziale

Il fenomeno dell'induzione elettromagnetica permette di realizzare un semplice dispositivo (l'interruttore differenziale, talvolta detto «salvavita») in grado di proteggere dal pericolo di folgorazione quando un apparecchio elettrico ha una perdita di corrente.



Figura 3 La «porta efficace» a disposizione per tirare in porta dipende dall'angolo di tiro.

La **figura 4** mostra uno schema semplificato del funzionamento dell'interruttore differenziale; nello schema la resistenza R rappresenta i vari dispositivi utilizzatori dell'impianto elettrico all'interno di un'abitazione.

I solenoidi S_1 e S_2 hanno lo stesso numero di spire, avvolte in versi opposti. Il solenoide di test S_T è collegato a una centralina C che, in caso di necessità, comanda l'apertura degli interruttori I_1 e I_2 . L'apertura di tali interruttori avviene in qualche millesimo di secondo e isola l'impianto elettrico domestico.

In condizioni normali i due solenoidi S_1 e S_2 sono percorsi da correnti uguali; visto che però sono avvolti in versi opposti, il flusso magnetico totale nella zona in cui si trova il solenoide S_T è nullo.

Se, però, in qualche punto della resistenza R si sviluppa un contatto che determina una dispersione di corrente (**figura 5**), il campo magnetico prodotto da S_1 rimane inalterato, ma quello generato da S_2 diminuisce. Così, in questa seconda condizione il flusso attraverso S_T passa dal valore zero a un altro valore non nullo: così in S_T si crea una corrente indotta ed è questo il segnale che aziona la centralina C , mettendo in sicurezza l'impianto.

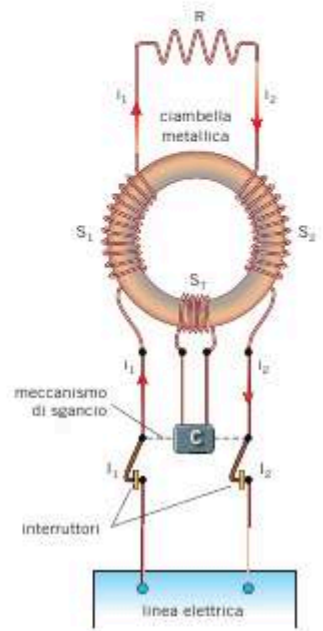
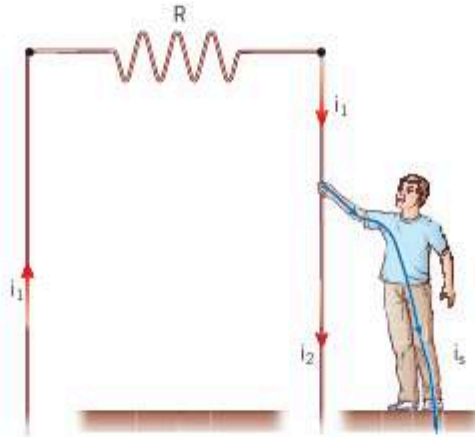


Figura 4 Schema semplificato del salvavita.

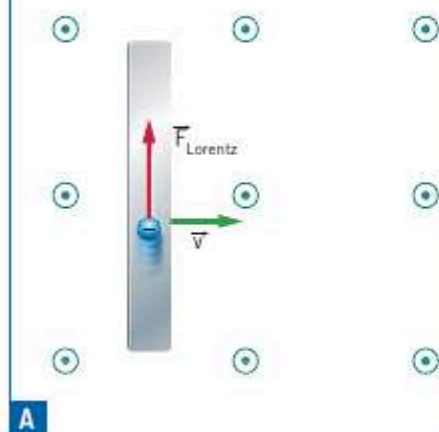
Figura 5 In caso di folgorazione si crea una corrente che dall'impianto elettrico si propaga verso terra attraversando una persona.

2 LA LEGGE DI FARADAY-NEUMANN

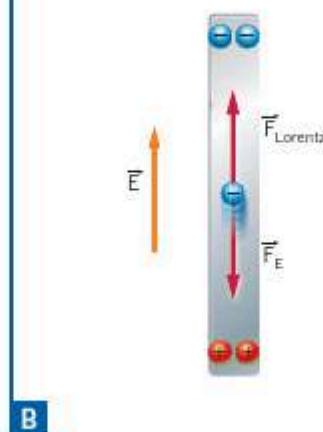
Analizziamo ora, in un caso particolare, il meccanismo che porta alla generazione di una corrente indotta.

Dapprima consideriamo una sbarra metallica che si muove di moto rettilineo uniforme in un campo magnetico. Per fissare le idee, la sbarra si muove verso destra, in direzione perpendicolare alla propria lunghezza, mentre le linee di campo magnetico escono dalla pagina.

La forza di Lorentz agisce sugli elettroni di conduzione nella sbarra e li spinge verso l'alto, mentre in basso si accumula carica positiva.



La separazione delle cariche crea nella sbarra un campo elettrico che tende a spostare gli elettroni verso il basso.



ANIMAZIONE

Moto di una sbarra metallica in un campo magnetico (2 minuti)



ESPERIMENTO VIRTUALE

Forze elettromotrici indotte

- Gioca
- Misura
- Esercitati



Se il campo magnetico è uniforme e la sbarra continua a muoversi a velocità costante, tra i suoi estremi si stabilizza una differenza di potenziale dovuta alle cariche positive e negative presenti ai suoi estremi, e la separazione delle cariche si interrompe. All'equilibrio, la forza elettrica compensa quella magnetica.

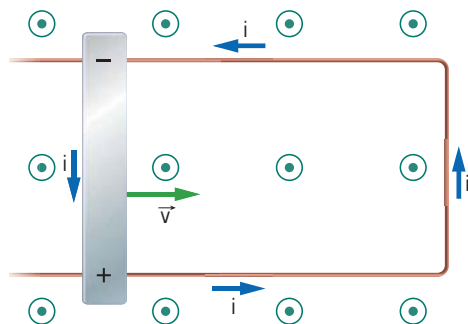


Figura 6 Muovendo la barretta in un campo magnetico perpendicolare a essa e al suo moto, nel circuito si genera una corrente indotta.

La situazione cambia se facciamo muovere la sbarra a contatto con un filo conduttore a forma di U, fermo nel campo magnetico (figura 6). Gli elettroni che si erano accumulati nella parte alta della sbarra possono ora muoversi lungo il filo, generando una corrente elettrica.

Lo spostamento degli elettroni rompe l'equilibrio che si era formato nella sbarra e il moto delle cariche all'interno di essa è continuo. La sbarra, in moto in un campo magnetico, si comporta come un generatore di forza elettromotrice.

Durante il funzionamento di questo particolare generatore, il flusso di campo magnetico attraverso il circuito continua a cambiare (per la precisione, a diminuire), visto che la sbarra continua ad avvicinarsi al lato opposto del circuito e quindi la superficie attraverso la quale si calcola il flusso diventa sempre più piccola.

L'espressione della legge di Faraday-Neumann

Il fenomeno dell'induzione elettromagnetica è descritto in modo generale dalla *legge di Faraday-Neumann*, che collega la forza elettromotrice f_{em} indotta in un circuito alla variazione del flusso $\Phi(\vec{B})$ di campo magnetico attraverso la superficie \vec{S} delimitata dal circuito.

La **legge di Faraday-Neumann**, che prende il nome da Michael Faraday e dal fisico tedesco Franz Ernst Neumann (1798-1895), è espressa dall'equazione

Osservazioni sperimentali

Questa legge è in accordo con tutti gli esempi di correnti indotte presentati nel paragrafo precedente: ogni volta che si ha una variazione di flusso magnetico (a causa di una variazione del campo, della superficie o dell'angolo che essi formano) si ha una forza elettromotrice indotta e, quindi, una corrente indotta, se il circuito è chiuso.

$$f_{em} = - \frac{\Delta\Phi(\vec{B})}{\Delta t} \tag{1}$$

forza elettromotrice indotta (V) variazione del flusso di campo magnetico (Wb) intervallo di tempo (s)

Nella formula precedente, $\Delta\Phi(\vec{B})$ è la variazione di flusso che avviene nell'intervallo di tempo Δt ; quindi il secondo membro della formula (1) rappresenta la rapidità di variazione del flusso di campo magnetico. Il segno «meno» che compare nella (1) rappresenta la *legge di Lenz*, a cui è dedicato il prossimo paragrafo.

Conoscendo la resistenza R del circuito indotto possiamo determinare il valore della corrente indotta, che risulta:

$$i = \frac{f_{em}}{R} = - \frac{1}{R} \frac{\Delta\Phi(\vec{B})}{\Delta t} \tag{2}$$

ESEMPIO

Nell'intervallo di tempo $\Delta t = 5,2 \times 10^{-3}$ s il flusso di campo magnetico attraverso una spira varia del valore $\Delta\Phi(\vec{B}) = -7,3 \times 10^{-4}$ Wb.

► Calcola il valore della forza elettromotrice f_{em} indotta nella spira.

Il valore della forza elettromotrice è fornito dalla formula (1):

$$\begin{aligned} f_{em} &= -\frac{\Delta\Phi(\vec{B})}{\Delta t} = -\frac{-7,3 \times 10^{-4} \text{ Wb}}{5,2 \times 10^{-3} \text{ s}} = 0,14 \frac{\text{T} \cdot \text{m}^2}{\text{s}} = \\ &= 0,14 \frac{\text{N}}{\text{A} \cdot \text{m}} \cdot \frac{\text{m}^2}{\text{s}} = 0,14 \frac{\text{J}}{\text{C}} = 0,14 \text{ V}. \end{aligned}$$

La forza elettromotrice indotta istantanea

La formula (1) fornisce la forza elettromotrice *media* indotta in un circuito nell'intervallo di tempo Δt . Come è spiegato nella scheda *Le quantità istantanee e la derivata*, del capitolo «La corrente elettrica continua», per ottenere il valore istantaneo di una grandezza fisica occorre calcolare il limite di questa grandezza per Δt che tende a zero.

Dalla legge di Faraday-Neumann si ottiene, in questo caso

$$f_{em} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \left(-\frac{\Delta\Phi(\vec{B})}{\Delta t} \right) = -\frac{d\Phi(\vec{B})}{dt}; \quad (3)$$

la forza elettromotrice indotta istantanea è uguale alla derivata temporale del flusso di campo magnetico, cambiata di segno.

Per la corrente istantanea indotta in un circuito di resistenza R vale una formula analoga alla (2):

$$i = -\frac{1}{R} \frac{d\Phi(\vec{B})}{dt}. \quad (4)$$

Il fenomeno dell'induzione elettromagnetica è alla base del funzionamento del *pick-up* delle chitarre elettriche. Come è mostrato nella **figura 7**, esso è composto da un magnete permanente attorno a cui è avvolta una bobina.

Le corde della chitarra sono costruite con un materiale adatto, che viene magnetizzato. Così l'oscillazione della corda crea un campo magnetico variabile nella bobina sottostante che, a sua volta, genera una corrente elettrica che riproduce il movimento della corda. È questo il segnale che viene inviato all'amplificatore e che genera il caratteristico suono della chitarra elettrica.

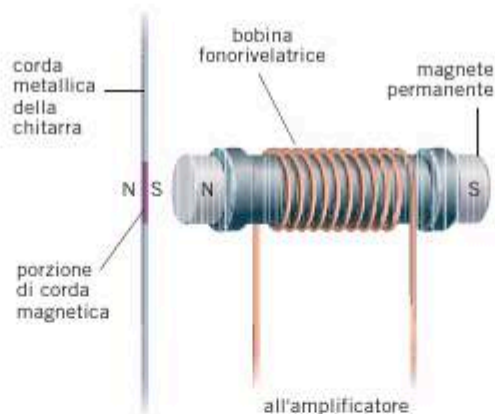


Figura 7 Il *pick-up* di una chitarra elettrica.



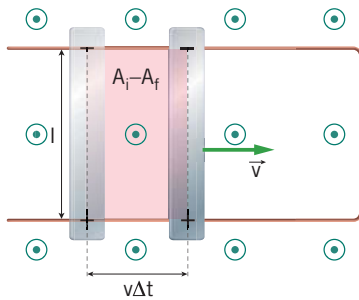


Figura 8 Il campo magnetico \vec{B} è perpendicolare alla superficie piana che ha come contorno il circuito.

Dimostrazione della formula di Faraday-Neumann

Dimostriamo ora la formula (1) nel caso particolare della sbarretta che si muove a contatto con un filo fermo, sagomato a forma di U. Per questo sistema fisico calcoleremo i due membri della formula (1) e verificheremo che sono uguali.

Calcolo della variazione di flusso. Il campo \vec{B} è perpendicolare al piano del circuito (figura 8), per cui il flusso di \vec{B} si calcola come $\Phi(\vec{B}) = BA$, dove A è l'area racchiusa dal circuito.

Se A passa dal valore iniziale A_i a quello finale A_f , possiamo scrivere

$$\Delta\Phi(\vec{B}) = \Phi_f(\vec{B}) - \Phi_i(\vec{B}) = BA_f - BA_i = B(A_f - A_i).$$

Nell'intervallo di tempo Δt la sbarra, che si muove con velocità costante di modulo v , percorre una distanza $\Delta s = v\Delta t$, facendo diminuire l'area da A_i ad A_f . Come si vede dalla figura, se indichiamo con l l'altezza del circuito abbiamo

$$A_i = A_f + lv \Delta t.$$

Sostituendo questa espressione in quella precedente troviamo, allora,

$$\Delta\Phi(\vec{B}) = B(A_f - A_i) = B[A_f - (A_f + lv \Delta t)] = -Blv \Delta t$$

e siamo infine in grado di calcolare il secondo membro della (1), che risulta

$$-\frac{\Delta\Phi(\vec{B})}{\Delta t} = -\frac{-Blv\Delta t}{\Delta t} = Blv \tag{5}$$

Calcolo della forza elettromotrice. Nel circuito indotto è dissipata energia per effetto Joule. Come sappiamo, la potenza P_d dissipata in questo modo è data dalla formula

$$P_d = f_{em} i \tag{6}$$

dove f_{em} e i sono, rispettivamente, la forza elettromotrice indotta e la corrente indotta.

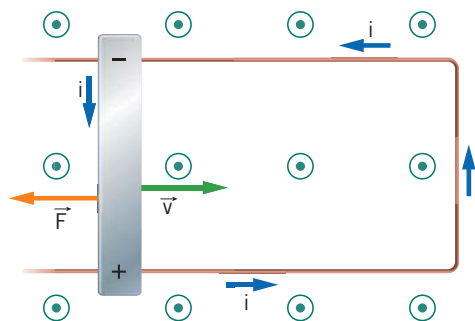


Figura 9 Sulla corrente i presente nella sbarra agisce una forza magnetica che si oppone al moto della sbarra stessa.

La sbarra, che si muove verso destra, è percorsa dalla corrente i rivolta verso il basso. Come è mostrato nella figura 9, il campo magnetico esercita su questa corrente una forza che si oppone al moto della sbarra. Il modulo di tale forza è

$$F = Bil.$$

Perché la sbarra continui a muoversi con velocità costante, bisogna che sia spinta da una forza esterna uguale e contraria alla forza magnetica. Il lavoro compiuto da questa forza esterna è quello che fornisce l'energia dissipata per effetto Joule.

In un intervallo di tempo Δt la forza esterna, che ha la stessa direzione e lo stesso verso dello spostamento della sbarra, compie un lavoro

$$W = F\Delta s = Bilv\Delta t,$$

per cui la potenza P_e erogata dalla forza esterna è

$$P_e = \frac{W}{\Delta t} = \frac{Bilv\Delta t}{\Delta t} = Bilv. \quad (7)$$

Imponendo che la potenza dissipata P_d (formula (6)) sia uguale alla potenza fornita P_e (formula (7)) otteniamo

$$f_{em} i = Bilv \Rightarrow f_{em} = Blv. \quad (8)$$

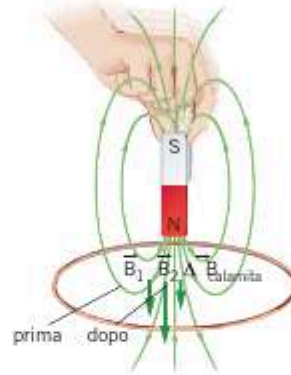
Come si vede, il valore Blv della forza elettromotrice, dato dalla formula (8), è uguale a quello della quantità $-\Delta\Phi(\vec{B})/\Delta t$, dato dalla (5), per cui la dimostrazione è conclusa.

3 LA LEGGE DI LENZ

Quando una calamita si avvicina a un circuito (figura 10), il campo magnetico prodotto dalla calamita, nella zona di spazio dove si trova il circuito, aumenta.

La variazione del flusso magnetico attraverso la superficie delimitata dal circuito produce una corrente indotta che, a sua volta, genera un proprio campo magnetico. Vi sono quindi due campi magnetici:

- il campo magnetico della calamita $\vec{B}_{calamita}$, che crea la variazione di flusso,
- il campo magnetico $\vec{B}_{indotto}$ della corrente indotta.



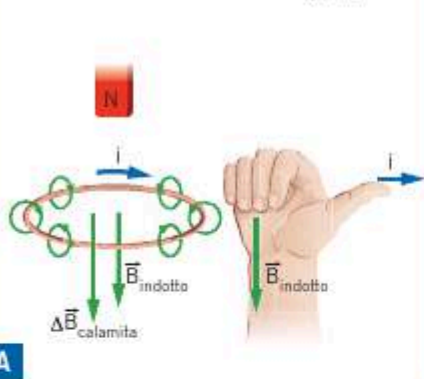
ANIMAZIONE

La legge di Lenz
(2 minuti e mezzo)

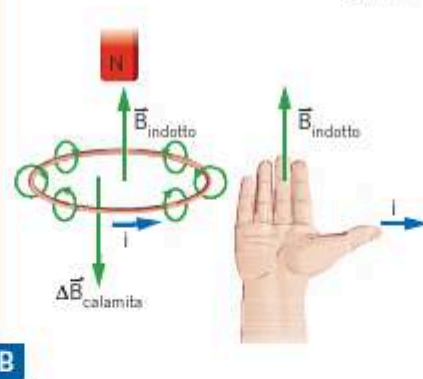
Figura 10 Muovendo la calamita verso l'alto e verso il basso, il campo magnetico nella spira cambia continuamente.

Qual è il verso della corrente indotta? Tenendo conto che questi due campi si sommano come vettori esaminiamo due possibilità.

Se la corrente indotta circola in senso orario, $\vec{B}_{indotto}$ è diretto verso il basso e rinforza l'aumento $\Delta\vec{B}_{calamita}$.



Se invece la corrente indotta va in senso antiorario, $\vec{B}_{indotto}$ è diretto verso l'alto e contrasta l'aumento $\Delta\vec{B}_{calamita}$.



Nel primo caso, il campo indotto accentuerebbe l'aumento del flusso totale, il quale, a sua volta, creerebbe una corrente indotta più intensa e quindi un nuovo campo magnetico indotto, innescando un processo senza fine. Si otterrebbe così energia elettrica gratis, in contrasto con il principio di conservazione dell'energia.

Poiché questo non è possibile, la corrente indotta deve circolare in senso antiorario, in modo da contrastare l'aumento del campo della calamita.

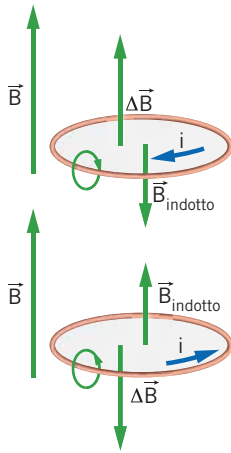


Figura 11 Figura sopra: il flusso $\Phi_s(\vec{B})$ aumenta. Figura sotto: il flusso $\Phi_s(\vec{B})$ diminuisce. Il campo magnetico dovuto alla corrente indotta è sempre tale da opporsi alla variazione di flusso che la genera.

Quindi il principio di conservazione dell'energia determina il verso della corrente indotta. Secondo la **legge di Lenz**,

il **verso della corrente indotta** è sempre tale da opporsi alla variazione di flusso che la genera.

Per un circuito che rimane invariato al passare del tempo questa legge, che prende il nome dal fisico russo Emilij Kristianovič Lenz (1804-1865), (**figura 11**) dice che

- una corrente indotta, causata da un *aumento* $\Delta\vec{B}$ del campo magnetico esterno \vec{B} , genera un proprio campo magnetico indotto, \vec{B}_{indotto} , che ha verso opposto a quello di \vec{B} ;
- una corrente indotta, causata da una *diminuzione* $\Delta\vec{B}$ del campo magnetico esterno \vec{B} , genera un proprio campo magnetico indotto, \vec{B}_{indotto} , che ha lo stesso verso di \vec{B} .

Dal punto di vista matematico, la legge di Lenz è espressa dal segno meno che compare nelle formule (1), (2), (3) e (4).

Le correnti di Foucault

Una lamina di rame, che è un materiale diaamagnetico, non risente in modo apprezzabile della presenza di un campo magnetico. Però, se si tenta di estrarre rapidamente tale lamina da un campo magnetico piuttosto intenso, si avverte una forte resistenza.

Questo effetto è dovuto al fatto che, quando la lamina di rame è estratta dal campo magnetico, le sue parti che si trovano al bordo del campo subiscono una variazione di flusso magnetico (**figura 12**).

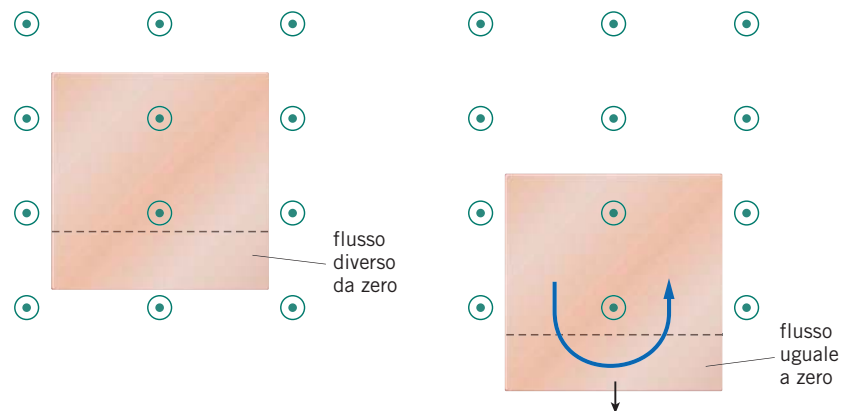


Figura 12 Estrahendo un conduttore da un campo magnetico si ottiene una variazione di flusso magnetico che origina correnti indotte nel conduttore.

IN LABORATORIO

- Correnti di Foucault
- Video (2 minuti)
- Test (3 domande)



La variazione del flusso di campo magnetico origina delle correnti indotte, che scorrono nel volume del metallo e hanno un andamento simile a quello di un vortice.

Esse sono dette **correnti parassite** o **correnti di Foucault**, dal nome del fisico francese Jean Bernard Léon Foucault (1819-1868).

Per la legge di Lenz, le correnti di Foucault sono tali da opporsi alla variazione di flusso che le ha generate e, proprio per questa ragione, la forza magnetica che agisce su di esse è rivolta nel verso opposto a quello del moto che si vuole imprimere alla lamina estraendola dal magnete.

Una verifica del fatto che le correnti parassite sono dovute alla variazione di flusso magnetico la si ottiene estraendo lentamente la stessa lamina di rame dal campo magnetico: la forza frenante che si avverte è molto minore di quella che si era rilevata in precedenza, perché ora la variazione del flusso magnetico è meno rapida e, quindi, le correnti sono più deboli.

Lo stesso accade nel circuito indotto esaminato nel paragrafo precedente: la forza magnetica che agisce sulla corrente che circola nella sbarra conduttrice si oppone al moto della sbarra stessa.

Le correnti di Foucault sono alla base del funzionamento dei freni magnetici che sono presenti in alcuni tipi di treni o nelle attrazioni dei parchi di divertimento, ma anche del meccanismo di regolazione magnetica della difficoltà di pedalata che è presente in molte **biciclette da camera**.

Un altro fenomeno legato alle correnti parassite è il riscaldamento per effetto Joule di parti in metallo, in presenza di campi magnetici variabili. Il problema si pone, per esempio, nei nuclei metallici presenti nei motori elettrici a corrente alternata o nei trasformatori.

Questo meccanismo è in grado di dissipare grandi quantità di energia e, per evitarlo, i nuclei stessi non sono costruiti come blocchi compatti, ma assemblando un grande numero di lamierini o di fili, separati da sottili strati isolanti. In questo modo la resistenza elettrica del nucleo metallico è elevata e, di conseguenza, le correnti parassite risultano poco intense.



newphoservice/Shutterstock

4 L'AUTOINDUZIONE E LA MUTUA INDUZIONE

Per avere l'induzione elettromagnetica non è necessaria la presenza di un campo magnetico esterno. Infatti:

la variazione della corrente in un circuito elettrico genera una forza elettromotrice indotta nel circuito stesso.

Questo fenomeno, che si chiama **autoinduzione**, accade, per esempio, quando si chiude l'interruttore di un circuito elettrico. In tal caso:

- la corrente, che prima era nulla, cresce rapidamente creando un campo magnetico sempre più intenso attraverso la superficie del circuito stesso;
- così il flusso di campo magnetico attraverso il circuito aumenta e si genera una corrente indotta che, per la legge di Lenz, tende a opporsi alla variazione di flusso che l'ha generata;
- l'effetto complessivo di queste due correnti, che circolano contemporaneamente in versi opposti, è quello di rallentare la crescita della corrente nel circuito (**figura 13**).

Invece, quando si apre il circuito la corrente non si annulla istantaneamente, ma lo fa con un certo ritardo: l'apertura del circuito provoca una diminuzione del flusso magnetico e, di conseguenza, la corrente indotta circola nello stesso verso di quella che era prima presente (**figura 14**).

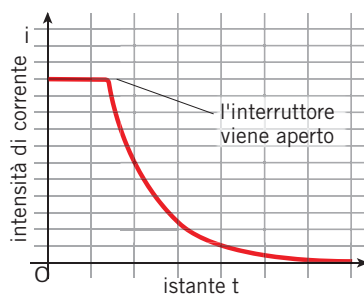
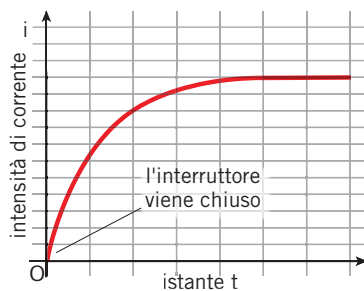


Figura 13 Grafico dell'intensità di corrente in funzione del tempo alla chiusura di un circuito elettrico.

Figura 14 Grafico dell'intensità di corrente in funzione del tempo all'apertura di un circuito elettrico.

L'induttanza di un circuito

Il flusso di campo magnetico che attraversa un circuito è direttamente proporzionale all'intensità di corrente che fluisce nel filo che forma il circuito stesso; ciò è espresso dalla formula

$$\Phi(\vec{B}) = Li \quad (9)$$

La costante di proporzionalità L , che è caratteristica del circuito e del materiale in cui esso è immerso, è la grandezza fisica che descrive quanto è intenso l'effetto dell'autoinduzione.

L prende il nome di **coefficiente di autoinduzione** (o **induttanza**) del circuito. Nel Sistema Internazionale L si misura in Wb/A; questa unità di misura prende il nome di **henry** (H), dal nome del fisico statunitense Joseph Henry (1797-1878).



Figura 15 Simbolo circuitale dell'induttanza.

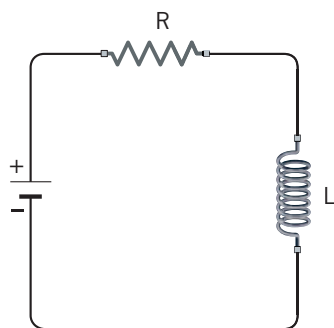


Figura 16 Circuito RL con un generatore di tensione continua.

Negli schemi elettrici l'induttanza di un circuito o di un suo elemento è indicata con il simbolo grafico della figura 15. Quindi, per descriverne tutte le proprietà, un circuito che contiene un generatore, un resistore e un'induttanza deve essere ridisegnato come nella figura 16.

La grandezza L può rappresentare semplicemente il coefficiente di autoinduzione del circuito, oppure anche quello di una bobina inserita in serie nel circuito per amplificare l'effetto dell'autoinduzione. Un circuito elettrico come quello della figura precedente è detto **circuito RL**.

Funzione esponenziale

La funzione esponenziale interviene nelle formule (10) e (11) perché, in un circuito con resistenza R , la corrente i è tale che

$$f_{em} = Ri,$$

che vale insieme alla seconda delle formule (12): la sola funzione non nulla che è uguale alla propria derivata è l'esponenziale.

Conoscendo l'induttanza L , la resistenza R del circuito e la forza elettromotrice f_{em} del generatore, è possibile scrivere l'espressione della corrente che fluisce nel circuito RL dopo la chiusura dell'interruttore. Essa risulta:

$$i(t) = \frac{f_{em}}{R} (1 - e^{-\frac{R}{L}t}) \quad (10)$$

mentre quella che si ha dopo l'apertura del circuito ha la forma

$$i(t) = \frac{f_{em}}{R} e^{-\frac{R}{L}t} \quad (11)$$

Entrambe le formule sono scritte nell'ipotesi di indicare con $t = 0$ s l'istante in cui si agisce sull'interruttore.

La definizione (9) permette di scrivere la legge di Faraday-Neumann in una forma adatta allo studio dei circuiti elettrici. Infatti, se nell'intervallo di tempo Δt la corrente passa dal valore iniziale i_1 a quello finale i_2 la variazione di flusso nel circuito è

$$\Delta\Phi(\vec{B}) = \Phi_2 - \Phi_1 = Li_2 - Li_1 = L(i_2 - i_1) = L\Delta i$$

e la forza elettromotrice indotta vale

$$f_{em} = - \frac{\Delta\Phi(\vec{B})}{\Delta t} = -L \frac{\Delta i}{\Delta t} \quad \text{oppure} \quad f_{em} = -L \frac{di}{dt} \quad (12)$$

ESEMPIO

In un circuito elettrico che ha un'induttanza $L = 37 \mu\text{H}$, l'intensità di corrente varia del valore $\Delta i = 1,3 \text{ A}$ durante l'intervallo di tempo $\Delta t = 0,054 \text{ s}$.

- ▶ Calcola il valore della forza elettromotrice f_{em} indotta in questo modo nel circuito.
- ▶ Qual è il significato del segno che si è ottenuto nel risultato?
- Per rispondere alla prima domanda ricorriamo alla prima delle formule (12):

$$\begin{aligned} f_{em} &= -L \frac{\Delta i}{\Delta t} = -(3,7 \times 10^{-5} \text{ H}) \times \frac{1,3 \text{ A}}{0,054 \text{ s}} = -8,9 \times 10^{-4} \frac{\text{Wb}}{\text{A}} \cdot \frac{\text{A}}{\text{s}} = \\ &= -8,9 \times 10^{-4} \frac{\text{T} \cdot \text{m}^2}{\text{s}} = -8,9 \times 10^{-4} \frac{\text{N}}{\text{A} \cdot \text{m}} \cdot \frac{\text{m}^2}{\text{s}} = -8,9 \times 10^{-4} \text{ V}. \end{aligned}$$

- Il risultato ottenuto ha segno negativo. Ciò significa che la forza elettromotrice indotta si oppone al fluire della corrente elettrica, che sta aumentando.

La mutua induzione

Consideriamo ora due circuiti distinti. Un cambiamento della corrente i_1 che fluisce nel primo circuito provoca una variazione del flusso magnetico $\Phi_{1 \rightarrow 2}$ relativo al secondo circuito e quindi genera in esso una corrente di intensità i_2 . Anche in questo caso il flusso $\Phi_{1 \rightarrow 2}$ è direttamente proporzionale all'intensità della corrente che genera il flusso stesso, cioè a i_1 :

$$\Phi_{1 \rightarrow 2} = M i_1.$$

M è una costante caratteristica della forma dei due circuiti, della loro posizione relativa e della sostanza materiale in cui sono immersi.

La costante M si chiama **coefficiente di mutua induzione dei due circuiti**. Il nome deriva dal fatto che, se si inserisce un generatore nel secondo circuito, il flusso $\Phi_{2 \rightarrow 1}$ presente nel primo circuito e dovuto alla corrente i_2 , che fluisce nel secondo, è direttamente proporzionale alla corrente stessa, con la stessa costante di proporzionalità che si aveva nel caso precedente:

$$\Phi_{2 \rightarrow 1} = M i_2.$$

In modo analogo al caso dell'autoinduzione è possibile ricavare, dalla conoscenza di M , la forza elettromotrice indotta nei due circuiti.

Per esempio, la forza elettromotrice $f_{em}^{1 \rightarrow 2}$ che sorge nel secondo circuito a causa della variazione di i_1 è data dalle formule

$$f_{em}^{1 \rightarrow 2} = -M \frac{\Delta i_1}{\Delta t} \quad \text{oppure} \quad f_{em}^{1 \rightarrow 2} = -M \frac{di_1}{dt} \quad (13)$$

Nel Sistema Internazionale M si misura in henry (H) perché è dato dal rapporto tra un flusso di campo magnetico e un'intensità di corrente.

5 ENERGIA E DENSITÀ DI ENERGIA DEL CAMPO MAGNETICO

Alla chiusura dell'interruttore, in un circuito che contiene un generatore di forza elettromotrice f_{em} e un'induttanza L si genera una forza elettromotrice indotta che si oppone al fluire della corrente elettrica.

Quindi, per portare la corrente al suo valore di regime I , il generatore inserito nel circuito deve compiere un lavoro contro tale effetto ritardante. Questo lavoro, che si indica con W_L , è dato dalla formula

$$W_L = \frac{1}{2} LI^2 \quad (14)$$

Per la conservazione dell'energia, finché il circuito (nel quale circola la corrente I) è chiuso, nel campo magnetico, presente nella zona di spazio dove si trova l'induttanza, resta immagazzinata un'energia pari al lavoro (14).

Quando il circuito viene aperto, la corrente continua a fluire per un certo tempo e così facendo restituisce, mediante l'effetto Joule, l'energia che era stata immagazzinata.

ESEMPIO

In una bobina di induttanza $L = 2,5 \times 10^{-2}$ H scorre una corrente continua di intensità $I = 3,1$ A.

► Calcola il valore dell'energia W_L immagazzinata nell'induttanza.

Il valore dell'energia immagazzinata si calcola con la formula (14):

$$\begin{aligned} W_L &= \frac{1}{2} LI^2 = \frac{1}{2} \times (2,5 \times 10^{-2}) \text{ H} \times (3,1 \text{ A})^2 = 0,12 \frac{\text{Wb}}{\text{A}} \cdot \text{A}^2 = \\ &= 0,12 \text{ T} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{A} = 0,12 \frac{\text{N}}{\text{A} \cdot \text{m}} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{A} = 0,12 \text{ N} \cdot \text{m} = 0,12 \text{ J}. \end{aligned}$$

Dimostrazione del valore dell'energia immagazzinata

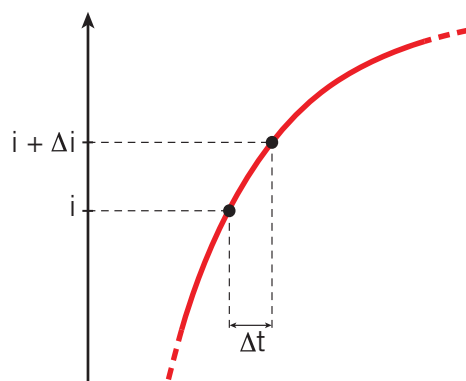


Figura 17 Nell'intervallo di tempo Δt l'intensità di corrente passa dal valore i al valore $i + \Delta i$.

Per calcolare W_L , scegliamo un istante di tempo t in corrispondenza del quale la corrente nel circuito vale i , con $0 \leq i \leq I$, e consideriamo un piccolo intervallo di tempo Δt , all'interno del quale la corrente passa da i a $i + \Delta i$ (figura 17).

Per distinguerlo dalla forza elettromotrice del generatore, indichiamo con f_{em}^{ind} il modulo della forza elettromotrice indotta generata dalla variazione di corrente Δi :

$$f_{em}^{ind} = L \frac{\Delta i}{\Delta t} \quad (15)$$

Per spingere una carica $\Delta Q = i\Delta t$ contro questa forza elettromagnetica ritardante il generatore compie un lavoro elementare

$$\Delta W_L = \int_{em}^{ind} \Delta Q = \int_{em}^{ind} i\Delta t = L \frac{\Delta i}{\Delta t} i\Delta t = Li\Delta i \quad (16)$$

Per trovare W_L occorre sommare tutti i lavori elementari ΔW_L per $0 \leq i \leq I$.

Questo problema è matematicamente identico a quello del lavoro di carica di un condensatore, che è esposto nel capitolo «Fenomeni di elettrostatica». Secondo la formula (21) di tale capitolo, il lavoro infinitesimo di carica è

$$\Delta W_c = \frac{1}{C} q\Delta q \quad (0 \leq q \leq Q)$$

mentre, per la formula (19), il risultato finale è

$$W_c = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C}. \quad (17)$$

I due problemi sono matematicamente identici se si opera la corrispondenza di variabili:

$$\frac{1}{C} \leftrightarrow L, \quad q \leftrightarrow i, \quad \Delta q \leftrightarrow \Delta i, \quad Q \leftrightarrow I;$$

ne consegue che anche il risultato che vogliamo ottenere è formalmente identico a quello del lavoro di carica del condensatore, con le opportune sostituzioni. Si ottiene così

$$W_L = \frac{1}{2} LI^2,$$

che conferma la formula (14).

L'induttanza di un solenoide

Consideriamo ora un solenoide di lunghezza l e composto da N spire di area S (figura 18), posto nel vuoto. Il campo magnetico \vec{B} all'interno di questo ha modulo

$$B = \mu_0 \frac{Ni}{l}$$

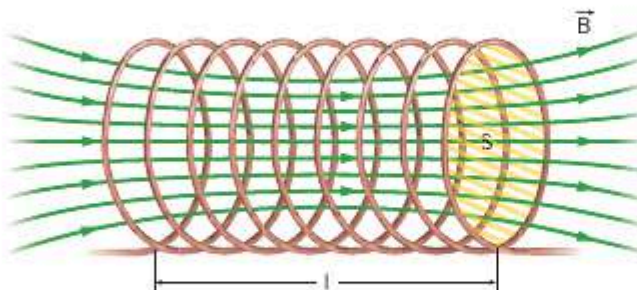


Figura 18 Solenoide di lunghezza l , formato da N spire di area S .

ed è perpendicolare a ciascuna spira. La superficie attraverso cui si calcola il flusso

$\Phi(\vec{B})$ è N volte l'area S di una spira, per cui si ottiene

$$\Phi(\vec{B}) = NBS = N\mu_0 \frac{Ni}{l} S = \mu_0 \frac{N^2 i}{l} S.$$

Usando la (9) possiamo calcolare l'induttanza L di un solenoide, che vale

$$L = \frac{\Phi(\vec{B})}{i} = \mu_0 \frac{N^2}{l} S \quad (18)$$

ESEMPIO

Un solenoide di lunghezza $l = 12,8$ cm è costituito da $N = 200$ spire circolari di area $S = 7,00 \times 10^{-4}$ m², poste in aria.

► Determina l'induttanza L del solenoide.

Il valore di L si trova sostituendo i dati nella formula (18):

$$\begin{aligned} L &= \mu_0 \frac{N^2}{l} S = \left(4\pi \times 10^{-7} \frac{\text{N}}{\text{A}^2} \right) \times \frac{200^2}{0,128 \text{ m}} \times (7,00 \times 10^{-4} \text{ m}^2) = \\ &= 2,75 \times 10^{-4} \frac{\text{N}}{\text{A}^2 \cdot \text{m}} \cdot \text{m}^2 = 2,75 \times 10^{-4} \frac{\text{N}}{\text{A} \cdot \text{m}} \cdot \frac{1}{\text{A}} \cdot \text{m}^2 = \\ &= 2,75 \times 10^{-4} \frac{\text{T} \cdot \text{m}^2}{\text{A}} = 2,75 \times 10^{-4} \frac{\text{Wb}}{\text{A}} = 2,75 \times 10^{-4} \text{ H}. \end{aligned}$$

La densità di energia del campo magnetico

In analogia alla densità volumica di energia elettrica $w_{\vec{E}}$ (capitolo «Fenomeni di elettrostatica»), definiamo la **densità volumica di energia magnetica** in un solenoide attraverso la relazione

$$w_{\vec{B}} = \frac{W_L}{Sl}, \quad (19)$$

dove W_L è l'energia immagazzinata nel campo magnetico del solenoide e Sl è il volume occupato dal solenoide.

Sostituendo nella (19) l'espressione (14) per W_L e in quest'ultima la formula (18) che fornisce il valore di L , otteniamo

$$w_{\vec{B}} = \frac{1}{Sl} \frac{1}{2} LI^2 = \frac{1}{2Sl} \mu_0 \frac{N^2 S}{l} I^2 = \frac{1}{2\mu_0} \left(\mu_0 \frac{NI}{l} \right)^2.$$

Notiamo che l'espressione che compare tra parentesi nella formula precedente è il modulo B del campo magnetico del solenoide. Possiamo quindi scrivere la relazione finale

$$w_{\vec{B}} = \frac{1}{2\mu_0} B^2 \quad (20)$$

che, anche se ricavata in un caso particolare, ha validità generale: la presenza di un campo \vec{B} nello spazio vuoto implica che in quello spazio vi è una densità di energia che è proporzionale al *quadrato* del modulo di \vec{B} .

6 L'ALTERNATORE

La tensione elettrica che usiamo nelle nostre case è generata nelle centrali elettriche dagli *alternatori*, che sono un'applicazione della legge sperimentale dell'induzione elettromagnetica.

Un **alternatore** è un dispositivo che trasforma energia cinetica in energia elettrica.

Infatti, l'alternatore contiene delle parti che devono continuare a muoversi, altrimenti esso smette di produrre forza elettromotrice.

In una centrale elettrica l'alternatore è mantenuto in movimento dalla rotazione di una turbina.



A

L'alternatore di un'automobile, che alimenta la batteria, è mantenuto in movimento dal motore.



B

La dinamo di una bicicletta, che fa accendere le luci, è mantenuta in movimento dal moto della ruota.



C

In linea di principio un alternatore è costituito da una spira che viene fatta ruotare con velocità angolare costante all'interno di un campo magnetico (figura 19). La diversa orientazione della spira rispetto alle linee del campo \vec{B} fa sì che il flusso magnetico vari continuamente, generando così una corrente indotta.

Per la legge di Faraday-Neumann, più rapidamente muoviamo la spira, maggiore è la forza elettromotrice e, a parità di resistenza elettrica, maggiore è anche la corrente indotta nella spira.

Forza elettromotrice più intensa

La forza elettromotrice indotta aumenta anche se il campo magnetico è più intenso, se l'area della spira è maggiore o se l'avvolgimento contiene non una ma più spire.

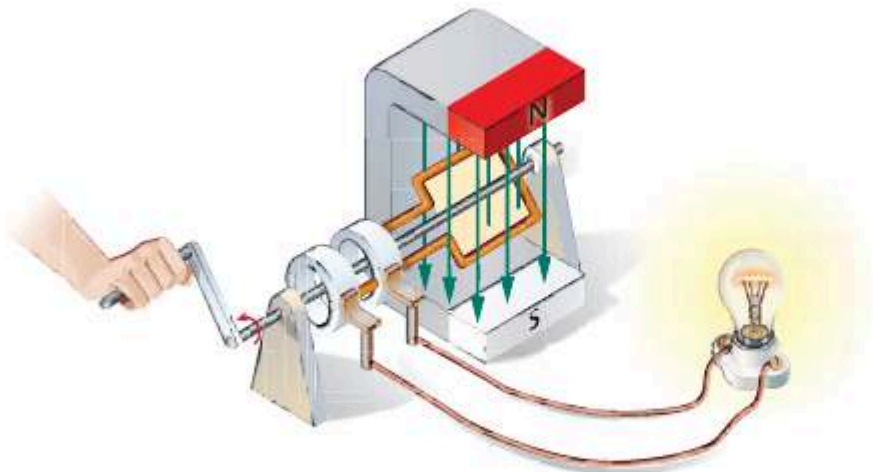


Figura 19 Schema costruttivo semplificato di un alternatore.

Seguendo il movimento della spira, vista in sezione nella **figura 20**, il flusso:

1. all'inizio è massimo,
2. è uguale a zero a 90° ,
3. diventa minimo a 180° , dove il flusso è negativo,
4. si annulla di nuovo a 270° ,
5. torna massimo a 360° nella posizione di partenza.

L'alternatore genera una **tensione alternata**, che cambia continuamente valore, ma si ripete sempre uguale dopo un periodo T , che è il tempo impiegato dalla spira a fare un giro completo.

Questa tensione alternata provoca una **corrente alternata** che scorre con intensità variabile, per metà periodo in un senso e per l'altra metà periodo nel senso opposto.

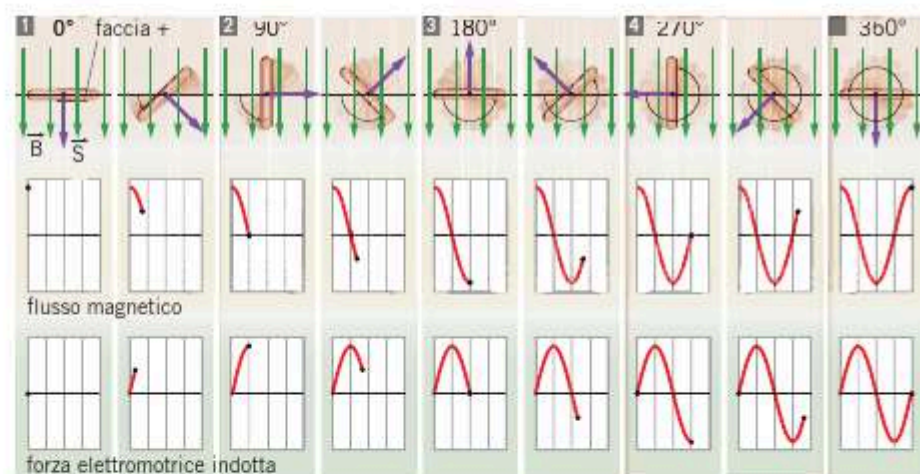


Figura 20 Posizioni successive della spira dell'alternatore nel campo magnetico. Ai di sotto, in corrispondenza, grafici del valore del flusso magnetico e della forza elettromotrice indotta.

Calcolo della forza elettromotrice alternata

Facendo ruotare la spira dell'alternatore con movimento regolare, l'angolo α tra il campo magnetico \vec{B} e il vettore superficie della spira \vec{S} , varia con la legge

$$\alpha = \omega t, \quad (21)$$

dove ω è la velocità angolare costante con cui la spira ruota attorno al suo asse. Si è scelto come istante $t = 0$ s quello in cui si ha $\alpha = 0$ rad.

Se il campo magnetico è uniforme sulla spira, il flusso di campo magnetico attraverso di essa è dato dall'espressione

$$\Phi(\vec{B}) = BS \cos \alpha = BS \cos(\omega t).$$

La legge di Faraday-Neumann (formula (3)) permette di calcolare la forza elettromotrice f_{em} indotta all'interno della spira. Otteniamo così

$$f_{em} = - \frac{d\Phi(\vec{B})}{dt} = - \frac{d(BS \cos(\omega t))}{dt} = BS \omega \sin(\omega t),$$

che si può riscrivere, con la definizione $f_0 = BS\omega$,

$$f_{em}(t) = f_0 \sin(\omega t) \quad (22)$$

Calcolo della derivata

Per ricavare la (22) ricorda che le quantità B , S e ω sono costanti, e che la derivata rispetto al tempo di $\cos(\omega t)$ è $-\omega \sin(\omega t)$.

In un circuito che contiene una resistenza R tale forza elettromotrice genera una corrente variabile nel tempo, direttamente proporzionale alla forza elettromotrice, di equazione

$$i(t) = i_0 \text{sen}(\omega t) \tag{23}$$

dove si è posto

$$i_0 = \frac{f_0}{R}.$$

I valori i_0 e f_0 sono detti «ampiezza», rispettivamente, della corrente e della forza elettromotrice, mentre la grandezza ω è detta, come nel moto armonico, «pulsazione» della forza elettromotrice o della corrente alternata.

La formula (23) è rappresentata dal grafico della **figura 21**. Esso descrive, come si è detto, una corrente alternata che varia periodicamente, passando dal valore massimo i_0 al valore minimo $-i_0$. Allo stesso modo, la formula (22) rappresenta una forza elettromotrice alternata.

In entrambi i casi il periodo T e la frequenza f di oscillazione si deducono dalla pulsazione ω grazie alle formule:

$$T = \frac{2\pi}{\omega}, \quad f = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi}. \tag{24}$$

Per esempio, la corrente alternata che fluisce nei fili dei nostri impianti domestici ha una frequenza di 50 Hz, cioè un periodo di 0,020 s. Negli Stati Uniti la frequenza è invece 60 Hz.

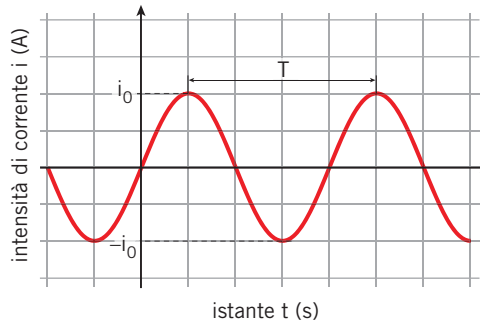


Figura 21 L'intensità della corrente alternata varia periodicamente tra i valori i_0 e $-i_0$.

Il valore efficace della forza elettromotrice e della corrente

In un circuito ohmico attraversato da corrente alternata la potenza istantanea

$$P(t) = R[i(t)]^2$$

varia continuamente, passando dal valore minimo nullo al valore massimo Ri_0^2 (linea rossa nella **figura 22**). Si può dimostrare (e si vede anche a occhio) che il suo valore medio \bar{P} è

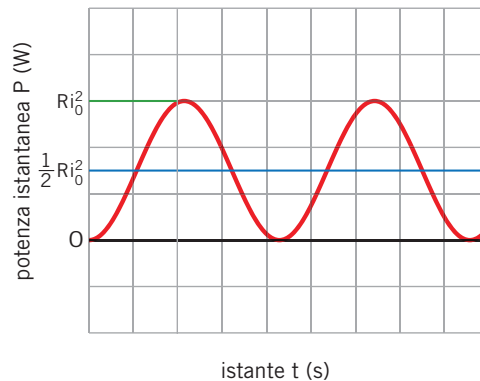


Figura 22 Il valore medio della potenza istantanea erogata da una corrente alternata vale la metà del valore massimo Ri_0^2 .

$$\bar{P} = \frac{1}{2} Ri_0^2. \tag{25}$$

La stessa potenza è anche fornita da una corrente *continua* di intensità i_{eff} , con

$$i_{eff} = \frac{i_0}{\sqrt{2}} \quad (26)$$

Infatti, la potenza erogata da tale corrente continua è

$$P = Ri_{eff}^2 = R\left(\frac{i_0}{\sqrt{2}}\right)^2 = \frac{1}{2}Ri_0^2 = \bar{P}.$$

Questa potenza media è rappresentata dalla linea blu della figura precedente.

La quantità i_{eff} data dalla formula (26) è detta *valore efficace della corrente*:

il **valore efficace della corrente** alternata rappresenta l'intensità di una corrente continua che eroga la stessa potenza fornita dalla corrente alternata.

In analogia, si definisce il **valore efficace della forza elettromotrice** f_{eff} attraverso la relazione

$$f_{eff} = \frac{f_0}{\sqrt{2}} \quad (27)$$

Grazie a tale definizione la potenza media può anche essere scritta nella forma

$$\bar{P} = i_{eff} f_{eff}. \quad (28)$$

In ambito tecnico e professionale i valori efficaci della corrente e della forza elettromotrice sono molto più usati delle corrispondenti ampiezze.

Per esempio, quando si dice che negli impianti elettrici domestici la forza elettromotrice è di 220 V si intende dire che $f_{eff} = 220$ V. Quindi, come è mostrato nella **figura 23**, a circuito aperto la tensione alternata oscilla tra il valore massimo $f_0 = \sqrt{2} f_{eff} = 310$ V e il valore minimo -310 V.

Figura 23 A circuito aperto, la tensione tra i poli di una presa domestica (di valore efficace 220 V) varia tra 310 V e -310 V.

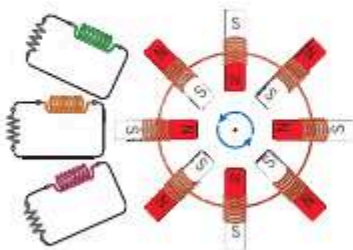
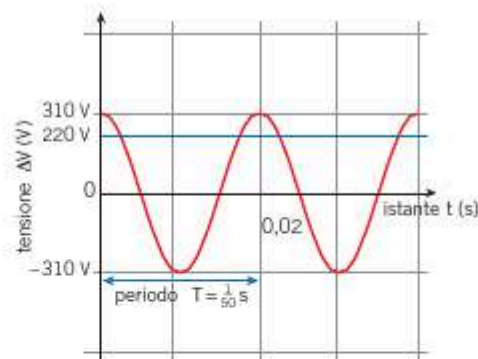


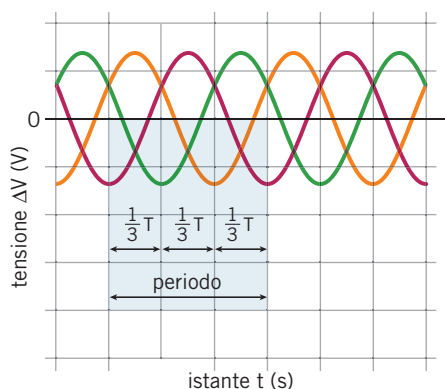
Figura 24 Schema costruttivo di un alternatore trifase.

La corrente trifase

Gli alternatori installati nelle centrali elettriche sono costituiti da un *rotore*, simile a una ruota a cui sono fissati gli elettromagneti, e da uno *statore*, che consiste in tre bobine fisse nelle quali sono prodotte le correnti indotte (**figura 24**).

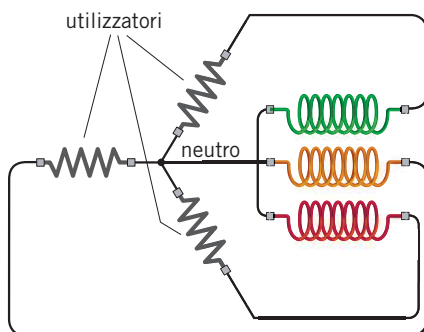
In questo modo si ottengono, in uscita dall'alternatore, tre tensioni indipendenti, con la stessa ampiezza e la stessa frequenza e che sono progettate in modo da essere sfasate di un terzo di periodo. L'insieme delle tre correnti si chiama **corrente trifase**, mentre ciascuna di esse prende il nome di *fase*.

► Visto che sono sfasate di un terzo di periodo, in ogni istante la somma delle tre forze elettromotrici della corrente trifase è uguale a zero.



A

► Se esse alimentano utilizzatori (lampadine, lavatrici, televisori) con caratteristiche uguali, la somma delle tre correnti è nulla e non serve un filo di ritorno.



B

Nello schema circuitale precedente gli utilizzatori sono rappresentati come resistenze e il generatore come bobine.

Per alimentare tre utenze servono sei fili elettrici (due per ognuna di esse); con il sistema della corrente trifase, in linea di principio ne bastano tre.

In pratica, se il sistema è progettato bene, la somma delle tre correnti che circolano nelle tre fasi, anche se non è nulla, è comunque piccola. Quindi serve un quarto filo, indicato come *neutro* nello schema precedente, ma per esso basta un conduttore piuttosto sottile.

In questo modo si ha un risparmio di materiale che, su lunghe distanze, può essere anche molto consistente.

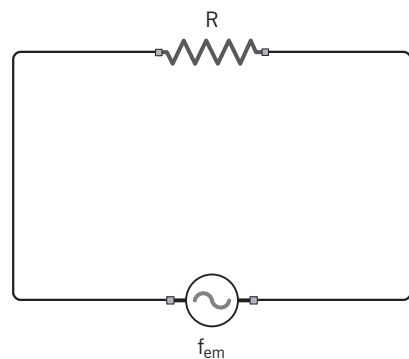
7 GLI ELEMENTI CIRCUITALI FONDAMENTALI IN CORRENTE ALTERNATA

Esaminiamo ora il comportamento dei tre elementi circuitali fondamentali (il resistore, l'induttore e il condensatore) quando è applicata una forza elettromotrice alternata.

Il circuito ohmico

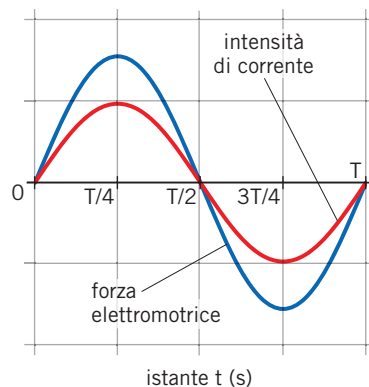
Già nel paragrafo precedente si è detto che la corrente che attraversa un resistore e la forza elettromotrice ai suoi capi sono direttamente proporzionali, istante per istante, anche quando la f_{em} è variabile. Quindi:

► in un circuito *puramente ohmico*, cioè un circuito che contiene soltanto un alternatore e una resistenza R posti in serie,



A

► una forza elettromotrice alternata $f_{em}(t)$ genera una corrente alternata $i(t)$, con un valore proporzionale a $f_{em}(t)$.



B

Notiamo che, come nel caso dei circuiti in corrente continua, R è la resistenza equivalente che contiene la resistenza interna del generatore.

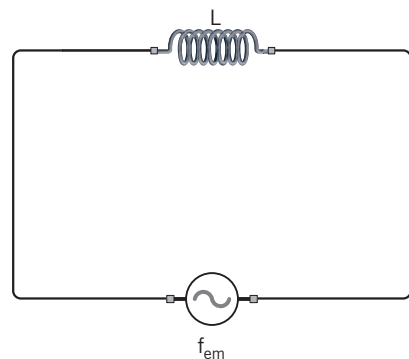
La relazione tra le due grandezze è espressa dalla formula:

$$f_{em}(t) = Ri(t). \quad (29)$$

In questo caso valgono le formule (22) e (23) le cui funzioni seno hanno lo stesso argomento: questo fatto si esprime dicendo che la forza elettromotrice e la corrente elettrica sono *in fase*. Nel grafico precedente, ciò è indicato dal fatto che le due funzioni si annullano insieme e giungono nello stesso istante ai loro valori massimi e minimi.

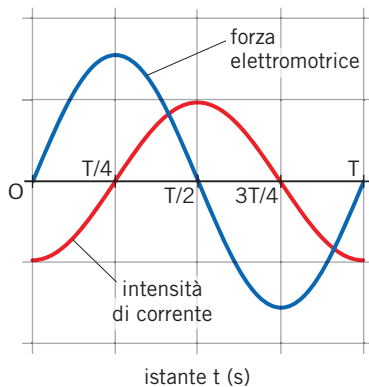
Il circuito induttivo

► Un circuito *puramente induttivo* contiene un generatore di forza elettromotrice alternata e un induttore con resistenza nulla.



A

► In esso la corrente elettrica non è direttamente proporzionale alla forza elettromotrice, ma *ritarda* rispetto a essa di un quarto di periodo.



B

In un circuito puramente induttivo non c'è una caduta di potenziale dovuta alla legge di Ohm, ma le continue variazioni di flusso del campo magnetico nella bobina provocano ai capi di essa una forza elettromotrice indotta.

Per la legge delle maglie, la somma della forza elettromotrice del generatore (formula (22)) e di quella indotta sulla bobina (formula (12)) deve essere nulla:

$$f_{em}(t) - L \frac{di(t)}{dt} = 0,$$

per cui si ha

$$f_{em}(t) = L \frac{di(t)}{dt}. \quad (30)$$

Se $f_{em}(t)$ è data dalla formula (22), la corrente elettrica presente nel circuito induttivo è

$$i(t) = -\frac{f_0}{\omega L} \cos(\omega t) \quad (31)$$

Si verifica che la formula (31) è corretta sostituendola nella (30), insieme alla (22), e controllando che, in tal modo, i due membri della (30) risultano uguali.

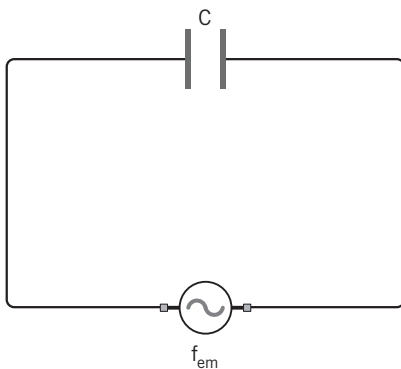
Osserviamo inoltre che il secondo membro della formula (31) può essere scritto come

$$\frac{f_0}{\omega L} \operatorname{sen}\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right)$$

Il termine $-\frac{\pi}{2}$ che compare nell'argomento della funzione seno dimostra che, come si vedeva nel grafico precedente, la corrente *ritarda* di un quarto di periodo rispetto alla forza elettromotrice.

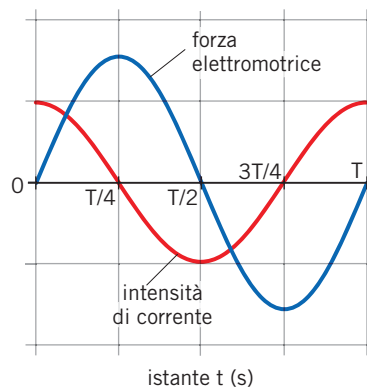
Il circuito capacitivo

► Con una forza elettromotrice continua, un circuito *puramente capacitivo*, in cui sono presenti un generatore e un condensatore, è semplicemente un circuito aperto.



A

► Se la forza elettromotrice è alternata, in esso invece fluisce una corrente elettrica che *anticipa* di un quarto di periodo rispetto alla forza elettromotrice.



B

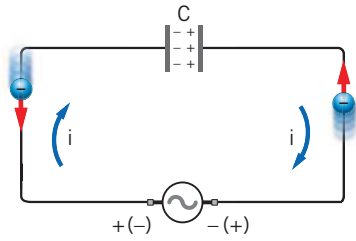


Figura 25 In un circuito puramente capacitivo, quando il generatore inverte polarità le armature del condensatore iniziano a scaricarsi, per poi caricarsi del segno opposto.

Carica e corrente

La corrente istantanea come derivata della carica è spiegata nella scheda matematica «Le quantità istantanee e la derivata», del capitolo «La corrente elettrica continua».

La corrente anticipa

Il secondo membro della formula (32) può essere scritto come

$$Cf_0 \cosen\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right).$$

Il termine $+\frac{\pi}{2}$ che compare nell'argomento della funzione seno dimostra che la corrente *anticipa* di un quarto di periodo rispetto alla forza elettromotrice $f_0 \sen(\omega t)$.

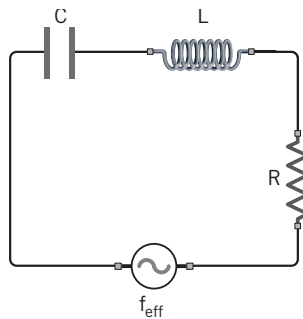


Figura 26 Circuito RLC in serie, collegato a un generatore di tensione alternata.

In un circuito capacitivo che contiene un generatore di tensione continua si ha una breve corrente di carica del condensatore, dopo la quale il sistema si porta in equilibrio e la corrente si interrompe. Se invece la tensione è alternata, molto presto la polarità del generatore si inverte e, come è illustrato nella **figura 25**, entrambe le armature del condensatore dapprima si scaricano, per poi caricarsi del segno opposto.

La differenza di potenziale positiva ai capi di un condensatore, sulle cui armature sono presenti cariche di modulo Q , è

$$\Delta V = \frac{Q}{C}.$$

Quindi la legge delle maglie per il circuito puramente capacitivo è

$$f_{em} - \frac{Q}{C} = 0,$$

da cui si ottiene

$$Q = Cf_{em}.$$

La corrente $i(t)$ è la derivata della carica presente sul condensatore. Quindi la possiamo ottenere calcolando la derivata rispetto al tempo dei due membri dell'equazione precedente:

$$i(t) = \frac{dQ(t)}{dt} = C \frac{df_{em}(t)}{dt}.$$

Con $f_{em}(t)$ data dalla formula (22), la precedente equazione permette di calcolare l'espressione della corrente nel circuito capacitivo:

$$i(t) = C \frac{d(f_0 \sen(\omega t))}{dt} = Cf_0 \omega \cos(\omega t) \tag{32}$$

8 I CIRCUITI IN CORRENTE ALTERNATA

Dopo avere analizzato il comportamento in corrente alternata degli elementi circuitali fondamentali, esaminiamo ora il circuito della **figura 26**, detto **circuito RLC in serie**, in cui l'alternatore che produce una forza elettromotrice di pulsazione ω è connesso in serie a una induttanza L , a una capacità C e a una resistenza R .

La relazione tra i valori efficaci

Per il circuito RLC in serie si può dimostrare che la relazione tra i valori efficaci f_{eff} della forza elettromotrice e i_{eff} della corrente è

$$f_{eff} = Zi_{eff}, \tag{33}$$

con

$$Z = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2} \tag{34}$$

Z si chiama **impedenza** del circuito. Come si vede, in un circuito in corrente alternata il valore dell'intensità di corrente non è determinato solo dalla resistenza R , ma anche da L , da C e dalla pulsazione ω della forza elettromotrice alternata.

In particolare, il valore di Z contiene i due termini

$$\omega L \text{ e } \frac{1}{\omega C}$$

detti, rispettivamente, *reattanza induttiva* e *reattanza capacitiva*.

Ciò significa che l'effetto di una bobina, inserita in serie in un circuito che contiene un resistore, è *direttamente* proporzionale a ω : esso è tanto maggiore quanto maggiore è la frequenza. Al contrario il contributo di un condensatore inserito nello stesso circuito è *inversamente* proporzionale a ω : è rilevante a basse frequenze ed è trascurabile ad alte frequenze.

ESEMPIO

Un circuito contiene, in serie, un resistore di resistenza $R = 680 \Omega$, un condensatore di capacità $C = 6,18 \mu\text{F}$ e un generatore di forza elettromotrice alternata di pulsazione $\omega = 314 \text{ rad/s}$.

► Quanto vale l'impedenza Z di tale circuito?

Visto che il circuito non contiene una bobina, l'impedenza si ottiene scrivendo la formula (34) nel caso particolare in cui vale $L = 0 \text{ H}$:

$$Z = \sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{\omega C}\right)^2}$$

Calcoliamo a parte la reattanza capacitiva $1/(\omega C)$:

$$\begin{aligned} \frac{1}{\omega C} &= \left[\left(314 \frac{\text{rad}}{\text{s}} \right) \times (6,18 \times 10^{-6} \text{ F}) \right]^{-1} = \left[1,94 \times 10^{-3} \frac{\text{rad}}{\text{s}} \cdot \frac{\text{C}}{\text{V}} \right]^{-1} = \\ &= 515 \frac{\text{V}}{\text{A}} = 515 \Omega. \end{aligned}$$

Ora sostituiamo questo valore nella formula precedente e otteniamo:

$$Z = \sqrt{(680 \Omega)^2 + (515 \Omega)^2} = 853 \Omega.$$

La condizione di risonanza

L'intensità di corrente efficace

$$i_{\text{eff}} = \frac{f_{\text{eff}}}{Z}$$

è inversamente proporzionale all'impedenza del circuito e quindi è massima quando Z assume il valore minimo. La formula (34) dice ciò che avviene se:

- il valore di R è il più piccolo possibile;
- si annulla il termine tra parentesi.

La seconda richiesta equivale a imporre l'uguaglianza

$$\omega L = \frac{1}{\omega C},$$

da cui otteniamo

$$LC = \frac{1}{\omega^2} \quad (35)$$

Casi particolari

Dalle formule (29), (31) e (32) si legge che la relazione tra f_{eff} e i_{eff} è: per il circuito puramente ohmico, $f_{\text{eff}} = R i_{\text{eff}}$; per il circuito puramente induttivo, $f_{\text{eff}} = \omega L i_{\text{eff}}$; per il circuito puramente capacitivo, $f_{\text{eff}} = 1/(\omega C) i_{\text{eff}}$. Queste tre relazioni si ottengono dalla formula generale (34) nel caso in cui una soltanto delle grandezze R , ωL e $1/(\omega C)$ sia diversa da zero.

Quando vale la condizione precedente si dice che il circuito è nella condizione di **risonanza**: con una tensione data, si ottiene l'intensità di corrente massima possibile, perché Z assume il suo valore minimo $Z = R$.

L'angolo di sfasamento

Consideriamo di nuovo la forza elettromotrice data dalla formula (22)

$$f_{em}(t) = f_0 \text{sen}(\omega t),$$

che descrive una forza elettromotrice alternata di pulsazione ω e ampiezza f_0 .

La corrente che fluisce in un circuito RLC in serie, a cui è applicata tale forza elettromotrice, è descritta dalla legge

$$i(t) = \frac{f_0}{Z} \text{sen}(\omega t - \varphi), \quad (36)$$

dove φ è detto **angolo di sfasamento** e Z è fornito dalla (34). Il valore di φ è dato da:

$$\text{tg}\varphi = \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R} \quad (37)$$

In particolare, quando è soddisfatta la condizione di risonanza $\omega L = 1/\omega C$, il numeratore della (37) si annulla e le due grandezze elettriche $f_{em}(t)$ e $i(t)$ risultano in fase: in questo caso è come se l'induttanza e la capacità non vi fossero: si fa sentire soltanto l'effetto della resistenza totale del circuito. Infine, facendo uso dell'angolo di sfasamento φ si può esprimere ciò che si è visto nel paragrafo precedente:

- in un circuito puramente ohmico si ha $\varphi = 0$;
- in un circuito puramente induttivo si ha $\varphi = \pi/2$;
- in un circuito puramente capacitivo si ha $\varphi = -\pi/2$.

9 IL CIRCUITO LC

È particolarmente interessante studiare come si comporta un circuito RLC senza generatore nel caso particolare in cui la resistenza del circuito è nulla; in questo caso si parla di circuito LC (figura 27).

Nella scheda matematica «Equazioni differenziali di sistemi oscillanti» si dimostra che la corrente elettrica presente in questo circuito ha la forma

$$i(t) = i_0 \cos(\omega t + \varphi_0) \quad (38)$$

con

$$\varphi = \frac{1}{\sqrt{LC}}. \quad (39)$$

L'equazione (38) rappresenta una corrente alternata che oscilla tra il valore massimo $+i_0$ e il valore minimo $-i_0$. La fase iniziale φ_0 dipende dalla scelta arbitraria dell'istante indicato come $t = 0$ s.

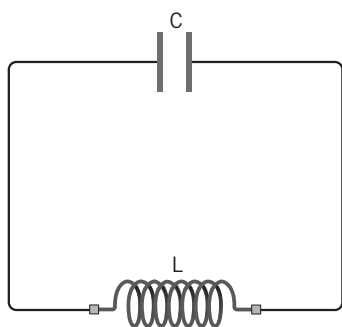


Figura 27 Schema del circuito LC.

La differenza di potenziale ΔV_C ai capi del condensatore è data dalla formula

$$\Delta V_C(t) = i_0 \sqrt{\frac{L}{C}} \sin(\omega t + \varphi_0) \quad (40)$$

Come si vede, nel circuito LC la corrente anticipa la tensione ΔV_C di un quarto di periodo. Possiamo inoltre notare che la tensione massima ai capi del condensatore vale

$$V_0 = i_0 \sqrt{\frac{L}{C}} \quad (41)$$

per cui la massima carica presente sull'armatura positiva risulta

$$Q_0 = CV_0 = \sqrt{LC} V_0 = \frac{V_0}{\omega}. \quad (42)$$

Le formule (38) e (40) sono analoghe a quelle che descrivono le oscillazioni del moto armonico; e bisogna notare che questo comportamento è ottenuto dal sistema in modo spontaneo, senza l'effetto della forza motrice alternata che era invece presente nei circuiti dei paragrafi precedenti.

È per questa analogia con il moto armonico che il circuito LC è spesso chiamato «circuito oscillante».

Il bilancio energetico del circuito LC

L'energia W_C dovuta al campo elettrico presente nel condensatore è descritta dalla prima formula (19) del capitolo «Fenomeni di elettrostatica»; nel nostro caso, ricordando anche la (40), essa diventa

$$W_C(t) = \frac{1}{2} C (\Delta V_C)^2 = \frac{1}{2} C i_0^2 \frac{L}{C} \sin^2(\omega t + \varphi_0) = \frac{1}{2} L i_0^2 \sin^2(\omega t + \varphi_0). \quad (43)$$

Inoltre, l'energia W_L relativa al campo magnetico presente nell'induttanza è data dalla precedente formula (14) che, nel caso della corrente (38), assume il valore

$$W_L(t) = \frac{1}{2} L i(t)^2 = \frac{1}{2} L i_0^2 \cos^2(\omega t + \varphi_0). \quad (44)$$

Ora notiamo che, mentre i due precedenti contributi energetici variano nel tempo, l'energia totale del sistema rimane costante. Infatti possiamo calcolare la somma

$$\begin{aligned} W_C(t) + W_L(t) &= \frac{1}{2} L i_0^2 \sin^2(\omega t + \varphi_0) + \frac{1}{2} L i_0^2 \cos^2(\omega t + \varphi_0) = \\ &= \frac{1}{2} L i_0^2 [\sin^2(\omega t + \varphi_0) + \cos^2(\omega t + \varphi_0)] = \frac{1}{2} L i_0^2, \end{aligned}$$

che risulta una quantità fissata, indipendente dal tempo. Quindi

al trascorrere del tempo l'energia si trasferisce dal condensatore all'induttanza, e viceversa, mantenendo invariato il proprio valore complessivo.

Il circuito LC e il sistema massa-molla

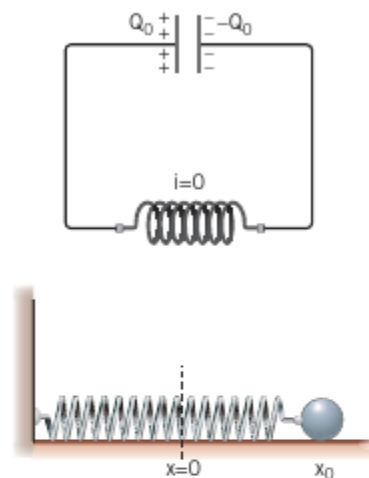
Nella scheda matematica «Equazioni differenziali di sistemi oscillanti» si mostra che il circuito LC ha le stesse proprietà matematiche del sistema massa-molla, se si opera la seguente corrispondenza:

carica Q sull'armatura positiva del condensatore	\Leftrightarrow	spostamento x della massa dalla posizione di equilibrio
intensità di corrente i che attraversa l'induttanza	\Leftrightarrow	velocità istantanea della massa attaccata alla molla

Così, in questa analogia l'energia W_C nel condensatore corrisponde all'energia meccanica che dipende da x , che è l'energia potenziale elastica $U = (1/2)kx^2$. A sua volta, all'energia W_L dell'induttanza corrisponde l'energia meccanica che dipende da v , cioè l'energia cinetica $K = (1/2)mv^2$.

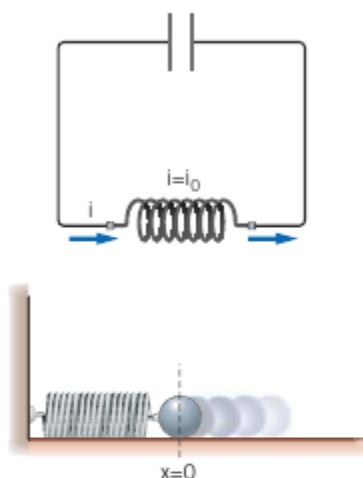
Visto che sul sistema massa-molla non agiscono forze di attrito, l'energia meccanica totale $U + K$ si conserva nel tempo, proprio come nel circuito RC non varia la somma $W_C + W_L$.

La condizione in cui il condensatore ha la massima carica e, contemporaneamente, la corrente istantanea è nulla corrisponde a quella in cui la massa attaccata alla molla si trova, ferma, nella condizione di massima energia potenziale.



A

La condizione in cui il condensatore è istantaneamente scarico e la corrente i è massima corrisponde a quella in cui la massa, che passa per il punto di equilibrio del sistema, ha il massimo valore dell'energia cinetica mentre l'energia potenziale è nulla.



B

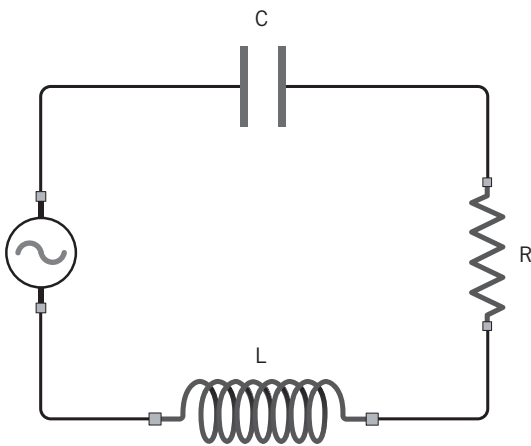
Le due condizioni appena descritte sono separate da un quarto di periodo; dopo un ulteriore quarto di periodo il condensatore è ancora completamente carico, ma con il segno invertito rispetto alla precedente figura A (e la massa è di nuovo alla sua massima elongazione, ma dalla parte opposta rispetto alla figura). Poi il condensatore inizia a scaricarsi e la massa ritorna a muoversi, per tornare dopo un altro mezzo periodo alla condizione di partenza e, quindi, ricominciare da capo con una nuova oscillazione.

EQUAZIONI DIFFERENZIALI DI SISTEMI OSCILLANTI

Esaminiamo ora le proprietà matematiche che giustificano le formule contenute nel paragrafo «Il circuito LC».

L'EQUAZIONE DIFFERENZIALE DEL CIRCUITO LC

Nella figura seguente è rappresentato il circuito RLC serie; per esso, la seconda legge di Kirchhoff assume la forma



$$f_{em}(t) - Ri(t) - L \frac{di(t)}{dt} - \frac{Q(t)}{C} = 0.$$

perché il generatore mantiene la forza elettromotrice alternata $f_{em}(t)$, mentre sulla resistenza R , sull'induttanza L e ai capi della capacità C si hanno cadute di tensione.

Nel caso del circuito LC si ha $f_{em}(t) = 0$ e $R = 0$, per cui l'espressione precedente diviene

$$\begin{aligned} L \frac{di(t)}{dt} + \frac{Q(t)}{C} &= 0 \Rightarrow \\ \Rightarrow \frac{di(t)}{dt} &= -\frac{1}{LC} Q(t). \end{aligned} \quad (\text{A})$$

La seconda delle equazioni precedenti contiene sia la derivata della funzione incognita $i(t)$, sia l'ulteriore funzione incognita $Q(t)$. Visto che vale

$$\frac{dQ(t)}{dt} = i(t) \quad (\text{B})$$

è possibile ridurre il numero delle incognite calcolando la derivata prima di entrambi i membri della (A); in tal modo si ottiene l'espressione

$$\begin{aligned} \frac{d^2 i(t)}{dt^2} &= -\frac{1}{LC} \frac{dQ(t)}{dt} \Rightarrow \\ \Rightarrow \frac{d^2 i(t)}{dt^2} &= -\frac{1}{LC} i(t). \end{aligned} \quad (\text{C})$$

Dopo quella nella scheda matematica «L'esponenziale e i circuiti RC», questa è ancora una *equazione differenziale*, che lega una funzione incognita alle sue derivate.

LE SOLUZIONI PER LA CORRENTE E LA CARICA

La (C) è un'equazione differenziale del secondo ordine, perché lega la funzione incognita $i(t)$ alla sua derivata seconda. Una soluzione generale di questa equazione è

$$i(t) = i_0 \cos(\omega t + \varphi_0), \quad (\text{D})$$

che descrive una corrente alternata di valore massimo i_0 . Per verificarlo, calcoliamo dapprima

$$\frac{di(t)}{dt} = -\omega i_0 \sin(\omega t + \varphi_0)$$

e poi

$$\frac{d^2 i(t)}{dt^2} = -\omega^2 i_0 \cos(\omega t + \varphi_0). \quad (\text{E})$$

Ora, sostituendo nella (C) le espressioni (D) e (E) otteniamo

$$-\omega^2 i_0 \cos(\omega t + \varphi_0) = -\frac{1}{LC} i_0 \cos(\omega t + \varphi_0). \quad (\text{F})$$

In un'equazione usuale i suoi due membri devono

avere lo stesso valore; in un'equazione differenziale i due membri devono contenere la stessa funzione. Nell'espressione precedente ciò è vero se vale l'uguaglianza

$$\omega^2 = \frac{1}{LC}.$$

che è formalmente identica alla condizione di risonanza (35) e da cui si ricava la relazione

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}. \quad (\text{G})$$

Invece il valore di i_0 non viene determinato dall'equazione (F), visto che esso compare a entrambi i membri e quindi si semplifica: la costante moltiplicativa della (D) e anche la fase iniziale φ_0 non sono determinate dalle leggi della fisica, ma dalle condizioni iniziali del sistema.

Sulla base della (B), la funzione $Q(t)$ è una primitiva di $i(t)$; tra le infinite primitive della (D), quella fisicamente rilevante è quella che oscilla in modo simmetrico rispetto all'asse t , cioè la funzione

$$Q(t) = \frac{i_0}{\omega} \text{sen}(\omega t + \varphi_0). \quad (\text{H})$$

Si può verificare facilmente che il secondo membro della (D) si ottiene come derivata del secondo membro della (H). A questo punto, ricordando anche la formula (G), possiamo determinare l'espressione della differenza di potenziale ΔV_C ai capi del condensatore:

$$\begin{aligned} \Delta V_C &= \frac{Q(t)}{C} = \frac{i_0}{\omega C} \text{sen}(\omega t + \varphi_0) = \\ &= i_0 \frac{\sqrt{LC}}{C} \text{sen}(\omega t + \varphi_0) = \\ &= i_0 \sqrt{\frac{L}{C}} \text{sen}(\omega t + \varphi_0). \end{aligned}$$

L'ANALOGIA CON IL SISTEMA MASSA-MOLLA

Consideriamo il sistema formato da una molla di costante elastica k , disposta in orizzontale, fissata da un lato a un vincolo e con l'estremo opposto collegato a un corpo di massa m ; supponiamo inoltre che su questo sistema massa-molla non agiscano forze di attrito.

Il secondo principio della dinamica, applicato a questo sistema, si scrive $m\vec{a} = -k\vec{s}$, dove \vec{s} è lo spostamento dell'estremo libero della molla rispetto alla sua posizione di equilibrio A . Scegliendo come asse x la direzione in cui è disposta la molla e il punto A come origine, la precedente relazione vettoriale può essere scritta come $ma = -kx$.

Come è ricordato nella scheda matematica «Le quantità istantanee e la derivata», l'accelerazione a è la derivata seconda della posizione x calcolata rispetto al tempo. Quindi la precedente equazione del moto può essere scritta come

$$\begin{aligned} m \frac{d^2 x(t)}{dt^2} &= -kx(t) \Rightarrow \\ \Rightarrow \frac{d^2 x(t)}{dt^2} &= -\frac{k}{m} x(t). \end{aligned} \quad (\text{I})$$

È evidente che l'equazione differenziale (I) è matematicamente identica alla (C). Puoi verificare facilmente che la soluzione della (I) può essere scritta nella forma

$$x(t) = x_0 \text{sen}(\omega_M t + \varphi_0), \quad (\text{L})$$

che descrive un moto armonico di ampiezza x_0 e pulsazione meccanica

$$\omega_M = \sqrt{\frac{k}{m}}. \quad (\text{M})$$

Il valore della velocità istantanea del corpo attaccato alla molla è dato dalla derivata temporale di $x(t)$ e quindi risulta

$$v(t) = \frac{dx(t)}{dt} = x_0 \omega_M \cos(\omega_M t + \varphi_0). \quad (\text{N})$$

È evidente che un'analogia matematica lega la grandezza $Q(t)$ (formula (H)) alla grandezza $x(t)$ (formula (L)); una corrispondente analogia collega le loro derivate prime (la formula (D) per $i(t)$ e la formula (N) per $v(t)$).

10 IL TRASFORMATORE

I trasformatori servono per innalzare e abbassare la tensione dalla rete di distribuzione dell'energia elettrica. Sono anche utilizzati negli alimentatori di dispositivi elettronici, per esempio i telefoni cellulari, che si ricaricano con una tensione molto minore dei 220 V della rete elettrica.

Il trasformatore è un dispositivo capace di modificare il valore della tensione e della corrente alternata.

È composto da un nucleo di ferro, attorno a cui sono avvolte due bobine (figura 28).

- Il *circuito primario* genera un campo magnetico che varia con la corrente alternata.
- Di conseguenza, nel *circuito secondario* si genera una corrente indotta.

Il nucleo di ferro aumenta l'intensità del campo magnetico generato dal circuito primario e fa sì che, in pratica, tutte le linee di questo campo magnetico siano concatenate al circuito secondario.

Il circuito primario è formato da n_1 spire, mentre quello secondario è formato da n_2 spire. Se indichiamo con $f_{1\text{eff}}$ il valore efficace della tensione in ingresso nel trasformatore e con $f_{2\text{eff}}$ il valore efficace di quella in uscita, dalla legge di Faraday-Neumann si dimostra la seguente relazione:

$$\frac{f_{2\text{eff}}}{f_{1\text{eff}}} = \frac{n_2}{n_1} \quad (45)$$

tensione efficace in uscita (V)
numero di spire del secondario

tensione efficace in ingresso (V)
numero di spire del primario

Quindi, costruendo il trasformatore con un numero opportuno di spire nei due circuiti, è possibile modificare il valore della tensione alternata nel modo che si desidera. Il numero

$$\frac{n_2}{n_1}$$

si chiama **rapporto di trasformazione**.

I trasformatori possono avere caratteristiche e dimensioni molto diverse tra loro.

Un piccolo trasformatore di uso domestico abbassa la normale tensione di 220 V fino a valori di pochi volt.



A

Nelle cabine elettriche cittadine, trasformatori molto più grandi abbassano la tensione alternata da 132 kV a 15 kV.



B

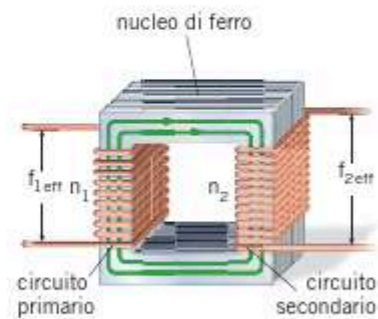


Figura 28 Struttura di un trasformatore.

Il flusso di B

Il flusso di B prodotto da ciascuna delle n_1 spire del primario è proporzionale a $f_{1\text{eff}} \cdot n_1$. Lo stesso vale per ciascuna delle n_2 spire del secondario che, essendo in serie, producono una forza elettromagnetica pari a $n_2 \cdot (f_{1\text{eff}} \cdot n_1)$.

ESEMPIO

Un trasformatore a cui è applicata una forza elettromotrice alternata efficace $f_{1eff} = 220 \text{ V}$ ha un circuito primario con $n_1 = 403$ spire e un circuito secondario con $n_2 = 22$ spire

- Determina il valore efficace f_{2eff} della forza elettromotrice in uscita dal trasformatore.

Per determinare il valore di f_{2eff} possiamo fare ricorso alla formula (45):

$$f_{2eff} = f_{1eff} \frac{n_2}{n_1} = (220 \text{ V}) \times \frac{22}{403} = 12,0 \text{ V}.$$

Trasformatore ideale

La formula (46) vale nel caso ideale di un trasformatore che ha un rendimento del 100%, cioè non disperde energia sotto altre forme. In effetti, il rendimento di un trasformatore di buona qualità può raggiungere il 99,5%.

La trasformazione delle correnti

Indichiamo con i_{1eff} e i_{2eff} rispettivamente, i valori efficaci delle correnti alternate in ingresso nel trasformatore e in uscita da esso. Per il principio di conservazione dell'energia in assenza di dispersione, la potenza $i_{1eff} f_{1eff}$ che entra nel primario si ritrova tutta all'uscita, cioè ai capi del secondario che eroga la potenza $i_{2eff} f_{2eff}$. Uguagliando le due espressioni si ricava che:

i valori efficaci delle correnti sono inversamente proporzionali a quelli delle tensioni:

$$\frac{i_{2eff}}{i_{1eff}} = \frac{f_{1eff}}{f_{2eff}}. \quad (46)$$

Così, mantenendo costanti le caratteristiche della tensione e della corrente in ingresso nel trasformatore, passando a tensioni piccole si generano correnti di grande intensità, mentre se in uscita si vogliono alte tensioni si ottengono correnti di intensità piccola.

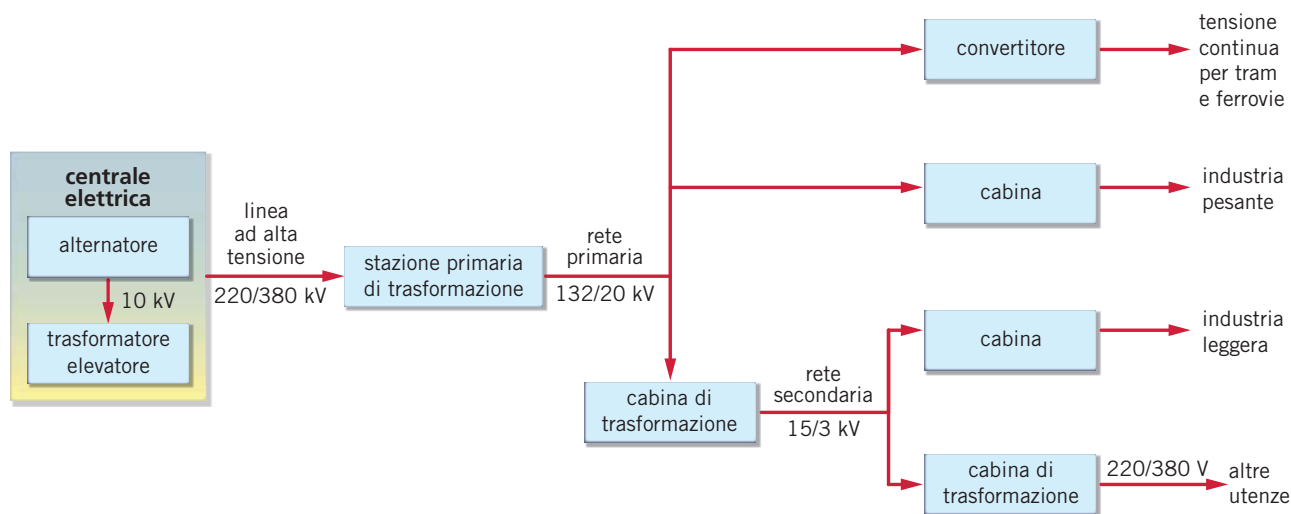
Ciò è importante nella distribuzione a lunghe distanze dell'energia elettrica. Infatti, se la resistenza della linea elettrica è R , la potenza media dissipata per effetto Joule lungo di essa è

$$\bar{P} = Ri_{eff}^2.$$

Per limitare la dissipazione occorre quindi avere:

- linee elettriche che abbiano un valore di R relativamente basso; ciò può essere ottenuto utilizzando materiali con una resistività piccola e costruendo cavi con una sezione grande (che, però, non può crescere oltre a una certa misura, perché le linee diventerebbero troppo pesanti e costose);
- correnti con un valore efficace ridotto; ciò è ottenuto trasportando la corrente alla tensione più alta possibile (tipicamente 220 kV e 380 kV per le grandi distanze).

Una volta giunta in prossimità del luogo di utilizzazione, il valore della forza elettromotrice viene abbassato per motivi di sicurezza e di praticità. Si tratta di un processo complesso, che avviene per stadi successivi ed è schematizzato nella **figura 29**.



Elettricità senza fili

Nel 2007 un gruppo di scienziati del Massachusetts Institute of Technology (MIT) ha annunciato di essere riuscito a **trasmettere a più di due metri di distanza**, senza usare cavi di collegamento, abbastanza energia elettrica da accendere una lampadina da 60 W.



Figura 29 Schema delle trasformazioni di tensione efficace dalla produzione di forza elettromotrice alternata al suo utilizzo.

Il metodo di trasmissione sfrutta lo stesso fenomeno dell'induzione elettromagnetica che avviene in un trasformatore, nel quale l'energia del circuito primario viene quasi tutta assorbita dal secondario. In questo caso però, le bobine, invece di essere avvolte intorno allo stesso nucleo di ferro sono lontane e, senza accorgimenti particolari, soltanto una parte molto piccola dell'energia erogata dal primario sarebbe assorbita dal secondario.

Invece gli scienziati del MIT, sagomando opportunamente le bobine, hanno usato un fenomeno di risonanza, simile a quello a cui è soggetto un diapason percosso, che mette in movimento un secondo diapason anche lontano accordato sulla stessa nota, ma non altri diapason che emettono note diverse. In questo modo si è ottenuto un rendimento del 45%, che è probabilmente migliorabile.

Si può quindi pensare di ricaricare, in futuro, il cellulare o il computer portatile senza connetterli alla presa elettrica con un cavo e, allo stesso modo, di fare funzionare dispositivi elettrici ed elettronici non collegati ad alcuna presa.

11 IL LINAC E IL CICLOTRONE

Avendo a disposizione una forza elettromotrice alternata è possibile costruire degli **acceleratori di particelle**, cioè dei dispositivi capaci di accelerare particelle cariche. Esaminiamo ora i due tipi di acceleratori strutturalmente più semplici: l'acceleratore lineare e il ciclotrone.

L'acceleratore lineare

Il primo acceleratore lineare (o linac, dall'inglese *linear accelerator*) fu inventato nel 1928 dal fisico norvegese Rolf Widerøe (1902–1996).

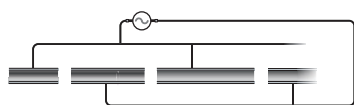


Figura 30 Schema delle connessioni elettriche nel linac.

Terapia dei tumori

Per la terapia dei tumori si usano acceleratori lineari che accelerano elettroni fino a 5-20 MeV. In questo caso la struttura è compatta perché la tensione alternata ha periodo $T = 3,3 \times 10^{-10}$ s (che implica una frequenza $f = 1/T = 3$ GHz) e, quindi, le distanze tra i pacchetti, che si muovono praticamente alla velocità della luce, sono tutte uguali a $cT/2 = 5$ cm. Il fascio accelerato è inviato su un bersaglio dove sono prodotti i raggi X utilizzati per la terapia.

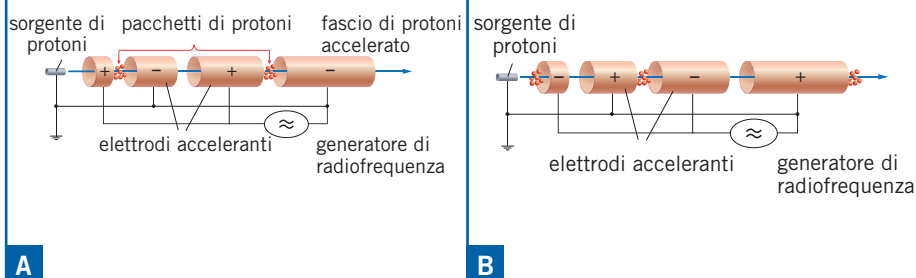
Secondo la sua idea, un acceleratore lineare è formato da una successione di conduttori a forma di tubo, collegati a un generatore di forza elettromotrice alternata, secondo lo schema presentato nella figura 30, e contenuti in un tubo in cui è fatto il vuoto.

Il funzionamento del linac richiede che elettroni o ioni siano iniettati, già con una certa velocità iniziale, nel primo tubo del sistema. Per esempio, gli elettroni possono essere prodotti da un cannone elettronico come quello descritto nel paragrafo 6 del capitolo «La corrente elettrica nei liquidi e nei gas».

Per fissare le idee, consideriamo l'accelerazione di un fascio di protoni.

► Una forza elettromotrice alternata f_{em} è applicata agli elettrodi tubiformi con un generatore a radiofrequenza che funziona a decine o centinaia di megahertz. I «pacchetti» di protoni (positivi), che sono in fase con il campo elettrico alternato e si trovano nell'intercapedine con un elettrodo positivo a sinistra e uno negativo a destra, sono accelerati verso destra.

► Mentre viaggiano nel tubo successivo (dove il campo elettrico è nullo) i protoni si muovono di moto uniforme. Poi essi sono ulteriormente accelerati perché la lunghezza del tubo è tale che il pacchetto si presenta nella prossima intercapedine dopo un tempo $T/2$, durante il quale il potenziale è passato da un massimo negativo a un massimo positivo.



Lo stesso processo continua nei tubi successivi fino a che i protoni raggiungono la velocità voluta. Alla fine si pone un bersaglio su cui essi incidono per ottenere l'effetto desiderato.

Dalle figure precedenti si nota che, nell'acceleratore lineare, ogni conduttore a forma di tubo è più lungo del precedente. Ciò avviene perché l'inversione della polarità nel generatore di tensione alternata avviene dopo un tempo T fissato.

Visto che il pacchetto di elettroni percorre i diversi tubi con velocità via via crescenti, nell'intervallo di tempo T le distanze percorse dagli elettroni sono progressivamente maggiori e i tubi devono avere una lunghezza esattamente uguale alla distanza percorsa dagli elettroni per fare in modo che essi emergano nell'istante in cui la differenza di potenziale capace di accelerarli è massima.

Il ciclotrone

Un diverso tipo di approccio portò il fisico statunitense Ernest Orlando Lawrence (1901–1958) a costruire nel 1932 il primo ciclotrone. In esso le particelle sono generate nel centro e accelerate lungo una traiettoria che non è rettilinea ma a spirale. Così il dispositivo risulta molto più piccolo e compatto di un acceleratore lineare.

Nel ciclotrone le particelle da accelerare si muovono nel vuoto all'interno di due conduttori affacciati, ciascuno con la forma della metà di un cilindro con un raggio di base molto maggiore della sua altezza (figura 31). Per la loro forma, ciascuno di queste due elettrodi è detto un «dee» (dal nome inglese della lettera «D»).

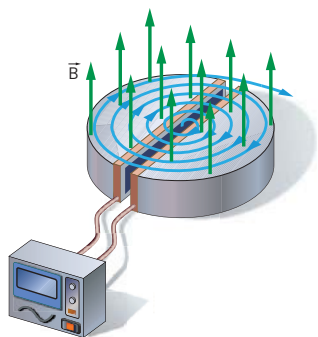
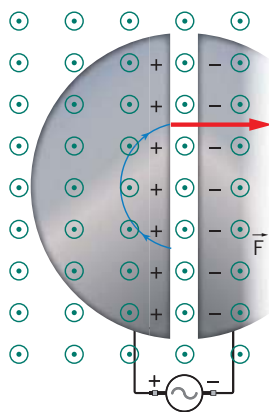


Figura 31 Nel ciclotrone le particelle accelerate seguono una traiettoria a spirale.

Come nel caso dei linac, i due *dee* sono collegati a un generatore di forza elettromotrice alternata e, anche in questo caso, le particelle cariche non risentono degli effetti di tale f_{em} quando si muovono all'interno degli elettrodi cavi.

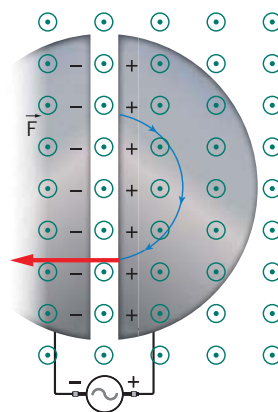
Nel ciclotrone la traiettoria delle particelle cariche è curvata da un campo magnetico \vec{B} perpendicolare alle basi degli elettrodi. Così, come abbiamo imparato nel paragrafo 3 del capitolo «Il campo magnetico», all'interno dei due *dee* le cariche di un'energia fissata percorrono una semicirconferenza.

► Il sistema è calibrato in modo che il pacchetto di ioni positivi giunga allo spazio di separazione tra i due *dee* esattamente in modo da incontrare una differenza di potenziale che lo accelera.



A

► Successivamente le cariche, più veloci, percorrono una traiettoria di raggio maggiore ed emergono dal *dee* quando il generatore di f_{em} ha invertito la polarità, in modo da ricevere una nuova accelerazione.



B

Il funzionamento del ciclotrone è reso possibile del fatto che, finché vale la meccanica, il periodo T di rotazione di una carica q , di massa m , che si muove all'interno di un campo magnetico \vec{B} e perpendicolarmente a esso, è dato dalla formula (11) del capitolo «Il campo magnetico»:

$$T = \frac{2\pi m}{qB}$$

Come si era notato, la formula precedente non dipende dal raggio r della traiettoria e, quindi, i pacchetti di protoni, che hanno diverse velocità e su traiettorie via via più ampie, si muovono nel ciclotrone tutti con la stessa frequenza

$$f = \frac{qB}{2\pi m} \tag{47}$$

(chiamata, non a caso, «frequenza di ciclotrone») e possono essere accelerate dalla stessa forza elettromotrice alternata, di frequenza costante.

Un primo limite alla velocità massima ottenibile con un ciclotrone è dato dal raggio dei due *dee*, che non può ospitare la traiettoria di particelle oltre a un certo valore della velocità.

Per *dee* di grande diametro entra in gioco una seconda limitazione. La formula (47) è valida all'interno della meccanica classica, ma, oltre una certa velocità degli ioni, gli effetti relativistici diventano importanti e il periodo T con cui le cariche percorrono le semicirconferenze non è più indipendente da r . Così accade che i pacchetti di ioni si presentano fuori fase al prossimo passaggio tra i *dee* e non vengono pienamente accelerati. Sagomando opportunamente i poli è tuttavia possibile superare questa limitazione e costruire ciclotroni «isocroni» che accelerano gli ioni fino a molte centinaia di MeV.

LA SCIENZA È VERIFICABILE: I NEOPOSITIVISTI



Illustrazione di Emiliano Panzi

«La concezione scientifica del mondo è empiristica e positivista: si dà solo conoscenza empirica, basata sui dati immediati. Con questo si delimitano i confini per il contenuto di ogni scienza che aspiri a essere tale.»

Rudolf Carnap, Hans Hahn,
Otto Neurath,
La concezione scientifica del mondo,
Vienna 1929

Nel 1620 Francesco Bacone, scienziato e filosofo fra i fondatori della scienza moderna, paragona il metodo per fare buona scienza al sistema di produzione del vino: bisogna raccogliere il maggior numero possibile di osservazioni come fossero «moltissime uve, fatte maturare al punto giusto», e pressarle poi nel torchio, per ottenere il «succo» delle leggi scientifiche. Questo è il cosiddetto **metodo induttivo**, che consiste nel passaggio da un insieme di giudizi empirici particolari a un giudizio universale, che permetta di formulare predizioni sui fenomeni non ancora osservati.

La filosofia della scienza, o epistemologia, si occupa di indagare i fondamenti del metodo scientifico. Che cosa è scienza e cosa non lo è? Come fa lo scienziato a ricavare delle leggi universali? Qui, e nel corso di alcune altre pagine di questo volume, cercheremo di dare risposte a queste domande.

RACCOLTE DI FATTI

Prendiamo, innanzitutto, la prima legge di Ohm; per verificarla sperimentalmente possiamo misurare contemporaneamente la differenza di potenziale ΔV ai capi di un conduttore metallico (mantenuto a temperatura costante) e l'intensità i della corrente che lo attraversa. La seguente tabella riporta una serie di dati sperimentali.

N. prova	ΔV (V)	i (mA)
1	$10,0 \pm 0,6$	$3,6 \pm 0,2$
2	$20,0 \pm 0,6$	$7,0 \pm 0,2$
3	$30,0 \pm 0,6$	11 ± 1
4	40 ± 2	14 ± 1
5	50 ± 2	17 ± 1
6	60 ± 2	22 ± 1

Calcolando il rapporto tra ogni valore di ΔV e il corrispondente valore di i si vede che le due serie di valori sono direttamente proporzionali (entro gli errori sperimentali): $\Delta V = Ri$.

A partire da un insieme di osservazioni, abbiamo così ottenuto tramite induzione una legge, che vale per *tutti* i conduttori metallici mantenuti a temperatura costante. Questa **legge** è un giudizio universale, che permette di predire quale sarà, a parità di condizioni, il comportamento di un altro conduttore.

RUSSELL: SCIENZA E CREDENZA

Tuttavia, chi ci assicura che il metallo, che finora si è comportato in modo conforme alla nostra legge, non si comporterà in maniera diversa domani? Il matematico e filosofo di Cambridge, Bertrand Russell (1872-1970), sostiene che lo scienziato, per formulare giudizi universali e, in generale, per fare

scienza, deve credere nell'*uniformità della natura*. Per illustrare questo principio, Russell si serve del celebre esempio di quel tacchino, al quale ogni mattina viene portato da mangiare alle nove. Da bravo induttivista, il tacchino decide, prima di trarre conclusioni affrettate, di valutare ogni variabile di temperatura, di giorno della settimana e di abito del padrone. Raccolto un numero sufficiente di casi, il tacchino ne inferisce il seguente giudizio universale:

«*Tutti i giorni mi danno da mangiare alle nove.*»

Tuttavia, la vigilia di Natale, il tacchino constata a proprie spese il venire meno di questa regolarità: alle nove infatti il padrone arriva per tirargli il collo.

Il racconto di Russell mette in evidenza, in primo luogo, come ogni giudizio scientifico universale si fondi necessariamente su una **credenza** e, in secondo luogo, come la probabilità delle nostre predizioni, per quanto cautamente siano state ottenute, si possa avvicinare alla certezza, senza però giungervi mai.

I NEOPOSITIVISTI: CONTRO LA METAFISICA

I Neopositivisti rigettano la posizione di Russell, che ammette una contaminazione inaccettabile tra la scienza e una forma di metafisica, la credenza. Dopo i positivisti del XIX secolo, essi sono infatti i nuovi sostenitori dell'empirismo e del metodo induttivo. I membri del Circolo di Vienna, o Neopositivisti, sono scienziati e pensatori provenienti da diversi campi del sapere, che dal 1922 si raccolgono intorno alla figura di Moritz Schlick e attorno all'obiettivo comune di promuovere una *concezione scientifica del mondo*. Essi vedono nella scienza empirica un tipo di sapere chiaro e largamente condivisibile, mentre considerano la metafisica come la matrice di tutti gli pseudoproblemi tipici della «cattiva» filosofia. La risposta del Circolo di Vienna al problema dell'induzione è perciò radicalmente diversa da quella di Russell. Per i Neopositivisti, ciò che giustifica il passaggio dalle osservazioni alla legge scientifica non è una credenza, ma la semplice **abitudine**, che segue dalla ripetizione regolare di *fatti*, come, ad esempio, la relazione costante che si misura tra la tensione applicata a un conduttore e la corrente che ne consegue.

LA SCIENZA È CIÒ CHE È VERIFICABILE

Perché i fatti? Perché i fatti sono considerati le componenti elementari e incontrovertibili del sapere. Ad esempio, se vogliamo convincere un nostro interlocutore a darci ragione, gli diciamo: «*Guarda qui, se non ci credi!*» che equivale a dire: «*Osserva questo fatto: è evidente e incontrovertibile!*»

I Neopositivisti intendono fondare un sapere sul quale tutti possano trovarsi d'accordo. Esso deve constare esclusivamente di fatti, oppure, dove ciò non fosse possibile, come nel caso dell'aritmetica, di verità logiche del tipo: $A=A$.

La centralità dei fatti è tale da costituire il criterio in base al quale distinguere i giudizi scientifici da quelli pseudoscientifici. Scienza, per i Neopositivisti, è ciò che è verificabile mediante il confronto con i fatti. Muniti di tale criterio di demarcazione, i Neopositivisti procedono a un'analisi logica del linguaggio, volta a purificare il sapere scientifico da ogni residuo metafisico. Il confronto di ogni giudizio con un dato di fatto è il fattore che determina la verità o la falsità del giudizio stesso.

Un giudizio che non esprima alcun contenuto fattuale (per esempio «Il nulla nulleggia») è privo di significato e, pertanto, non è né vero né falso: esso non appartiene al dominio della scienza, ma a quello della metafisica.

SCIENZA VERA O PROBABILE?

Secondo i Neopositivisti, dunque, la scienza consta esclusivamente di giudizi empirici, oppure di giudizi sempre veri come le tautologie (per esempio $A=A$). Tuttavia, una scienza di questo genere è esposta a un grave rischio: quello di incontrare un'eccezione. Come abbiamo visto nel caso del tacchino induttivista di Russell, da una raccolta di tantissimi fatti non si può ottenere, senza un pizzico di metafisica, un giudizio universale. La scienza empirica dei Neopositivisti, pertanto, è una scienza altamente **probabile**, ma mai assolutamente certa. Questa caratteristica non costituisce un difetto per i Neopositivisti: la relazione coi fatti rappresenta infatti l'unica condizione affinché si possa raggiungere l'obiettivo di una scienza rigorosa e intersoggettiva, benché solamente probabile.

ALTRE TEORIE EPISTEMOLOGICHE

- **Popper** (pagina 1038) sostiene che i *fatti* puri non esistono e che il criterio di demarcazione tra scienza e pseudoscienza è la **falsificabilità** delle teorie.
- **Kuhn** (pagina 1144) ritiene che gli scienziati, dopo una **rivoluzione scientifica**, vedano cose nuove anche *osservando* nella stessa direzione e con gli stessi strumenti di prima.
- Il punto di vista dell'autore a pagina 1330.

LA LEGGE DI FARADAY-NEUMANN

Un campo magnetico *che varia* genera in un circuito una corrente *indotta*, che dipende da tre grandezze: la rapidità di variazione del campo magnetico esterno, l'area del circuito indotto e la sua orientazione. Si ha corrente indotta quando varia il flusso di campo magnetico attraverso la superficie che ha per contorno il circuito indotto.

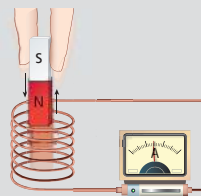
Legge di Faraday-Neumann

$$f_{em} = -\frac{\Delta\Phi(\vec{B})}{\Delta t}; \quad f_{em} = -\frac{d\Phi(\vec{B})}{dt}$$

forza elettromotrice media = $\frac{\text{variazione del flusso del campo magnetico}}{\text{intervallo di tempo}}$

forza elettromotrice istantanea = derivata del flusso del campo magnetico rispetto al tempo

- La forza elettromotrice indotta media è direttamente proporzionale alla rapidità con cui varia il flusso di campo magnetico; la forza elettromotrice indotta istantanea è uguale alla derivata temporale del flusso di campo magnetico, cambiata di segno.
- Nel caso di circuito in moto, la corrente indotta è interpretata come l'effetto della forza di Lorentz che agisce sugli elettroni di conduzione nel circuito.



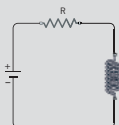
Legge di Lenz

- **Il verso della corrente indotta** è sempre tale da opporsi alla variazione di flusso che la genera.
- La legge di Lenz è espressa, dal punto di vista matematico, dal segno «meno» che compare nella legge di Faraday-Neumann.
- La legge di Lenz afferma la validità del principio di conservazione dell'energia: se il campo indotto, per esempio, accentuasse un aumento di flusso totale, questo creerebbe una corrente indotta più intensa e quindi un nuovo campo magnetico indotto, innescando un processo senza fine.

Induttanza o coefficiente di autoinduzione

$\Phi(\vec{B}) = Li$ flusso del campo magnetico = induttanza \times corrente elettrica

- L'induttanza L è la costante di proporzionalità tra il flusso del campo magnetico attraverso il circuito e la corrente che fluisce nel circuito stesso. Si misura in henry (H).
- L è caratteristica del circuito e del materiale in cui è immerso.



Legge di Faraday-Neumann per l'autoinduzione

$f_{em} = -L \frac{\Delta i}{\Delta t}$ forza elettromotrice media = $-(\text{induttanza}) \cdot \frac{\text{variazione della corrente elettrica}}{\text{intervallo di tempo}}$

$f_{em} = -L \frac{di}{dt}$ forza elettromotrice istantanea = $-(\text{induttanza}) \times (\text{derivata della corrente elettrica rispetto al tempo})$

- Per avere induzione elettromagnetica non è necessario un campo magnetico esterno: l'**autoinduzione** è la produzione di una forza elettromotrice indotta a causa della variazione di corrente che si ha nel circuito stesso.

Corrente del circuito RL

Un circuito RL è costituito da un generatore di tensione collegato in serie a una resistenza e a un'induttanza.

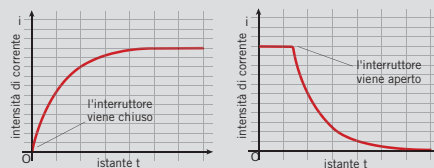
Chiusura

$$i(t) = \frac{f_{em}}{R} = (1 - e^{-\frac{R}{L}t})$$

- La corrente prima aumenta rapidamente, poi tende a raggiungere il valore di equilibrio.
- L'induttanza si misura in henry: $1 \text{ H} = \frac{1 \text{ Wb}}{1 \text{ A}}$

Apertura

$$i(t) = \frac{f_{em}}{R} e^{-\frac{R}{L}t}$$



I CIRCUITI IN CORRENTE ALTERNATA

La tensione elettrica degli impianti domestici è generata nelle centrali elettriche dagli *alternatori*, dispositivi che trasformano energia cinetica in energia elettrica e che sono un'applicazione della legge sperimentale dell'induzione elettromagnetica.

Forza elettromotrice alternata

$f_{em}(t) = f_0 \sin(\omega t)$ forza elettromotrice alternata = (ampiezza della forza elettromotrice) · sen(velocità angolare spira · tempo)

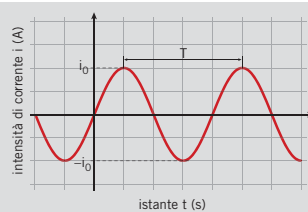
- La tensione alternata è prodotta dall'**alternatore**, in cui una spira rettangolare ruota all'interno di un campo magnetico: la variazione del flusso di campo magnetico genera nella spira una corrente indotta.
- ω è la velocità angolare costante della spira attorno al suo asse; f_0 è detto ampiezza della forza elettromotrice.
- La tensione alternata cambia continuamente valore, ma si ripete uguale dopo un periodo T , impiegato dalla spira a fare un giro completo.

Corrente alternata

$i(t) = i_0 \sin(\omega t)$

corrente alternata = (ampiezza della corrente) · sen(velocità angolare spira · tempo)

- Scorre con intensità variabile.
- Il verso cambia ogni metà periodo.



Valore efficace della corrente alternata

$i_{eff} = \frac{i_0}{\sqrt{2}}$ corrente efficace = $\frac{\text{valore massimo della corrente}}{\sqrt{2}}$

- Rappresenta l'intensità di una corrente continua che eroga la stessa potenza fornita dalla corrente alternata.

Valore efficace della forza elettromotrice alternata

$f_{eff} = \frac{f_0}{\sqrt{2}}$

forza elettromotrice efficace = $\frac{\text{ampiezza della forza elettromotrice}}{\sqrt{2}}$

- Permette di scrivere la potenza media dissipata come $\bar{P} = i_{eff} f_{eff}$
- Dire che la tensione domestica è 220 V significa in realtà che $f_{eff} = 220$ V.

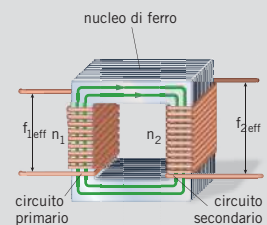
Trasformatore

Dispositivo capace di modificare il valore della tensione e della corrente alternata.

Tensioni e correnti efficaci per il trasformatore

$f_{2eff} = f_{1eff} \frac{n_2}{n_1}$; $i_{2eff} = \frac{f_{1eff}}{f_{2eff}}$

- Le tensioni efficaci in ingresso f_{1eff} e in uscita f_{2eff} sono direttamente proporzionali al numero di spire delle due bobine.
- Il quoziente n_2/n_1 si chiama rapporto di trasformazione.



Circuiti in corrente alternata

Circuito puramente ohmico

$f_{em}(t) = Ri(t)$

- Forza elettromotrice e corrente sono in fase e direttamente proporzionali.

Circuito puramente induttivo

$f_{em}(t) = f_0 \sin(\omega t)$ $i(t) = -\frac{f_0}{\omega L} \cos(\omega t)$

- La corrente ritarda di un quarto di periodo rispetto alla forza elettromotrice.

Circuito puramente capacitivo

$f_{em}(t) = f_0 \sin(\omega t)$ $i(t) = Cf_0\omega \cos(\omega t)$

- La corrente anticipa di un quarto di periodo rispetto alla forza elettromotrice.

Impedenza Z di un circuito RLC in serie

$Z = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}$

- L'impedenza Z è definita dalla relazione $f_{eff} = Zi_{eff}$ fra i valori efficaci della forza elettromotrice e della corrente.
- ωL è la reattanza induttiva: l'effetto di una bobina in serie è direttamente proporzionale a ω .
- $\frac{1}{\omega C}$ è la reattanza capacitiva: il contributo di un condensatore è inversamente proporzionale a ω .
- Per $LC = 1/\omega^2$, Z assume il suo valore minimo, cioè $Z = R$ (condizione di risonanza).

ESERCIZI

DOMANDE SUI CONCETTI

1 Una spira formata da filo conduttore flessibile è posta in un campo magnetico.

► Descrivi tre modi per indurre nella spira una corrente elettrica.

2 Perché, mentre la calamita ruota, nel circuito si accende la lampadina?

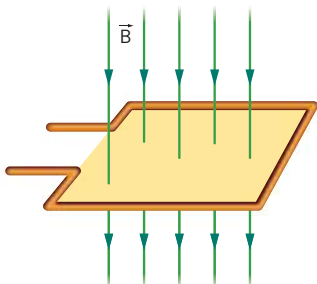
3 Una spira di materiale conduttore è parallela alle linee di un campo magnetico uniforme in cui è immersa, e si muove mantenendosi parallela al campo magnetico. Perché la spira non è attraversata da corrente elettrica?

4 Hai a disposizione un campo magnetico uniforme e una matassa di filo conduttore. In che modo puoi utilizzarli per aumentare la forza elettromotrice indotta?

5 Un magnete rettangolare cade a terra, dove si trova un grosso anello di materiale conduttore. La lunghezza del magnete è parallela alla direzione del moto.

► Il magnete cadendo sull'anello si muove con l'accelerazione di un corpo in caduta? (Trascura la resistenza dell'aria.)

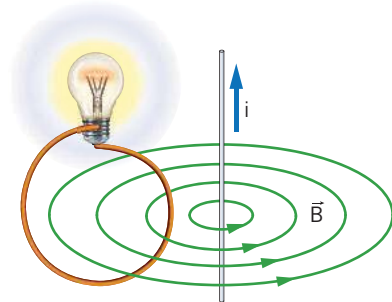
6 Il valore del campo magnetico nella figura aumenta nel tempo.



► Indica il verso del campo magnetico indotto e quello della corrente indotta.

► Cambia qualcosa se il campo esterno diminuisce nel tempo?

7 La corrente che fluisce nel filo rettilineo della figura diminuisce nel tempo.



► Qual è il verso della corrente indotta nella spira circolare a sinistra del filo?

8 Che significato fisico si può attribuire al termine R/L nella formula della corrente che fluisce in un circuito RL dopo la chiusura dell'interruttore?

9 Cosa rappresenta il coefficiente di autoinduzione di un circuito?

10 Il coefficiente di autoinduzione L di una bobina dipende dall'intensità di corrente che attraversa la bobina? Da cosa dipende?

11 La corrente che percorre un solenoide raddoppia il suo valore: come varia la densità volumica di energia magnetica nel solenoide?

12 Perché alla chiusura di un circuito, che contiene un'induttanza L , viene immagazzinata l'energia $\frac{1}{2}LI^2$?

13 La somma delle tre forze elettromotrici di un sistema trifase è nulla poiché sono sfasate di un terzo di periodo l'una dall'altra. Le tre tensioni hanno la stessa ampiezza e la stessa frequenza. Immagina che ciascuna delle tensioni sia rappresentata da un vettore.

► Come devono essere disposti i tre vettori perché la loro somma sia il vettore nullo?

14 Qual è la legge fisica sulla quale è basato il funzionamento dell'alternatore?

15 Un circuito puramente induttivo ha un'induttanza



di 0,5 H ed è collegato a un generatore che mantiene una forza elettromotrice alternata con una tensione massima di 310 V e una frequenza di 50 Hz.

► Assegna dei valori al tempo e riporta su un grafico l'andamento della forza elettromotrice e quello della corrente rispetto al tempo, evidenziando il loro sfasamento.

16 In quale tipo di circuito la forza elettromotrice ai capi di un resistore e la corrente elettrica che lo attraversa sono in fase?

17 A che tipo di circuito è equivalente un circuito *RLC* in serie in condizione di risonanza?

18 Quando, in un circuito *RLC* in serie, si ha l'angolo di sfasamento nullo?

19 In un circuito *LC* le differenze di potenziale ai capi dell'induttanza e del condensatore non sono in fase, cioè raggiungono il loro valore massimo in istanti diversi. Qual è la loro differenza di fase?

20 L'analogo meccanico del circuito *LC* è una massa attaccata a una molla ideale. Qual è l'analogo meccanico del circuito *RLC*?

21 Il rapporto tra correnti e forze elettromotrici $\frac{i_{2eff}}{i_{1eff}} = \frac{f_{1eff}}{f_{2eff}}$ è pensato su un rendimento ideale del trasformatore.

► Se un trasformatore reale dovesse avere un rendimento dell'80% come si modificherebbe la relazione precedente?

► Un trasformatore potrebbe funzionare alimentato con una corrente continua pulsante?

22 Un trasformatore potrebbe funzionare alimentato da una corrente continua pulsante? Spiega perché.

23 Un acceleratore lineare costruito per elettroni può essere usato anche per accelerare protoni?

24 Che vantaggi offre il ciclotrone rispetto a un acceleratore lineare?

ESERCIZI

1 LA CORRENTE INDOTTA

1 Una spira circolare ha un'area di 12,6 cm² ed è immersa in un campo magnetico di 0,0060 T le cui linee di campo sono perpendicolari alla superficie della spira.

► Calcola il flusso del campo magnetico attraverso la spira.

[7,6 × 10⁻⁶ Wb]

2 La spira dell'esercizio 1 compie una rotazione di 30° rispetto alla posizione precedente.

► Calcola il nuovo valore del flusso del campo magnetico.

[6,5 × 10⁻⁶ Wb]

3 Un circuito quadrato di lato 10 cm è immerso in un campo magnetico. Le linee del campo formano un angolo di 45° con il piano della spira. In questa posizione il flusso di campo attraverso la superficie è di 7,5 × 10²³ Wb.

► Calcola il campo magnetico che genera il flusso.

[1,1 T]

4 L'area di ognuna delle spire che formano una bobina è pari a 2,0 cm². La bobina è percorsa da una corrente che genera al suo interno un campo magnetico di 0,25 T. Il flusso del campo attraverso la bobina è di 1,0 Wb.

► Calcola il numero di spire della bobina.


[2,0 × 10⁴]

5 Una spira conduttrice circolare di raggio 2,4 cm è immersa in un campo magnetico uniforme di 90 μT, inizialmente perpendicolare al piano della spira. Successivamente la spira ruota intorno al suo diametro con una velocità angolare costante di 10 rad/s. Considera un intervallo di tempo di 0,010 s.

► Calcola il valore del flusso finale del campo magnetico attraverso la spira.

[1,6 × 10⁻⁷ Wb]

2 LA LEGGE DI FARADAY-NEUMANN

6  The flux of the electromagnetic field through a circuit of resistance 37Ω rises from 3.1 Wb to 10.5 Wb in 20 s .

- ▶ Calculate the electromotive force (emf) and the current through the circuit during this time lapse.

[$0.37 \text{ V}; 0.010 \text{ A}$]

7 Una spira circolare di raggio $2,5 \text{ cm}$ è immersa in un campo magnetico di modulo $0,15 \text{ T}$. All'inizio è posta perpendicolarmente alle linee di campo. Successivamente subisce una rotazione di 30° . La rotazione avviene in 10 s .

- ▶ Calcola la variazione del flusso del campo magnetico.
- ▶ Calcola la forza elettromotrice indotta.

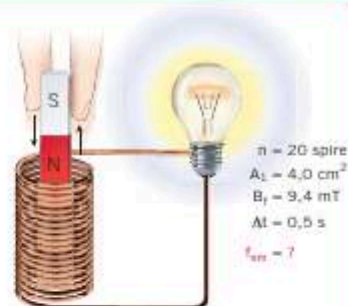
[$-3,9 \times 10^{-3} \text{ Wb}; 3,9 \times 10^{-4} \text{ V}$]

8 PROBLEMA SVOLTO

★★★

Una bobina è composta da 20 spire, ognuna con un'area di $4,0 \text{ cm}^2$, ed è collegata a un circuito che contiene una lampadina da torcia elettrica, ma nessun generatore. Avvicinando e allontanando una calamita, il campo magnetico medio sulla superficie della bobina passa dal valore zero al valore di $9,4 \text{ mT}$. Un ragazzo sposta la calamita vicino e poi lontano dalla bobina due volte al secondo.

- ▶ Qual è il modulo della forza elettromotrice media indotta nel circuito da tale variazione di flusso?



■ Strategia e soluzione

- L'area di una spira della bobina è $A_1 = 4,0 \times 10^{-4} \text{ m}^2$; essendo composta da $n = 20$ spire, essa è equivalente a un'unica spira di area

$$A = nA_1 = 20 \times 4,0 \times 10^{-4} \text{ m}^2 = 8,0 \times 10^{-3} \text{ m}^2.$$

- Il valore iniziale del campo magnetico è $B_i = 0 \text{ T}$ e quello finale è $B_f = 9,4 \times 10^{-3} \text{ T}$, per cui la variazione del flusso magnetico è

$$\Delta\Phi(\vec{B}) = \Phi_f - \Phi_i = AB_f - AB_i = 8,0 \times 10^{-3} \text{ m}^2 \times (9,4 \times 10^{-3} \text{ T} - 0 \text{ T}) = 7,5 \times 10^{-5} \text{ Wb}.$$

- Visto che la calamita è mossa avanti e indietro due volte al secondo, questa variazione di flusso avviene nell'intervallo di tempo $\Delta t = 0,5 \text{ s}$.

- Ora sostituiamo i valori numerici trovati nella legge di Faraday-Neumann (scritta senza il segno meno perché il problema chiede il modulo della f_{em}) e otteniamo:

$$f_{em} = \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = \frac{7,5 \times 10^{-5} \text{ Wb}}{0,5 \text{ s}} = 1,5 \times 10^{-4} \frac{\text{Wb}}{\text{s}} = 1,5 \times 10^{-4} \text{ V}.$$

■ Discussione

Nel circuito c'è una lampadina da torcia elettrica, che non si illumina con una forza elettromotrice indotta di $0,15 \text{ mV}$. Per ottenere una f_{em} adeguata, per esempio $1,5 \text{ V}$, dobbiamo aumentare la forza elettromotrice indotta di $10\,000$ volte.

Potremmo ottenere questo effetto diminuendo della stessa misura il valore, che sta al denominatore della formula di Faraday-Neumann. Ma questo significa avvicinare e allontanare la calamita $20\,000$ volte al secondo.

La forza elettromotrice indotta è quindi troppo bassa per accendere la lampadina. In pratica occorre utilizzare dispositivi più adatti allo scopo, come la dinamo o l'alternatore, in cui i campi magnetici sono più elevati e il numero di spire è più grande.

- 9** Una bobina è composta da 35 spire, di raggio $2,0\text{ cm}$, ed è collegata a un circuito che non contiene un generatore. Avvicinando e allontanando una calamita, il campo magnetico medio sulla superficie della bobina varia di $5,8\text{ mT}$. La calamita viene spostata vicino e poi lontano dalla bobina quattro volte al secondo.

► Calcola il modulo della forza elettromotrice media indotta nel circuito da tale variazione di flusso.



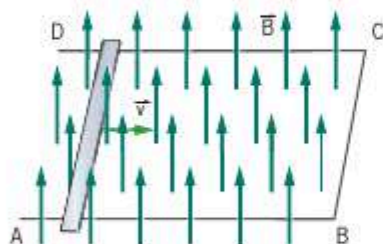
$[1,0 \times 10^{-3}\text{ V}]$

- 10** Considera una bobina posta nelle stesse condizioni sperimentali dell'esercizio precedente, composta da un numero diverso di spire di uguale area, e in grado di produrre una forza elettromotrice di $0,45\text{ V}$.

► Da quante spire è formata?

$[1,6 \times 10^3]$

- 11** Una sbarra conduttrice chiude un circuito a forma di U, immerso in un campo magnetico di intensità $0,4\text{ T}$ diretto perpendicolarmente alla superficie del circuito, come nella figura. La sbarra viene spostata verso destra, a partire dalla posizione AD, alla velocità di $3,0\text{ cm/s}$. AB misura $2,0 \times 10^{-1}\text{ m}$ e il lato BC misura $1,0 \times 10^{-1}\text{ m}$. La sbarra si muove per un intervallo di tempo di $3,0\text{ s}$. Il circuito ha una resistenza di $5,0\ \Omega$.

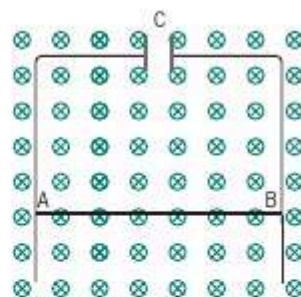


► Calcola la variazione di flusso nell'intervallo di tempo dato.

► Calcola l'intensità di corrente che circola nel circuito a causa dello spostamento della sbarra.

$[3,6 \times 10^{-3}\text{ Wb}; 2,4 \times 10^{-4}\text{ A}]$

- 12** Il circuito mostrato nella figura è immerso in un campo $B = 1,1\text{ T}$ omogeneo, costante e perpendicolare al circuito, con verso entrante nel foglio. La sbarretta conduttrice AB che chiude il circuito, inizialmente in quiete, di massa $m = 0,10\text{ kg}$ e lunga $l = 1,0\text{ m}$, è libera di scivolare senza attrito sotto l'azione del proprio peso. La capacità del condensatore è $C = 0,80\text{ F}$. Trascura le resistenze e l'attrito dell'aria.

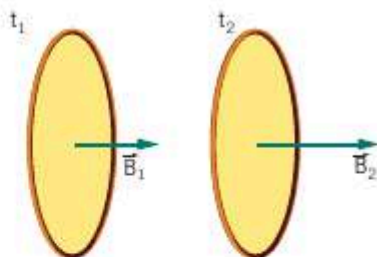


► Calcola l'accelerazione con cui cade la sbarretta.

$[0,92\text{ m/s}^2]$

3 LA LEGGE DI LENZ

- 13** Una spira metallica di area pari a 31 cm^2 è inserita in un campo magnetico che varia di $0,18\text{ T}$ in $1,0\text{ s}$. Nella figura è disegnata la situazione della spira nel campo in due istanti successivi.



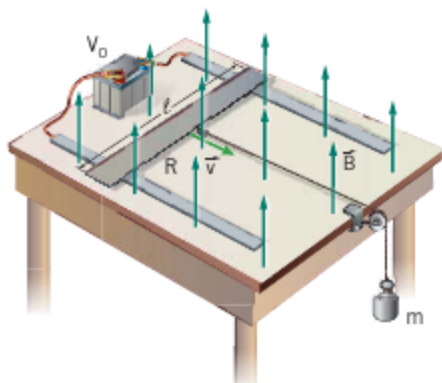
► Calcola il valore della forza elettromotrice indotta.
 ► Disegna direzione e verso del campo magnetico indotto.
 ► Indica il verso della corrente indotta nella spira dalla variazione di flusso.

$[5,6 \times 10^{-4}\text{ V}]$

ESERCIZI

- 14** ******* Su un piano orizzontale sono posti due binari rettilinei paralleli di resistenza trascurabile e collegati a un generatore che fornisce una differenza di potenziale $V_0 = 101 \text{ V}$. Su di essi è libera di muoversi una sbarra di lunghezza $l = 1,0 \text{ m}$ e resistenza $R = 10 \Omega$ perpendicolare ai binari. La sbarra è collegata, tramite una corda inestensibile e di massa trascurabile che scorre su una carrucola, a un corpo di massa $m = 102 \text{ g}$ che muovendosi verso il basso sotto l'azione della sua forza-peso tende a tirare la sbarra facendola scivolare sui binari. Tutto il sistema è immerso in un campo magnetico $B = 10 \text{ T}$ uniforme, costante e perpendicolare al piano delle rotaie. Trascura tutti gli attriti e la resistenza dei binari.

► Calcola la velocità di regime della sbarra.



[10 m/s]

4 L'AUTOINDUZIONE E LA MUTUA INDUZIONE

- 15** ******* Un circuito in cui il flusso di un campo magnetico vale $8,0 \times 10^{-5} \text{ Wb}$ è percorso da una corrente di intensità $8,0 \times 10^{-1} \text{ A}$.

► Quanto vale l'induttanza del circuito?

[$1,0 \times 10^{-4} \text{ H}$]

- 16** ******* Un circuito ha un coefficiente di autoinduzione di $5,5 \times 10^{-1} \text{ H}$. L'intensità della corrente passa da 0 a $5,0 \times 10^{-1} \text{ A}$ in 4,0 s.

► Calcola la forza elettromotrice indotta nel circuito.

[-69 mV]

- 17** ******* Una coppia di circuiti ha un coefficiente di mutua induzione di 35 mH. All'inizio, la corrente che scorre nel primo circuito ha un'intensità di 0,85 A. In seguito, l'intensità della corrente aumenta fino a 1,8 A in 4,5 s.

► Calcola la variazione del flusso magnetico relativo al secondo circuito.

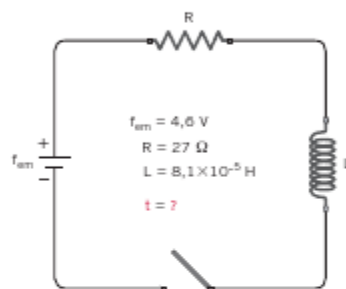
► Calcola la forza elettromotrice indotta nel secondo circuito.

[$3,0 \times 10^{-2} \text{ Wb}$; $-7,4 \text{ mV}$]

18 PROBLEMA SVOLTO

Un circuito RL contiene un generatore con una forza elettromotrice di 4,6 V, una resistenza da 27Ω e un'induttanza da $8,1 \times 10^{-5} \text{ H}$.

► Calcola dopo quanto tempo, a partire dall'apertura del circuito, la corrente presente in esso si è ridotta a un valore che è lo 1,0% di quello che si aveva a circuito chiuso. *vw*



■ Strategia e soluzione

- L'intensità di corrente a circuito chiuso è

$$i_0 = \frac{f_{em}}{R}.$$

- Utilizzando la grandezza i_0 la formula (11), che descrive la corrente all'apertura del circuito, può essere scritta come

$$i(t) = i_0 e^{-\frac{R}{L}t}.$$

- Avendo scelto come $t = 0$ s l'istante in cui il circuito viene aperto, la richiesta del problema equivale a sapere qual è l'istante t in cui si ha

$$i(t) = 0,010 i_0.$$

- Ora sostituiamo quest'ultima formula in quella precedente e otteniamo

$$0,010 i_0 = i_0 e^{-\frac{R}{L}t} \implies e^{+\frac{R}{L}t} = 1,0 \times 10^2.$$

- Abbiamo così ottenuto un'equazione esponenziale, che si risolve estraendo il logaritmo naturale di entrambi i membri:

$$\frac{R}{L}t = \ln(1,0 \times 10^2) = 4,6 \implies t = 4,6 \times \frac{L}{R}.$$

- Sostituendo nell'ultimo passaggio i valori numerici otteniamo

$$\begin{aligned} t &= 4,6 \times \frac{L}{R} = 4,6 \times \frac{8,1 \times 10^{-5} \text{ H}}{27 \Omega} = \\ &= 1,4 \times 10^{-5} \frac{\text{Wb}}{\text{A}} \cdot \frac{\text{A}}{\text{V}} = 1,4 \times 10^{-5} \text{ T} \cdot \text{m}^2 \cdot \frac{\text{C}}{\text{J}} = \\ &= 1,4 \times 10^{-5} \frac{\text{N}}{\text{A} \cdot \text{m}} \cdot \text{m}^2 \cdot \frac{\text{A} \cdot \text{s}}{\text{N} \cdot \text{m}} = 1,4 \times 10^{-5} \text{ s}. \end{aligned}$$

■ Discussione

I calcoli fatti mostrano che il rapporto L/R ha le dimensioni fisiche di un tempo. In effetti, ciò è necessario per fare in modo che l'esponente $-Rt/L$, che compare nelle formule (10) e (11), sia un numero puro. Il rapporto L/R è chiamato *costante di tempo induttiva*.

Nell'esercizio precedente, il risultato non dipende dal valore numerico della forza elettromotrice. L'importante è solo che questa f_{em} sia diversa da zero.

- 19** ★★★ Un circuito RL contiene un generatore con una forza elettromotrice di 10 V, una resistenza da $6,2 \Omega$ e una bobina con induttanza 1,5 H.

- ▶ Calcola il valore i_0 della corrente a circuito chiuso.
- ▶ Calcola dopo quanto tempo dall'apertura del circuito l'intensità della corrente è il 10% di i_0 .
- ▶ Determina il valore di i dopo un tempo $t = L/R$.

$$[1,6 \text{ A}; 0,56 \text{ s}; i = i_0/e]$$

- ▶ Calcola l'energia immagazzinata nel campo magnetico del solenoide.

$$[5,4 \times 10^{-5} \text{ J}]$$

- 21** ★★★ In un solenoide che ha 600 spire viene fatta scorrere una corrente di 300 mA. Le spire sono avvolte su un supporto cilindrico isolante di raggio 2,25 cm e lunghezza 20,5 cm.

- ▶ Calcola l'energia immagazzinata dal campo.
- ▶ Calcola la densità di energia nello spazio interno al solenoide.

$$[1,58 \times 10^{-4} \text{ J}; 0,484 \text{ J/m}^3]$$

5 ENERGIA E DENSITÀ DI ENERGIA DEL CAMPO MAGNETICO

- 20** ★★★ L'avvolgimento di un solenoide è fatto con un filo che ha una resistenza di 36Ω . Il solenoide ha un'induttanza di 5,4 mH. Ai capi dell'avvolgimento c'è una differenza di potenziale di 5,1 V.

- 22** ★★★ Un solenoide, che contiene 200 spire ognuna di raggio 2,00 cm, ha un'induttanza che vale $6,31 \times 10^{-4} \text{ H}$ ed è attraversato da una corrente di intensità pari a 300 mA.

- ▶ Calcola la lunghezza del solenoide.

ESERCIZI

- Calcola la densità di energia del campo magnetico del solenoide.

[10,0 cm; 226 mJ/m³]

- 23** ★★★ Una bobina di induttanza 0,20 H posta in serie a un resistore di resistenza R è collegata a una pila da 4,5 V. L'energia immagazzinata nel campo magnetico della bobina è 0,020 J.

- Calcola la corrente che attraversa il circuito.
► Calcola il valore della resistenza R .

[0,45 A; 10 Ω]

- 24** ★★★ Un filo rettilineo è percorso da una corrente di 1,5 A. Un ago magnetico è posto nel vuoto a una distanza di 10 cm dal filo.

- Calcola la densità di energia del campo magnetico nel punto in cui si trova l'ago magnetico.

[3,6 × 10⁻⁶ J/m³]

- 25** ★★★ Un anello superconduttore (con resistenza elettrica nulla) di raggio $R = 1,0$ m è posto inizialmente su un piano orizzontale. L'anello è immerso in un campo magnetico uniforme e costante con direzione parallela al piano orizzontale. L'anello viene ruotato in modo tale da disporsi perpendicolarmente al campo magnetico e per fare ciò viene speso un lavoro $W = 2,0$ J. Il coefficiente di autoinduzione dell'anello è $L = 9,87$ H. Trascura tutti gli attriti.

- Calcola il valore del campo magnetico.

[2,0 T]

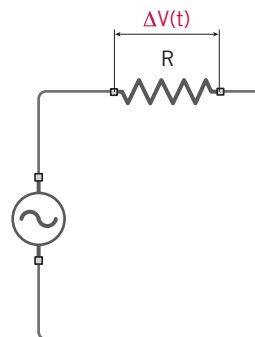
6 L'ALTERNATORE

26 ★★★

PROBLEMA SVOLTO

Un resistore con una resistenza di 184 Ω è percorso da una corrente alternata che ha un'ampiezza di 0,847 A.

- Calcola il valore efficace della corrente, la potenza dissipata sul resistore e il valore efficace della tensione alternata ai capi del resistore.



$R = 184 \Omega$
 $i_0 = 0,847 \text{ A}$
 $i_{\text{eff}} = ?$
 $\bar{P} = ?$
 $\Delta V(t) = ?$

■ Strategia e soluzione

- Il valore efficace della corrente alternata è dato dalla formula (26):

$$i_{\text{eff}} = \frac{i_0}{\sqrt{2}} = \frac{0,847 \text{ A}}{\sqrt{2}} = 0,599 \text{ A}.$$

- Una volta noto i_{eff} , il valore della potenza dissipata può essere calcolato come

$$\bar{P} = Ri_{\text{eff}}^2 = (184 \Omega) \times (0,599 \text{ A})^2 = 66,0 \text{ W}.$$

- Ora il valore f_{eff} della forza elettromotrice efficace può essere ricavato dalla (28):

$$f_{\text{eff}} = \frac{\bar{P}}{i_{\text{eff}}} = \frac{66,0 \text{ W}}{0,599 \text{ A}} = 110 \text{ V}.$$

■ Discussione

Una corrente alternata con un'ampiezza di 0,847 A, attraversando una resistenza, produce lo stesso effetto termico di una corrente continua di 0,599 A.

27 A un circuito puramente resistivo è applicata una differenza di potenziale alternata con un valore efficace di 110 V. La potenza massima dissipata nel circuito è di 200 W. Calcola:

★★★

- ▶ il valore efficace della corrente.
- ▶ il valore della resistenza del circuito.

[1,82 A; 60,4 Ω]

28 Un resistore con una resistenza di 150 Ω è attraversato da una corrente alternata che ha un'ampiezza di 300 mA. Calcola:

★★★

- ▶ il valore efficace della corrente.
- ▶ la potenza dissipata dal resistore.
- ▶ il valore efficace della tensione alternata ai capi del resistore.
- ▶ l'ampiezza della forza elettromotrice alternata applicata ai capi del resistore.

[212 mA; 6,75 W; 31,8 V; 45,0 V]

29 Un generatore fornisce una tensione alternata con valore massimo di 80 V e frequenza 50 Hz. Il circuito ha una resistenza totale di 15 Ω.

★★★

- ▶ Calcola il valore massimo della corrente che attraversa il resistore.
- ▶ Determina l'equazione che esprime l'andamento della tensione alternata in funzione del tempo.

[5,3 A; (80 V) sen[(3,1 × 10² rad/s)t]]

30 Un generatore di tensione alternata è collegato a una stufa di resistenza 250 Ω. Il valore massimo

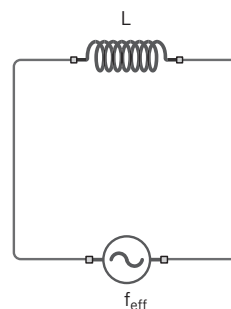
★★★

33 **PROBLEMA SVOLTO**

★★★

Un circuito puramente induttivo contiene una bobina con un'induttanza di 4,47 mH e un generatore che mantiene una forza elettromotrice con un valore efficace di 16,0 V e una frequenza di 50,0 Hz.

- ▶ Determina l'ampiezza e il valore efficace della corrente elettrica presente nel circuito.



L = 4,47 mH
 $f_{\text{eff}} = 16,0$ V
 $\omega = 50,0$ Hz
 $i_{0L} = ?$
 $i_{\text{eff}} = ?$

della tensione alternata è di 200 V. Calcola:

- ▶ il valore efficace della corrente.
- ▶ la potenza dissipata dalla stufa.
- ▶ la quantità di calore prodotta per effetto Joule in un intervallo di tempo di 15 min.

[0,566 A; 80,0 W; 7,20 × 10⁴ J]

31 Una spira circolare di raggio $a = 10$ cm e resistenza R ruota con velocità angolare $\omega = 20$ rad/s attorno al suo asse. La spira è immersa in un campo magnetico di intensità $B = 1,0$ T uniforme e costante. All'istante $t = 0$ s la perpendicolare al piano della spira forma un angolo $\theta_0 = \pi/4$ con la direzione del campo magnetico e la potenza necessaria per la rotazione della spira è $P = 9,87$ W.

★★★

- ▶ Determina il valore della resistenza R della spira.

[2,0 × 10⁻² Ω]

7 **GLI ELEMENTI CIRCUITALI FONDAMENTALI IN CORRENTE ALTERNATA**

32 In un circuito puramente ohmico, un resistore di 100 Ω è collegato a un generatore che fornisce una forza elettromotrice alternata di valore massimo 240 V, con una frequenza di 50,0 Hz.

★★★

- ▶ Calcola la pulsazione ω della forza elettromotrice.

- ▶ Calcola il valore massimo della corrente che circola nel resistore.

- ▶ Scrivi, inoltre, l'espressione della forza elettromotrice in funzione del tempo.

[314 rad/s; 2,40 A; $f(t) = (240 \text{ V}) \text{ sen}[(314 \frac{\text{rad}}{\text{s}})t]$]

- Nella formula (31) si legge che l'ampiezza della corrente che circola in un circuito puramente induttivo è

$$i_{0L} = \frac{f_0}{\omega L}.$$

Quindi, per risolvere il problema è necessario determinare f_0 e ω .

- Dalla definizione (27) possiamo ottenere

$$f_0 = \sqrt{2} f_{\text{eff}} = \sqrt{2} \times (16,0 \text{ V}) = 22,6 \text{ V}.$$

- Dalla seconda delle formule (24) troviamo, inoltre,

$$\omega = 2\pi f = 2\pi \times 50,0 \text{ Hz} = 314 \text{ rad/s}.$$

- Ora possiamo quindi calcolare

$$i_{0L} = \frac{f_0}{\omega L} = \frac{22,6 \text{ V}}{(314 \text{ rad/s}) \times (4,47 \times 10^{-3} \text{ H})} = 16,1 \text{ A}.$$

- Infine, il valore efficace della corrente è:

$$i_{\text{eff}} = \frac{i_0}{\sqrt{2}} = \frac{16,1 \text{ A}}{\sqrt{2}} = 11,4 \text{ A}.$$

■ Discussione

La corrente che fluisce nel circuito ha un'intensità piuttosto elevata, che diventerebbe ancora più alta se l'induttanza L fosse più piccola. Per capire questo risultato bisogna pensare che la resistenza R del circuito è nulla e questo fatto, di per sé, implicherebbe una corrente di intensità infinita. Quindi l'intensità di corrente nel circuito può essere limitata soltanto dal fenomeno dell'autoinduzione: se L è molto piccola l'effetto dell'autoinduzione è trascurabile e la corrente tende comunque a essere infinitamente intensa; più L è grande, più la corrente alternata è ridotta.

- 34** ★★★ Un circuito puramente induttivo contiene una bobina che ha un'induttanza di 1,5 H e un generatore che mantiene una forza elettromotrice con un valore massimo di 60 V e un periodo di 0,020 s.

► Determina l'ampiezza e il valore efficace della corrente elettrica che attraversa il circuito.

$$[1,3 \times 10^{-1} \text{ A}; 9,0 \times 10^{-2} \text{ A}]$$

- 35** ★★★ La corrente che circola in un condensatore di capacità 15 μF ha il valore massimo di 20 A. La frequenza del generatore di tensione alternata è di 50 Hz.

► Calcola la forza elettromotrice massima e quella efficace del generatore.

$$[4,2 \times 10^3 \text{ V}; 3,0 \times 10^3 \text{ V}]$$

- 36** ★★★ Un condensatore e un avvolgimento fanno passare la stessa corrente massima quando sono alimentati dalla stessa differenza di potenziale alternata.

► Stabilisci la relazione che intercorre tra la capacità del condensatore e l'induttanza dell'avvolgimento.

- 37** ★★★ Un generatore fornisce una tensione alternata di valore efficace 220 V e ha un periodo di 0,020 s. Esso viene collegato separatamente a una resistenza di 150 Ω , poi a un solenoide di induttanza 150 mH e infine a un condensatore di capacità 200 μF .

► Calcola la corrente elettrica massima che attraversa gli elementi circuitali nei tre diversi casi.

$$[2,07 \text{ A}; 6,6 \text{ A}; 20 \text{ A}]$$

8 I CIRCUITI IN CORRENTE ALTERNATA

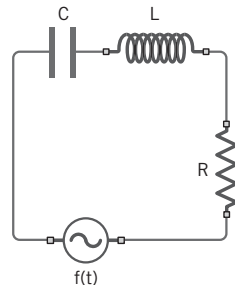
38

★★★

PROBLEMA SVOLTO

Un circuito RLC in serie è composto da una resistenza da 250Ω , una bobina da $3,40 \text{ mH}$ e un condensatore da $98,0 \text{ nF}$. Il circuito è collegato a una alimentazione alternata con un valore efficace di $14,0 \text{ V}$ e una frequenza di $5,00 \text{ kHz}$.

► Determina l'intensità efficace della corrente elettrica che fluisce nel circuito.



$L = 3,40 \text{ mH}$
 $C = 98,0 \text{ nF}$
 $f_{\text{eff}} = 14,0 \text{ V}$
 $\omega = 5,00 \text{ kHz}$
 $i_{\text{eff}} = ?$

Strategia e soluzione

- Per risolvere il problema è necessario calcolare l'impedenza del circuito. A questo proposito ricaviamo separatamente i termini

$$\omega L = 2\pi fL = 2 \times 3,14 \times (5,00 \times 10^3 \text{ Hz}) \times (3,40 \times 10^{-3} \text{ H}) = 107 \Omega$$

e

$$\frac{1}{\omega C} = \frac{1}{2\pi fC} = \frac{1}{2 \times 3,14 \times 5,00 \times 10^3 \text{ Hz} \times 9,80 \times 10^{-8} \text{ F}} = 325 \Omega.$$

- Ora siamo in grado di calcolare

$$Z = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2} = \sqrt{250 \Omega^2 + 107 \Omega - 325 \Omega^2} = 332 \Omega$$

e quindi possiamo ricavare l'intensità della corrente efficace, che vale

$$i_{\text{eff}} = \frac{f_{\text{eff}}}{Z} = \frac{14,0 \text{ V}}{332 \Omega} = 0,0422 \text{ A}.$$

Discussione

Dalla formula per le correnti di apertura e chiusura sappiamo che il rapporto L/R ha le dimensioni fisiche di un tempo:

$$\left[\frac{L}{R}\right] = [t].$$

Questo ci permette di calcolare le dimensioni fisiche del prodotto ωL :

$$[\omega L] = \left[\omega \frac{L}{R} R\right] = [t]^{-1} [t] [R] = [R].$$

Ciò conferma che, in unità S.I., il prodotto ωL si misura in ohm, come si è scritto sopra. Allo stesso modo, sapendo che

$$[RC] = [t],$$

si trova

$$\left[\frac{1}{\omega C}\right] = \left[\frac{1}{\omega} \frac{1}{RC} R\right] = [t] [t]^{-1} [R] = [R],$$

per cui è confermato che, nel Sistema Internazionale, anche $\frac{1}{\omega C}$ si misura in ohm.

ESERCIZI

39 ★★★ Un circuito RLC in serie costituito da un condensatore di capacità $82 \mu\text{F}$, un'induttanza di $8,0 \text{ mH}$ e una resistenza di 25Ω è alimentato, alla frequenza di $1,0 \text{ kHz}$, con una tensione alternata di valore efficace 50 V .

► Calcola il valore dell'intensità massima e quello efficace della corrente.

► Calcola l'angolo di sfasamento fra la corrente e la tensione.

[1,3 A; 0,92 A; 1,1 rad]

40 ★★★ In un circuito RLC sono presenti in serie una resistenza da 15Ω , un condensatore di capacità $6,0 \mu\text{F}$ e una bobina di induttanza 10 mH . Agli estremi del circuito è collegato un generatore con una frequenza di 50 Hz .

► Calcola lo sfasamento tra la corrente e la tensione.

[−1,5 rad]

41 ★★★ Un circuito RLC in serie contiene una resistenza di $8,0 \Omega$ posta in serie con un'induttanza di $0,50 \text{ H}$ e una capacità di $6,0 \mu\text{F}$. È collegato a un'alimentazione alternata con una tensione massima di $2,0 \times 10^2 \text{ V}$ e una frequenza di 50 Hz . Calcola:

► l'impedenza del circuito.

► la corrente massima che vi circola.

► la frequenza di risonanza.

[$3,7 \times 10^2 \text{ W}$; $5,4 \times 10^{-1} \text{ A}$; 92 Hz]

42 ★★★ Una lavatrice ha una resistenza che scalda l'acqua il cui valore può variare da $3,0 \Omega$ a 250Ω . Nella fase iniziale di centrifuga, nel circuito fluisce una corrente di valore efficace pari a $2,27 \text{ A}$. In questa fase, il motore che fa ruotare il cestello può essere paragonato a un'induttanza. La lavatrice è collegata alla rete elettrica domestica che fornisce una tensione efficace di 220 V con una frequenza di 50 Hz . Supponi che nella fase iniziale di centrifuga la resistenza assuma il suo valore minimo.

► Calcola il valore dell'induttanza del motore.

[$3,1 \times 10^{-1} \text{ H}$]

43 ★★★ Un circuito è formato da una resistenza R in serie a un induttore di induttanza L , di resistenza tra-

scurabile, costituito da $n = 100$ spire di raggio $a = 0,10 \text{ m}$ e lungo $l = 1,0 \text{ m}$. La tensione alternata fornita dal generatore ha una frequenza $\nu = 50 \text{ Hz}$ e la corrente è in ritardo rispetto alla tensione di $\varphi = \pi/4$.

► Determina il valore della resistenza R .

[0,12 Ω]

44 ★★★ Un elettrodomestico che contiene un circuito RLC in serie è collegato alla rete domestica di tensione $V_{\text{eff}} = 220 \text{ V}$ e frequenza $\nu = 50 \text{ Hz}$. Assorbe una corrente $i_{\text{eff}} = 7 \text{ A}$ e la resistenza vale $R = 9,36 \Omega$. Tra la capacità e l'induttanza vale la relazione $LC = 2/\omega^2$.

► Ricava il valore di L .

[0,2 H]

9 IL CIRCUITO LC

45 ★★★ Un condensatore di capacità $C = 40 \text{ nF}$ viene caricato con una carica $Q = 3,6 \text{ nC}$ e successivamente collegato a una induttanza $L = 4,2 \text{ mH}$.

► Determina la pulsazione ω del circuito.

► Determina la massima differenza di potenziale che si può misurare ai capi dell'induttanza.

► Determina l'energia presente nel circuito.

[77 kHz; $9,0 \times 10^{-2} \text{ V}$; $1,6 \times 10^{-10} \text{ J}$]

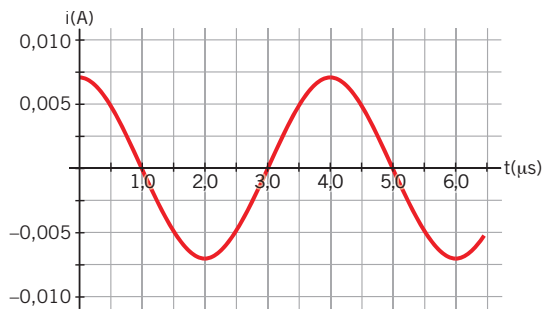
46 ★★★ In un circuito LC la differenza di potenziale ai capi del condensatore, di capacità $C = 85 \text{ nF}$, è massima al tempo $t_0 = 0 \text{ s}$ e la corrente nell'induttanza diventa massima dopo $\Delta t = 1,2 \times 10^{-6} \text{ s}$. La massima corrente che attraversa l'induttanza è $i_{\text{max}} = 24 \text{ mA}$.

► Determina l'induttanza del circuito.

► Determina la massima carica presente nel condensatore.

[$6,9 \times 10^{-6} \text{ H}$; $1,8 \times 10^{-8} \text{ C}$]

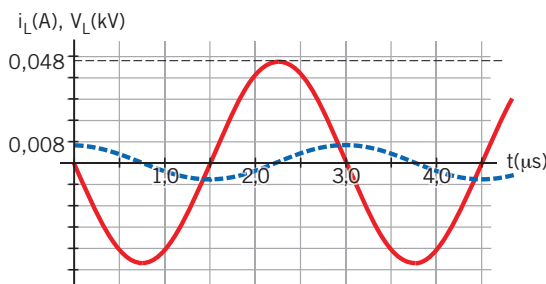
47 ★★★ Nella figura successiva è riportata la corrente di un circuito LC con capacità $C = 120 \text{ nF}$.



- ▶ Determina la pulsazione del circuito.
- ▶ Determina la massima differenza di potenziale ai capi dell'induttanza.

[$1,6 \times 10^6$ Hz; 37 mV]

- 48** ★★★ Tommaso ha preso delle misure in laboratorio su un circuito LC e alla fine delle misurazioni ha frettolosamente disegnato nel suo quaderno il seguente grafico:



Al momento di preparare la relazione sull'esperimento, si rende conto che ha dimenticato di annotare dati importanti. Ricorda però con certezza che i due grafici rappresentano la corrente e la differenza di potenziale ai capi dell'induttanza, con le unità di misura indicate nella figura.

- ▶ Come può Tommaso dedurre dal grafico i valori della pulsazione, della intensità massima di corrente, dell'induttanza e della capacità del condensatore?
- ▶ Disegna il grafico della carica del condensatore $Q(t)$ in funzione del tempo.

[2,1 MHz; 8,0 mA; 2,9 mH; 80 pF]

10 IL TRASFORMATORE

- 49** ★★★ In un trasformatore il circuito primario ha 900

spire mentre il secondario ne ha 400. La tensione in entrata è quella di rete (220 V).

- ▶ Calcola il valore efficace della tensione di uscita.

[97,8 V]

- 50** ★★★ Il circuito primario di un trasformatore ha 140 spire mentre il secondario ne ha 660. Al primario viene applicata una tensione di 220 V che genera una corrente di 15,0 A.

- ▶ Calcola la corrente del secondario trascurando la dissipazione di energia.

- ▶ Il trasformatore ha un rendimento del 95%. Calcola la sua potenza reale.

[3,18 A; $3,1 \times 10^3$ W]

- 51** ★★★ Un trasformatore è utilizzato in un lettore CD portatile. Il circuito primario, collegato con la presa di corrente ha 660 spire. La tensione efficace in ingresso è 220 V, quella in uscita è 9,0 V.

- ▶ Quante spire contiene il circuito secondario?

[27]

- 52** ★★★ Una tensione efficace di $2,2 \times 10^2$ V è applicata ai morsetti del circuito primario di un trasformatore in cui passa una corrente di 10 A. Nel primario ci sono 100 spire, mentre nel secondario ce ne sono 10 000. Calcola:

- ▶ la potenza sviluppata dalla corrente nel primario.

- ▶ il valore della tensione efficace ai capi del secondario.

- ▶ l'intensità efficace della corrente che passa nel secondario nel caso in cui la potenza fornita dalla corrente nel secondario sia pari all'85% della potenza fornita dalla corrente nel primario.

[$2,2 \times 10^3$ W; $2,2 \times 10^4$ V; 85×10^{-3} A]

- 53** ★★★ Un trasformatore ideale ha un rapporto di trasformazione $K = 2\sqrt{3}$. Il circuito primario del trasformatore ha una resistenza R_1 mentre il circuito secondario ha una resistenza R_2 .

- ▶ Calcola il rapporto R_2/R_1 .

[12]

11 LINAC E CICLOTRONE

54 ★★★ In un acceleratore lineare vengono iniettati elettroni che nel primo tubo raggiungono un'energia cinetica pari a 1,0 keV ($1 \text{ eV} = 1,6 \times 10^{-19} \text{ J}$). La differenza di potenziale tra il primo e il secondo tubo è 2,0 kV.

- ▶ Determina l'energia cinetica degli elettroni quando sono nel secondo tubo.
- ▶ Determina la velocità degli elettroni quando sono nel secondo tubo.
- ▶ Quale frazione rappresenta della velocità della luce nel vuoto?

[$4,8 \times 10^{-16} \text{ J}$; $3,2 \times 10^7 \text{ m/s}$]

55 ★★★ In un acceleratore lineare vengono iniettati elettroni che nel primo tubo raggiungono un'energia cinetica pari a 0,50 keV ($1 \text{ eV} = 1,6 \times 10^{-19} \text{ J}$). La differenza di potenziale tra ogni tubo e il successivo è 2,0 kV e l'inversione di polarità nel generatore della forza elettromotrice alternata avviene con frequenza $f = 100 \text{ MHz}$.

- ▶ Determina la lunghezza del secondo tubo dell'acceleratore affinché gli elettroni ne escano quando è avvenuta la prima inversione di polarità.

(Suggerimento: trascura l'intervallo di tempo relativo al passaggio da un tubo all'altro.)

[0,15 m]

56 ★★★ Nel primo ciclotrone di Lawrence, che aveva un raggio di circa 10 cm, i protoni venivano iniettati alla velocità di $4,0 \times 10^5 \text{ m/s}$ in corrispondenza della separazione tra i due *dee* ed erano sottoposti a un campo magnetico di intensità 1,5 T. La differenza di potenziale tra i due *dee* era di 1800 V.

- ▶ Quali sono i raggi della prima e della seconda semicirconfenza percorsa dai protoni?
- ▶ Qual è la frequenza di ciclotrone?

[$2,8 \times 10^{-3} \text{ m}$, $4,9 \times 10^{-3} \text{ m}$; $2,3 \times 10^7 \text{ Hz}$]

57 ★★★ Considera la stessa situazione dell'esercizio precedente.

- ▶ Determina il raggio della semicirconfenza

percorsa dai protoni dopo che hanno attraversato 6 volte la zona che separa i due *dee*.

- ▶ Determina la frequenza con cui deve essere alternata la differenza di potenziale tra i due *dee* affinché il ciclotrone funzioni correttamente.

[1,0 cm; $4,6 \times 10^7 \text{ Hz}$]

PROBLEMI GENERALI

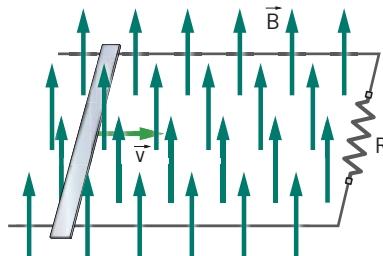
1 ★★★ Una spira circolare di raggio 5,0 cm ha una resistenza pari a $4,0 \times 10^{-3} \Omega$. Un campo magnetico è disposto perpendicolarmente ad essa e ha un'intensità variabile nel tempo. La variazione di flusso del campo magnetico avviene in 2,0 s e produce nella spira una corrente di 0,50 A. Calcola:

- ▶ il valore della forza elettromotrice indotta.
- ▶ la variazione di flusso.
- ▶ la corrispondente variazione del campo magnetico esterno.

[$2,0 \times 10^{-3} \text{ V}$; $4,0 \times 10^{-3} \text{ Wb}$; 0,51 T]

2 ★★★ Una sbarretta conduttrice scorre su due guide metalliche parallele appoggiate sopra un piano orizzontale e si muove con velocità costante $v = 20 \text{ cm/s}$. Le guide distano tra di loro 20 cm e sono collegate da un conduttore di resistenza $R = 2,0 \Omega$. La sbarretta si muove in un campo magnetico di intensità 0,50 T, perpendicolare al piano e orientato come nella figura. Calcola:

- ▶ la forza elettromotrice indotta agli estremi della sbarretta.
- ▶ l'intensità di corrente che l'attraversa.
- ▶ la forza di attrito che agisce sulla sbarretta.



(Maturità scientifica sperimentale, 1997)

[20 mV; 10 mA; 1,0 mN]

3 Un circuito RLC in serie presenta una resistenza di 18Ω e una bobina con un'induttanza di 30 mH . È collegato a un generatore di forza elettromotrice alternata, di valore massimo pari a $1,8 \times 10^2 \text{ V}$. Il circuito ha una frequenza di risonanza di $1,0 \text{ kHz}$. Calcola:

- ▶ la capacità del condensatore affinché il circuito si trovi in risonanza.
- ▶ l'intensità di corrente massima che può attraversare il circuito.

$$[8,4 \times 10^{-7} \text{ F}; 10 \text{ A}]$$

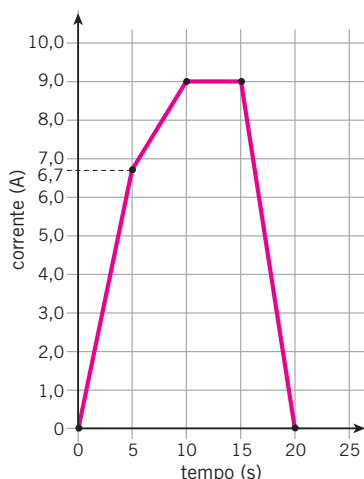
4 Un circuito RL in serie presenta una resistenza di valore 50Ω e un'induttanza di 75 mH . Al circuito è collegato un generatore con una forza elettromotrice di $4,5 \text{ V}$ e un interruttore aperto. Quando l'interruttore è chiuso la corrente raggiunge in un dato istante il valore di $0,38 \text{ mA}$. Calcola:

- ▶ il tempo necessario affinché la corrente raggiunga quel valore.
- ▶ l'energia accumulata nell'induttanza quando la corrente assume il suo valore massimo.

$$[6,3 \mu\text{s}; 3,0 \times 10^{-4} \text{ J}]$$

5 Una bobina con induttanza $0,20 \text{ H}$ è attraversata da una corrente che varia nel tempo secondo il grafico della figura. Considera intervalli di tempo di 5 secondi. Calcola:

- ▶ la forza elettromotrice autoindotta nei singoli intervalli di tempo.
- ▶ la forza elettromotrice media nei primi 15 s .



$$[-2,7 \times 10^{-1} \text{ V}; -9,2 \times 10^{-2} \text{ V}; 0 \text{ V}; 3,6 \times 10^{-1} \text{ V}; -1,2 \times 10^{-1} \text{ V}]$$

6 Al primario di un trasformatore con 3720 spire è applicata una tensione efficace di 300 V . Il secondario ha 124 spire. I suoi morsetti sono chiusi su un circuito puramente ohmico di resistenza 10Ω . Calcola:

- ▶ le correnti efficaci del circuito primario e di quello secondario.
- ▶ la potenza fornita dalla corrente nel secondario.

$$[33 \text{ mA}; 1,0 \text{ A}; 10 \text{ W}]$$

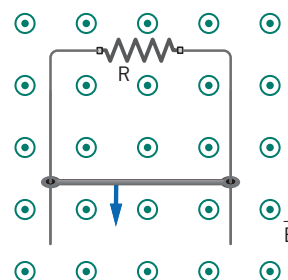
7 Il pick-up (o fonorivelatore) di una chitarra elettrica è un dispositivo in grado di convertire le vibrazioni delle corde in impulsi elettrici. È formato da una bobina in rame avvolta attorno a un magnete permanente. Questo magnete produce un campo in grado di magnetizzare le corde metalliche della chitarra che, vibrando, generano una variazione del flusso di campo magnetico attraverso la bobina. Per la legge di Faraday-Neumann, questa variazione di flusso produce una forza elettromotrice indotta, e quindi una corrente che passa da 100 a 550 mA , poi decodificata in segnale acustico.

Supponi che la bobina abbia 50 spire, ognuna di raggio $1,5 \text{ mm}$, per una lunghezza di $2,2 \text{ cm}$ e che la corrente vari tra i due valori estremi in 10 ms . Calcola:

- ▶ il valore dell'induttanza dell'avvolgimento.
- ▶ il valore della forza elettromotrice indotta nella bobina.

$$[1,0 \times 10^{-6} \text{ H}; 4,5 \times 10^{-5} \text{ V}]$$

8 Per effetto del proprio peso, un conduttore di lunghezza 1 m e massa $0,1 \text{ kg}$ scivola in caduta, senza attriti di nessun tipo e partendo da fermo, lungo due guide conduttrici verticali che sono collegate in alto da una resistenza elettrica $R = 10 \Omega$. Un campo magnetico uniforme di intensità $0,4 \text{ T}$ è perpendicolare al piano del circuito. La situazione è rappresentata nella figura;



ESERCIZI

il campo è diretto verso chi legge. Supponi che i conduttori abbiano resistenza nulla. In queste condizioni si genera nel circuito, chiuso dal conduttore mobile, una corrente indotta che tende a rallentare la caduta di quest'ultimo. Determina:

- ▶ il verso della corrente indotta.
- ▶ la velocità massima di caduta e come essa varia in funzione della resistenza elettrica.

(Elaborato dagli esami di maturità nei licei scientifici sperimentali, 1988)

[$6,1 \times 10^1$ m/s]

9 Due solenoidi sono concentrici, ossia sono infilati uno dentro l'altro e hanno lo stesso asse. Il primo, più esterno, ha 50 spire per ogni centimetro di lunghezza ed è percorso da una corrente di 1,5 A. Il secondo, all'interno, ha $4,0 \times 10^2$ spire, ognuna di area 10 cm^2 . La corrente che circola nel primo solenoide subisce una variazione e si riduce di un terzo in un centesimo di secondo. In questo modo varia il flusso di campo magnetico nel solenoide interno.

★★★

- ▶ Calcola il valore della forza elettromotrice indotta nel solenoide interno.
- ▶ Stabilisci, tramite la legge di Lenz, il verso della corrente indotta nel secondo solenoide rispetto a quello della corrente nel primo solenoide.

[$1,2 \times 10^{-1}$ V]

10 Una grande spira rettangolare $ABCD$ di lati $AB = a = 2,0 \text{ m}$ e $CD = b = 1,0 \text{ m}$ massa $m = 1,0 \text{ kg}$ e resistenza $R = 10 \Omega$ si muove con una velocità costante v_0 (diretta come AB) lungo un piano orizzontale privo d'attrito. A un certo istante incontra una zona dove è presente un campo magnetico uniforme, costante e perpendicolare al piano orizzontale. Trascurando fenomeni di autoinduzione, troviamo che la velocità della spira ha subito una variazione $\Delta v = -10 \text{ m/s}$ quando è penetrata nel campo per una lunghezza pari a $a/2$.

★★★

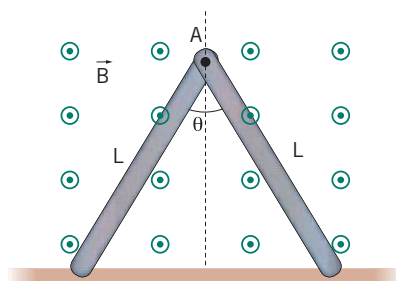
- ▶ Determina l'intensità del campo magnetico B .

[10 T]

11 Due sottili sbarrette conduttrici, di lunghezza $L = 10 \text{ cm}$ e resistenza complessiva R , sono incernierate nel punto A mentre gli altri due estremi liberi delle sbarrette possono scorrere senza attrito lungo una sottile asta di resistenza trascurabile. Il circuito ha la forma di un triangolo isoscele con angolo al vertice A che può variare nel tempo seguendo la formula $\theta = \alpha t$ con $\alpha = (\pi/6) \text{ s}^{-1}$. Al tempo $t = 1,0 \text{ s}$ viene acceso un campo magnetico $B = 0,64 \text{ T}$ uniforme e costante, diretto perpendicolarmente al piano del triangolo. A tempo $t = 2,0 \text{ s}$ la corrente che circola nel triangolo ha intensità $i = 1,6 \text{ mA}$.

★★★

- ▶ Calcola la resistenza totale R delle due sbarrette.



[$0,90 \Omega$]

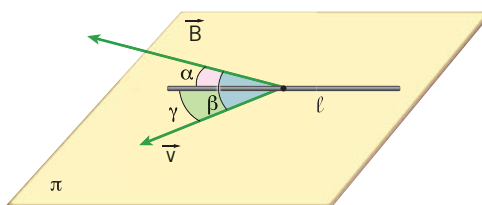
12 Una sbarretta conduttrice rettilinea di lunghezza $l = 0,5 \text{ m}$, disposta sul piano π come mostrato nella prima figura, trasla sullo stesso piano alla velocità $v = 2 \text{ m/s}$, immersa in un campo uniforme di induzione magnetica $B = 0,5 \text{ mT}$. Nella seconda figura la stessa situazione è mostrata da un diverso punto di vista e con riferimento ad una terna cartesiana ortogonale tale che i vettori v e B giacciono sul piano xy . L'angolo tra la sbarretta e il campo d'induzione magnetica è $\alpha = 30^\circ$, quello tra il campo d'induzione magnetica e la velocità è $\beta = 50^\circ$.

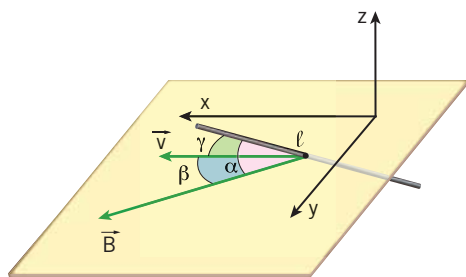
★★★

- ▶ Calcolare la forza elettromotrice indotta tra gli estremi della sbarretta conduttrice.

(Olimpiadi della Fisica, 2001 – Gara nazionale – Prova Teorica – Problema B)

[$0,16 \text{ mV}$]





QUESITI PER L'ESAME DI STATO

Rispondi ai quesiti in un massimo di 10 righe.

- 1 Descrivi in quali modi può essere variato il flusso di un campo magnetico.
- 2 Enuncia la legge di Lenz, spiegandone il significato alla luce del principio di conservazione dell'energia.
- 3 Nell'ambito delle correnti alternate, spiega il significato di *valore efficace* di una corrente o di una forza elettromotrice.
- 4 Descrivi il funzionamento di un alternatore e di un trasformatore.
- 5 Dimostra l'espressione della legge di Faraday-Neumann.

TEST PER L'UNIVERSITÀ

- 1 Una stufetta elettrica da 770 watt è collegata alla rete elettrica domestica che eroga 220 volt. Qual è il valore efficace della corrente elettrica circolante?
 - A 3,5 A
 - B 0,28 A
 - C 62,8 A
 - D 12,25 mA
 - E 1,75 mA

(Prova di ammissione al corso di laurea in Odontoiatria e Protesi Dentaria, 2009/2010)

- 2 Se la velocità di variazione del campo magnetico ap-

plicato a una spira conduttrice raddoppia, che cosa accade alla f.e.m. indotta nella spira, supponendo che tutti gli altri parametri rimangano invariati?

- A Raddoppia.
- B Rimane la stessa.
- C Si riduce di un fattore 2.
- D Quadruplica.

(Concorso a borse di studio per l'iscrizione ai corsi di laurea della classe «Scienze e Tecnologie Fisiche» della SIF, 2008/2009)

- 3 Perché una dinamo di bicicletta possa permettere alla lampadina di accendersi deve:
 - A avere una buona calamita.
 - B essere fatta di materiale superconduttore.
 - C avere un condensatore per accumulare cariche elettriche.
 - D avere olio refrigerante per disperdere il calore.
 - E essere collegata a una pila alcalina.

(Prova di ammissione al corso di laurea in Odontoiatria e Protesi Dentaria, 2008/2009)

- 4 Se avvicino rapidamente una potente calamita ad una spira formata da un filo di rame chiuso a cerchio, si può notare che:
 - A nella spira viene indotta una circolazione di corrente elettrica.
 - B la spira si illumina.
 - C la spira si deforma trasformandosi in un'ellisse molto stretta e lunga.
 - D il rame dapprima neutro acquista una forte carica elettrica indotta.
 - E la spira inizia a ruotare con velocità costante intorno ad un suo diametro.

(Prova di ammissione al corso di laurea in Medicina Veterinaria, 2006/2007)

- 5 La corrente alternata a 50 hertz che fluisce dalla rete italiana nelle nostre case, ha la proprietà:
 - A di riacquistare lo stesso valore 50 volte al secondo.

ESERCIZI

- B** di riacquistare lo stesso valore 50 volte al minuto.
- C** di valere al massimo 50 ampere.
- D** di essere continua e valere al massimo 50 coulomb al secondo.
- E** di alternare valori negativi e positivi arbitrari.

(Prova di ammissione al corso di laurea in Medicina e Chirurgia, 2005/2006)

PROVE D'ESAME ALL'UNIVERSITÀ

- 1** Una bobina di $N = 10$ spire è posta in un elettromagnete il cui campo, partendo da zero, aumenta fino a raggiungere il valore $B_0 = 1$ T in un tempo $\Delta t = 10$ s. La bobina ha un'area di 100 cm^2 , una resistenza $R = 0,5 \Omega$, ed è orientata perpendicolarmente al campo magnetico. Si calcoli:

- ▶ la f.e.m. media indotta nella bobina.
- ▶ la corrente indotta nella bobina.
- ▶ l'energia totale dissipata nel filo nell'intervallo di tempo Δt .

(Esame di Fisica, Corso di laurea in Scienze biologiche, Università di Genova, 2009/2010)

- 2** Un circuito oscillante è composto da un condensatore con capacità $1 \mu\text{F}$ e un'induttanza $L = 10 \text{ mH}$. A che frequenza oscilla la carica nel circuito?

(Esame di Fisica, Corso di laurea in Biotecnologie, Università degli Studi di Torino, 2004/2005)

- 3** Un solenoide di 500 spire è concatenato ad un flusso di induzione magnetica di $1,2 = 10^{-4}$ weber. Riducendo il flusso a 3×10^{-5} weber in 0,015 secondi, calcolare la f.e.m. media indotta.

(Esame di Fisica, Corso di laurea in Scienze biologiche, Università di Genova, 2003/2004)

- 4** Una spira conduttrice circolare di raggio 20 cm e di resistenza elettrica pari a 3 ohm è perpendicolare ad un campo magnetico che aumenta da zero a 1,3 T in 0,005 secondi. Trovare il valore medio della corrente indotta.

(Esame di Fisica, Corso di laurea in Scienze biologiche, Università di Genova, 2003/2004)

STUDY ABROAD

- 1** A 100% efficient transformer has 1500 turns on its primary coil. The input to the transformer is 250 V ac. The output current is 10 A and the output power is 0.5 kW. What is the number of turns on the secondary coil?

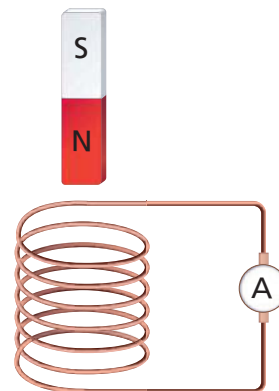
(BioMedical Admission Test (BMAT), UK, 2008/2009)

- 2** A charger unit for a mobile phone contains a transformer. In use the primary coil of the transformer is connected to the mains supply and the secondary coil provides a low voltage output. If the transformer were to be re-designed to produce half the voltage output, which one of the following could achieve this?

- A** Fewer turns on the primary coil.
- B** Fewer turns on the secondary coil.
- C** Thinner wire for the primary coil.
- D** Thinner wire for the secondary coil.

(BioMedical Admission Test (BMAT), UK, 2005/2006)

3



A bar magnet is located next to a coil of wire that is fixed in position and connected to an ammeter A, as shown above. There will be an induced electric current through the ammeter if the magnet is moving in which of the following ways?

- I. Toward the coil with constant speed.
- II. Toward the coil with increasing speed.
- III. Away from the coil with constant speed.
- IV. Away from the coil with increasing speed.

- A** I or II only
- B** I or III only
- C** II or IV only
- D** III or IV only
- E** I or II or III or IV

(Scholastic Aptitude Test (SAT), USA)

- 4** This question contains statements given in two columns, which have to be matched. The statements in **Column I** are labelled A, B, C, D, while the statements in **Column II** are labelled p, q, r, s. Any given statement in **Column I** can have correct matching with ONE OR MORE statement(s) in **Column II**.

Column I gives certain situations in which a straight metallic wire of resistance R is used and **Column II** gives some resulting effects. Match the statements in **Column I** with the statements in **Column II**.

Column I

- A** A charged capacitor is connected to the ends of the wire.
- B** The wire is moved perpendicular to its length with a constant velocity in a uniform magnetic field perpendicular to the plane of motion.
- C** The wire is placed in a constant electric field that has a direction along the length of the wire.

Column II

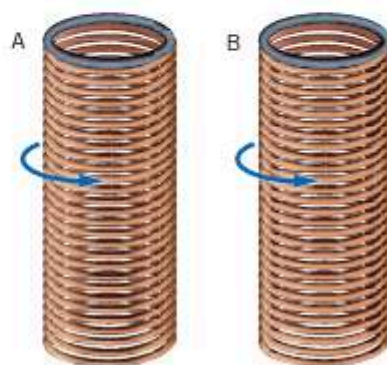
- p** A constant current flows through the wire.
- q** Thermal energy is generated in the wire.
- r** A constant potential difference develops between the ends of the wire.

- D** A battery of constant emf is connected to the ends of the wire.
- s** Charges of constant magnitude appear at the ends of the wire.

(Joint Entrance Examination for Indian Institutes of Technology (JEE), India, 2007/2008)

- 5** The following question has 4 choices for its answer, out of which ONE OR MORE is/are correct.

Two metallic rings A and B , identical in shape and size but having different resistivities ρ_A and ρ_B , are kept on top of two identical solenoids as shown in the figure. When current I is switched on in both the solenoids in identical manner, the rings A and B jump to heights h_A and h_B respectively, with $h_A > h_B$. The possible relation(s) between their resistivities and their masses m_A and m_B is(are)



- A** $\rho_A > \rho_B$ and $m_A = m_B$
- B** $\rho_A < \rho_B$ and $m_A = m_B$
- C** $\rho_A > \rho_B$ and $m_A > m_B$
- D** $\rho_A < \rho_B$ and $m_A < m_B$

(Joint Entrance Examination for Indian Institutes of Technology (JEE), India, 2009/2010)

- 6** Describe how you would demonstrate “electromagnetic induction” to a group of students. Include a description of the equipment you would use, but do not explain the phenomenon.

(Trends in International Mathematics and Science Study, 2008/2009)

zhuda/Shutterstock

1 IL CAMPO ELETTRICO INDOTTO

Mettiamo un anello conduttore all'interno di un campo magnetico. Se facciamo aumentare progressivamente il valore di \vec{B} , nell'anello si genera una corrente indotta. Gli elettroni che prima avevano una velocità media nulla, ora si muovono nel filo (figura 1).

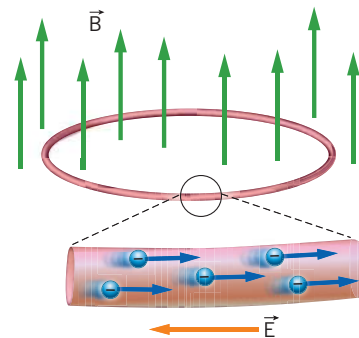


Figura 1 Corrente elettrica dovuta ad elettroni che si muovono nel verso opposto al campo elettrico.

Se vediamo una carica elettrica che accelera, sappiamo che su di essa agisce un campo elettrico. Quindi, sugli elettroni dell'anello metallico agisce un campo elettrico.

Però questo campo elettrico non è generato, come al solito, da altre cariche elettriche. Infatti nel sistema fisico che stiamo esaminando (un anello conduttore posto in un campo magnetico variabile) non ci sono cariche elettriche libere.

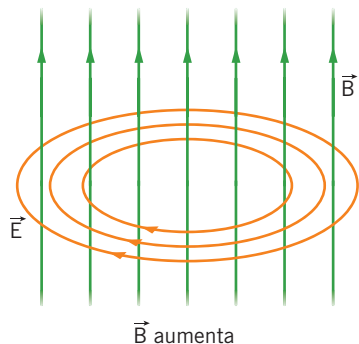
Esistenza del campo elettrico indotto

La corrente indotta nell'anello conduttore rivela la presenza del campo elettrico indotto, ma esso esiste anche se non c'è un circuito conduttore nella zona interessata.

Il campo elettrico che causa una corrente indotta, detto **campo elettrico indotto**, è generato da un campo magnetico che varia nel tempo.

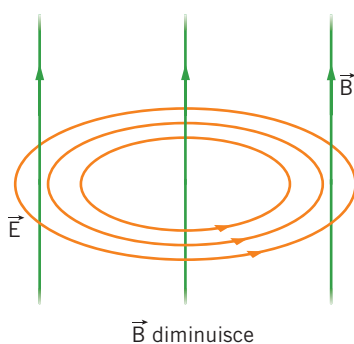
Un campo magnetico variabile dà origine a un campo elettrico indotto con le linee di campo chiuse su se stesse e poste in un piano perpendicolare al campo magnetico.

► Se \vec{B} aumenta, le linee del campo elettrico hanno tutte lo stesso verso, definito dalla legge di Lenz.



A

► Se \vec{B} diminuisce, le linee del campo elettrico si avvolgono in senso opposto al precedente.



B

Quindi, un campo elettrico può essere generato da:

- cariche elettriche;
- campi magnetici variabili.

La circuitazione del campo elettrico indotto

Il campo elettrico indotto è caratterizzato dal valore della sua circuitazione, che, come si dimostra in seguito, è dato dalle formule:

$$\Gamma(\vec{E}) = -\frac{\Delta\Phi(\vec{B})}{\Delta t} \quad \text{oppure} \quad \Gamma(\vec{E}) = -\frac{d\Phi(\vec{B})}{dt} \quad (1)$$

Il comportamento del campo elettrico dipende quindi dal valore assunto dal secondo membro delle formule precedenti:

- nel caso dell'elettrostatica (\vec{B} nullo) e delle correnti continue (\vec{B} costante) con circuiti fissi, la variazione del flusso di campo magnetico è nulla; in questo caso si ha $\Gamma(\vec{E}) = 0$ e si conferma che il *campo elettrostatico è conservativo*, per cui si può definire la grandezza «energia potenziale»;
- se il campo magnetico è variabile oppure i circuiti sono in movimento, il secondo membro delle formule (1) può essere diverso da zero. In tali situazioni, quindi, la circuitazione del campo elettrico è diversa da zero e ne risulta che il *campo elettrico indotto non è conservativo*, e il potenziale elettrico non può essere definito.

Calcolo della circuitazione del campo elettrico

Indichiamo con $\vec{F}^{(ie)}$ la forza elettrica, dovuta all'induzione elettromagnetica, che agisce su una carica di prova q , presente nell'anello conduttore in cui scorre la corrente indotta. Il campo elettrico indotto si calcola, al solito modo, mediante la formula

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}^{(ie)}}{q} \quad (2)$$

Nel capitolo «La corrente elettrica continua», la forza elettromotrice è definita come

$$f_{em} = \frac{W}{q}, \quad (3)$$

dove W è il lavoro fatto dalle forze non elettrostatiche nel trasportare la carica q .

Calcoliamo il lavoro W compiuto dalla forza elettrica indotta in un giro completo della spira. Come al solito, dividiamo il circuito in n tratti abbastanza piccoli da potere essere descritti dagli spostamenti infinitesimi $\Delta \vec{l}_k$, con $1 \leq k \leq n$; indichiamo inoltre con $\vec{F}_k^{(ie)}$ la forza, dovuta al campo elettrico indotto, che agisce sulla carica di prova q nel tratto $\Delta \vec{l}_k$ dell'anello.

Il lavoro elementare ΔW_k compiuto da tale forza per spostare q del tratto $\Delta \vec{l}_k$ è

$$\Delta W_k = \vec{F}_k^{(ie)} \cdot \Delta \vec{l}_k$$

e il lavoro totale si ottiene sommando tutti i lavori elementari

$$W = \sum_{k=1}^n \Delta W_k = \sum_{k=1}^n \vec{F}_k^{(ie)} \cdot \Delta \vec{l}_k.$$

Siamo quindi in grado di calcolare la forza elettromotrice che, secondo la (3), risulta

$$f_{em} = \frac{W}{q} = \frac{\sum_{k=1}^n \vec{F}_k^{(ie)} \cdot \Delta \vec{l}_k}{q} = \sum_{k=1}^n \frac{\vec{F}_k^{(ie)}}{q} \cdot \Delta \vec{l}_k.$$

Per la formula (2), il rapporto $\frac{\vec{F}_k^{(ie)}}{q}$ è il campo elettrico indotto \vec{E}_k che esiste nella zona descritta dallo spostamento $\Delta \vec{l}_k$. La formula precedente si può riscrivere quindi come

$$f_{em} = \sum_{k=1}^n \vec{E}_k \cdot \Delta \vec{l}_k = \Gamma(\vec{E})$$

dove abbiamo ricordato che, per definizione, la sommatoria $\sum_{k=1}^n \vec{E}_k \cdot \Delta \vec{l}_k$, estesa a un cammino chiuso, è uguale alla circuitazione $\Gamma(\vec{E})$ del campo \vec{E} .

D'altronde, sappiamo che il valore di f_{em} è dato dalla legge di Faraday-Neumann

$$f_{em} = - \frac{\Delta \Phi(\vec{B})}{\Delta t};$$

sostituendo quest'ultima nella formula precedente otteniamo allora

$$\Gamma(\vec{E}) = - \frac{\Delta \Phi(\vec{B})}{\Delta t};$$

che è la prima delle formule (1); calcolando il limite per $\Delta t \rightarrow 0$ del secondo membro si ottiene la seconda formula.

2 IL TERMINE MANCANTE

La scoperta dell'induzione elettromagnetica porta a modificare la legge che fornisce la circuitazione del campo elettrico: da $\Gamma(\vec{E}) = 0$ a $\Gamma(\vec{E}) = - \Delta \Phi(\vec{B})/\Delta t$.

Ci chiediamo allora se, in base alle nuove conoscenze, debba essere cambiata anche la legge di Ampère, $\Gamma(\vec{B}) = \mu_0 \sum_{k=1}^n i_k$, che descrive la circuitazione del campo magnetico.

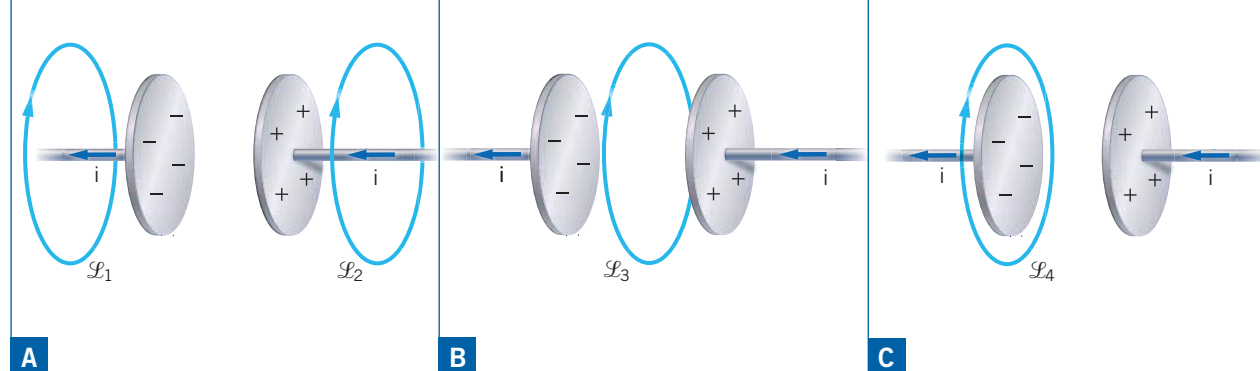
Il fisico scozzese James Clerk Maxwell (1831-1879) scoprì una ragione che obbliga, in effetti, a modificare la legge di Ampère.

Consideriamo un condensatore che si sta caricando perché nei fili collegati a esso fluisce una corrente elettrica i . Confrontiamo le circuitazioni di campo magnetico calcolate lungo cammini diversi.

► Per la legge di Ampère, le circuitazioni calcolate lungo \mathcal{L}_1 e \mathcal{L}_2 valgono $\mu_0 i$, perché a essi è concatenata una corrente di valore i .

► A \mathcal{L}_3 non è concatenata alcuna corrente elettrica. Quindi, per la legge di Ampère, la circuitazione di \vec{B} lungo \mathcal{L}_3 vale zero.

► Quanto vale la circuitazione lungo \mathcal{L}_4 , posta al bordo del condensatore? La risposta è ambigua: non si sa se i è concatenata a \mathcal{L}_4 .



Quindi, applicando la legge di Ampère, la circuitazione del campo magnetico deve diventare improvvisamente uguale a zero all'interno del condensatore. Inoltre, in corrispondenza del bordo del condensatore il valore di $\Gamma(\vec{B})$ è indeterminato.

Per evitare questo risultato, logicamente insoddisfacente, Maxwell corresse la legge di Ampère scrivendo:

$$\Gamma(\vec{B}) = \mu_0 \left(i + \epsilon_0 \frac{\Delta\Phi(\vec{E})}{\Delta t} \right) \quad (4)$$

dove il flusso del campo elettrico è calcolato attraverso una superficie che ha come contorno il cammino lungo il quale si esegue la circuitazione. Il termine aggiunto

$$i_s = \epsilon_0 \frac{\Delta\Phi(\vec{E})}{\Delta t} \quad (5)$$

è detto **corrente di spostamento**. Maxwell, convinto della sostanziale simmetria tra campo elettrico e campo magnetico, scrisse tale espressione in analogia alla formula (1) e in modo che il suo valore numerico fosse uguale a quello della corrente i che carica il condensatore.

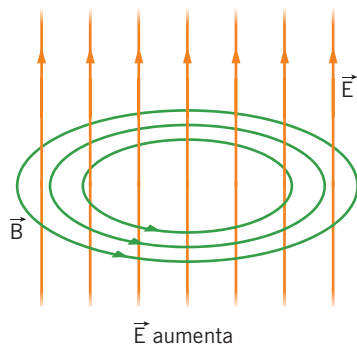
In questo modo la circuitazione lungo il cammino \mathcal{L}_3 ha lo stesso valore di quella lungo i cammini \mathcal{L}_1 e \mathcal{L}_2 . Per continuità da destra e da sinistra, anche la circuitazione lungo \mathcal{L}_4 è determinata e ha lo stesso valore delle altre.

Avendo aggiunto la corrente di spostamento, che dipende dalla variazione del flusso di campo elettrico, risulta dalla (4) che

un campo elettrico variabile genera un campo magnetico.

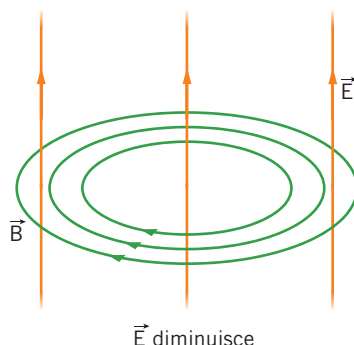
La forma delle linee del campo magnetico indotto è simile a quella delle linee del campo elettrico indotto, ma il loro verso segue una regola opposta. Infatti i due campi sono simmetrici, ma non identici.

► Se \vec{E} aumenta, il verso delle linee del campo magnetico indotto è opposto a quello visto per il campo elettrico indotto.



A

► Se \vec{E} diminuisce, le linee del campo magnetico indotto si avvolgono nell'altro verso.



B

Quindi, un campo magnetico può essere generato da:

- correnti elettriche;
- campi elettrici variabili.

Il calcolo della corrente di spostamento

Torniamo al condensatore che si sta caricando per effetto della corrente i che circola nei fili ad esso collegati e calcoliamo il flusso di campo elettrico attraverso una superficie di area S uguale a quella delle armature e posta all'interno del condensatore.

Per facilitare il calcolo utilizzando il teorema di Gauss, consideriamo la superficie che ci interessa come parte di un cilindro chiuso che racchiude l'armatura positiva del condensatore (figura 2). Il campo elettrico prodotto dal condensatore è nullo al di fuori di esso e, all'interno, è parallelo alla superficie laterale del cilindro. Quindi il flusso del campo elettrico attraverso le superfici aggiunte vale zero e il risultato non cambia.

Se indichiamo con Q la carica che si trova sull'armatura positiva, per il teorema di Gauss il flusso del campo elettrico attraverso S è uguale a

$$\Phi_1(\vec{E}) = \frac{Q}{\epsilon_0}.$$

Dopo un breve intervallo di tempo Δt la carica sul condensatore è $Q + \Delta Q = Q + i\Delta t$, per cui il flusso di campo elettrico è cambiato e diviene

$$\Phi_2(\vec{E}) = \frac{Q + i\Delta t}{\epsilon_0}.$$

Siamo quindi in grado di calcolare con la (5) la corrente di spostamento:

$$\begin{aligned} i_s &= \epsilon_0 \frac{\Delta\Phi(\vec{E})}{\Delta t} = \epsilon_0 \frac{\Phi_2(\vec{E}) - \Phi_1(\vec{E})}{\Delta t} = \\ &= \epsilon_0 \frac{1}{\Delta t} \left(\frac{Q + i\Delta t}{\epsilon_0} - \frac{Q}{\epsilon_0} \right) = \epsilon_0 \frac{1}{\Delta t} \frac{i\Delta t}{\epsilon_0} = i. \end{aligned}$$

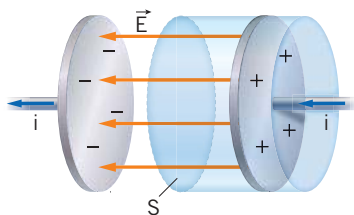


Figura 2 La superficie gaussiana S circonda l'armatura positiva.

È quindi verificato che la corrente di spostamento i_s è numericamente uguale alla corrente i che scorre nei fili caricando il condensatore.

3 LE EQUAZIONI DI MAXWELL E IL CAMPO ELETTROMAGNETICO

Nei paragrafi precedenti abbiamo ricavato due nuove equazioni:

$$\Gamma_{\mathcal{L}}(\vec{E}) = -\frac{\Delta\Phi(\vec{B})}{\Delta t}$$

e

$$\Gamma_{\mathcal{L}}(\vec{B}) = \mu_0 \left(\sum_k i_k + \epsilon_0 \frac{\Delta\Phi(\vec{E})}{\Delta t} \right)$$

Rispetto alla (4), l'equazione $\Gamma_{\mathcal{L}}(\vec{B}) = \mu_0 \sum_k i_k$ del capitolo precedente è stata scritta nel caso più generale in cui ci sono diverse correnti elettriche concatenate al circuito \mathcal{L} .

Prima equazione

Che cosa dice

La prima equazione stabilisce che la circuitazione del campo elettrico lungo un cammino chiuso \mathcal{L} è direttamente proporzionale alla rapidità di variazione del flusso del campo magnetico, calcolato attraverso una superficie Ω che ha \mathcal{L} come contorno.

Che cosa significa

Nel caso non statico, il campo elettrico non è conservativo.

Quali sono le conseguenze

- Il fenomeno dell'induzione elettromagnetica.
- Un campo magnetico variabile genera un campo elettrico.

Seconda equazione

Che cosa dice

La legge per la circuitazione del campo magnetico nel capitolo «Il campo magnetico» era incompleta: al secondo membro compare, oltre al termine dettato dal teorema di Ampère, un termine proporzionale alla rapidità di variazione del flusso di campo elettrico.

Che cosa significa

La corrente di spostamento $i_s = \epsilon_0 \Delta\Phi(\vec{E})/\Delta t$ contribuisce alla circuitazione di \vec{B} alla pari delle correnti convenzionali.

Quali sono le conseguenze

Il primo addendo mostra che il campo magnetico è generato da cariche in moto (correnti elettriche); il secondo stabilisce che un campo elettrico variabile genera un campo magnetico.

Le equazioni di Maxwell

Nella sua fondamentale opera *Treatise On Electricity and Magnetism* (Trattato sull'e-

lettricità e il magnetismo), pubblicato nel 1873, James Clerk Maxwell (1831–1879) dimostrò che tutte le proprietà dell'elettricità, del magnetismo e dell'induzione elettromagnetica possono essere derivate partendo da quattro sole equazioni, che hanno quindi il ruolo di **assiomi** della teoria.

Per questa ragione le quattro equazioni sono dette, nel loro insieme, le **equazioni di Maxwell**. Esse sono elencate nella tabella seguente nella loro forma generale; le stesse equazioni, scritte per i campi statici, sono espone nel paragrafo 6 del capitolo «Il campo magnetico».

Equazione	Campo	Grandezza interessata	Principali conseguenze
$\Phi_{\Omega}(\vec{E}) = \frac{Q_{tot}}{\epsilon}$ (Teorema di Gauss per il campo elettrico)	(6) \vec{E}	Flusso	Le cariche sono sorgenti del campo elettrico.
$\Gamma_{\mathcal{L}}(\vec{E}) = -\frac{\Delta\Phi(\vec{B})}{\Delta t}$ (teorema della circuitazione per il campo elettrico)	(7) \vec{E}, \vec{B}	Circuitazione	<ul style="list-style-type: none"> • Correnti indotte. • Un campo magnetico variabile è sorgente di un campo elettrico.
$\Phi_{\Omega}(\vec{B}) = 0$ (Teorema di Gauss per il campo magnetico)	(8) \vec{B}	Flusso	Non esistono monopoli magnetici isolati.
$\Gamma_{\mathcal{L}}(\vec{B}) = \mu_0 \left(\sum_k i_k + \epsilon_0 \frac{\Delta\Phi(\vec{E})}{\Delta t} \right)$ (Teorema della circuitazione per il campo magnetico)	(9) \vec{E}, \vec{B}	Circuitazione	Sorgenti del campo magnetico sono: <ul style="list-style-type: none"> • le correnti elettriche (primo addendo); • i campi elettrici variabili (secondo addendo).

Per fare un solo esempio dell'importanza di questo insieme di equazioni, combinando insieme la quarta di esse con la prima (e utilizzando proprietà matematiche più evolute di quelle che si affrontano nella scuola secondaria), si dimostra che nei fenomeni elettrici e magnetici la carica totale si conserva.

In questo modo la conservazione della carica elettrica, che è stata scoperta in un primo tempo come un'importantissima legge sperimentale, trova posto nell'architettura matematica e logica che si può costruire a partire dalle equazioni di Maxwell.

Il campo elettromagnetico

Nel caso statico vi sono due equazioni che descrivono il comportamento del campo elettrico e altre due che regolano i fenomeni magnetici. Nel caso generale, invece, nella seconda e nella quarta equazione compaiono entrambi i campi \vec{E} e \vec{B} . Ciò implica che non è più possibile studiare uno dei due in modo isolato, ignorando l'altro. Si capisce, invece, che essi sono due aspetti diversi di un unico ente fisico.

A tale ente si dà il nome di **campo elettromagnetico**. Di conseguenza, la teoria che stiamo sviluppando è detta **elettromagnetismo**.

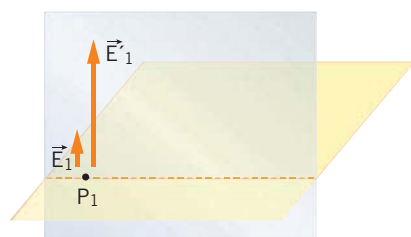
Il campo elettrostatico e il campo magnetico statico sono casi particolari del campo elettromagnetico e si ottengono, rispettivamente, se si hanno soltanto cariche ferme oppure soltanto correnti continue.

4 LE ONDE ELETTROMAGNETICHE

Per discutere le conseguenze delle equazioni di Maxwell, teniamo in movimento una carica Q , facendola oscillare tra i punti A e A' . Questo movimento genera:

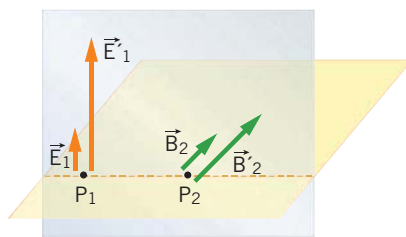
- un campo elettrico variabile, perché la posizione di Q cambia sempre;
- un campo magnetico variabile, perché una carica elettrica che oscilla equivale a una corrente elettrica variabile.

► Per effetto del movimento di Q , in un punto P_1 si genera un campo *elettrico* variabile.



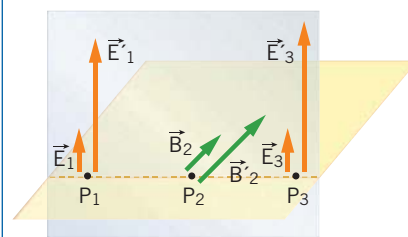
A

► Questo, a sua volta, genera un campo *magnetico* variabile in un punto P_2 spostato rispetto a P_1 .



B

► Ma il campo magnetico variabile in P_2 crea un campo elettrico indotto in un altro punto P_3 .



C

In realtà, in P_1 c'è anche un campo magnetico variabile, che genera in P_2 un campo elettrico variabile, che genera in P_3 un ulteriore campo magnetico...

Così il campo elettromagnetico si propaga anche nello spazio vuoto. Ciò che si crea è un'onda **elettromagnetica**, prevista teoricamente da James Clerk Maxwell nel 1861; l'esistenza delle onde elettromagnetiche fu provata sperimentalmente dal fisico tedesco Heinrich Rudolph Hertz in una serie di esperimenti compiuti tra il 1886 e il 1889.

Un'onda elettromagnetica trasporta energia e continua a propagarsi anche quando la carica che l'ha generata smette di muoversi.

La velocità della luce

Partendo dalle equazioni (6), (7), (8) e (9), Maxwell dimostrò che la velocità di propagazione delle onde elettromagnetiche nello spazio vuoto è

$$v_{\text{onde elettromagnetiche}} = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}}$$

Vediamo che cosa si ottiene calcolando il valore numerico di tale quantità:

$$\begin{aligned} \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}} &= \frac{1}{\sqrt{(8,854 \times 10^{-12} \text{ C}^2 / (\text{N} \cdot \text{m}^2)) \times (4\pi \times 10^{-7} \text{ N/A}^2)}} = \\ &= \sqrt{\frac{1}{(8,854 \times 10^{-12}) \times (4\pi \times 10^{-7})} \cdot \frac{\cancel{\text{N}} \cdot \text{m}^2}{\text{C}^2} \cdot \frac{\text{A}^2}{\cancel{\text{N}}}} = \\ &= \sqrt{9,988 \times 10^{16} \frac{\text{m}^2 \cdot \cancel{\text{A}^2}}{\text{A}^2 \cdot \text{s}^2}} = 2,998 \times 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}. \end{aligned}$$

Questo valore numerico è uguale alla velocità della luce misurata nel vuoto, per cui si ha

$$\frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}} = c \quad (10)$$

Sulla base di questo risultato, Maxwell concluse che

la luce è una particolare onda elettromagnetica.

Inoltre, egli dimostrò che la velocità v di propagazione delle onde elettromagnetiche in un mezzo materiale trasparente è data da una formula analoga alla (10):

$$v = \frac{1}{\sqrt{\epsilon \mu}},$$

in cui compaiono la costante dielettrica ϵ e la permeabilità magnetica μ del mezzo in cui l'onda si propaga. Rielaborando la formula precedente otteniamo

$$v = \frac{1}{\sqrt{\epsilon \mu}} = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \epsilon_r \mu_0 \mu_r}} = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}} \cdot \frac{1}{\sqrt{\epsilon_r \mu_r}} = \frac{c}{\sqrt{\epsilon_r \mu_r}}.$$

Ponendo $n = \sqrt{\epsilon_r \mu_r}$, abbiamo così ottenuto la formula

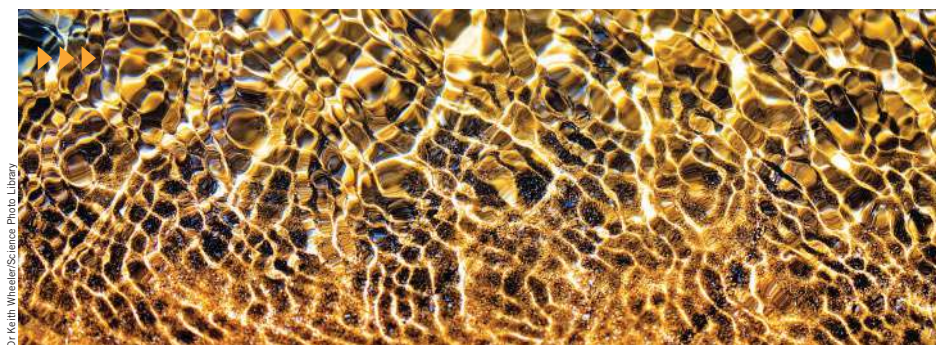
$$v = \frac{c}{n}$$

Poiché $\epsilon_r \geq 1$ e μ_r non è mai di molto inferiore di 1, $n > 1$ e v è minore di c . Ciò è in accordo con i dati sperimentali sulla propagazione della luce nei mezzi materiali trasparenti.

All'inizio del diciannovesimo secolo l'esperimento di Young (esposto nel capitolo «Le onde luminose») aveva messo in evidenza la natura ondulatoria della luce e aveva anche permesso di misurarne la lunghezza d'onda (e, quindi, la frequenza). Era così possibile verificare, per esempio, che i diversi colori della luce corrispondono a diverse lunghezze d'onda (o, in modo equivalente, a diverse frequenze) dell'onda.

Ovviamente, ai tempi di Thomas Young non era possibile sapere quale fosse la natura delle onde di luce; come mostreremo nei prossimi paragrafi, era invece possibile interpretare in base al modello ondulatorio i fenomeni ottici di base, come riflessione, rifrazione e dispersione della luce.

Nel capitolo «Le onde luminose» si spiega anche come i fenomeni più complessi dell'interferenza e della **diffrazione della luce** sono spiegati in modo naturale dalla teoria ondulatoria e, quindi, dalla teoria delle onde elettromagnetiche di Maxwell.



Dr Keith Wheeler/Science Photo Library

5 IL PRINCIPIO DI HUYGENS E LA RIFLESSIONE DELLA LUCE

La riflessione della luce su uno specchio piano rispetta due leggi fondamentali, che sono riassunte nella **figura 3**.

- **Prima legge della riflessione:** il raggio incidente, il raggio riflesso e la perpendicolare alla superficie riflettente nel punto di incidenza appartengono allo stesso piano.
- **Seconda legge della riflessione:** l'angolo di incidenza è uguale all'angolo di riflessione.

Nel *Trattato sulla luce*, uscito nel 1690, il fisico e matematico olandese Christiaan Huygens (1629-1695) forniva il metodo che permette di calcolare l'evoluzione nel tempo delle onde (non soltanto di luce); questo metodo, oggi chiamato **principio di Huygens**, è illustrato nella **figura 4** e stabilisce che:

1. ogni punto di un fronte d'onda può essere considerato la sorgente puntiforme di un'onda sferica, della stessa frequenza dell'onda originale;
2. tutte queste onde secondarie si sovrappongono e formano un fronte d'onda successivo tangente a esse.

Visto che un'onda sferica si propaga in tutte le direzioni (anche in quelle dalla parte interna del fronte d'onda), secondo il principio di Huygens le onde sferiche che si originano sul fronte d'onda originale devono creare non solo un nuovo fronte d'onda che si allontana dal punto O (onda progressiva), ma anche un fronte d'onda che si avvicina a tale punto (onda regressiva).

L'assenza di questo secondo fronte d'onda fu spiegato nel 1826 dal fisico francese Augustin-Jean Fresnel; in sostanza, l'intensità delle onde secondarie è massima nel verso che si allontana da O e diminuisce fino ad annullarsi nella direzione opposta.

Come si mostra in questo paragrafo e nel successivo, il principio di Huygens (con la correzione di Fresnel) è in grado di spiegare i fenomeni della riflessione e della rifrazione delle onde (in particolare di quelle elettromagnetiche).

Analisi della riflessione di un'onda

La **figura 5** mostra un fronte d'onda AB che incide su uno specchio piano S ; per il principio di Huygens, dal punto A si genera un'onda secondaria, che si propaga verso l'alto della figura. I punti del fronte d'onda più distanti da A arrivano sulla linea AC con ritardi sempre maggiori, per cui le onde che essi generano si propagano verso l'alto per distanze più brevi. Quando il punto B del fronte d'onda giunge in C , la sovrapposizione delle onde secondarie ha generato il fronte d'onda DC .

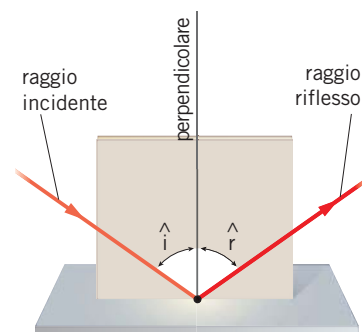
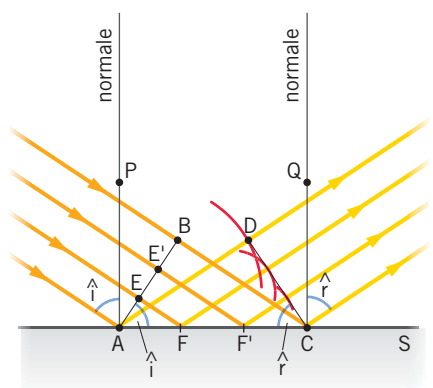


Figura 3 Leggi della riflessione.

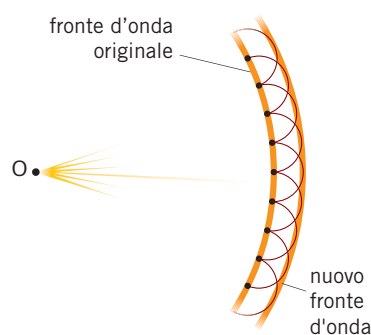


Figura 4 Principio di Huygens.

Figura 5 Riflessione secondo il modello ondulatorio.

Visto che la velocità di propagazione della luce in un materiale è costante, nel tempo impiegato dal punto B per arrivare in C , il fronte d'onda che parte da A percorre una

Angoli retti

L'angolo $\hat{A}BC$ è retto perché i raggi sono per definizione perpendicolari ai corrispondenti fronti d'onda. L'angolo $\hat{A}DC$ è retto perché il raggio AD è perpendicolare alla retta tangente all'arco di circonferenza di centro A e raggio AD .

distanza $\overline{AD} = \overline{BC}$; ne consegue che i due triangoli ACB e ACD sono congruenti, perché sono entrambi rettangoli ($\hat{A}BC = \hat{A}DC = 90^\circ$), hanno l'ipotenusa AC in comune e, come detto, i due lati BC e AD congruenti.

In particolare, quindi, sono congruenti gli angoli $\hat{B}AC$ e $\hat{A}CD$. Però l'angolo $\hat{B}AC$ è congruente all'angolo \hat{i} perché sono entrambi complementari all'angolo $\hat{P}AB$; allo stesso modo si ha $\hat{A}CD = \hat{r}$. Così dall'uguaglianza $\hat{B}AC = \hat{A}CD$ si deduce la proprietà $\hat{i} = \hat{r}$:

il modello ondulatorio della luce prevede che la riflessione avvenga in modo che l'angolo di incidenza sia uguale all'angolo di riflessione.

6 LA RIFRAZIONE DELLA LUCE

Attorno al 1850 il fisico francese Jean Bernard Léon Foucault (1819-1868) mostrò sperimentalmente che la velocità della luce nell'acqua è minore di quella con cui essa si propaga nell'aria. In effetti, come è stato determinato sperimentalmente e poi confermato teoricamente da Maxwell (paragrafo 4), la velocità di propagazione v della luce in un mezzo trasparente è legata alla velocità c della luce nel vuoto attraverso la relazione

$$v = \frac{c}{n} \quad (11)$$

velocità della luce nel mezzo (m/s)
velocità della luce nel vuoto (m/s)
indice di rifrazione del mezzo

La costante n è un numero puro che si chiama **indice di rifrazione** del materiale in esame. Visto che la velocità della luce nei mezzi materiali trasparenti è sempre minore di c , n è sempre maggiore di 1 (e uguale a 1 soltanto se il mezzo trasparente in esame è il vuoto).

L'indice di rifrazione dell'aria vale circa 1,0003, mentre quello dell'acqua è 1,33; ciò spiega il risultato di Foucault sulla maggiore velocità della luce nell'aria piuttosto che nell'acqua. L'indice di rifrazione dell'aria è così vicino a 1 che spesso nei calcoli si trascura la differenza tra l'indice di rifrazione dell'aria e quello del vuoto.

Le leggi della rifrazione

Quando un raggio di luce attraversa la superficie di separazione tra due materiali trasparenti, che hanno indici di rifrazione rispettivamente pari a n_1 e a n_2 , si osserva il fenomeno della **rifrazione**. Esso, come quello della riflessione, è descritto da due leggi sperimentali.

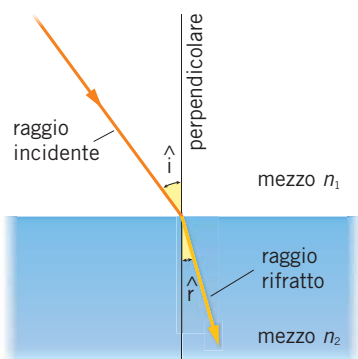


Figura 6 Leggi della rifrazione.

- **Prima legge della rifrazione:** il raggio incidente, il raggio rifratto e la perpendicolare alla superficie di separazione nel punto di incidenza appartengono allo stesso piano.
- **Seconda legge della rifrazione:** il rapporto tra il seno dell'angolo di incidenza e il seno dell'angolo di rifrazione è costante ed è uguale al rapporto tra l'indice di rifrazione del secondo mezzo e quello del primo mezzo.

Quest'ultima relazione è detta **legge di Snell** perché è stata scoperta all'inizio del Seicento dall'olandese Willebrod Snell ed è espressa dalla formula

$$\frac{\text{sen } \hat{i}}{\text{sen } \hat{r}} = \frac{n_2}{n_1} \quad (12)$$

angolo di incidenza ————— indice di rifrazione del mezzo 2
 —————
 —————
 —————
 angolo di rifrazione ————— indice di rifrazione del mezzo 1

Il rapporto n_2/n_1 è detto **indice di rifrazione relativo** del mezzo 2 rispetto al mezzo 1; se esso è maggiore di 1 si dice che il mezzo 2 è più *refrangente* del mezzo 1 o, anche, che è *otticamente più denso*.

Per distinguerla dall'indice di rifrazione relativo, la grandezza n che compare nella formula (11) è spesso detta *indice di rifrazione assoluto* del mezzo trasparente.

La legge di Snell stabilisce che, se cambia l'angolo di incidenza, cambia anche quello di rifrazione, in modo tale che il rapporto tra i seni dei due angoli rimanga costante.

Per esempio, nel passaggio dall'aria all'acqua l'indice di rifrazione relativo dell'acqua rispetto all'aria è $n_2/n_1 = 1,33$, per cui vale sempre

$$\text{sen } \hat{i} = 1,33 \times \text{sen } \hat{r}.$$

ESEMPIO

L'indice di rifrazione del ghiaccio è $n_1 = 1,31$, mentre quello del plexiglass è $n_2 = 1,49$. Un raggio di luce che si propaga nel ghiaccio entra nel plexiglass con un angolo di incidenza $\hat{i} = 48,7^\circ$.

► Quanto vale l'angolo di rifrazione \hat{r} ?

Dalla legge di Snell (12) otteniamo

$$\text{sen } \hat{r} = \frac{n_1}{n_2} \text{sen } \hat{i} = \frac{1,31}{1,49} \times \text{sen}(48,7^\circ) = \frac{1,31}{1,49} \times 0,751 = 0,660.$$

Considerando il risultato precedente possiamo ora calcolare:

$$\hat{r} = \arcsen(0,660) = 41,3^\circ.$$

Il principio di Huygens e la rifrazione

Mostriamo ora che il modello ondulatorio prevede che la rifrazione segua la legge di Snell.

Consideriamo il fronte d'onda AB di un'onda piana che giunge alla superficie di separazione tra due mezzi trasparenti che hanno indici di rifrazione n_1 e n_2 (figura 7). Le velocità di propagazione dell'onda nei materiali 1 e 2 valgono, rispettivamente, $v_1 = c/n_1$ e $v_2 = c/n_2$.

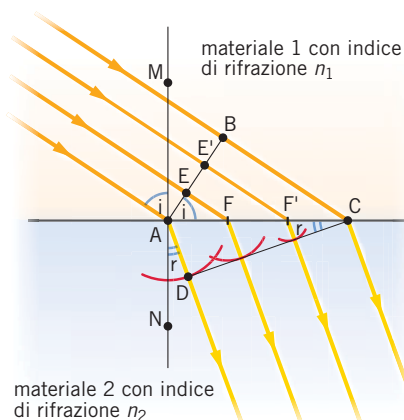


Figura 7 Rifrazione secondo il modello ondulatorio.

Il punto B del fronte d'onda AB impiega, per raggiungere C , un intervallo di tempo

$$\Delta t = \frac{\overline{BC}}{v_1} = \frac{\overline{BC}}{c/n_1} = \frac{\overline{BC}}{c} n_1.$$

Inoltre l'angolo \widehat{CAB} è uguale all'angolo di incidenza \hat{i} perché entrambi sono complementari a \widehat{MAB} ; per le proprietà dei triangoli rettangoli si ha

$$\overline{BC} = \overline{AC} \text{sen}(\widehat{CAB}) = \overline{AC} \text{sen}(\hat{i}).$$

Sostituendo questa espressione nella precedente si ottiene

$$\Delta t = \frac{\overline{BC}}{c} n_1 = \frac{\overline{AC} \text{sen} \hat{i}}{c} n_1. \quad (13)$$

Nello stesso intervallo di tempo, il fronte d'onda sferico che si irradia da A si propaga nel secondo materiale e percorre una distanza

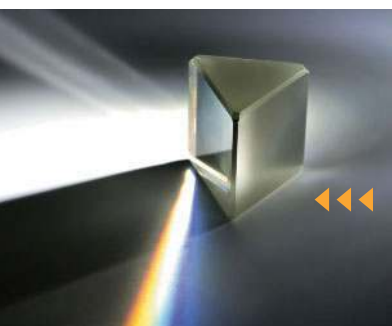
$$\overline{AD} = v_2 \Delta t = \frac{c}{n_2} \Delta t. \quad (14)$$

In modo analogo a quanto visto in precedenza per \overline{BC} , la lunghezza del segmento AD è data dalla relazione $\overline{AD} = \overline{AC} \text{sen}(\hat{r})$; sostituendo questa relazione e la (13) nell'equazione (14) si ottiene, allora:

$$\overline{AC} \text{sen} \hat{r} = \frac{c}{n_2} \Delta t = \frac{c}{n_2} \frac{\overline{AC} \text{sen} \hat{i}}{c} n_1 = \frac{n_1}{n_2} \overline{AC} \text{sen} \hat{i}.$$

Eliminando il termine comune \overline{AC} tra il primo e l'ultimo passaggio di questa catena di uguaglianze si ottiene la legge di Snell

$$\frac{\text{sen} \hat{i}}{\text{sen} \hat{r}} = \frac{n_2}{n_1}.$$



Milano/Shutterstock

7 LA DISPERSIONE DELLA LUCE

Inviando luce bianca su un prisma a sezione triangolare si osserva il fenomeno della **dispersione** della luce, che è mostrato nella **foto**.

L'esperienza mette in evidenza il fatto che

la luce bianca è la sovrapposizione dei diversi colori che essa contiene.

L'insieme dei colori contenuti nella luce visibile è detto **spettro luminoso** e in esso si susseguono, nell'ordine, il rosso, l'arancione, il giallo, il verde, l'azzurro, l'indaco e il violetto. Tra i diversi colori non si ha una separazione netta, ma si passa da uno all'altro con una transizione continua.

La dispersione della luce è dovuta al fatto che l'indice di rifrazione attraverso un materiale trasparente dipende dalla frequenza (e, quindi, dal colore) della luce che lo attraversa. Come esempio, la tabella a lato mostra i valori dell'indice di rifrazione, per luce di diversi colori, relativi a un particolare tipo di vetro.

Indice di rifrazione del vetro Flint

Colore	Indice di rifrazione
Violetto	1,522
Azzurro	1,516
Giallo	1,510
Rosso	1,507

Come mostra la **figura 8**, un raggio di luce che incide su un prisma subisce due rifrazioni, una dall'aria al vetro e un'altra dal vetro all'aria. Il raggio di luce che emerge dal prisma ha una direzione diversa dal raggio incidente.

L'angolo δ (formato tra la direzione del raggio incidente e la direzione del raggio che emerge dal prisma) è detto *angolo di deviazione*. A parità di direzione del raggio incidente, il suo valore dipende dall'angolo al vertice del prisma e dall'indice di rifrazione del materiale.

Quindi, raggi di luce paralleli ma di colori diversi escono dal prisma con angoli di deviazione diversi e generano il fenomeno della dispersione della luce. Poiché, per esempio, il violetto è più deviato del rosso, l'indice di rifrazione del vetro è maggiore per il violetto che per il rosso.

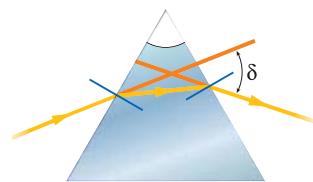


Figura 8 Angolo δ di deviazione tra il raggio incidente su un prisma e il raggio uscente da esso.

Interpretazione newtoniana della dispersione della luce

Il fenomeno della dispersione della luce fu studiato da Isaac Newton nella seconda metà del Seicento e interpretato in base al suo modello corpuscolare (esposto nel paragrafo 1 del capitolo «Le onde luminose»).

Secondo Newton la luce di colori diversi è formata da un flusso di particelle di masse differenti: quelle relative al colore rosso devono essere più massive di quelle del colore violetto.

Ricordiamo che, secondo Newton, in corrispondenza della superficie di separazione tra due mezzi trasparenti sulle particelle di luce agisce una forza \vec{F}_1 , diretta verso il materiale più rifrangente, che modifica la direzione di propagazione delle particelle stesse. Per la seconda legge della dinamica $\vec{F} = m\vec{a}$ le particelle più leggere (come quelle corrispondenti al colore violetto) subiscono un'accelerazione maggiore e sono deviate di più.

La dispersione della luce secondo la teoria di Maxwell

Nel paragrafo 4 abbiamo introdotto la relazione

$$n = \sqrt{\epsilon_r \mu_r},$$

che lega l'indice di rifrazione di un mezzo trasparente alle sue proprietà elettriche e magnetiche.

I materiali trasparenti che si usano comunemente in ottica non sono ferromagnetici, per cui nell'equazione precedente il valore di μ_r può essere a tutti gli effetti posto uguale a 1. Così si ottiene l'espressione

$$n \cong \sqrt{\epsilon_r},$$

Nel capitolo «La carica elettrica e la legge di Coulomb» si dice che la costante dielettrica relativa misura l'effetto della polarizzazione di un materiale isolante: questa polarizzazione, dovuta all'allineamento delle cariche microscopiche presenti nella materia, crea un effetto di schermo delle cariche macroscopiche che generano la forza elettrostatica e riduce il modulo della forza stessa.

Se il campo elettrico varia più rapidamente (come accade per la luce violetta rispetto alla rossa), le cariche microscopiche hanno difficoltà a seguirne la variazione; così il loro allineamento alla direzione del campo elettrico è meno efficace e il valore di ϵ_r diminuisce, portando a una corrispondente riduzione dell'indice di rifrazione del materiale. Così, la teoria di Maxwell e la conoscenza del modello atomico e molecolare della materia permettono di spiegare il fenomeno della dispersione della luce.

8 LA RIFLESSIONE TOTALE E L'ANGOLO LIMITE

ESPERIMENTO VIRTUALE

Alla velocità della luce

- Gioca
- Misura
- Esercitati



La funzione arcseno

Visto che il codominio della funzione $y = \sin x$ è l'intervallo chiuso $[-1, 1]$ il dominio della funzione $y = \arcsin x$ è l'insieme $-1 \leq x \leq 1$. Nel caso che stiamo esaminando, in cui si considerano angoli acuti, l'argomento della funzione deve essere compreso tra 0 e 1 (estremi inclusi).

Dalla legge di Snell (12) possiamo ricavare il valore dell'angolo di rifrazione se si conosce l'angolo di incidenza; infatti si ha:

$$\sin \hat{r} = \frac{n_1}{n_2} \sin \hat{i}$$

da cui si ottiene

$$\hat{r} = \arcsin\left(\frac{n_1}{n_2} \sin \hat{i}\right) \quad (15)$$

Visto che vale $0 \leq \sin \hat{i} \leq 1$, possiamo incontrare due casi:

- se $n_1 < n_2$ (cioè se la luce passa da un mezzo meno rifrangente a uno più rifrangente), l'argomento della funzione arcseno è sicuramente minore di 1 e quindi l'angolo \hat{r} esiste in ogni caso;
- se $n_1 > n_2$ (cioè se la luce passa da un mezzo più rifrangente a uno meno rifrangente), la formula (15) ha senso soltanto fino a che l'argomento della funzione arcseno rimane minore o uguale a 1.

Quindi, nel primo caso, vale in generale la proprietà

$$\sin \hat{r} < \sin \hat{i} \quad (n_1 < n_2);$$

per cui la luce che, per esempio, passa dall'aria al vetro **si rifrange** in modo da avvicinarsi alla perpendicolare.

Nel secondo caso, in generale vale la relazione

$$\sin \hat{r} > \sin \hat{i} \quad (n_1 > n_2),$$

per cui il raggio rifratto tende ad allontanarsi dalla normale. Però l'argomento della funzione arcseno nella formula (15) può assumere al massimo il valore 1 e, coerentemente, l'angolo di rifrazione non può superare il valore $\hat{r}_{max} = 90^\circ$.

Si chiama **angolo limite** l'angolo di incidenza \hat{i}_L a cui corrisponde l'angolo di rifrazione massimo $\hat{r}_{max} = 90^\circ$. Questa situazione si può verificare soltanto quando si passa da un mezzo con indice di rifrazione maggiore a uno con indice di rifrazione minore.

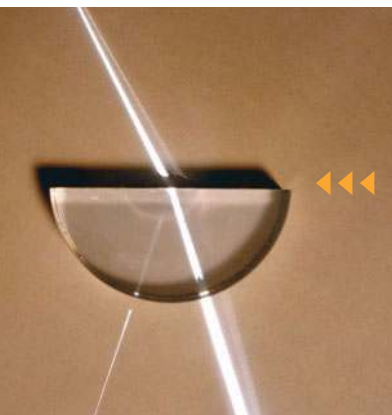
Sostituendo $\hat{i} = \hat{i}_L$ e $\hat{r}_{max} = 90^\circ$ nella legge di Snell (12) possiamo ricavare

$$\sin \hat{i}_L = \frac{n_2}{n_1} \sin \hat{r}_{max} = \frac{n_2}{n_1} \sin 90^\circ = \frac{n_2}{n_1},$$

da cui otteniamo l'espressione che fornisce il valore dell'angolo limite:

$$\hat{i}_L = \arcsin \frac{n_2}{n_1}. \quad (16)$$

La tabella seguente contiene i valori dell'indice di rifrazione assoluto per la luce gialla di diversi materiali e dei corrispondenti angoli limite, calcolati secondo la formula (16) quando $n_1 = 1$, cioè quando il raggio rifratto si propaga in aria.



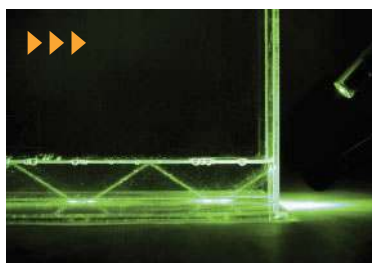
Andrew Lambert Photography/Science Photo Library

Indice di rifrazione assoluto e angolo limite

Sostanza	n*	Angolo limite	Sostanza	n*	Angolo limite
Ghiaccio	1,31	49,8°	Plexiglas	1,49	42,2°
Acqua	1,33	48,6°	Vetro	1,50-1,90	31,9-41,5°
Alcol etilico	1,36	47,2°	Sale (cloruro di sodio)	1,54	40,5°
Glicerina	1,47	42,9°	Diamante	2,42	24,4°

*per la luce gialla

Se l'angolo di incidenza, formato con la normale alla superficie di separazione tra un mezzo più rifrangente e un mezzo meno rifrangente, è maggiore dell'angolo limite, per le ragioni appena spiegate il fenomeno della rifrazione non può avvenire; quindi il raggio non si propaga nel secondo materiale ma rimane nel primo, generando il fenomeno della **riflessione totale**.



La riflessione totale viene utilizzata in diversi dispositivi, come i prismi che permettono a riflessione della luce all'interno di binocoli e altri strumenti ottici.

Ma l'utilizzo più avanzato e probabilmente più comune della riflessione totale si ha nella costruzione delle **fibre ottiche**, fili sottili trasparenti di diametro anche inferiore a 1 mm, in cui la luce si propaga da un estremo all'altro grazie a un grande numero di riflessioni interne; in questo modo le fibre ottiche servono da *guide di luce* (la **figura 9** mostra il principio di funzionamento).

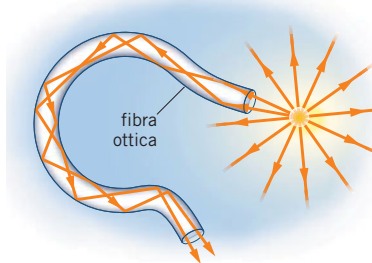


Figura 9 Le fibre ottiche si comportano come guide di luce.

Le fibre ottiche sono composte da strati concentrici di materiale vetroso: un nucleo cilindrico centrale, detto «core», e un rivestimento esterno, «cladding».

Il nucleo ha sempre indice di rifrazione maggiore della guaina di rivestimento. La luce può propagarsi all'interno della fibra anche per una lunghezza di migliaia di metri poiché l'interno è così trasparente che la quantità di energia assorbita è dell'ordine di quella assorbita quando attraversa il vetro di una finestra. Oltre a questo, il fenomeno della riflessione totale permette al cavo a fibra ottica di essere curvato e intrecciato, senza alterare le sue prestazioni e garantendo ugualmente il trasferimento della luce.

Le **fibre ottiche** sono impiegate in medicina per esami endoscopici, cioè per poter osservare gli organi che si trovano all'interno del corpo. Per esempio, una fibra ottica che attraverso la bocca scende nel tubo digerente fino allo stomaco trasporta la luce esterna che ne illumina le pareti. Un'altra fibra, affiancata alla prima, consente di vedere la zona illuminata incanalando un po' di luce verso l'esterno.

Esse sono utilizzate anche nelle telecomunicazioni. Al loro interno viaggiano onde elettromagnetiche luminose che trasportano segnali televisivi e comunicazioni telefoniche. Fasci luminosi di diverse lunghezze d'onda possono propagarsi nella stessa fibra ottica, in modo indipendente dagli altri fasci, trasportando informazioni diverse. Così, la stessa fibra ottica può disporre di molti «canali» che moltiplicano molte decine di volte la quantità totale di informazione che essa può veicolare.



Chapko Danil Vitalevich/Shutterstock

Il sensore di pioggia

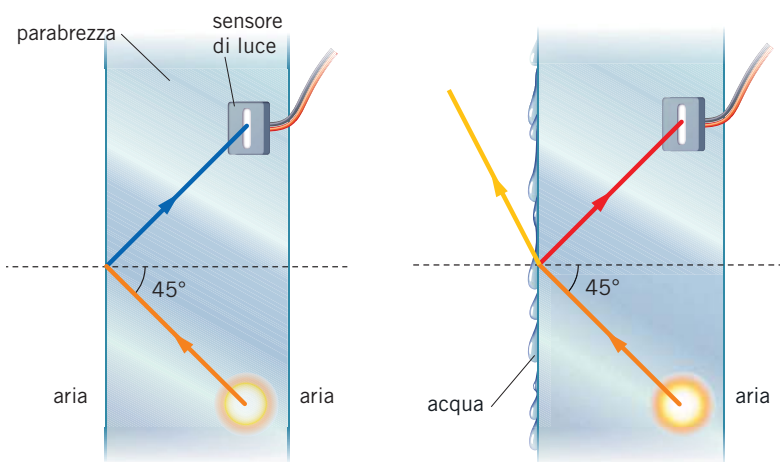


Figura 10 Schema di funzionamento del sensore di pioggia.

Sul fenomeno dell'angolo limite funziona anche il sensore di pioggia delle automobili. Un raggio di luce è emesso (verso l'esterno dell'auto) da una sorgente posta nello spessore del vetro del parabrezza, con una inclinazione di 45° rispetto alla superficie di separazione vetro-aria. Il parabrezza è costruito con un materiale che, rispetto all'aria, ha un angolo limite di 42°; quindi il raggio non può uscire dal vetro ed è completamente riflesso verso un sensore di luce (figura 10).

Quando piove il parabrezza si bagna. Per la coppia di materiali vetro-acqua l'angolo limite è di 63°; quindi il raggio inclinato di 45° può uscire dal vetro (in figura a destra). Il sensore di luce registra la diminuzione di intensità della luce in arrivo e comanda l'attivazione dei tergicristalli.

ESEMPIO

Un particolare tipo di vetro ha un indice di rifrazione $n_1 = 1,8$. Un raggio di luce passa da questo vetro all'acqua (indice di rifrazione $n_2 = 1,3$).

► Calcola l'angolo limite \hat{i}_L per questo sistema ottico.

Dalla formula (16) otteniamo

$$\hat{i}_L = \arcsen \frac{n_2}{n_1} = \arcsen \frac{1,3}{1,8} = \arcsen \frac{1,3}{1,8} = \arcsen (0,72) = 46^\circ.$$

Nella tabella seguente sono riassunte le principali proprietà del modello corpuscolare classico della luce e di quello ondulatorio.

Proprietà dei modelli interpretativi classici della luce

Fenomeno	Modello corpuscolare	Modello ondulatorio	Accordo con i dati sperimentali
Riflessione	I «corpuscoli» di luce effettuano urti elastici con le superfici su cui incidono.	Spiegata mediante il principio di Huygens.	Entrambi i modelli sono in accordo.
Rifrazione	Alla superficie di separazione tra due mezzi trasparenti si esercita una forza rivolta verso quello più rifrangente. La luce si muove più velocemente nel mezzo più rifrangente.	Spiegata mediante il principio di Huygens. La luce si muove più lentamente nel mezzo più rifrangente.	La velocità della luce nella materia è minore di quella nel vuoto, in accordo con il modello ondulatorio.
Dispersione della luce	Le particelle di luce di diversi colori hanno masse diverse.	Raggi di luce di colore diversi, nello stesso materiale, hanno indici di rifrazione diversi.	In accordo con il modello ondulatorio.

I fenomeni dell'interferenza e della diffrazione sono spiegati in modo naturale dalla teoria ondulatoria e non possono essere inclusi in quella corpuscolare.

9 LE ONDE ELETTROMAGNETICHE PIANE

Un'antenna trasmittente (figura 11) è una struttura di metallo, lungo la quale gli elettroni vengono fatti oscillare avanti e indietro a una frequenza opportuna. Il moto degli elettroni è generato dalla tensione fornita da un apposito circuito oscillante, che determina la frequenza f .

Mentre gli elettroni oscillano di moto armonico, l'antenna emette un'onda elettromagnetica di frequenza f che si propaga nello spazio.

I campi elettrici e magnetici generati dalle antenne sono molto complicati, ma le onde elettromagnetiche si ricevono a grande distanza dall'antenna ricevente.



Figura 11 Nell'antenna trasmittente gli elettroni sono posti in oscillazione da un opportuno circuito.

Ciò permette di semplificare la trattazione, perché in queste condizioni l'antenna appare puntiforme e le onde che essa emette hanno fronti d'onda sferici (figura 12). L'osservatore, però, rileva solo una calotta molto piccola della superficie sferica, per cui i fronti d'onda che egli riceve sono quelli di un'onda piana.

Il profilo spaziale dell'onda

Consideriamo una delle infinite rette che si dipartono dall'antenna. Essa rappresenta la direzione di propagazione dell'onda. In ogni punto di questa retta troviamo un campo elettrico \vec{E} e un campo magnetico \vec{B} , legati (nel vuoto) dalla condizione

$$E = cB. \quad (17)$$

I campi \vec{E} e \vec{B} sono perpendicolari e proporzionali tra loro; inoltre sono perpendicolari alla direzione di propagazione dell'onda.

L'onda elettromagnetica è, quindi, un'onda **trasversale**, in quanto le due grandezze che variano oscillano in senso perpendicolare allo spostamento dell'onda (figura 13). Immaginiamo di scattare un'«istantanea» dell'onda lontano dall'antenna.

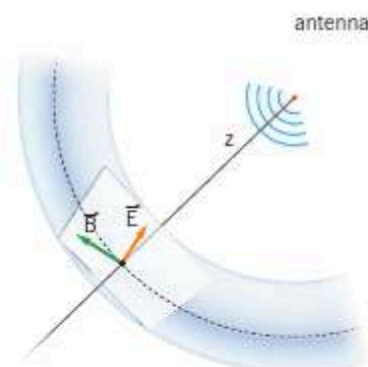
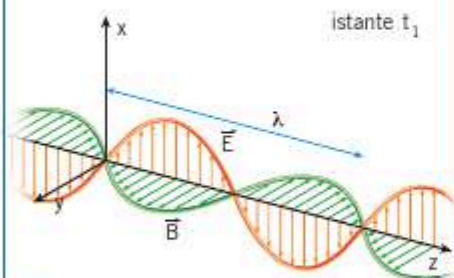


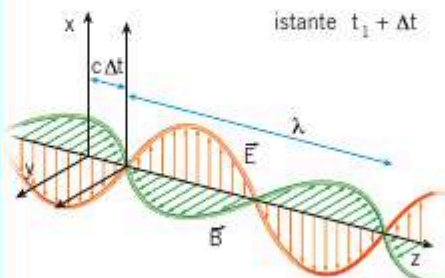
Figura 12 A grande distanza dall'antenna, una porzione limitata di un fronte d'onda sferico appare di forma piana.

Osserviamo che i valori dei due campi variano nello spazio in modo regolare, descrivendo un'onda che ha lunghezza d'onda λ .



A

Dopo un intervallo di tempo Δt l'intera onda si è spostata del tratto $c \Delta t$, dove c è la velocità della luce nel vuoto.



B



Figura 13 In un'onda elettromagnetica piana il campo elettrico e quello magnetico sono perpendicolari tra loro e alla direzione di propagazione dell'onda.

ESEMPIO

Un'onda elettromagnetica piana si propaga nel vuoto. A un certo istante e in un punto fissato, il modulo del suo campo magnetico vale $B = 5,1 \times 10^{-9} \text{ T}$.

► Quanto vale il modulo del campo elettrico E nello stesso punto e allo stesso istante?

Si può calcolare il campo elettrico richiesto con la formula (17):

$$\begin{aligned} E &= cB = \left(3,00 \times 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right) \times (5,1 \times 10^{-9} \text{ T}) = \\ &= 1,5 \frac{\cancel{\text{m}}}{\text{s}} \cdot \frac{\text{N}}{\text{A} \cdot \cancel{\text{m}}} = 1,5 \frac{\text{N}}{\text{C}}. \end{aligned}$$

L'onda elettromagnetica nel tempo

Ora ci mettiamo in un punto P fissato e osserviamo come variano \vec{E} e \vec{B} al passare del tempo. Come è illustrato nella **figura 14**, che è un grafico spazio-tempo, i due vettori variano continuamente con la stessa legge del moto armonico: per la (17) essi aumentano insieme fino a un valore massimo, si annullano nello stesso istante e giungono poi, contemporaneamente, ai loro valori minimi.

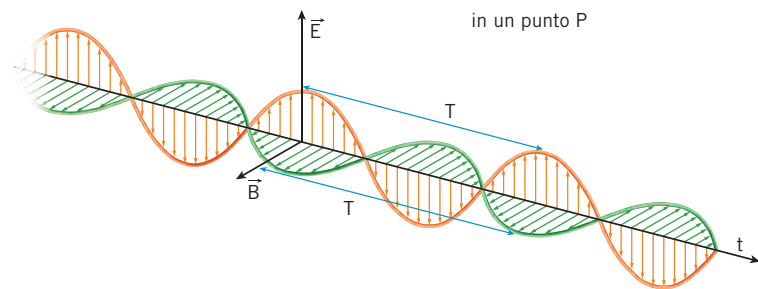


Figura 14 Variazione dell'onda magnetica, al trascorrere del tempo, in un punto fissato.

In un punto fissato, i campi \vec{E} e \vec{B} oscillano in modo concorde, entrambi con frequenza $f = c/\lambda$.

La ricezione delle onde elettromagnetiche

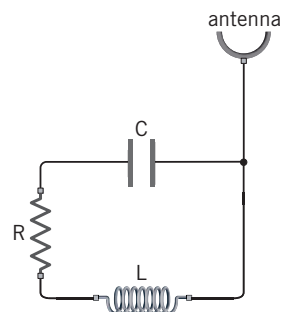


Figura 15 Circuito RLC che seleziona un'onda elettromagnetica di particolare frequenza tra quelle che giungono all'antenna ricevente.

Se nel punto P sistemiamo una sbarretta di metallo, questa funziona da **antenna ricevente**. Infatti, gli elettroni della sbarretta si muovono sotto l'effetto dei due campi e, così, creano una corrente che può essere captata e amplificata da un opportuno dispositivo. Poiché il campo elettrico compie lavoro nel fare oscillare gli elettroni, una parte dell'energia trasportata dall'onda è assorbita dall'antenna.

Per estrarre un segnale di una determinata frequenza f (per esempio una data stazione radiofonica) tra tutti quelli che giungono sull'antenna si deve fare ricorso a un **circuito di sintonia**. Il più semplice consiste in un circuito RLC in serie come quello della **figura 15**.

In esso può essere inserito un condensatore di capacità variabile, oppure una bobina con induttanza variabile.

Come è spiegato nel capitolo «L'induzione elettromagnetica», l'impedenza del sistema è minima quando vale la condizione di risonanza

$$LC = \frac{1}{(2\pi f)^2}. \quad (18)$$

La frequenza a cui corrisponde la minima impedenza è quella che viene captata dall'apparecchio radio; variando in modo opportuno il valore della capacità C o dell'induttanza L si seleziona la frequenza sulla quale ci si sintonizza.

Una capacità variabile può essere ottenuta in modo semplice con il dispositivo della **figura 16**, che ha delle lamine fisse alternate a lamine mobili: in questo modo, ruotando la parte mobile si varia l'area delle armature affacciate e, di conseguenza, la capacità C .

Un'induttanza variabile può invece essere costruita mediante una bobina in cui un nucleo di ferro può essere inserito o estratto in modo progressivo mediante una vite.

Nelle radio miniaturizzate che usiamo tutti i giorni la sintonia è realizzata mediante circuiti elettronici; per esempio, il condensatore variabile è sostituito da un componente chiamato *diodo varicap*, la cui capacità varia al variare della differenza di potenziale applicata. Così, applicando al componente una tensione opportuna si ottiene la sintonizzazione alla frequenza desiderata.

Ma sempre di più la sintonia si ottiene in modo completamente digitale, confrontando il segnale da estrarre con quello generato da un oscillatore locale regolato in modo opportuno.

L'energia trasportata da un'onda piana

Nel vuoto, due campi \vec{E} e \vec{B} costanti nel tempo determinano delle densità volumiche di energia elettrica e magnetica date, rispettivamente, dalle formule

$$\overline{w_E} = \frac{1}{2}\epsilon_0 E^2 \quad \text{e} \quad \overline{w_B} = \frac{1}{2\mu_0} B^2. \quad (19)$$

In un'onda piana, però, le intensità di \vec{E} e di \vec{B} variano nel tempo con legge sinusoidale oscillando, rispettivamente, tra $-E_0$ ed E_0 e tra $-B_0$ e B_0 , con

$$E_0 = cB_0$$

come conseguenza della relazione (17). Ne consegue che, per valutare la quantità di energia presente in una zona di spazio, dobbiamo calcolare i valori medi $\overline{w_E}$ e $\overline{w_B}$.

Come nel caso della potenza media erogata da una corrente alternata, il risultato che si ottiene è che il valore medio di questa grandezza è la metà di quello massimo. Possiamo così scrivere

$$w_E = \frac{1}{4}\epsilon_0 E_0^2 \quad \text{e} \quad w_B = \frac{1}{4\mu_0} B_0^2. \quad (20)$$

Un'onda elettromagnetica contiene entrambi i campi \vec{E} e \vec{B} .

La densità media di energia \overline{w} in un volume come quello della **figura 17** è la somma di $\overline{w_E}$ e $\overline{w_B}$. Otteniamo così

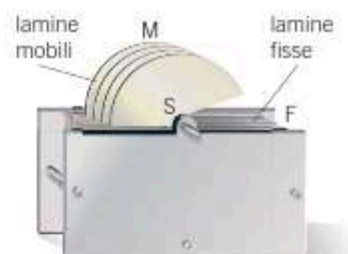


Figura 16 Condensatore variabile a lamine mobili.

Densità volumiche di energia

Le due formule (19) sono dimostrate, rispettivamente, nel capitolo «Fenomeni di elettrostatica» e nel capitolo «L'induzione elettromagnetica».

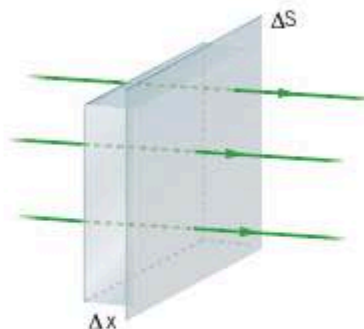


Figura 17 Volume per il quale si calcola la densità media di energia elettromagnetica.

$$\begin{aligned}\bar{w} &= \bar{w}_E + \bar{w}_B = \frac{1}{4} \left[\epsilon_0 E_0^2 + \frac{1}{\mu_0} B_0^2 \right] = \frac{1}{4} \epsilon_0 \left[E_0^2 + \frac{1}{\epsilon_0 \mu_0} \left(\frac{E_0}{c} \right)^2 \right] = \\ &= \frac{1}{4} \epsilon_0 \left[E_0^2 + c^2 \frac{E_0^2}{c^2} \right] = \frac{1}{2} \epsilon_0 E_0^2.\end{aligned}\quad (21)$$

L'ultimo passaggio mostra che, come conseguenza della relazione (17), le densità medie di energia elettrica e di energia magnetica sono uguali.

L'irradiazione \mathcal{E}_e di una superficie si calcola come

$$\mathcal{E}_e = \frac{W}{\Delta S \Delta t}, \quad (22)$$

Irradiazione

L'irradiazione di una superficie è definito nel capitolo «Le onde luminose».

dove W è l'energia media che, nell'intervallo di tempo Δt , attraversa la superficie piana di area ΔS perpendicolare alla direzione di propagazione dell'onda. Nella **figura 16**, scegliamo la lunghezza Δx in modo che sia uguale alla distanza percorsa dall'onda nell'intervallo di tempo Δt :

$$\Delta x = c \Delta t.$$

Allora si può scrivere $W = \bar{w} \Delta S \Delta x$; questa relazione, introdotta nella (22), dà:

$$\mathcal{E}_e = \frac{W}{\Delta S \Delta t} = \frac{\bar{w} \Delta S \Delta x}{\Delta S \Delta t} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \bar{w} = c \bar{w} = \frac{1}{2} c \epsilon_0 E_0^2. \quad (23)$$

Si vede così che

l'irradiazione dell'onda elettromagnetica è proporzionale al quadrato dell'ampiezza massima del campo \vec{E} .

Lo stesso è vero anche per l'ampiezza del campo \vec{B} , visto che i due campi, per la formula (17), sono proporzionali tra loro.

ESEMPIO

Su un foglio di carta, illuminato da una lampadina, incide un'onda elettromagnetica con irradiazione $\mathcal{E}_e = 0,27 \text{ W/m}^2$.

- Determina il valore massimo E_0 del campo elettrico oscillante presente nell'onda elettromagnetica. (Poni uguale a 1 la costante dielettrica relativa dell'aria.)

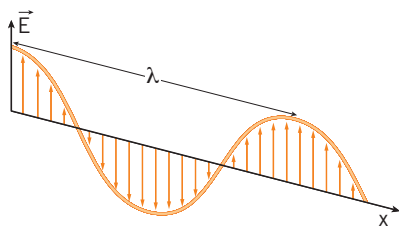
Isolando E_0 nella formula (23) otteniamo:

$$\begin{aligned}E_0 &= \sqrt{\frac{2\mathcal{E}_e}{c\epsilon_0}} = \sqrt{\frac{2 \times \left(0,27 \frac{\text{W}}{\text{m}^2}\right)}{\left(3,00 \times 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right) \times \left(8,854 \times 10^{-12} \frac{\text{C}^2}{\text{N} \cdot \text{m}^2}\right)}} = \\ &= 14 \sqrt{\text{W} \cdot \frac{\text{s}}{\text{m}} \cdot \frac{\text{N}}{\text{C}^2}} = 14 \sqrt{\frac{\text{N} \cdot \cancel{\text{m}}}{\cancel{\text{s}}} \cdot \frac{\cancel{\text{s}}}{\cancel{\text{m}}} \cdot \frac{\text{N}}{\text{C}^2}} = 14 \sqrt{\frac{\text{N}^2}{\text{C}^2}} = 14 \frac{\text{N}}{\text{C}}.\end{aligned}$$

10 LA POLARIZZAZIONE DELLA LUCE

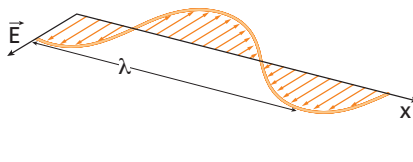
In un'onda elettromagnetica, il campo elettrico può oscillare (sempre perpendicolarmente alla direzione del moto dell'onda) in modi molto diversi:

► se \vec{E} oscilla sempre in un piano verticale, l'onda è *polarizzata verticalmente*.



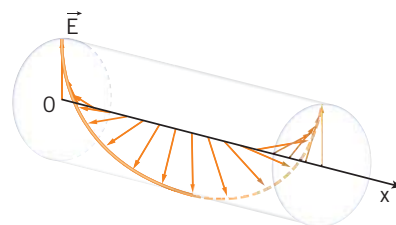
A

► Se \vec{E} oscilla sempre in un piano orizzontale, l'onda è *polarizzata orizzontalmente*.



B

► Se \vec{E} ruota attorno alla direzione di propagazione, l'onda è *polarizzata circolarmente*.



C

Un'onda si dice **polarizzata** quando l'oscillazione dei vettori \vec{E} e \vec{B} ha caratteristiche ben definite.

Nella luce naturale, che è la sovrapposizione di onde luminose emesse in modo casuale da un grande numero di atomi, le direzioni di \vec{E} e \vec{B} , pur sempre perpendicolari alla direzione di propagazione, si distribuiscono in modo qualunque; quindi si tratta di *luce non polarizzata*.

Nei primi due esempi l'onda elettromagnetica si dice *polarizzata linearmente*. Visto che ogni vettore \vec{E} che giace nel piano perpendicolare alla direzione di propagazione dell'onda può essere scomposto in due componenti orizzontale e verticale, è sufficiente studiare questi due casi, perché qualunque altra onda polarizzata può essere ottenuta come opportuna sovrapposizione di un'onda polarizzata orizzontalmente e di un'onda polarizzata verticalmente.

Il polarizzatore

Esistono particolari filtri, detti **polarizzatori**, che permettono il passaggio soltanto di un determinato tipo di luce polarizzata.

Se si fa incidere sul polarizzatore della luce naturale di irradiazione $\mathcal{E}_e^{(0)}$, la luce uscente da esso ha un irradimento

$$\mathcal{E}_e = \frac{1}{2} \mathcal{E}_e^{(0)},$$

perché, in media, metà delle onde con polarizzazione casuale che incidono sul polarizzatore sono eliminate.

Un **polarizzatore lineare** contiene fibre conduttrici allineate tra loro; esso può essere attraversato soltanto da luce polarizzata linearmente nella direzione dell'*asse di trasmissione* del polarizzatore.

Il campo magnetico dell'onda

Visto che il campo magnetico è sempre perpendicolare al campo elettrico e proporzionale a esso, conoscendo \vec{E} si conosce anche \vec{B} . Perciò, in questa trattazione è sufficiente parlare del comportamento di \vec{E} .

Quando la luce incide sul filtro, il componente del campo elettrico parallelo alle fibre viene assorbito, perché è in grado di muovere i portatori di carica presenti nelle fibre e compie lavoro su di essi (figura 18).

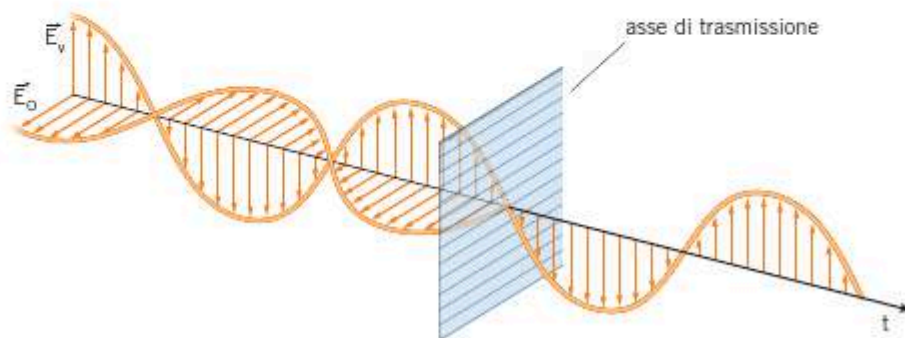
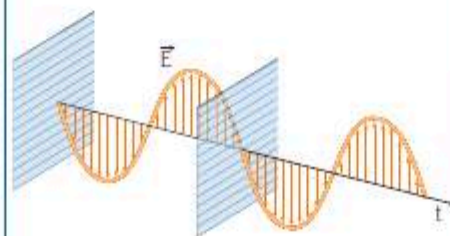


Figura 18 Un filtro polarizzatore assorbe la parte di onda elettromagnetica che ha il vettore campo elettrico parallelo alle fibre conduttrici contenute nel filtro stesso.

Quindi

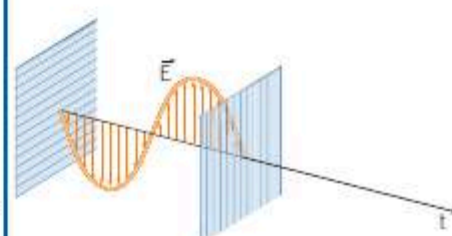
passa soltanto la parte di radiazione il cui campo elettrico oscilla in direzione perpendicolare alle fibre e, così, la luce risulta polarizzata.

Questa luce polarizzata è trasmessa inalterata da un secondo polarizzatore con asse di trasmissione parallelo a quello del primo.



A

Lo stesso polarizzatore, ruotato di 90° , farebbe passare soltanto luce polarizzata orizzontalmente e, quindi, blocca quella che proviene dal filtro verticale.



B

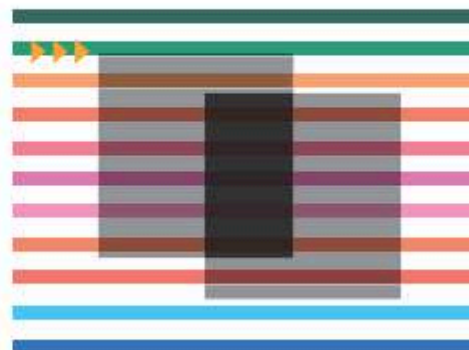
IN LABORATORIO

Polarizzazione lineare della luce

- Video (2 minuti)
- Test (3 domande)

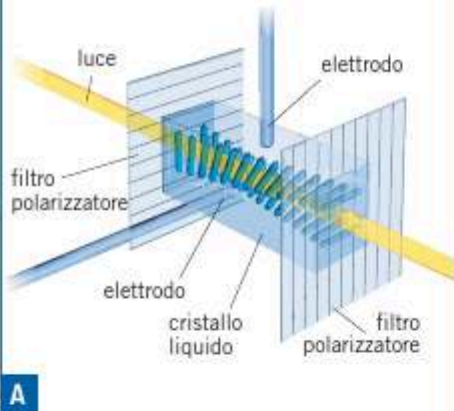


La foto mostra **due filtri polarizzatori lineari** con gli assi di trasmissione perpendicolari: si vede che ciascuno di essi è trasparente alla luce di frequenza, e quindi di colori, diversi, ma la zona in cui essi sono sovrapposti è scura.

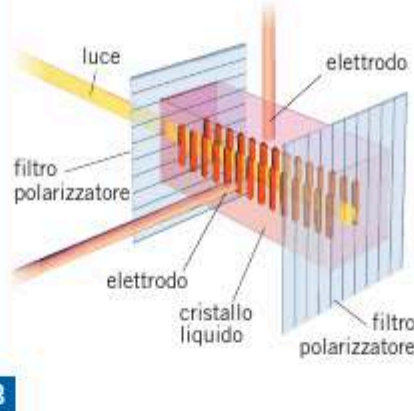


Questo fenomeno è sfruttato negli schermi a cristalli liquidi. In essi sono utilizzati due filtri polarizzatori perpendicolari tra loro; i cristalli liquidi presenti tra i due filtri hanno la capacità di ruotare progressivamente il piano di polarizzazione della luce che li attraversa.

Così la luce polarizzata verticalmente dal primo filtro giunge al secondo polarizzata orizzontalmente e passa attraverso di esso. Il punto sullo schermo è chiaro.



Un campo elettrico cambia la forma dei cristalli liquidi; così la luce dal primo filtro non viene modificata e non attraversa il secondo. Il punto sullo schermo è scuro.



La luce riflessa da superfici isolanti e quella diffusa dall'atmosfera terrestre risultano parzialmente polarizzate. È per questo che certi occhiali da sole hanno lenti che, oltre a essere oscurate, sono provviste di un filtro polarizzatore: esso consente di ridurre in modo efficace, per esempio, un fascio di luce che è riflesso, e quindi polarizzato, da una vetrina posta a fianco della strada e che potrebbe «accecare» un autista che lo riceve direttamente.

La legge di Malus

Se un fascio di luce polarizzato linearmente incide, con un irradiazione $\mathcal{E}_e^{(0)}$, su un filtro polarizzatore che ha l'asse di trasmissione inclinato di un angolo α rispetto al piano di polarizzazione della luce, l'irradiazione della luce uscente dal filtro è

$$\mathcal{E}_e = \mathcal{E}_e^{(0)} \cos^2 \alpha \quad (24)$$

Questa formula è detta **legge di Malus**, dal nome del fisico francese Étienne-Louis Malus (1775-1812). Per dimostrarla, scomponiamo il campo elettrico della luce incidente nella direzione dell'asse di trasmissione del polarizzatore e in quella perpendicolare (figura 19). Questo componente è irrilevante, perché è bloccato dal filtro polarizzatore.

Se il campo elettrico \vec{E} della luce incidente ha ampiezza E_0 , l'ampiezza del componente \vec{E}_{\parallel} , parallelo all'asse di trasmissione del filtro, è

$$E_{\parallel 0} = E_0 \cos \alpha.$$

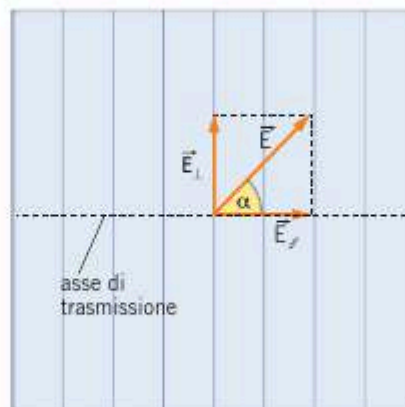


Figura 19 Il vettore \vec{E} dell'onda luminosa, che si propaga perpendicolarmente al disegno, è scomposto in due componenti, una parallela e l'altra perpendicolare all'asse di trasmissione.

Per la formula (23), l'irradiamento E_e relativo a questo fascio è

$$\mathcal{E}_e = \frac{1}{2} c \epsilon_0 E_{//0}^2 = \frac{1}{2} c \epsilon_0 (E_0 \cos \alpha)^2 = \left(\frac{1}{2} c \epsilon_0 E_0^2 \right) \cos^2 \alpha.$$

Ancora per la formula (23), la parte in parentesi è l'irradiamento $\mathcal{E}_e^{(0)}$ relativo alla radiazione incidente, per cui la formula (24) è dimostrata.

ESEMPIO

La luce che esce da un filtro polarizzatore ha irradiamento $\mathcal{E}_e^{(0)} = 0,68 \text{ W/m}^2$. Un secondo polarizzatore ha l'asse di trasmissione ruotato di $\alpha = 45^\circ$ rispetto a quello del primo.

► Calcola l'irradiamento \mathcal{E}_e della luce trasmessa dal secondo polarizzatore.

Il problema si risolve con la legge di Malus (24):

$$\mathcal{E}_e = \mathcal{E}_e^{(0)} \cos^2 \alpha = \left(0,68 \frac{\text{W}}{\text{m}^2} \right) \times [\cos(45^\circ)]^2 = \left(0,68 \frac{\text{W}}{\text{m}^2} \right) \times \left(\frac{\sqrt{2}}{2} \right)^2 = 0,34 \frac{\text{W}}{\text{m}^2}.$$

11 LO SPETTRO ELETTROMAGNETICO

Sappiamo che la luce visibile è un particolare tipo di onda elettromagnetica. Altri tipi sono, per esempio, le onde radio, i raggi ultravioletti e i raggi X.

Nel vuoto, tutte le onde elettromagnetiche si propagano con velocità c . Ciò che differenzia le diverse onde elettromagnetiche è la loro frequenza di oscillazione.

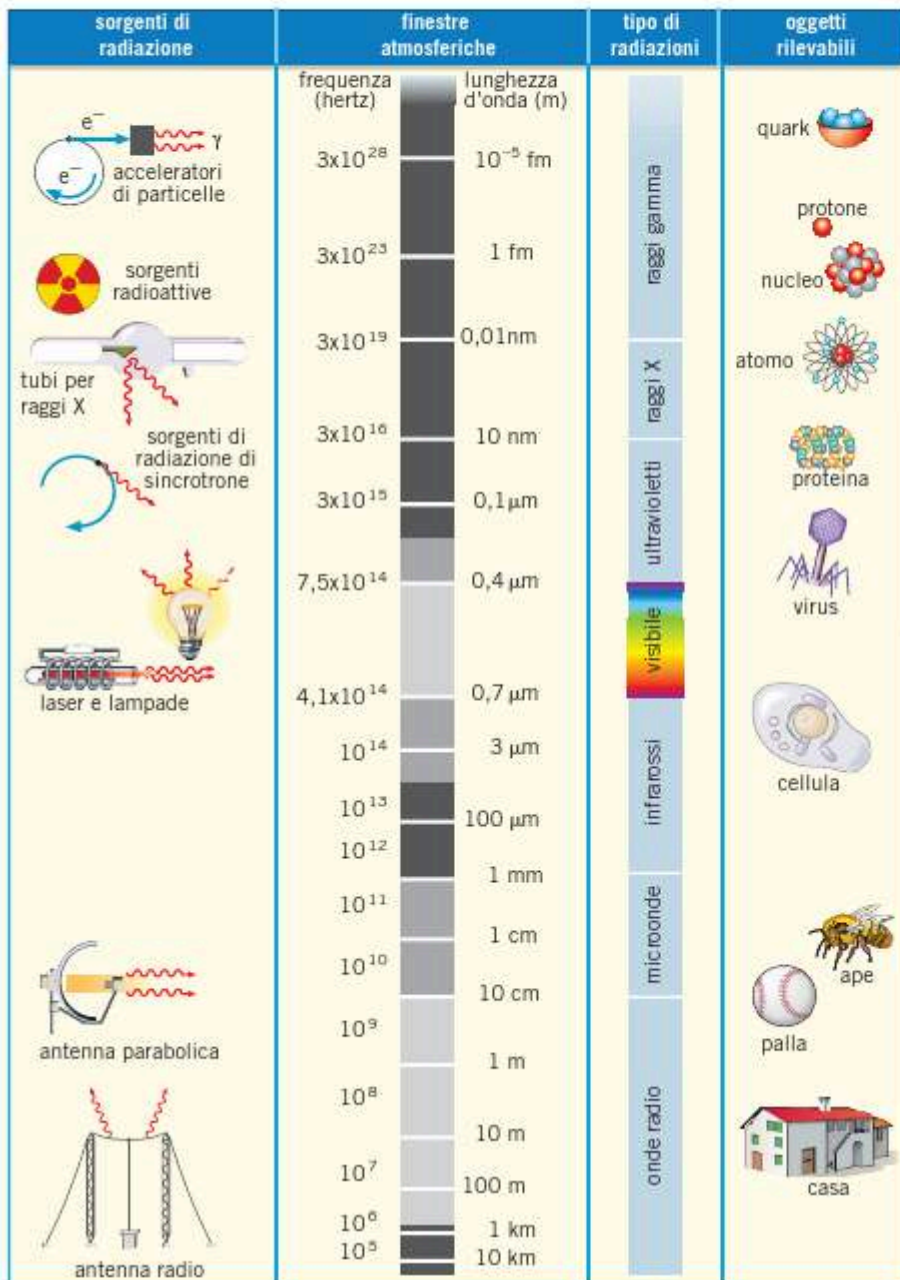
Radiotelescopi

Il radiotelescopio del Kitt Peak National Observatory (Arizona) della fotografia qui a fianco utilizza onde elettromagnetiche della lunghezza d'onda da 1 a 9 mm.



Si chiama **spettro elettromagnetico** l'insieme delle frequenze delle onde elettromagnetiche.

La tabella della pagina seguente riporta le principali proprietà dello spettro elettromagnetico. La scala delle frequenze e delle lunghezze d'onda non è regolare: strisce di uguale lunghezza non rappresentano intervalli uguali di frequenze.

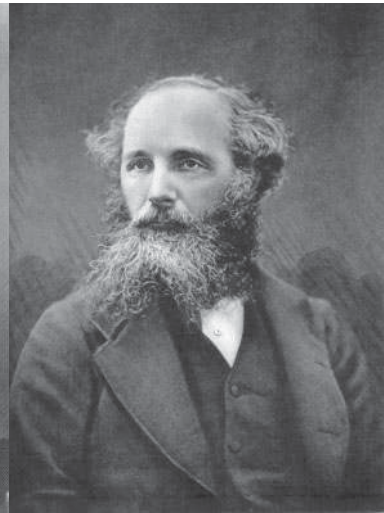
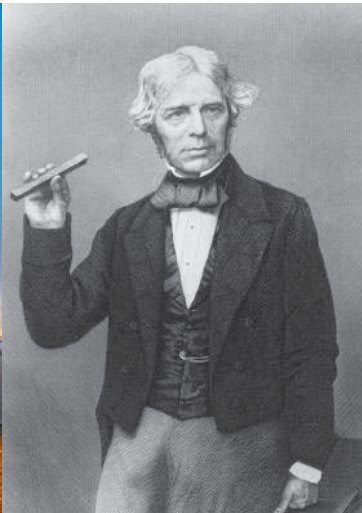
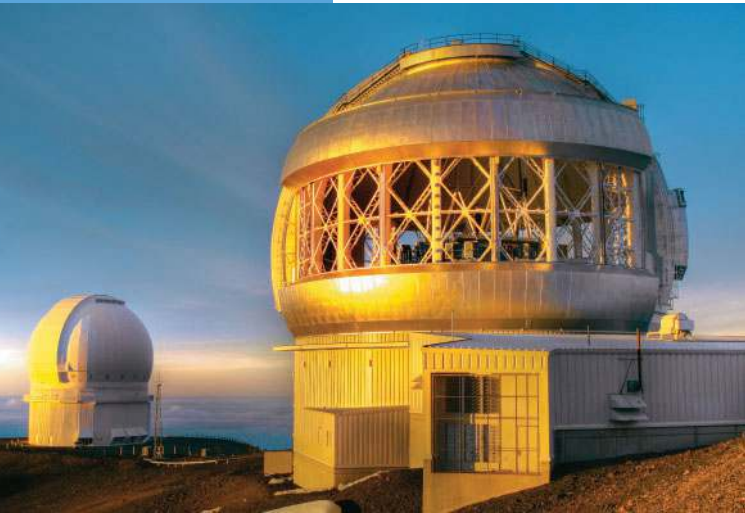


La colonna delle *finestre atmosferiche* indica qualitativamente quali radiazioni sono assorbite dall'atmosfera. Per esempio, l'atmosfera assorbe i raggi X e gamma che arrivano dallo spazio (striscia scura), impedendo che queste radiazioni danneggino la vita sulla Terra. È invece trasparente (striscia chiara) alla luce visibile e alle onde radio che provengono dal Sole e dalle stelle.

Nella colonna degli *oggetti rilevabili* sono disegnati alcuni oggetti che possono essere osservati con la parte dello spettro elettromagnetico indicata a lato (e con tutte quelle di lunghezza d'onda inferiore).

Infatti, a causa del fenomeno della diffrazione, per avere ombre nette è necessario che la lunghezza d'onda della radiazione utilizzata sia minore delle dimensioni dell'oggetto rilevato. Così, per osservare un'ape serve una radiazione che abbia una lunghezza d'onda non maggiore di 10^{-2} m e per osservare una cellula occorrono almeno le lunghezze d'onda del visibile.

SINTESI, MODERNITÀ E INNOVAZIONE: L'IDEA DI «CAMPO»



Tutti abbiamo in tasca un cellulare e sappiamo che qualche volta lo possiamo usare e qualche volta no. «Non c'è campo» è una frase che si sente spesso: non c'è campo in montagna e non c'è campo in metropolitana, ad esempio. Ma cos'è che non c'è quando «non c'è campo»?

Il fenomeno è questo: i cellulari risentono, quasi dappertutto, di una qualche azione, che però non è presente in alcuni luoghi (la montagna, la metropolitana) dove questa grandezza non arriva. Proprio il telefonino ci permette di verificare la presenza o meno del campo elettromagnetico, che, emesso dalle antenne distribuite sul territorio, esercita forze sulle cariche elettriche mobili presenti nell'antenna del telefonino stesso.

Dal punto di vista logico il telefonino è come una carica di prova, che ci segnala l'esistenza di un effetto che i nostri sensi non percepiscono.

NEWTON E LE FORZE

Ma come si è giunti a sviluppare il concetto di campo? Partiamo dall'inizio.

Era il 1687 e Isaac Newton pubblicava i *Philosophiae Naturalis Principia Mathematica*, in cui propose per primo in modo compiuto e chiaro il concetto di forza. Da

quel momento si afferma l'idea che dall'esterno le forze modificano lo stato di moto di un corpo. La Terra si muove lungo un'orbita attorno al Sole perché questo esercita una forza di attrazione su di essa.

Con Newton, la forza non è più «nel» corpo e «nel» suo movimento ma è qualcosa di esterno che modifica lo stato di moto. Così esterna che Newton stesso considera due tipi di forze: quelle «di contatto» e quelle «a distanza». In realtà la distinzione non è così netta: per esempio, ora sappiamo che la forza di attrito (che per Newton era senz'altro una forza di contatto) è in realtà una forza elettrica a distanza tra cariche che fanno parte di molecole molto vicine tra loro.

Successivamente oltre al concetto di azione a distanza fu introdotto quello di «campo», che permette di risolvere problemi di tipo logico («come fa una forza, come quella gravitazionale, ad agire a distanza attraverso lo spazio vuoto?») ma, soprattutto, ha aperto la strada a sviluppi prima inimmaginabili.

FARADAY E IL CAMPO

Negli anni Venti dell'Ottocento prendono piede le ricerche sui fenomeni elettrici e sul magnetismo. È Michael Faraday che

1 Osservatorio di Mauna Kea, Hawaii
(Tomas Banik/Shutterstock)

2 Michael Faraday
(National Library Of Medicine/
Science Photo Library)

3 James Clerk Maxwell
(Emilio Segre Visual Archives/
American Institute Of Physics/
Science Photo Library)

4 Simulazione del CERN sulla
rivelazione delle particelle
di Higgs.

durante la sua ricerca sul magnetismo capisce che il campo elettrico e quello magnetico non sono solo campi di forza che influenzavano il moto delle particelle, ma concetti fisici analoghi al campo gravitazionale. Tre fenomeni apparentemente distinti (magnetismo, elettricità e gravitazione) vengono ricondotti a una stessa idea fisico-matematica: quella di «campo».

Faraday infatti affianca alla ricerca sperimentale riflessioni teoriche generali. E scrive: «Non bisogna supporre per un momento che speculazioni di questo tipo siano inutili o necessariamente dannose. Esse dovrebbero essere sempre considerate come dubbie e soggette a errore e a variazione, ma sono tuttavia ausili potenti nelle mani dello sperimentatore e del matematico, in quanto esse sono utili non solo per rendere provvisoriamente più chiara un'idea vaga, fornendole qualcosa come una forma definita che può essere soggetta all'esperimento e al calcolo, ma conducono anche, attraverso un processo di deduzione e correzione, alla scoperta di nuovi fenomeni, e provocano così un aumento e un avanzamento della verità fisica reale che, a differenza delle ipotesi che portano a essa, diviene conoscenza fondamentale, destinata a non essere cambiata».

Insomma Faraday aveva già colto che i campi «sono degli ausili potenti nelle mani dello sperimentatore e del matematico» in particolare perché «conducono anche alla scoperta di nuovi fenomeni», generando «un avanzamento della verità fisica reale» che «diviene una conoscenza fondamentale».

MAXWELL E L'ELETTROMAGNETISMO

Da lì a poco, nel decennio 1856-1865, James Clerk Maxwell completa la sua teoria elettromagnetica, e porta a compimento e maturazione la riflessione di Faraday, con l'introduzione delle equazioni per il campo elettromagnetico: le equazioni di Maxwell sono ancora oggi il prototipo delle equazioni di campo.

Lo stesso Maxwell nel 1865 esplicita: «Ho preferito cercare una spiegazione dei fenomeni elettrici e magnetici supponendo che essi siano prodotti da azioni che avvengono nel mezzo circostante oltre che nei corpi eccitati, sforzandomi di spiegare l'azione tra corpi distanti senza assumere l'esistenza di forze capaci di agire direttamente a notevole distanza. La teoria che propongo può perciò essere chiamata una teoria del “campo elettromagnetico” poiché essa ha a che fare con lo

spazio nelle vicinanze di corpi elettrici e magnetici, e può essere definita una teoria “dinamica” poiché assume che nello spazio vi sia della materia in movimento dalla quale vengono prodotti gli effetti osservati».

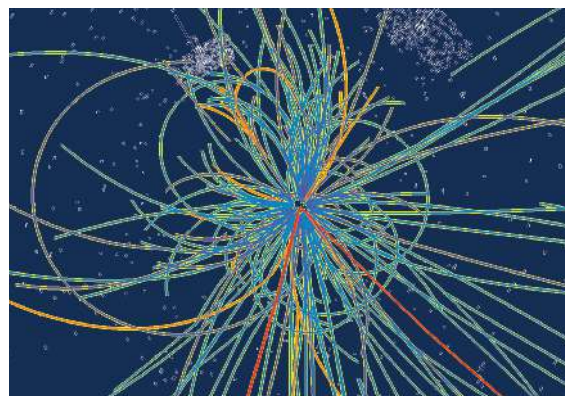
In effetti, con la scoperta delle onde elettromagnetiche, il campo elettrico e quello magnetico devono essere considerati come oggetti fisici reali che si propagano con una loro velocità trasportando energia nello spazio.

LA FISICA DEL CERN

L'idea di campo e il linguaggio matematico che da esso nasce sono alla base anche degli sviluppi della fisica recente e futura. Un campo *quantizzato* permette di descrivere la creazione e l'annichilazione di coppie particella-antiparticella.

In particolare, il *campo di Higgs* promette di spiegare l'origine delle masse delle particelle fondamentali mediante le particolari interazioni che ha con esse. Si tratta di un campo scalare che, a differenza di un campo di pressione o di densità, interagisce con se stesso, facendo in modo di abbassare l'energia totale dell'Universo. Così il campo di Higgs, per il solo fatto di essere presente, giustifica la propria esistenza. Le *particelle di Higgs*, le manifestazioni corpuscolari di questo campo, sono attivamente ricercate in tutti i più grandi laboratori di particelle del mondo, a cominciare dal CERN di Ginevra.

Così, a partire dal quello gravitazionale fino a quello quantizzato, il concetto di «campo» ha avuto un successo e un'utilità assolutamente imprevedibili a priori. Si tratta di un concetto *fecondo* che, come diceva Faraday, ha fornito un «ausilio potente» su cui i fisici hanno basato i propri ragionamenti, precisandone le caratteristiche ed estendendone le applicazioni.



LA SCIENZA È FALSIFICABILE: POPPER



Illustrazione di Emiliano Ponzi

«La scienza non è l'assimilazione di dati sensibili che entrano in noi attraverso gli occhi, le orecchie e così via e che noi poi in qualche modo mescoliamo e trasformiamo in teorie. [...] La scienza consta di teorie, che sono opera nostra. Noi facciamo teorie.»

(K. R. Popper)

La scoperta di J.J. Thomson che tutte le particelle di un fascio catodico hanno la stessa carica specifica appare come un risultato puramente sperimentale e dunque come un esempio di ciò che, secondo i Neopositivisti, può dirsi scienza: una legge generale ottenuta per **induzione**, a partire da una raccolta di *fatti*. Tuttavia, si può dire che esista una relazione univoca e diretta tra i *fatti* (cioè le misurazioni svolte, l'apparecchiatura impiegata, le osservazioni del fascio catodico) e la scoperta dell'elettrone? Questo problema ci introduce alle riflessioni di Karl Raimund **Popper** (1902-1994), considerato dagli stessi Neopositivisti «l'oppositore ufficiale» del Circolo di Vienna.

OSSERVAZIONE E TEORIA

Il primo punto criticato da Popper riguarda la nozione di fatto. Secondo i Neopositivisti, un fatto è ciò che si presenta alla pura osservazione: per questo, esso viene percepito da chiunque in maniera chiara e univoca.

Per scardinare i fondamenti di questa visione, Popper utilizza un singolare esperimento. Un giorno entra in aula e dice ai suoi studenti di fisica: «Prendete carta e matita; osservate attentamente e registrate quel che avete osservato.» Gli studenti, sbalorditi, gli domandano: «Ma che cosa dobbiamo osservare?»

Questa è la prova che l'osservazione pura non esiste. I fatti non si presentano spontaneamente allo sguardo, ma devono essere cercati mediante opportune domande. Un problema da risolvere o un'ipotesi da verificare sono gli elementi che gui-

dano l'osservazione e logicamente la precedono. E i problemi e le ipotesi hanno senso solo se vi è una teoria o un modello, anche primitivo, che li inquadri. L'osservazione, conclude Popper, è carica di teoria (*theory ladenness*).

ESPERIMENTO E TEORIA

In fase sperimentale, lo studio dei fenomeni è ulteriormente veicolato dalla teoria, la quale influenza sia la costruzione degli apparati di osservazione, sia la progettazione di esperimenti. Per quanto riguarda gli **strumenti di osservazione**, è esemplare il caso di Galileo. Se l'atto di puntare un telescopio verso il cielo ci appare oggi naturale, così non era nel Seicento. La filosofia della natura allora prevalente sosteneva infatti una netta separazione tra il mondo terrestre (o sublunare) e quello dei corpi celesti.

L'atto di Galileo rappresenta una clamorosa rivoluzione *concettuale*, perché sottende la possibilità di applicare al cielo la fisica terrestre. In secondo luogo, l'adozione del telescopio come strumento di osservazione della realtà non era affatto naturale nel Seicento. Il suo funzionamento presuppone la conoscenza di una teoria fisica: l'ottica. Grazie all'ottica possiamo affermare che, se osserviamo una formica a occhio nudo e poi con una lente, vediamo ancora la stessa formica, ma ingrandita. Ancora meno scontata è l'applicazione di questo ragionamento ai corpi celesti: nel Seicento non era ovvio che quello che si poteva vedere puntando il telescopio verso il cielo fosse lo stesso oggetto, che a occhio nudo era un puntino

luminoso, ingrandito. È chiaro dunque che un'affermazione apparentemente empirica, come: «guarda qui, si vede col telescopio!» contiene, nel caso delle osservazioni di Galileo, una forte carica di teoria.

Nel caso della **progettazione di esperimenti** la teoria assume un ruolo ancora più determinante. La progettazione dell'esperimento di J.J. Thomson, ad esempio, sottende un bagaglio corposo di *conoscenze* fisiche (campo elettrico, dinamica di un punto materiale ecc.) e la lettura dei suoi risultati richiede l'adozione, precedente all'esperimento stesso, di un apparato di ipotesi e concetti. In questo caso, sono fondamentali i concetti di forza e accelerazione e le leggi che legano la prima grandezza alla seconda e alla carica elettrica. Inoltre, l'intera progettazione dell'esperimento discende dall'aver considerato il fascio catodico come un insieme di particelle cariche.

RACCOLTE DI FATTI?

La critica di Popper all'induttivismo riguarda anche il processo mediante il quale, a partire da una raccolta di fatti, si vorrebbe formulare un giudizio universale. Ad esempio, osserviamo l'inferenza descritta qui sotto:

«Questo cigno (1) è bianco»	}	«Tutti i cigni sono bianchi»
«Questo cigno (2) è bianco»		
«Questo cigno (3) è bianco»		
«Questo cigno (100) è bianco»		
(giudizio particolare)		(giudizio universale)

Essa rappresenta un errore logico, perché si fonda su un passaggio illecito da un insieme finito di giudizi particolari a un giudizio universale, che vale per un numero illimitato di casi.

L'elaborazione di un giudizio universale, come una legge scientifica, non può essere un procedimento puramente empirico di raccolta e «spremitura» di tantissime osservazioni, come voleva Bacon. Per *fare* una teoria occorre un tocco di genio o, per dirla con Popper, un'intuizione creativa, che suggerisca allo scienziato una visione più ampia dei fenomeni: essa consiste in una nuova ipotesi esplicativa, che lo scienziato elabora liberamente e che *poi* sottopone alla prova empirica. I fatti, che per i Neopositivisti costituivano l'ingrediente fondamentale della scienza, intervengono solo nel secondo stadio dell'impresa scientifica: quello del **controllo empirico**. La fase della **scoperta**, invece, contiene sempre un elemento irrazionale. Che cos'è allora la scienza, secondo Popper?

SCIENZA È CIÒ CHE È FALSIFICABILE

Popper elabora un nuovo criterio per distinguere ciò che è scienza da ciò che non lo è. La critica alla nozione di fatto e il ruolo assegnato alla creatività dello scienziato rendono inadeguato il criterio neopositivistico della verificabilità («scientifico è ciò che è verificabile mediante il confronto coi fatti»). Il nuovo criterio di demarcazione è la **falsificabilità**: una teoria è scientifica solo quando è possibile confutarla, ossia, quando è possibile trovare un fatto che, dopo controlli ripetuti, non si accorda con ciò che la teoria stessa prevede in maniera univoca. In questo senso, l'astrologia è una pseudoscienza, perché non è possibile sottoporre la sua metodologia a un controllo rigoroso.

La condotta dello scienziato moderno è una conseguenza di questa caratteristica della scienza: quando propone una nuova teoria, egli la pubblica su una rivista scientifica, in modo che i suoi colleghi possano metterla alla prova. Il rinvenimento di un errore nella teoria non sminuisce la stima nello scienziato che l'ha proposta, ma dà notorietà a chi l'ha falsificata.

IL PROGRESSO DELLA SCIENZA

La scienza popperiana è un sapere congetturale, dotato di **verità provvisoria**: ogni teoria è vera soltanto fino a prova contraria. Ma la probabilità che essa venga in futuro falsificata diminuisce all'aumentare del numero di prove sperimentali.

Va sottolineato che la costante autocritica cui la scienza sottopone i propri risultati costituisce un indispensabile fattore di progresso. Per esempio, le leggi di **Keplero**, che per secoli si sono dimostrate vere alla prova dei fatti, hanno incontrato un'eccezione nel caso di Mercurio. Esso descrive un'orbita aperta, detta «a rosetta», che non rientra nel modello previsto da Keplero. La falsificazione della teoria porta, nel XX secolo, a un suo fecondo superamento. La relatività generale non solo fornisce un nuovo modo di comprendere tutte le osservazioni, che avevano sostenuto la teoria precedente, ma spiega anche il caso di Mercurio. Fino ad ora verificata, la relatività generale attende di essere migliorata ed eventualmente falsificata.

ALTRE TEORIE EPISTEMOLOGICHE

- I **Neopositivisti** (pagina 988) sostengono che la scienza sia un sapere empirico ottenuto per induzione, **verificabile** ma mai assolutamente certo.
- **Kuhn** (pagina 1144) sostiene che il passaggio da una teoria all'altra richieda un radicale mutamento di **punto di vista**.
- Il punto di vista dell'autore a pagina 1330.

12 LE ONDE RADIO E LE MICROONDE

Esaminiamo ora le diverse parti dello spettro elettromagnetico.

Le **onde radio** occupano la parte a bassa frequenza dello spettro, con lunghezze d'onda comprese tra 10 km e 10 cm.

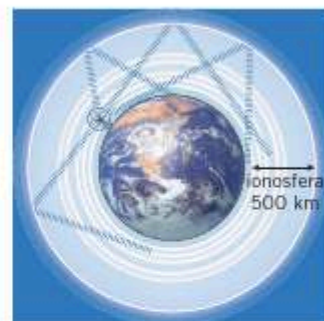
Per le trasmissioni radio si utilizzano diverse onde elettromagnetiche a seconda delle differenti esigenze. Per esempio:

le onde medie hanno lunghezze d'onda attorno a 300 m. Grazie alla diffrazione, queste onde aggirano facilmente ostacoli piccoli come alberi e case. Sono invece fermate dalle montagne.



A

Per trasmissioni a lunga distanza sono usate onde radio con λ compresa tra 10 km e 10 m. Queste onde sono riflesse dagli strati ionizzati dell'atmosfera e possono così superare la curvatura terrestre.

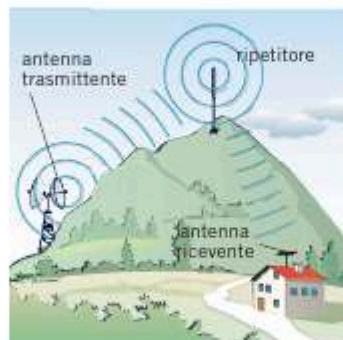


B

I segnali televisivi viaggiano su onde che hanno una lunghezza d'onda dell'ordine del metro. Esse possono essere bloccate facilmente anche da ostacoli di piccole dimensioni.

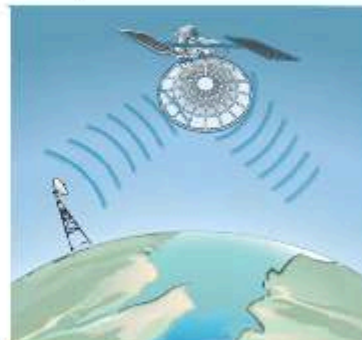
Quindi, i segnali televisivi possono essere captati soltanto da antenne che hanno dimensioni dell'ordine del metro e «vedono» il trasmettitore.

Per fare in modo che il segnale televisivo possa essere visto ovunque (e anche per rinforzarlo), tra la stazione televisiva e gli utenti sono situati molti *ripetitori*, che ricevono il segnale e lo inviano di nuovo dopo averlo amplificato.



A

In alternativa, il segnale televisivo è inviato a un satellite in orbita, che lo amplifica e lo rimanda verso Terra. Poiché tutte le antenne riceventi «vedono» il satellite, non c'è bisogno di installare dei ripetitori per ritrasmettere il segnale.



B

Le microonde

La lunghezza d'onda delle **microonde** è compresa tra 10 cm e 1 mm.

Le microonde sono utilizzate per le comunicazioni telefoniche a lunga distanza, ma anche per i telefonini cellulari.

Il *radar* emette impulsi di microonde che sono riflessi da aerei, navi e altri oggetti di grandi dimensioni. L'intervallo di tempo che separa l'emissione dell'impulso dalla ricezione del segnale riflesso consente di determinare la distanza dell'ostacolo e di localizzare la sua posizione.

Nei **forni a microonde** la radiazione elettromagnetica agisce sulle molecole d'acqua e su altre molecole polari che sono contenute nei cibi. Mentre il campo elettrico della radiazione oscilla, esercita una forza sulle cariche elettriche di queste molecole, che oscillano a loro volta per allinearsi al campo \vec{E} .

Il processo assorbe energia dalle onde elettromagnetiche e la trasferisce al cibo contenuto nel forno, che così si riscalda.



mojito.mak@gmail.com/Shutterstock

13 LE RADIAZIONI INFRAROSSE, VISIBILI E ULTRAVIOLETTE

Una lampadina emette radiazione infrarossa, visibile e ultravioletta.

La **radiazione visibile** è costituita dalle onde elettromagnetiche che percepiamo sotto forma di luce.

Questa parte dello spettro elettromagnetico è approssimativamente compresa tra la lunghezza d'onda di 7×10^{-7} m (che il nostro cervello interpreta come colore rosso) e quella di 4×10^{-7} m, che vediamo come violetto.

A ogni lunghezza d'onda compresa tra questi due estremi il nostro cervello associa una delle sfumature presenti nei colori dell'arcobaleno. Al di fuori di questo intervallo, l'occhio è cieco.

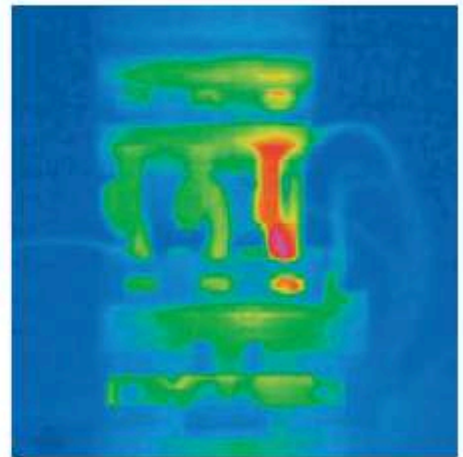
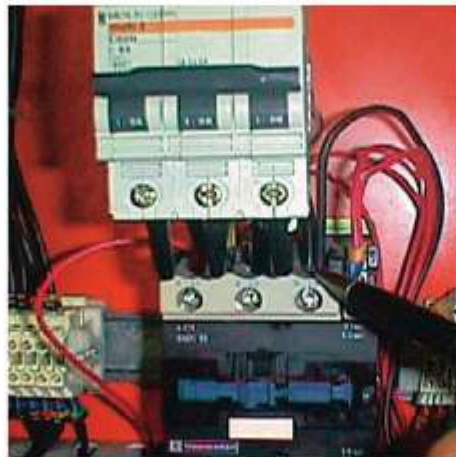
La radiazione infrarossa

A lunghezze d'onda maggiori di 7×10^{-7} m e fino a 1 mm troviamo la **radiazione infrarossa**.

Noi percepiamo sulla pelle le radiazioni infrarosse come una sensazione di calore. Si possono fare riprese e fotografie nell'infrarosso, che servono per mettere in evidenza le differenti temperature di una stessa zona o di uno stesso oggetto.

Per esempio, una condizione di pericolo che si realizza in un circuito elettrico difettoso o sovraccaricato può essere riconosciuta subito, senza neppure aprire il dispositivo, con una fotografia fatta con una pellicola a raggi infrarossi. Nella fotografia a destra della **figura 20** alla pagina seguente, le parti in giallo e verde sono più calde di quelle in blu e quelle in rosso sono ancora più calde.

Figura 20 Una foto a raggi infrarossi mette in evidenza le differenze di temperatura all'interno di un dispositivo elettrico.



È evidente che un componente elettrico si sta scaldando troppo e deve essere riparato.

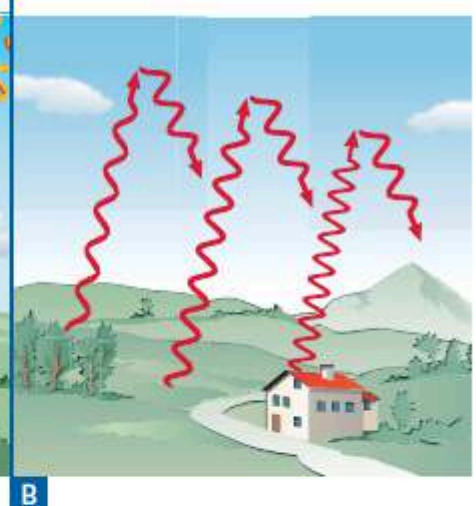
Satelliti in orbita fuori dell'atmosfera osservano il cielo rilevando le radiazioni infrarosse. Grazie a essi è possibile rilevare corpi e oggetti celesti «freddi», come **nubi di gas**, nane brune, molecole interstellari o pianeti.

Si può misurare la temperatura corporea grazie a termometri che, inseriti nell'orecchio, analizzano la radiazione infrarossa emessa dal sangue che circola nel timpano.

Il biossido di carbonio (CO_2) che si trova nell'atmosfera è trasparente alla luce visibile, ma assorbe le radiazioni infrarosse.

Una parte dell'energia che proviene dal Sole attraversa l'atmosfera e giunge fino al suolo, dove è assorbita. Così il suolo, la vegetazione e tutti gli oggetti si scaldano.

Essi riemettono parte dell'energia sotto forma di radiazione infrarossa. Questa però, non può essere dispersa nello spazio perché è assorbita dalla CO_2 e da altri gas.



È questo l'**effetto serra**. L'aumento della concentrazione di biossido di carbonio (CO_2), provocato soprattutto dai processi di deforestazione e di combustione dovuti alle attività umane, ha l'effetto di innalzare la temperatura della superficie terrestre e dell'atmosfera.

La radiazione ultravioletta

A lunghezze d'onda minori di 4×10^{-7} e fino a circa 10^{-8} m troviamo la **radiazione ultravioletta**.

I raggi ultravioletti hanno la proprietà di favorire diverse reazioni chimiche, come quelle che producono la melanina, il pigmento che dà il colore alla pelle. È per questo motivo che l'esposizione ai raggi ultravioletti, aumentando la melanina, fa abbronzare.

Però i raggi ultravioletti possono essere pericolosi per la pelle e per gli occhi, procurando danni anche gravi, che favoriscono l'insorgenza di tumori.

In astronomia, la rilevazione dei raggi ultravioletti permette di studiare alcune caratteristiche del Sole, come pure l'evoluzione di galassie giovani e molto calde e, ancora, la temperatura e la composizione del mezzo interstellare.

14 I RAGGI X E I RAGGI GAMMA

Passiamo ora alle radiazioni elettromagnetiche più energetiche.

I **raggi X** hanno lunghezze d'onda comprese all'incirca tra 10^{-8} m e 10^{-11} m.

Come è mostrato nella **figura 21**, essi sono prodotti mediante appositi tubi a vuoto, nei quali gli elettroni subiscono una rapida decelerazione urtando contro un bersaglio metallico.

I raggi X sono molto penetranti, per cui sono utilizzati per mettere in evidenza strutture nascoste.

In una radiografia, i raggi X passano attraverso i tessuti molli, ma sono arrestati dalle **ossa**. Così, la diversa colorazione di una lastra fotografica permette di vedere l'interno del nostro corpo.

Nel 1953 il fisico Francis H.C. Crick e il biologo James D. Watson hanno usato immagini ottenute con l'interferenza di raggi X per scoprire la struttura a doppia elica del DNA, la molecola di acido desossiribonucleico che contiene l'informazione genetica.

I raggi gamma

A lunghezze d'onda minori di 10^{-12} m si trovano i raggi gamma.

Essi sono emessi naturalmente dai nuclei e accompagnano le trasformazioni radioattive e le reazioni nucleari. Raggi gamma di frequenza ancora maggiore sono prodotti quando elettroni di alta energia, estratti da un acceleratore di particelle, colpiscono un bersaglio. Questi raggi gamma artificiali sono utilizzati per la radioterapia dei tumori, a cui sono sottoposti in Italia più di centomila pazienti all'anno.

I raggi gamma hanno una grande capacità di ionizzare gli atomi e possono essere pericolosi per gli esseri viventi. Poiché sono radiazioni molto penetranti, per assorbirli sono necessari diversi centimetri di piombo. I raggi gamma sono anche utilizzati per sterilizzare strumenti chirurgici e rifiuti ospedalieri infetti.

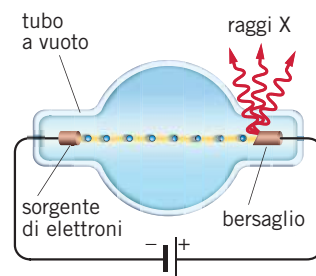
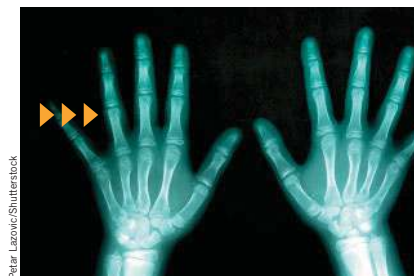


Figura 21 Schema costruttivo di un tubo per generare raggi X.



Peter Lubovic/Shutterstock

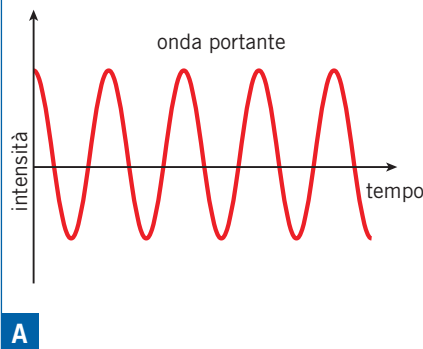
15 LA RADIO, I CELLULARI E LA TELEVISIONE

Le trasmissioni radio, quelle televisive e le comunicazioni telefoniche dei telefoni cellulari sono veicolate da onde elettromagnetiche.

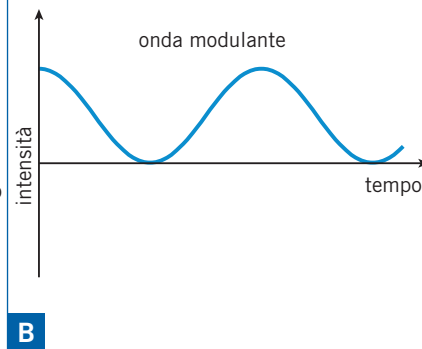
La radio

Nella **modulazione di ampiezza** si genera un'onda radio che è ottenuta miscelando in modo opportuno due onde generatrici.

► L'onda **portante** è un'onda periodica che ha la frequenza caratteristica della stazione che emette il segnale.



► L'onda **modulante** ha i contenuti sonori da trasmettere, per esempio la frequenza di una nota in un brano musicale.



► L'onda radio emessa dalla stazione ha la frequenza della portante, mentre l'ampiezza segue la forma della modulante.

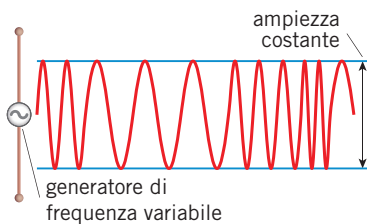
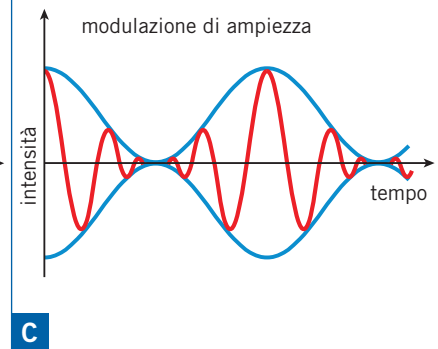


Figura 22 Grafico di un'onda elettromagnetica modulata in frequenza.

L'apparecchio radio che riceve il segnale si sintonizza sulla frequenza della portante e un apposito circuito estrae dall'onda radio le informazioni date dall'onda modulante e le invia all'altoparlante affinché siano tradotte di nuovo in sonoro.

Nella **modulazione di frequenza** (figura 22) l'ampiezza dell'onda radio rimane costante, mentre la sua frequenza varia (attorno a un valore dato) in un modo che dipende dal segnale che si vuole trasmettere.

La modulazione di frequenza consente una riproduzione migliore del suono ed è meno sensibile ai disturbi causati dalle scariche elettriche dell'atmosfera.

Il telefono cellulare

Le onde radio sono emesse e ricevute anche dai telefoni cellulari (o telefonini). Ogni apparecchio che emette e riceve onde radio occupa una *banda* di frequenze.

Per esempio, in Italia il primo intervallo di frequenze destinato alla telefonia mobile è compreso tra 890 MHz e 920 MHz (figura 23).

Ogni apparecchio che trasmette o riceve ha bisogno di una banda di frequenze ampia 0,025 MHz (per esempio quella compresa tra 890,000 MHz e 890,025 MHz, oppure quella tra 908,350 MHz e 908,375 MHz).

Così, il massimo numero di apparecchi che possono funzionare contemporaneamente è dato dal rapporto tra l'intervallo di frequenze a disposizione e l'ampiezza di una singola banda:

$$N_{\max} = \frac{920 \text{ MHz} - 890 \text{ MHz}}{0,25 \text{ MHz}} = \frac{30 \text{ MHz}}{0,25 \text{ MHz}} = 1200.$$

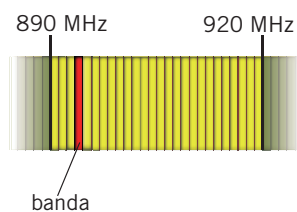


Figura 23 Suddivisione in bande del primo intervallo di frequenze destinato alla telefonia digitale.

Però gli utenti dei telefonini sono molti di più. Ciò è possibile perché, come è schematizzato nella **figura 24**, il territorio è diviso in *celle* esagonali (ciò spiega perché il telefonino si chiama «cellulare»).

Al centro di ogni cella c'è un'antenna che riceve e trasmette i segnali dei telefonini. Le antenne non sono molto potenti e, quindi, i segnali che esse emettono superano di poco i limiti della cella. Ciò significa che la stessa banda di frequenze può essere utilizzata in due celle che non siano adiacenti. Per esempio, nelle dieci celle della figura le bande numero 4, 5 e 6 sono usate due volte.

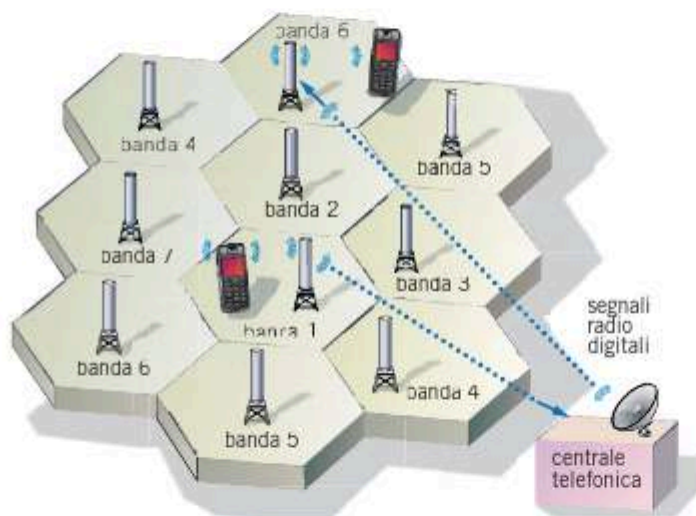


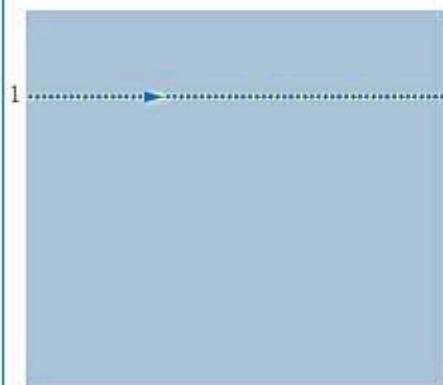
Figura 24 Per la telefonia cellulare il territorio è suddiviso in celle esagonali, al centro di ognuna delle quali c'è un'antenna che trasmette e riceve.

Questo espediente moltiplica in modo enorme il numero di utenti della rete telefonica mobile. Quando un utente passa da una cella all'altra, il suo telefono si sintonizza automaticamente con una nuova antenna cambiando banda di trasmissione senza che l'utente se ne accorga.

La televisione

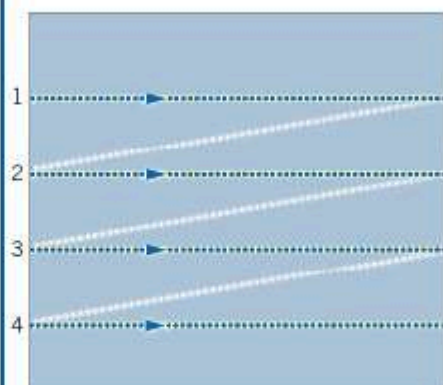
Il segnale televisivo trasporta le informazioni sull'immagine da riprodurre secondo uno schema progressivo. A partire da un certo istante:

il segnale contiene le istruzioni su come «disegnare» la prima riga dello schermo, fatta di puntini più o meno brillanti.



A

Poi arrivano le informazioni che riguardano la seconda riga e via via quelle successive fino al fondo dello schermo.



B



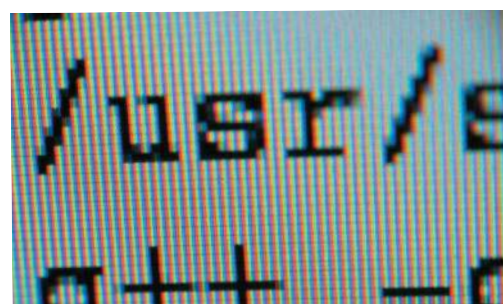
ene/Shutterstock

Tutto ciò è molto veloce: l'intero schermo è ridisegnato 50 volte al secondo.

Nei vecchi televisori a tubo catodico il «pennello» di raggi catodici illuminava uno alla volta i punti dello schermo, nella successione mostrata sopra. A causa della permanenza delle immagini sulla retina, i nostri occhi non si rendono conto di questo rapido processo di scrittura e percepiscono un'immagine continua.

Nei **televisori a cristalli liquidi e al plasma** ogni puntino rimane acceso tutto il tempo, ma l'immagine viene comunque ridisegnata ogni cinquantesimo di secondo per fare posto alle eventuali variazioni che il segnale trasmette.

Lo schermo di un televisore a colori contiene più di un milione di elementi colorati (detti **pixel**). Essi sono distribuiti a gruppi di tre (rosso, verde e blu) e l'intensità relativa di questi tre colori fondamentali determina la particolare tinta percepita dall'occhio.



I pixel di uno schermo LCD funzionano come è spiegato nel precedente paragrafo 9. La **figura 25** mostra un'immagine ingrandita di uno schermo a cristalli liquidi in cui i singoli pixel che concorrono a formare l'immagine sono ben visibili.

Figura 25 In questo ingrandimento di uno schermo LCD sono visibili i pixel che formano l'immagine.

Lo schermo di un televisore al plasma presenta un grande numero di cellette racchiuse tra due lastre di vetro; ognuna di queste cellette contiene un gas nobile, come neon o xeno, insieme a una piccola quantità di vapori di mercurio ed è raggiunta da una coppia di elettrodi che vengono attivati ai tempi opportuni.

Così ogni celletta, una volta sottoposta a un campo elettrico, funziona come una lampada a fluorescenza: la corrente nel gas eccita gli atomi di mercurio che emettono luce ultravioletta; questa è quindi assorbita da fosfori (contenuti nella celletta stessa) dei tre colori principali. Così, ancora una volta, dalla miscela di rosso, verde e blu possiamo ottenere le diverse tonalità di colore.

Trasmissioni analogiche e trasmissioni digitali

Nelle trasmissioni televisive *analogiche* il contenuto (audio e video) da riprodurre è codificato in modo analogo a quello delle trasmissioni radio: la parte video è modulata in ampiezza, quella audio è modulata in frequenza ed entrambe le informazioni sono contenute nello stesso «canale».

Invece, nella televisione digitale il segnale è codificato come una lunga sequenza binaria di 1 e 0, come accade nei DVD e nei CD. Con tecniche di compressione dati, ciò permette di inserire più informazioni nello stesso ambito di frequenze; inoltre, il sistema digitale consente di introdurre metodi di controllo degli errori di trasmissione e (entro certi limiti) di correzione degli stessi.

Siccome i televisori sono tutti progettati per funzionare in modalità analogica, nelle zone dove il segnale televisivo terrestre è digitale è necessario collegare il televisore a un *decoder*, che trasforma il segnale digitale in analogico. Lo stesso vale per la ricezione satellitare di trasmissioni televisive, anche se il *decoder* è diverso.

Gli apparecchi televisivi e i videoregistratori più recenti sono venduti con il *decoder* per il digitale terrestre contenuto direttamente al loro interno; per quelli più datati, o per ricevere segnali da satelliti, è necessario utilizzare un *decoder* esterno, che è posto in serie tra la presa dell'antenna e il televisore.

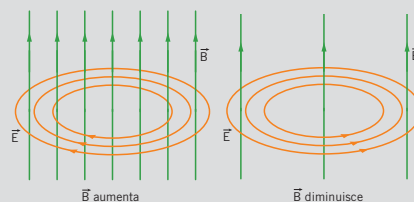
LE EQUAZIONI DI MAXWELL

Un campo elettrico può essere generato da cariche elettriche e da campi magnetici variabili. Un campo magnetico può essere generato da correnti elettriche e da campi elettrici variabili. Tutte le proprietà dell'elettricità, del magnetismo e dell'induzione elettromagnetica possono essere derivate partendo da quattro assiomi, le equazioni di Maxwell.

Campo elettrico indotto

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}^{(ie)}}{q} \quad \text{campo elettrico indotto} = \frac{\text{forza elettrica indotta}}{\text{carica elettrica}}$$

- È il rapporto fra la forza elettrica $\vec{F}^{(ie)}$, dovuta all'induzione elettromagnetica, su una carica di prova q presente nel circuito conduttore in cui scorre la corrente indotta e la carica stessa.
- Un campo magnetico che varia nel tempo genera un campo elettrico indotto, che a sua volta causa una corrente indotta.



Circuitazione del campo elettrico indotto

$$\Gamma(\vec{E}) = -\frac{\Delta\Phi(\vec{B})}{\Delta t} \quad \text{e} \quad \Gamma(\vec{E}) = -\frac{d\Phi(\vec{B})}{dt}$$

circuitazione del campo elettrico =
variazione del flusso del campo magnetico
intervallo di tempo

- Il campo elettrostatico è conservativo, cioè $\Gamma(\vec{E}) = 0$.
- Il campo elettrico indotto **non** è conservativo, cioè $\Gamma(\vec{E}) \neq 0$.

Circuitazione del campo magnetico

$$\Gamma(\vec{B}) = \mu_0 \left(i + \epsilon_0 \frac{\Delta\Phi(\vec{E})}{\Delta t} \right)$$

circuitazione del campo magnetico = permeabilità magnetica del vuoto \times (corrente elettrica + corrente di spostamento)

- Il flusso di \vec{E} è calcolato attraverso una superficie che ha come contorno il cammino lungo il quale si esegue la circuitazione.
- Maxwell riscrive così il teorema di Ampère:

$$\Gamma_{\mathcal{L}}(\vec{B}) = \mu_0 \sum_k i_k \quad \text{per rendere matematicamente consistente la legge della circuitazione.}$$

Equazioni di Maxwell

Caso statico

$$\Phi(\vec{E}) = \frac{Q}{\epsilon_0}$$

$$\Gamma(\vec{E}) = 0$$

$$\Gamma(\vec{B}) = 0$$

$$\Gamma(\vec{B}) = \mu_0 i$$

- Nel caso statico, ci sono due equazioni relative al campo elettrico e due equazioni che descrivono il campo magnetico.

Caso generale

$$\Phi(\vec{E}) = \frac{Q}{\epsilon_0}$$

$$\Gamma(\vec{E}) = -\frac{\Delta\Phi(\vec{E})}{\Delta t}$$

$$\Gamma(\vec{B}) = 0$$

$$\Gamma(\vec{B}) = \mu_0 \left(i + \epsilon_0 \frac{\Delta\Phi(\vec{E})}{\Delta t} \right)$$

- Nel caso generale, nella seconda e nella quarta equazione compaiono sia \vec{B} che \vec{E} .

Corrente di spostamento

$$i_s = \epsilon_0 \frac{\Delta\Phi(\vec{E})}{\Delta t}$$

corrente di spostamento = costante dielettrica del vuoto \times $\frac{\text{variazione del flusso del campo elettrico}}{\text{intervallo di tempo}}$

- È il termine aggiunto da Maxwell al teorema di Ampère, in analogia con l'espressione della circuitazione del campo elettrico.

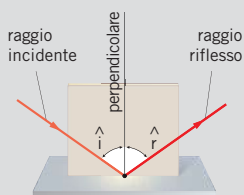
LUCE E ONDE ELETTROMAGNETICHE

Un campo elettrico variabile genera un campo magnetico variabile, che a sua volta genera un campo elettrico variabile e così via. In questo modo si propaga un'onda elettromagnetica, che trasporta energia e continua a propagarsi anche quando la carica che l'ha generata smette di muoversi.

Proprietà della luce

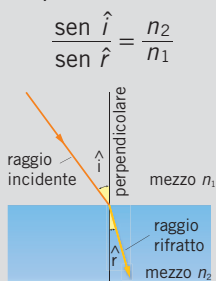
Riflessione

- **Prima legge:** il raggio incidente, il raggio riflesso e la perpendicolare alla superficie riflettente nel punto di incidenza appartengono allo stesso piano.
- **Seconda legge:** l'angolo di incidenza è uguale all'angolo di riflessione.



Rifrazione

- **Prima legge:** Il raggio incidente, il raggio rifratto e la retta perpendicolare alla superficie di separazione dei due mezzi, nel punto di incidenza, appartengono allo stesso piano.
- **Seconda legge (legge di Snell):**



Riflessione totale e angolo limite

$$\hat{r} = \arcsen\left(\frac{n_1}{n_2} \sin \hat{i}\right)$$

Si chiama **angolo limite** l'angolo di incidenza i_L a cui corrisponde l'angolo di rifrazione massimo $r_{max} = 90^\circ$. Questa situazione si può verificare soltanto quando si passa da un mezzo con indice di rifrazione maggiore a uno con indice di rifrazione minore.

Dispersione della luce

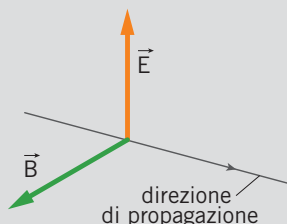
- È dovuta al fatto che l'indice di rifrazione di una sostanza trasparente dipende dal colore (cioè dalla frequenza) della luce che la attraversa: infatti un fascio di luce bianca che attraversa un prisma si divide in diversi colori.
- La luce bianca è una sovrapposizione di diversi colori: ciascun colore corrisponde a un'onda con una particolare frequenza e lunghezza d'onda.

Onde elettromagnetiche

Onda elettromagnetica piana

$$E = cB$$

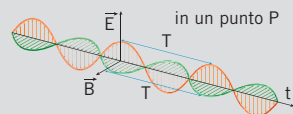
- Si ottiene a grande distanza dall'*antenna* trasmittente, lungo la quale gli elettroni vengono fatti oscillare di moto armonico avanti e indietro a una frequenza opportuna.



Frequenza dei campi \vec{E} e \vec{B} in un'onda elettromagnetica piana

$$f = c/\lambda$$

- In un punto fissato, i campi \vec{E} e \vec{B} oscillano in modo concorde, entrambi con la stessa frequenza: aumentano insieme fino ai valori massimi, poi si annullano e raggiungono contemporaneamente i valori minimi.



Densità media volumica di energia trasportata da un'onda piana

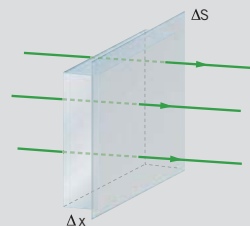
$$\bar{w} = \frac{1}{2} \epsilon_0 E_0^2$$

- Il campo elettrico e il campo magnetico contribuiscono in modo uguale a \bar{w} .
- Le intensità di \vec{E} e \vec{B} variano nel tempo con legge sinusoidale rispettivamente fra $-E_0$ ed E_0 e fra $-B_0$ e B_0 .

Irraggiamento dell'onda elettromagnetica

$$E_e = \frac{1}{2} c \epsilon_0 E_0^2$$

- È proporzionale al quadrato dell'ampiezza massima del campo \vec{E} .
- Lo stesso vale per l'ampiezza del campo \vec{B} , poiché i due campi sono proporzionali.





DOMANDE SUI CONCETTI

1 Supponi di fare ruotare una barra magnetizzata attorno a un asse perpendicolare passante per il suo centro.

► Questo movimento può generare un campo elettrico indotto?

2 In una zona di spazio priva di cariche elettriche libere è posto un solenoide in cui fluisce una corrente elettrica che diminuisce nel tempo.

► All'interno del solenoide è presente un campo elettrico?

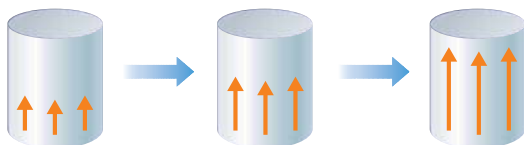
3 Nel grafico seguente è rappresentato l'andamento nel tempo del modulo E di un campo elettrico omogeneo. Immagina una superficie aperta fissa, orientata in questa regione di spazio in modo che il flusso del campo elettrico attraverso di essa sia diverso da zero.

► Determina (evidenziandoli sull'asse delle ascisse) in quale/i istante/i la corrente di spostamento attraverso la superficie è nulla.

4 Che cosa esprimono le equazioni di Maxwell per il campo elettromagnetico?

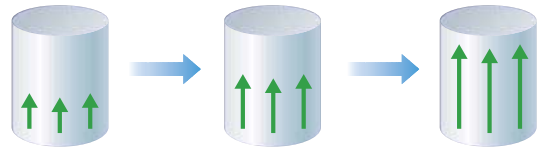
5 In una regione di spazio a forma di cilindro è presente un campo elettrico uniforme, diretto verso l'alto, la cui intensità aumenta nel tempo.

► Disegna le linee del campo magnetico generato da questo campo elettrico.



6 In una regione di spazio a forma di cilindro è presente un campo magnetico uniforme, diretto verso l'alto, la cui intensità aumenta nel tempo.

► Disegna le linee del campo elettrico generato da questo campo magnetico.



7 Perché è possibile vedere la luce prodotta da una stella lontana a prescindere dal fatto che la stella sia ancora in vita?

8 Può esistere un'onda elettromagnetica che presenta un campo elettrico oscillante e un campo magnetico nullo?

9 Gli specchi semitrasparenti sono chiamati così perché riflettono circa la metà della luce incidente, lasciando passare la parte restante.

► Si possono utilizzare per osservare senza essere visti?

► Sai fare qualche esempio di situazioni in cui si usano gli specchi semitrasparenti?

10 Un'onda sferica si propaga in tutte le direzioni: perché, in base al principio di Huygens, le onde sferiche secondarie che hanno origine su un fronte d'onda originale non creano anche un fronte d'onda regressivo?

11 Cosa si può dire dei due mezzi n_1 e n_2 quando il raggio rifratto di un raggio incidente che attraversa la loro superficie di separazione n_1/n_2 si allontana dalla perpendicolare alla superficie stessa?

12 Il livello dell'acqua in un bicchiere trasparente si può osservare facilmente a occhio nudo. Invece, è molto difficile individuare il livello dell'elio liquido nello stesso bicchiere. Prova a spiegare perché.

13 Quando un raggio di luce bianca incide su un prisma, viene deviata maggiormente la luce rossa o quella verde?

ESERCIZI

14 Dopo un temporale, esci di casa e guardi verso est, dove vedi un arcobaleno sopra il tetto di una casa vicina. Puoi stabilire se è mattina oppure sera?

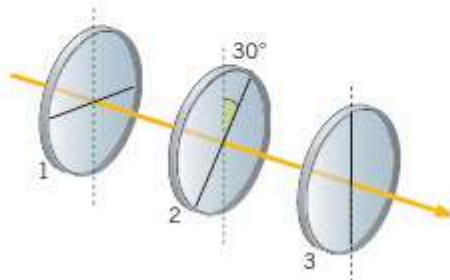
15 Perché in un diamante si possono vedere dei lampi di luce?

16 Perché le fibre ottiche possono propagare la luce anche per chilometri con pochissima perdita di energia?

17 L'irradiazione di un'onda luminosa esprime l'energia che l'onda trasporta attraverso una superficie piana in un certo intervallo di tempo; comunemente, si ritiene che la luce rossa trasporti più «calore» della luce violetta.

► Perché questa affermazione non è vera in assoluto?

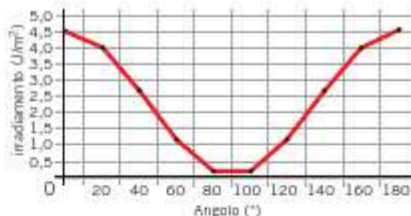
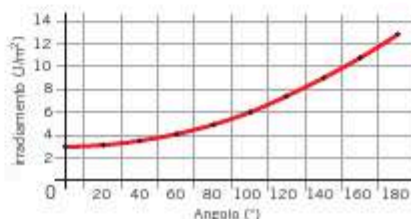
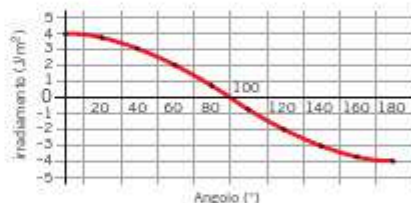
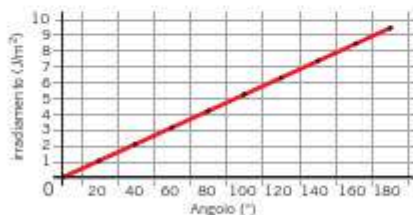
18 Tre polarizzatori lineari sono disposti come in figura.



Il polarizzatore 1 ha l'asse di trasmissione orizzontale, il polarizzatore 2 ha l'asse di trasmissione inclinato di 30° rispetto alla verticale e il polarizzatore 3 ha l'asse di trasmissione verticale. Un fascio di luce non polarizzata incide sul polarizzatore 1 da sinistra.

► L'intensità della luce che esce dal polarizzatore 3 è zero o è diversa da zero? Spiega perché.

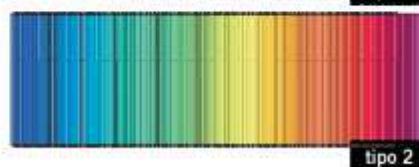
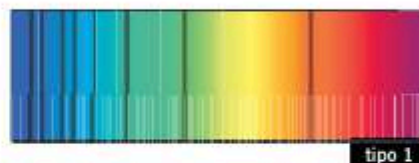
19 Quale dei seguenti grafici può esprimere il risultato di un esperimento in cui si vuole verificare la legge di Malus?



20 L'asse di trasmissione di un filtro è ruotato di 60° rispetto al piano in cui oscilla il campo elettrico di un fascio di luce polarizzata linearmente.

► Quanto vale il rapporto tra l'irradiazione della luce uscente dal filtro e quello della luce incidente su di esso?

21 Le seguenti immagini rappresentano due dei quattro spettri di emissione tipici delle stelle secondo la classificazione di Secchi: la stella Vega rientra nel primo tipo, mentre il Sole è compreso nel secondo tipo. Gli spettri sono rappresentati così come potevano essere osservati con gli spettrografi a prisma dei primi dell'Ottocento. Le righe nere corrispondono all'assorbimento di alcune particolari lunghezze d'onda dello spettro da parte delle molecole presenti nell'atmosfera della stella.



► Analizzando gli spettri, quale dei due tipi di atmosfera assorbe il maggior numero di lunghezze d'onda?

► In base alla risposta alla domanda precedente, quale atmosfera, secondo te, è più ricca di elementi?

22 Qual è la frequenza che segna il passaggio tra la luce visibile e la radiazione ultravioletta?

23 Perché i radar per funzionare non possono usare onde radio medie?

24 Qual è la frequenza delle microonde a cui corrisponde una lunghezza d'onda di 1 cm?

25 Perché l'aumento della concentrazione di CO₂ è responsabile dell'effetto serra?

26 Come tutte le onde elettromagnetiche, anche i raggi X possono essere diffratti se vengono a contatto con oggetti che abbiano le dimensioni opportune.

► Quali devono essere queste dimensioni?

27 Qual è la velocità dei raggi X nel vuoto?

28 A quali frequenze corrispondono i raggi gamma?

29 Perché il telefonino viene anche chiamato cellulare?

PROBLEMI

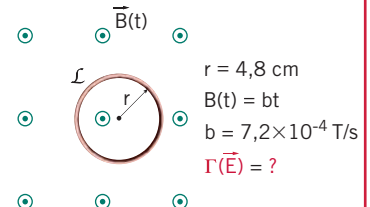
1 IL CAMPO ELETTRICO INDOTTO

1 PROBLEMA SVOLTO

★★★

Una spira circolare che ha un raggio di 4,8 cm è posta in un campo magnetico uniforme, perpendicolare al piano della spira. A partire dall'istante $t = 0$ s, il valore del campo magnetico aumenta nel tempo con la legge $B(t) = bt$, con $b = 7,2 \times 10^{-4}$ T/s.

► Calcola il valore assoluto della circuitazione del campo elettrico indotto, lungo un cammino che coincide con la spira circolare, durante l'intervallo di tempo in cui il campo magnetico aumenta di valore.



■ Strategia e soluzione

• Il problema chiede il valore assoluto della circuitazione. Ciò permette di trascurare il segno meno che compare nelle formule (1) e anche l'eventuale segno meno che potrebbe nascere se si scegliesse il vettore \vec{S} , che descrive la superficie delimitata dalla spira, nel verso opposto al vettore \vec{B} .

• Il campo magnetico è perpendicolare alla spira circolare e, quindi, il flusso di \vec{B} attraverso la superficie S delimitata dalla spira è

$$\Phi(\vec{B}) = BS = B\pi r^2 = \pi r^2 bt.$$

• Ora indichiamo con Φ_1 il flusso del campo magnetico a un generico istante $t_1 > 0$, in cui B sta aumentando con la legge indicata dal testo del problema. Allo stesso modo Φ_2 è il flusso del campo magnetico a un istante successivo $t_1 + \Delta t$. Abbiamo:

$$\Phi_1 = \pi r^2 bt_1,$$

$$\Phi_2 = \pi r^2 b(t_1 + \Delta t),$$

e quindi

$$\Delta\Phi(\vec{B}) = \Phi_2 - \Phi_1 = \pi r^2 b(t_1 + \Delta t) - \pi r^2 bt_1 = \pi r^2 b\Delta t.$$

- Siamo quindi in grado di calcolare

$$|\Gamma(\vec{E})| = \frac{\Delta\Phi(\vec{B})}{\Delta t} = \frac{\pi r^2 b \Delta t}{\Delta t} = \pi r^2 b.$$

- Inserendo nel risultato i valori numerici troviamo

$$\begin{aligned} |\Gamma(\vec{E})| &= \pi r^2 b = 3,14 \times (4,8 \times 10^{-2} \text{ m}^2) \times (7,2 \times 10^{-4} \frac{\text{T}}{\text{s}}) = \\ &= 5,2 \times 10^{-6} \frac{\text{T} \cdot \text{m}^2}{\text{s}} = 5,2 \times 10^{-6} \frac{\text{N}}{\text{A} \cdot \text{m}} \cdot \frac{\text{m}^2}{\text{s}} = \\ &= 5,2 \times 10^{-6} \frac{\text{N}}{\text{C}} \cdot \text{m} = 5,2 \times 10^{-6} \text{ V}. \end{aligned}$$

- Dal risultato vediamo che, se si taglia il filo in un punto, tra i suoi due estremi si misura una forza elettromotrice di 5,2 mV.

■ Discussione

Nella risoluzione si è utilizzata la prima delle formule (1); usando la seconda si sarebbe ottenuto lo stesso risultato, perché la funzione $\Phi(\vec{B}) = \pi r^2 b t$ è di primo grado in t e quindi la sua derivata rispetto a t è uguale al suo rapporto incrementale.

- 2** Una spira circolare di raggio 2,9 cm è immersa in un campo magnetico uniforme di valore $6,8 \times 10^{-6} \text{ T}$, le cui linee di campo formano un angolo di 60° con il piano della spira.

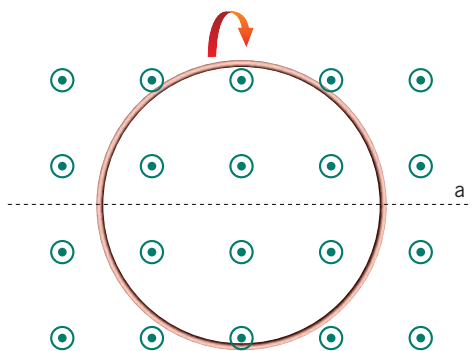
► Determina il modulo della circuitazione di \vec{E} lungo un cammino che coincide con la spira circolare.

A partire dall'istante $t = 0 \text{ s}$, il valore del campo magnetico diminuisce progressivamente fino a raggiungere l'intensità di $9,7 \times 10^{-7} \text{ T}$ all'istante $t_1 = 15 \text{ s}$.

► Determina il modulo della circuitazione media di \vec{E} lungo un cammino che coincide con la spira circolare durante l'intervallo di tempo in cui il campo magnetico diminuisce di valore.

$$[0 \frac{\text{N}}{\text{C}} \cdot \text{m}; 9,0 \times 10^{-10} \frac{\text{N}}{\text{C}} \cdot \text{m}]$$

- 3** Una spira si trova immersa in un campo magnetico uniforme \vec{B} diretto perpendicolarmente al piano della spira, come nella figura. Indichiamo con B il modulo del campo magnetico e con S il valore del vettore superficie, che supponiamo abbia lo stesso verso di \vec{B} . All'istante $t = 0 \text{ s}$ la spira inizia a ruotare attorno all'asse a perpendicolare a \vec{B} e a \vec{S} con velocità angolare ω (le linee del campo magnetico escono dal piano del foglio).



► Determina l'espressione della circuitazione $G(\vec{E})$ in funzione del tempo t .

$$[BS \omega \sin \omega t]$$

- 4** Una spira circolare di raggio 12 cm è posta in un piano perpendicolare a un campo magnetico uniforme di intensità iniziale pari a $1,0 \times 10^{-2} \text{ T}$ che aumenta nel tempo al ritmo di $1,0 \times 10^{-3} \text{ T/s}$.

► Quanto vale il modulo del campo elettrico indotto lungo la spira?

$$[6,0 \times 10^{-5} \frac{\text{N}}{\text{C}}]$$

- 5** Una spira circolare di raggio 5,2 cm si trova immersa in un campo magnetico uniforme perpendicolare al piano della spira. Il campo magnetico

ha modulo pari a $3,0 \times 10^{-4} \text{ T}$. In un intervallo di tempo di 24 s la spira si deforma e assume una forma quadrata.

► Determina il valore assoluto della circuitazione del campo elettrico.

$$[2,3 \times 10^{-8} \frac{\text{N}}{\text{C}} \cdot \text{m}]$$

6 ★★★ Una spira circolare si trova immersa in un campo magnetico uniforme inclinato di 45° rispetto al suo asse. La spira ha un raggio di $7,4 \times 10^{-4} \text{ m}$ e il modulo del campo magnetico varia secondo la legge $B(t) = b_0 t^2$, con $b_0 = 5,0 \times 10^{-6} \text{ T/s}^2$.

► Determina il modulo della circuitazione al variare del tempo lungo un cammino che coincide con la spira circolare.

(Suggerimento: risolvi prima l'esercizio 2.)

$$[(1,2 \times 10^{-11} \text{ T} \cdot \text{m}^2/\text{s}^2)t]$$

2 IL TERMINE MANCANTE

7 ★★★ Un condensatore a facce piane e parallele è inserito in un circuito con una resistenza totale di $3 \times 10^{-3} \Omega$. All'istante $t = 0 \text{ s}$, l'interruttore viene chiuso e una batteria alimenta il circuito con una tensione continua di 5 V. Dopo $2,1 \times 10^{-4} \text{ s}$ la corrente cessa di circolare.

► Determina l'intensità della corrente di spostamento media tra le armature.

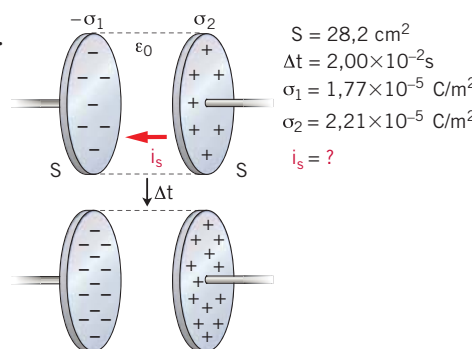
$$[2 \times 10^3 \text{ A}]$$

8 PROBLEMA SVOLTO

★★★

Un condensatore piano ha armature circolari di area $28,2 \text{ cm}^2$. Tra le armature c'è il vuoto. In $2,00 \times 10^{-2} \text{ s}$ la densità superficiale di carica sull'armatura positiva del condensatore varia da $1,77 \times 10^{-5} \text{ C/m}^2$ a $2,21 \times 10^{-5} \text{ C/m}^2$.

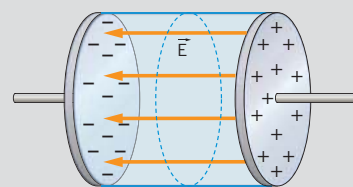
► Calcola il valore della corrente di spostamento all'interno del condensatore.



■ Strategia e soluzione

- Consideriamo, all'interno del condensatore, una superficie circolare uguale a quella delle armature del condensatore e parallela a essa (disegno a fianco). Visto che il campo elettrico è uniforme e perpendicolare alle armature, il flusso di \vec{E} attraverso la superficie è dato dalla formula

$$\Phi(\vec{E}) = ES.$$



- Il campo elettrico all'interno del condensatore ha modulo

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon_0}.$$

Visto che la densità superficiale di carica passa da un valore σ_1 a un valore σ_2 , in un intervallo di tempo Δt il modulo del campo elettrico varia da

$$E_1 = \frac{\sigma_1}{\epsilon_0} \quad \text{a} \quad E_2 = \frac{\sigma_2}{\epsilon_0}.$$

- Utilizzando la formula (5), siamo quindi in grado di calcolare

$$i_s = \epsilon_0 \frac{\Delta \Phi(\vec{E})}{\Delta t} = \frac{\epsilon_0}{\Delta t} [\Phi_2(\vec{E}) - \Phi_1(\vec{E})] = \frac{\epsilon_0}{\Delta t} (SE_2 - SE_1) =$$

$$= \frac{\epsilon_0}{\Delta t} \left(S \frac{\sigma_2}{\epsilon_0} - S \frac{\sigma_1}{\epsilon_0} \right) = \frac{S}{\Delta t} (\sigma_2 - \sigma_1).$$

- Ora sostituiamo i valori numerici nell'espressione trovata e otteniamo

$$i_s = \frac{S}{\Delta t} (\sigma_2 - \sigma_1) = \frac{28,2 \times 10^{-4} \frac{\text{m}^2}{\text{s}}}{2,00 \times 10^{-2} \text{s}} \times (2,21 \times 10^{-5} - 1,77 \times 10^{-5}) \frac{\text{C}}{\text{m}^2} =$$

$$= (14,1 \times 10^{-2}) \times (0,44 \times 10^{-5}) \frac{\text{C}}{\text{s}} = 6,2 \times 10^{-7} \text{ A}.$$

■ Discussione

Dal risultato si deduce che $6,2 \times 10^{-7} \text{ A}$ è anche l'intensità della corrente che, fluendo nei fili collegati al condensatore nel tempo Δt , ha aumentato la densità superficiale di carica dal valore σ_1 al valore σ_2 .

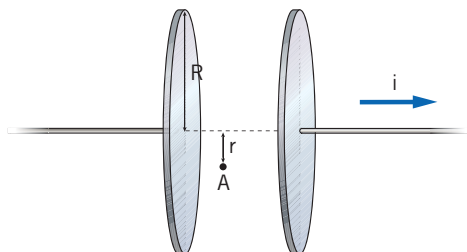
- 9** Fra le armature di un condensatore piano c'è il vuoto e ogni armatura circolare ha un'area di $15,5 \text{ cm}^2$. La densità superficiale di carica sull'armatura positiva del condensatore passa da $4,20 \times 10^{-6} \text{ C/m}^2$ a $4,90 \times 10^{-6} \text{ C/m}^2$ in $1,50 \times 10^{-2} \text{ s}$.

► Determina il valore della corrente di spostamento fra le armature del condensatore.

► Quanto vale la circuitazione del campo magnetico indotto lungo un cammino che è il contorno di una superficie circolare interna al condensatore uguale a quella delle armature e parallela a esse?

$$[7,2 \times 10^{-8} \text{ A}; 9,1 \times 10^{-14} \frac{\text{N}}{\text{A}}]$$

- 10** Il condensatore a facce piane parallele e circolari della figura seguente ha il raggio delle armature pari a R ed è collegato a un generatore di corrente che fa circolare una corrente di intensità i . Il punto A si trova all'interno del condensatore a una distanza r dal suo asse, come mostra la figura.



► Determina il modulo e la direzione del campo

magnetico prodotto nel punto A .

(Suggerimento: considera come traiettoria chiusa una circonferenza su un piano parallelo alle facce del condensatore, con centro sull'asse del condensatore.)

$$[m_0 i r / 2 \pi R^2]$$

- 11** In un circuito dove è presente una resistenza $R = 2,0 \Omega$ è inserito un condensatore, con armature circolari di area S , di capacità $C = 5,0 \text{ F}$. Il circuito è alimentato da una forza elettromotrice f_{em} e la carica sull'armatura positiva del condensatore vale q_0 . Inizialmente l'interruttore del circuito è chiuso. All'istante $t = 0 \text{ s}$, con il condensatore carico, togliamo la batteria dal circuito e chiudiamo l'interruttore: il condensatore comincia a scaricarsi. Dopo $\Delta t = 10 \text{ s}$ la corrente di spostamento all'interno del condensatore ha un'intensità di $i_s = 0,37 \text{ A}$.

► Calcola il valore di q_0 .

$$[10 \text{ C}]$$

3 LE ONDE ELETTROMAGNETICHE

- 12** Un mezzo trasparente è attraversato da un'onda luminosa; la costante dielettrica relativa ϵ_r vale $2,10$ mentre la permeabilità magnetica relativa μ_r è circa uguale a 1 .

► Determina la velocità con cui si propaga la luce attraversandolo.

[$2,08 \times 10^8$ m/s]

13 ★★★ L'indice di rifrazione di un materiale vale 2,419 e la costante dielettrica relativa è $\epsilon_r = 2,8$.

► Determina il valore della permeabilità magnetica relativa μ_r .

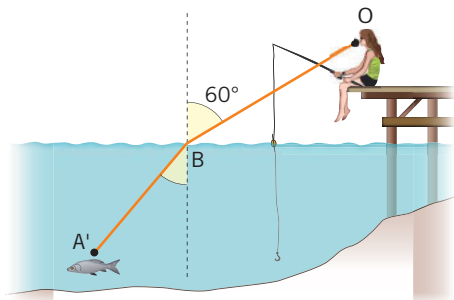
[2,1]

14 ★★★ Un circuito che oscilla con un periodo di $0,800 \mu\text{s}$ genera un'onda elettromagnetica.

► Determina la frequenza e la lunghezza d'onda della radiazione prodotta.

[1,25 MHz; 240 m]

15 ★★★ Una ragazza sulla riva di un lago osserva il punto B sulla superficie dell'acqua distante da lei $BO = 2,33$ m. Nel punto A' transita un pesce che sta nuotando (vedi la figura seguente). L'indice di rifrazione dell'acqua è 1,3325 mentre l'indice di rifrazione dell'aria secca è 1,0003. Il tempo che il raggio luminoso proveniente dal pesce impiega per raggiungere l'osservatore è di 2×10^{-8} s.



► A che profondità si trova il pesce?

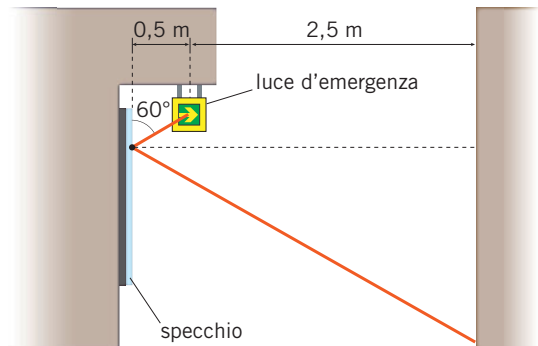
[2 m]

4 IL PRINCIPIO DI HUYGENS E LA RIFLESSIONE DELLA LUCE

16 ★★★ Un uomo di statura 1,80 m vuole riflettersi interamente in uno specchio alto 50 cm appeso alla parete.

► A che distanza deve porsi dallo specchio?

17 ★★★ Uno specchio piano è appeso alla parete, a 3,0 m di distanza dalla parete opposta. Sullo specchio incide con un angolo di 60° il sottile fascio luminoso emesso da una luce d'emergenza, posta a una distanza di 50 cm dalla parete come indicato nella figura, poi riflesso sull'altra parete.



► Calcola il percorso compiuto dai raggi luminosi.

[4,0 m]

18 ★★★ Un pannello solare di superficie $S = 1,00$ m² riceve l'80,0% dell'energia dalla radiazione solare diretta perpendicolarmente alla sua superficie e il resto dalla radiazione diffusa e genera una potenza di 60,0 W con un rendimento di conversione del 12,0%. Il rendimento è definito come rapporto tra la potenza elettrica generata e la potenza della luce solare complessiva sulla superficie del pannello.

► Calcola la potenza della radiazione solare totale in quel momento della giornata.

► Calcola la potenza della radiazione diffusa.

[$5,00 \times 10^2$ W; $1,00 \times 10^2$ W]

19 ★★★ In una pinacoteca un quadro è posto su una parete a una distanza di 4,50 m da un faretto di luce che si trova sulla parete opposta. Il fascio luminoso incide con un angolo di $30,0^\circ$ rispetto alla perpendicolare dal punto centrale del quadro e viene riflesso indietro. Il centro del quadro si trova a una altezza di 168 cm da terra.

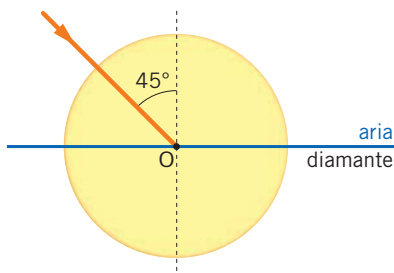
► Calcola l'altezza a cui si trova la sorgente luminosa.

[4,28 m]

ESERCIZI

5 LA RIFRAZIONE DELLA LUCE

- 20** ★★★ Un raggio di luce incide sulla superficie di separazione aria-diamante come mostra la figura.



- ▶ Calcola l'angolo di rifrazione.
- ▶ Disegna il raggio rifratto.

(Per i valori degli indici di rifrazione assoluti dell'aria e del diamante consulta la tabella del paragrafo 7)

[17°]

- 21** ★★★ Come cambia la velocità di propagazione di un raggio luminoso da un mezzo trasparente a un altro se l'indice di rifrazione relativo è:

- ▶ 0,5?
- ▶ 1?
- ▶ 2?
- ▶ L'indice di rifrazione relativo può essere zero?

- 22** ★★★ Una lampada al sodio illumina un cristallo di sale, che ha indice di rifrazione pari a 1,54, contenuto all'interno di un contenitore di vetro con indice di rifrazione di 1,60.

Calcola gli indici di rifrazione relativi nel passaggio del raggio:

- ▶ dall'aria al vetro.
- ▶ dall'aria al sale.
- ▶ dal sale all'aria.
- ▶ dal vetro all'aria.
- ▶ In quali dei precedenti casi il raggio si allontana dalla perpendicolare alla superficie di separazione dei mezzi e in quali si avvicina?

[1,60; 1,54; 0,649; 0,625]

- 23** ★★★ Un raggio di luce colpisce con un angolo di incidenza di 45° il vetro di una finestra di spessore 0,70 cm e indice di rifrazione di 1,41.

- ▶ Calcola la lunghezza del tratto percorso dalla luce all'interno della lastra.

[0,81 cm]

- 24** ★★★ Su una lastra di cristallo spessa 0,10 m, incide un fascio di luce solare con un angolo di 60°. L'indice di rifrazione del materiale è di 1,607 per la luce violetta, mentre è di 1,569 per luce rossa.

- ▶ Quanto valgono gli angoli di rifrazione per i due raggi?
- ▶ Di quanto sono distanziati i punti di uscita dei fasci di questi due colori quando riemergono dal vetro?

[33°; 34°; $2,2 \times 10^{-3}$ m]

- 25** ★★★ Un raggio di luce colpisce un piccolo diamante (indice di rifrazione $n = 2,42$) di spessore 0,35 cm con un angolo di incidenza di 20°.

- ▶ Calcola l'angolo di rifrazione.
- ▶ Calcola a che distanza dal punto di incidenza del raggio incidente esce il raggio rifratto.

[8,1°; 0,050 cm]

- 26** ★★★ Due raggi paralleli, ma di colore diverso incidono su un vetro flint con un angolo di 18,0°. Il primo raggio ha un angolo di rifrazione pari a 11,7°, mentre il secondo un angolo di rifrazione di 11,8°.

- ▶ Calcola la differenza tra gli indici di rifrazione del vetro per i due diversi raggi.
- ▶ Indica di che colore sono i due raggi.

(Suggerimento: vedi tabella del paragrafo 7)

[0,013; violetto-giallo]

7 LA RIFLESSIONE TOTALE E L'ANGOLO LIMITE

- 27** ★★★ L'angolo limite del diamante è di 24,4°. Un raggio di luce passa dal diamante all'aria.

- ▶ Calcola l'indice di rifrazione assoluto di questo materiale.

[2,42]

28 ★★★ Un raggio di luce attraversa le pareti in vetro ($n_1 = 1,60$) di una vasca d'acqua salata ($n_2 = 1,55$).

► Quanto vale l'angolo limite per un raggio di luce che passa dal vetro all'acqua salata?

[circa 76°]

► Immagina poi che il raggio di luce esca dalla vasca attraverso il vetro. Quanto vale in questo caso l'angolo limite?

29 ★★★ Le fibre ottiche sono composte da due strati concentrici di materiale vetroso estremamente puro: un nucleo cilindrico centrale, o *core*, avvolto da un mantello, o *cladding*, attorno a esso. I due strati sono realizzati con materiali che hanno un diverso indice di rifrazione. Un lampadario è realizzato con un fascio di fibre ottiche che hanno indici di rifrazione per il *core* e il *cladding* rispettivamente pari a $n_{\text{core}} = 1,58$ e $n_{\text{cladding}} = 1,31$.

► Di quanto deve essere inclinato rispetto alla superficie il pennello luminoso in ingresso perché il lampadario funzioni?

[$\alpha > 56^\circ$]

30 ★★★ Due cornici hanno rispettivamente angoli limite di $42,2^\circ$ e $33,4^\circ$.

► Indica i materiali di cui sono costituite le due cornici.

► Calcola il rapporto dei loro indici di rifrazione.

[Plexiglas e vetro; 0,82]

31 ★★★ Un commerciante vende due prismi *a* e *b* di vetro con indici di rifrazione diversi. L'angolo limite di uno è superiore del 32,0% rispetto a quello del diamante, mentre l'altro è superiore del 45,0%.

► Calcola l'indice di rifrazione dei due prismi *a* e *b*.

► Il prisma con indice di rifrazione inferiore viene venduto a 8,25 euro e l'aumento in percentuale del prezzo del secondo rispetto al primo corrisponde alla differenza tra gli indici di rifrazione dei due prismi *a* e *b*. Calcola quanto costa quello con indice di rifrazione maggiore.

[1,88 e 1,73; 9,49 euro]

8 LE ONDE ELETTROMAGNETICHE PIANE

32 PROBLEMA SVOLTO

★★★

Un telefonino sta trasmettendo alla frequenza di 900 MHz. Il circuito di ricezione del telefonino ha un'induttanza di $3,12 \times 10^{-12}$ H.

► Calcola il valore della capacità contenuta nello stesso circuito di ricezione.



■ Strategia e soluzione

• Il problema si risolve isolando C nella formula (18):

$$C = \frac{1}{(2\pi f)^2} \frac{1}{L} = \frac{1}{4\pi^2} \times \frac{1}{(9,00 \times 10^8 \text{ Hz})^2} \times \frac{1}{3,12 \times 10^{-12} \text{ H}} = 1,00 \times 10^{-8} \text{ F.}$$

■ Discussione

Se si deriva in modo esplicito l'unità di misura del calcolo precedente si ottiene, correttamente,

$$\frac{1}{\text{Hz}^2} \cdot \frac{1}{\text{H}} = \text{s}^2 \cdot \frac{\text{A}}{\text{Wb}} = \frac{\text{s} \cdot \text{C}}{\text{T} \cdot \text{m}^2} = \frac{\text{s} \cdot \text{A} \cdot \cancel{\text{m}}}{\text{N}} \cdot \frac{\text{C}}{\text{m}^2} = \frac{\text{s} \cdot \text{A}}{\text{J/C}} = \frac{\text{C}}{\text{V}} = \text{F.}$$

ESERCIZI

33 Vogliamo produrre un'onda elettromagnetica che abbia una frequenza compresa nel campo del visibile, pari a $4,1 \times 10^{14}$ Hz. A tale scopo, utilizziamo un circuito risonante con un'induttanza di $56 \mu\text{H}$.

► Determina quale valore dovrebbe avere la capacità del circuito.

$$[2,7 \times 10^{-27} \text{ F}]$$

34 Le trasmissioni in «onde medie» impiegano una banda di frequenza attorno a 1 MHz, mentre per quelle in «onde corte» la frequenza può essere di 6 MHz. Un apparecchio ricevente utilizza la stessa bobina per ricevere entrambe le frequenze.

► Determina il rapporto tra le capacità dei due condensatori nel circuito ricevente.

$$[C_m/C_c = 4 \times 10]$$

35 A livello del mare l'irradiazione dovuta alla radiazione solare è di circa 900 W/m^2 . Considera la radiazione solare come se fosse composta da una semplice onda sinusoidale.

► Calcola i valori massimi dell'ampiezza del campo elettrico e di quello magnetico associati alla radiazione solare.

$$[823 \text{ N/C}; 2,74 \times 10^{-6} \text{ T}]$$

36 Un elicottero in volo capta un segnale che ha un irradiazione di $6,5 \times 10^{-6} \text{ W/m}^2$ emesso da un trasmettitore posto a una distanza di 5,0 km.

► Calcola l'ampiezza massima del campo elettrico e quella del campo magnetico dell'onda elettromagnetica nel punto in cui raggiunge l'aereo.

► Calcola la potenza media emessa dal trasmettitore. (Supponi che il trasmettitore emetta onde elettromagnetiche uniformemente in ogni direzione.)

$$[7,0 \times 10^{-2} \text{ N/C}; 2,3 \times 10^{-10} \text{ T}; 2,0 \times 10^3 \text{ W}]$$

37 Un'onda elettromagnetica piana si propaga nel vuoto. $W = 2,37 \times 10^{-2} \text{ J}$ è l'energia media trasportata dall'onda che in un intervallo di tempo di 1,0 s attraversa un'area ΔS perpendicolare alla direzione di propagazione dell'onda. Il valore massimo del campo magnetico dell'onda piana è $B_0 = 1,41 \times 10^{-8} \text{ T}$.

► Calcola ΔS .

$$[1,0 \text{ m}^2]$$

9 LA POLARIZZAZIONE DELLA LUCE

38 Alice si trova in barca in un giorno di sole. La luce solare riflessa dall'acqua è polarizzata in direzione parallela alla superficie dell'acqua. Alice porta occhiali da sole con lenti Polaroid con asse di polarizzazione verticale e ha la testa inclinata in avanti di 60° rispetto alla verticale.

► Quanto vale il rapporto fra l'irradiazione della luce trasmessa dagli occhiali di Alice e quello della luce incidente?

$$[0,75]$$

39 Un fascio di luce non polarizzata attraversa due polarizzatori lineari. L'irradiazione della luce uscente dal secondo polarizzatore è il 10% di quello della radiazione incidente sul primo polarizzatore.

► Determina l'angolo compreso tra gli assi dei due polarizzatori.

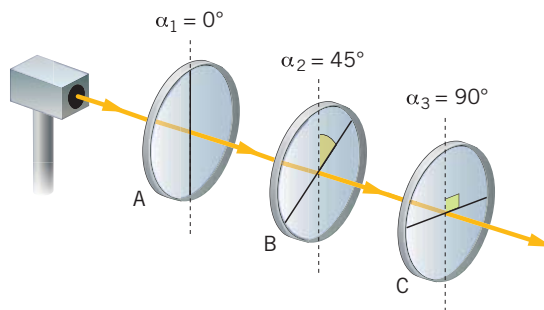
$$[63^\circ]$$

40 L'asse di trasmissione di un filtro è ruotato di 30° rispetto al piano in cui oscilla il campo elettrico di un fascio di luce polarizzata linearmente.

► Quanto vale il rapporto tra l'irradiazione della luce uscente dal filtro e quello della luce assorbita da esso?

$$[1/\text{tg}^2\alpha]$$

41 Un laser produce un raggio di luce non polarizzata che incide su tre filtri polarizzatori lineari, come mostra la figura. L'irradiazione del raggio incidente sul primo polarizzatore vale 500 W/m^2 .



- Determina il valore dell'irradiazione del raggio laser nei punti A, B, C .

[250 W/m²; 125 W/m²; 62,5 W/m²]

- 42** ★★★ Un fascio di luce polarizzato linearmente è diretto verso tre filtri polarizzatori disposti in successione. L'angolo fra l'asse di trasmissione di un filtro e il piano di polarizzazione della luce che vi incide è di 30° e l'irradiazione della radiazione iniziale incidente è di 450 W/m².

Determina l'irradiazione della radiazione elettromagnetica:

- in uscita dal primo filtro e prima di attraversare il secondo.
- in uscita dal secondo filtro e prima di attraversare il terzo.
- in uscita dal terzo e ultimo filtro.

[338 W/m²; 253 W/m²; 190 W/m²]

- 43** ★★★ Un'onda elettromagnetica piana polarizzata linearmente si propaga inizialmente nel vuoto. $W = 4,0$ J è l'energia media, trasportata dall'onda, che nell'intervallo di tempo $\Delta t = 1,0$ s attraversa un'area $\Delta S = 1,0$ m² perpendicolare alla direzione dell'onda. La luce incide su un filtro polarizzatore che ha l'asse di trasmissione inclinato di un angolo α rispetto al piano di polarizzazione della luce. L'irradiazione della radiazione uscente dal filtro è $E_e = 2,0$ W/m².


- Quanto vale l'angolo α ?

[$\pm \pi/4$]

10 LO SPETTRO ELETTROMAGNETICO

- 44** ★★★ Una lampada al sodio emette luce monocromatica con una lunghezza d'onda 5890 Å.

- La radiazione emessa è visibile?
(1 Å = 1×10^{-10} m)

- 45** ★★★  An electromagnetic wave has a wavelength of 600 nm.

- Which kind of radiation does it belong to?
- Which is its frequency?

[5.00×10^{14} Hz]

11 LE ONDE RADIO E LE MICROONDE

- 46** ★★★ Carlo sta guardando una partita di calcio in televisione, a casa propria, che si trova a 45 km dallo stadio. A un certo punto l'arbitro fischia l'inizio della partita.

- Quanto tempo impiega il segnale televisivo per raggiungere l'antenna della casa di Carlo?

(Considera pari alla velocità della luce la velocità di propagazione del segnale televisivo in aria e supponi che l'antenna di Carlo «veda» direttamente il trasmettitore della stazione televisiva.)

[$1,5 \times 10^{-4}$ s]

- 47** ★★★ David Sarnoff sostenne di essere stato il primo a ricevere il segnale di SOS dal radiotelegrafo del TITANIC che, nel 1912, stava affondando a largo dei Banchi di Terranova, a circa 1800 km da New York.

- Quanto tempo impiegò il segnale di allarme a raggiungere New York?

[6×10^{-3} s]

- 48** ★★★ Nel 2004, la missione Cassini-Huygens è arrivata nei pressi del pianeta Saturno dopo un viaggio durato sette anni. Assumi che la distanza fra la Terra e Saturno sia di $1,4 \times 10^{12}$ m.

- Quanti secondi passano fra il momento in cui un segnale elettromagnetico è inviato dalla Terra e il momento in cui viene ricevuto dalla sonda Cassini vicino a Saturno?

[$0,47 \times 10^4$ s]

12 LE RADIAZIONI INFRAROSSE, VISIBILI E ULTRAVIOLETTE

- 49** ★★★ Una radiazione elettromagnetica ha una frequenza di $2,70 \times 10^{15}$ Hz.

- Qual è la sua lunghezza d'onda?
- A quale banda dello spettro appartiene?

[$1,11 \times 10^{-7}$ m]

- 50** ★★★ Il nostro corpo emette soprattutto raggi infrarossi con lunghezze d'onda intorno a 10^{-5} m.

- Quanto vale la frequenza corrispondente?

[3×10^{13} Hz]

13 14 I RAGGI X, I RAGGI GAMMA, LA RADIO, I CELLULARI E LA TELEVISIONE

51 ★★★ Calcola il rapporto tra la lunghezza d'onda delle onde radio «lunghe» e i raggi gamma.

► Quale sarà il rapporto tra le frequenze delle stesse onde?

52 ★★★ Un telefonino trasmette in una banda la cui frequenza massima è 900,000 MHz.

► Quanto vale la frequenza minima della banda?

PROBLEMI GENERALI

1 ★★★ Un'onda elettromagnetica piana ha frequenza 3,0 MHz e il suo campo elettrico ha un'ampiezza $E_0 = 3,0 \times 10^3$ N/C. L'onda si propaga in una sostanza che ha permeabilità magnetica relativa di valore 1,0 e costante dielettrica relativa di valore 3,5.

Calcola:

- l'ampiezza del campo magnetico.
- la velocità di propagazione dell'onda piana.
- la sua lunghezza d'onda.

[$1,0 \times 10^{-5}$ T; $1,6 \times 10^8$ m/s; 53 m]

2 ★★★ Il segnale di una stazione radio a modulazione di ampiezza AM ha una frequenza di 850 kHz. L'antenna della stazione radio AM è alta un quarto della lunghezza d'onda delle onde radio.

► Quanto è alta l'antenna?

[88 m]

3 ★★★ Un circuito di ricezione di onde radio contiene un'induttanza L e un condensatore di capacità C variabile. Il segnale su cui si desidera sintonizzare il ricevitore ha una lunghezza d'onda λ .

► Determina l'espressione della capacità C , in funzione della lunghezza d'onda del segnale e dell'induttanza del circuito, per captare il segnale radio desiderato.

$$[C = \frac{\lambda^2}{L(2\pi c)^2}]$$

4 ★★★ Un fascio di luce polarizzato linearmente incide su tre polarizzatori lineari in successione: l'asse del primo è inclinato di un angolo di 18° rispetto all'asse del secondo, mentre l'angolo tra l'asse di trasmissione del secondo e quello del terzo filtro vale 72° . La radiazione incidente ha un irradiazione di 675 W/m².

► Quale deve essere l'angolo tra il piano di polarizzazione della radiazione incidente e l'asse del primo filtro perché la radiazione trasmessa dal terzo filtro abbia irradiazione massimo?

► Quanto vale l'irradiazione massimo che può avere la radiazione trasmessa dal terzo filtro?

[$\beta = 0^\circ$ oppure $\beta = 180^\circ$; 58 W/m²]

5 ★★★ Una spira circolare ha un raggio di 5,0 cm e si trova immersa in un campo magnetico uniforme, perpendicolare al piano della spira. Dall'istante di tempo $t = 0$ s in poi, il modulo del campo magnetico varia secondo la legge $B(t) = (2,6 \times 10^{-6} \text{ T/s})t$.

► Calcola il valore assoluto della circuitazione del campo elettrico indotto lungo un cammino che coincide con il perimetro della spira, nell'intervallo di tempo in cui il campo magnetico varia secondo la legge data.

[$2,0 \times 10^{-8}$ N/C · m]

6 ★★★ Una lampadina a incandescenza appesa al soffitto illumina una stanza. La lampadina assorbe una potenza media di 60 W e irradia la luce in modo uniforme in tutte le direzioni. Considera una superficie di raggio 1,0 m con centro sulla lampadina. Assumi che solo il 4,0% della potenza elettrica assorbita dalla lampadina sia trasformata in luce.

► Calcola l'irradiazione della superficie considerata.

► Calcola il valore dell'ampiezza del campo elettrico dell'onda elettromagnetica emessa dalla lampadina, sempre a 1,0 m di distanza.

► Calcola il valore dell'ampiezza del relativo campo magnetico.

[$0,19$ W/m²; 12 N/C; $4,0 \times 10^{-8}$ T]

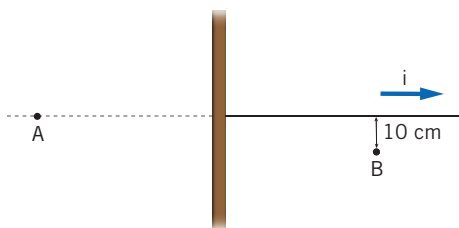
7 Un raggio di luce penetra in uno specchio d'acqua con un'inclinazione di 60° .
★★★

► Con quale inclinazione rispetto alla superficie si propaga il raggio all'interno dell'acqua?

[68°]

8 Una superficie piana quadrata di lato 15,0 m e di spessore $d = 1,0$ cm che inizialmente porta una carica di 1,0 mC si scarica con una corrente continua in $1,0 \mu\text{s}$ attraverso un filo rettilineo, come nella figura seguente. Il filo è collegato al centro della superficie piana. Il punto B dista 10 cm dal filo conduttore.
★★★

► Calcola il modulo del campo magnetico indotto nei punti A e B .



(Suggerimento: in B , considera come cammino chiuso una circonferenza centrata sul filo e di raggio 10 cm passante per B , su un piano parallelo alla superficie quadrata.)

[0 T; $2,0 \times 10^{-3}$ T]

9 Ai capi di un solenoide lungo 42,5 cm e costituito da 600 spire circolari di raggio pari a 5,0 cm viene applicato un generatore di tensione variabile e il circuito che si ottiene ha una resistenza elettrica complessiva di $2,3 \Omega$. All'interno del solenoide si trova una spira circolare, di raggio 3,0 cm e orientata come le spire del solenoide. In un intervallo di tempo $\Delta t = 0,20$ s, la f_{em} ai capi del solenoide passa da 300 V a 27 V.

► Determina l'intensità del campo elettrico indotto lungo la spira.

[$1,6 \times 10^{-2}$ N/C]

10 Una spira circolare di raggio $a = 1,0$ m e resistenza $R = 10,0 \Omega$ è immersa in un campo magnetico uniforme perpendicolare al piano della spira. Dall'istante iniziale $t = 0$ s, il campo magnetico varia nel tempo secondo la legge $B(t) = B_0(1 - bt^2)$ con $b = 0,318 \text{ s}^{-2}$ e $B_0 = 0,50$ T. La spira può sop-

portare una corrente massima $i_{max} = 1,0$ A.

► Per quanto tempo può rimanere acceso il campo magnetico?

[10 s]

11 Una piccola spira di raggio r è disposta con il suo asse parallelo a un piano orizzontale. La spira è libera di muoversi, senza attrito, rimanendo a contatto con il piano orizzontale. La spira si muove di moto rettilineo uniforme con $v = 16,0$ m/s. A un certo istante, entra in una zona dove è presente un campo magnetico omogeneo ma d'intensità $B = \alpha B_0 x^2$ con $\alpha = 0,318 \text{ m}^{-2}$ e $B_0 = 1,0$ T. Quando la spira è nel punto $x = d = 0,50$ m la forza elettromotrice indotta vale $f_{em} = 1,0$ V.
★★★

► Calcola il raggio della spira.

[25 cm]

12 Un raggio di luce attraversa una lastra di vetro di spessore 2,80 cm. Il raggio incide con una inclinazione di $37,4^\circ$ rispetto alla perpendicolare alla superficie di separazione. La somma degli angoli di incidenza e di rifrazione è $60,0^\circ$.
★★★

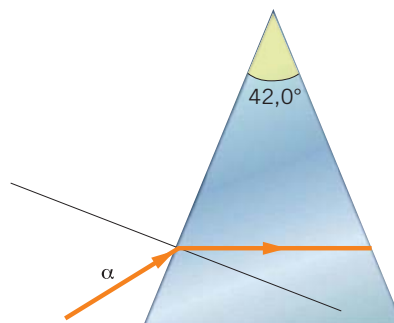
► Calcola l'indice di rifrazione del vetro.

► Indica di che tipo di vetro si tratta.

► Calcola a che distanza dal punto di incidenza il raggio di luce esce dalla lastra di vetro.

[1,58; Flint; 1,17 cm]

13 La sezione di un prisma di plexiglas, con indice di rifrazione pari a 1,49, è un triangolo isoscele con angolo al vertice $42,0^\circ$. Un fascio sottile di luce monocromatica incide sul prisma con un angolo α rispetto alla perpendicolare alla faccia del prisma in modo che il raggio prosegua parallelo alla base del triangolo, come mostra la figura.
★★★



ESERCIZI

- Calcola quanto vale l'angolo di incidenza α .

[32,3°]

14 **★★★** Tre diverse lastre α , β e γ di vetro sono sovrapposte. Sono spesse rispettivamente 2,00 cm, 3,50 cm e 4,00 cm, e i loro indici di rifrazione valgono $n_\alpha = 1,48$; $n_\beta = 1,52$ e $n_\gamma = 1,58$. Un raggio di luce incide con un angolo di $30,0^\circ$ rispetto all'orizzontale in un punto A della prima lastra α .

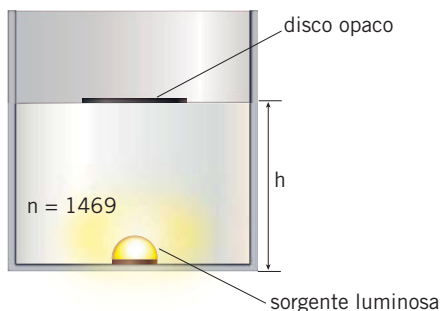
- Calcola la lunghezza di tutto il percorso del raggio attraverso le tre lastre.

- Calcola la distanza dalla posizione iniziale A del punto di uscita del raggio dalla terza lastra γ .

[10,4 cm; 3,90 cm]

15 **★★★** Sul fondo di un recipiente a sezione circolare, con le pareti opache e riempito con glicerina ($n = 1469$), è disposta una sorgente luminosa puntiforme. Sulla superficie della glicerina galleggia un disco, anch'esso opaco, di diametro $d = 6$ cm e spessore trascurabile.

Il centro del disco si trova sulla perpendicolare passante per la sorgente luminosa, come mostrato in figura.



- Quanto vale la massima altezza h della glicerina nel recipiente per la quale nessun raggio luminoso esce dal recipiente?

(*Olimpiadi della fisica*, 2001, gara di I livello)

16 **★★★** In una regione di spazio cilindrica è presente un campo magnetico uniforme, \vec{B} , diretto verticalmente verso l'alto, il cui modulo, inizialmente uguale a B_0 , varia linearmente annullandosi in un tempo t .

Nella regione è posto un anello conduttore di raggio r , giacente fermo in un piano perpendicolare a \vec{B} , con il centro sull'asse della regione.

- Determinare l'energia assorbita da una carica q che percorre un giro completo nell'anello mentre il campo magnetico viene variato. Determinare quindi il modulo del campo elettrico E che agisce sulla carica.

(*Olimpiadi della fisica*, 2003, gara nazionale)

QUESITI PER L'ESAME DI STATO

1 Scrivi la definizione della grandezza fisica *corrente di spostamento*, spiegandone l'origine storica.

2 Enuncia e spiega le leggi della rifrazione.

3 Analizza le equazioni di Maxwell e metti in luce le proprietà dei campi elettrici e magnetici costanti e variabili.

4 Illustra qual è il meccanismo alla base della generazione e propagazione di onde elettromagnetiche.

5 Elenca le suddivisioni dello spettro elettromagnetico, citando le principali proprietà di alcune di esse.

TEST PER L'UNIVERSITÀ

1 Indicare la corretta affermazione sulle onde elettromagnetiche:

A la velocità di propagazione dipende solo dall'ampiezza.

B la velocità di propagazione dipende solo dalla frequenza.

C si propagano nel vuoto.

D si propagano solo in presenza di un campo gravitazionale.

E non si propagano nei mezzi materiali.

(*Prova di ammissione al corso di laurea in Scienze Motorie*, 2009/2010)

2 Le onde elettromagnetiche che vengono utilizzate per le trasmissioni radio tra imbarcazioni:

A trasportano energia indipendentemente dalla

frequenza utilizzata.

- B** non possono trasportare energia che si scaricherebbe in mare.
- C** trasportano energia ma solo se in un certo intervallo di frequenze.
- D** contengono campi elettrici, ma non magnetici.
- E** contengono campi magnetici ma non elettrici.

(Prova di ammissione al corso di laurea in Medicina Veterinaria, 2008/2009)

3 Sai cosa sono i campi elettromagnetici ad alta frequenza?

- A** I campi magnetici legati alla rotazione terrestre.
- B** I campi elettrici e magnetici generati da elettrodomestici.
- C** I campi elettrici e magnetici generati da elettrodotti.
- D** I campi elettrici e magnetici generati da impianti radiotelevisivi e da ponti radio.

(Concorso a borse di studio per l'iscrizione ai corsi di laurea della classe «Scienze e Tecnologie Fisiche» della SIF, 2006/2007)

4 Che cosa distingue le onde elettromagnetiche luminose da quelle radio?

- A** L'intensità
- B** La lunghezza d'onda.
- C** L'energia trasportata in un secondo.
- D** La distanza a cui possono arrivare.

(Concorso a borse di studio per l'iscrizione ai corsi di laurea della classe «Scienze e Tecnologie Fisiche» della SIF, 2006/2007)

PROVE D'ESAME ALL'UNIVERSITÀ

1 L'intensità della luce proveniente da un polarizzatore è $9,6 \text{ W/m}^2$. Incide su un analizzatore, orientato ad un angolo di 60° rispetto al polarizzatore.

► A che valore si riduce l'intensità dopo aver at-

traversato anche l'analizzatore?

(Esame di Fisica, Corso di laurea in Biotecnologie, Università degli Studi di Torino, 2004/2005)

2 Onde radio ricevute da un apparecchio hanno $E = 10^{-1} \text{ V/m}$. Assumendo che l'onda sia piana, calcolare l'ampiezza del campo magnetico.

(Esame di Fisica, Corso di laurea in Biotecnologie, Università degli Studi di Torino, 2004/2005)

STUDY ABROAD

1 Which one of the following statements is WRONG in the context of X-rays generated from a X-ray tube?

- A** Wavelength of characteristic X-rays decreases when the atomic number of the target increases.
- B** Cut-off wavelength of the continuous X-rays depends on the atomic number of the target.
- C** Intensity of the characteristic X-rays depends on the electrical power given to the X-ray tube.
- D** Cut-off wavelength of the continuous X-rays depends on the energy of the electrons in the X-ray tube.

(Joint Entrance Examination for Indian Institutes of Technology (JEE), India, 2008/2009)

2 STATEMENT 1

If the accelerating potential in an X-ray tube is increased, the wavelengths of the characteristic X-rays do not change.

Because

STATEMENT 2

When an electron beam strikes the target in an X-ray tube, part of the kinetic energy is converted into X-ray energy.

- A** Statement 1 is true, Statement 2 is true; Statement 2 is a correct explanation for Statement 1.
- B** Statement 1 is true, Statement 2 is true; Statement 2 is NOT a correct explanation for Statement 1.

ESERCIZI

C Statement 1 is true, Statement 2 is false.

D Statement 1 is false, Statement 2 is true.

(Joint Entrance Examination for Indian Institutes of Technology (JEE), India, 2007/2008)

4 In the electromagnetic spectrum there are different types of radiation. Which one of the following lists gives the radiation types in order of increasing wavelength?

A γ -radiation, X-rays, visible light, radio waves.

B X-rays, radio waves, visible light, γ -radiation.

C radio waves, γ -radiation, visible light, X-rays.

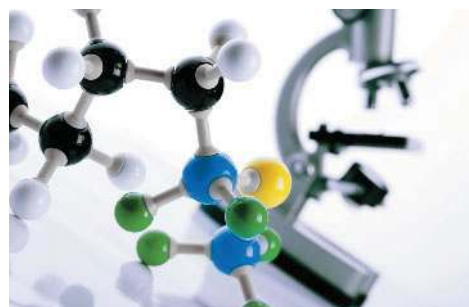
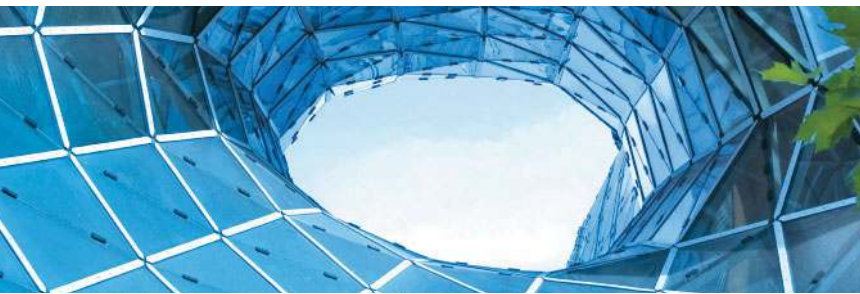
D γ -radiation, X-rays, radio waves, visible light.

(Trends in International Mathematics and Science Study, 2008/2009)

5 Ultraviolet light is responsible for sunburns. Explain why you don't get sunburned while sitting behind a glass window.

(Trends in International Mathematics and Science Study, 2008/2009)

RELATIVITÀ E QUANTI





Van, Al / iStockphoto.com

1 IL VALORE NUMERICO DELLA VELOCITÀ DELLA LUCE

La luce è un'onda elettromagnetica, cioè un'onda trasversale che si propaga anche nel vuoto. Anzi, proprio nel vuoto la luce raggiunge la sua massima velocità,

$$c = 299\,792\,458 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

Nei capitoli sull'elettromagnetismo abbiamo incontrato le equazioni di Maxwell. In particolare, sappiamo che da esse si deduce per via teorica il valore numerico di c , che risulta lo stesso in tutti i sistemi di riferimento, qualunque sia la loro velocità relativa.

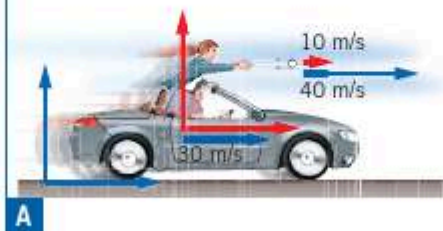
Ciò è in completo disaccordo con le previsioni della meccanica classica e, in particolare, con le trasformazioni di Galileo. Per chiarire, consideriamo un'automobile che percorre un'autostrada rettilinea alla velocità costante di 30 m/s. A un certo punto un passeggero lancia una palla a una velocità di 10 m/s. Secondo le trasformazioni di Galileo:

Trasformazioni di Galileo

Puoi trovare le trasformazioni di Galileo nel capitolo «I principi della dinamica».

se la palla è lanciata in avanti, la sua velocità rispetto al sistema di riferimento dell'autostrada è

$$30 \frac{\text{m}}{\text{s}} + 10 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 40 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$



Se la palla è lanciata all'indietro, la sua velocità misurata nel sistema di riferimento dell'autostrada è

$$30 \frac{\text{m}}{\text{s}} - 10 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 20 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$



Per la luce non è così: secondo la teoria di Maxwell, la luce emessa in avanti e all'indietro da un'astronave ha sempre velocità c (figura 1), qualunque sia la velocità con cui l'astronave si muove. Quindi, per l'elettromagnetismo la velocità della luce è un'invariante, cioè una grandezza che non dipende dal sistema di riferimento in cui è prodotta o misurata.

In questa situazione

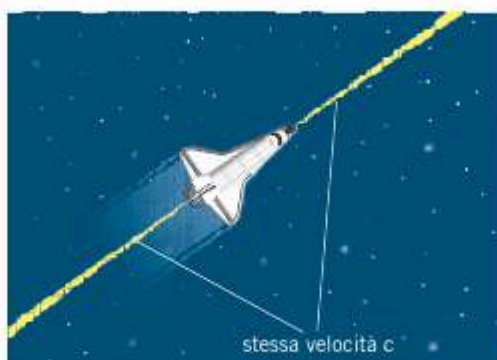


Figura 1 I lampi di luce emessi dall'astronave nel verso del suo moto e nel verso opposto si propagano con la stessa velocità c .

due delle teorie fondamentali della fisica classica, la meccanica e l'elettromagnetismo, risultano in contraddizione tra loro.

Si tratta di un problema grave: infatti, entrambe le teorie hanno un campo di applicabilità molto vasto; entrambe possiedono una struttura concettuale solida e coerente; entrambe sono in accordo con un numero enorme di esperimenti.

Non si può risolvere il problema, quindi, se non facendo una scelta: almeno una delle due teorie deve essere modificata in modo da eliminare la contraddizione. Ma per decidere qual è la teoria da modificare occorre sapere quale delle due fa la previsione giusta riguardo alle proprietà della velocità della luce nel vuoto.

2 L'ESPERIMENTO DI MICHELSON-MORLEY

A metà dell'Ottocento gli esperimenti sull'interferenza e la diffrazione della luce avevano convinto i fisici della natura ondulatoria della luce, ma non era ancora chiaro di quale onda si trattasse.

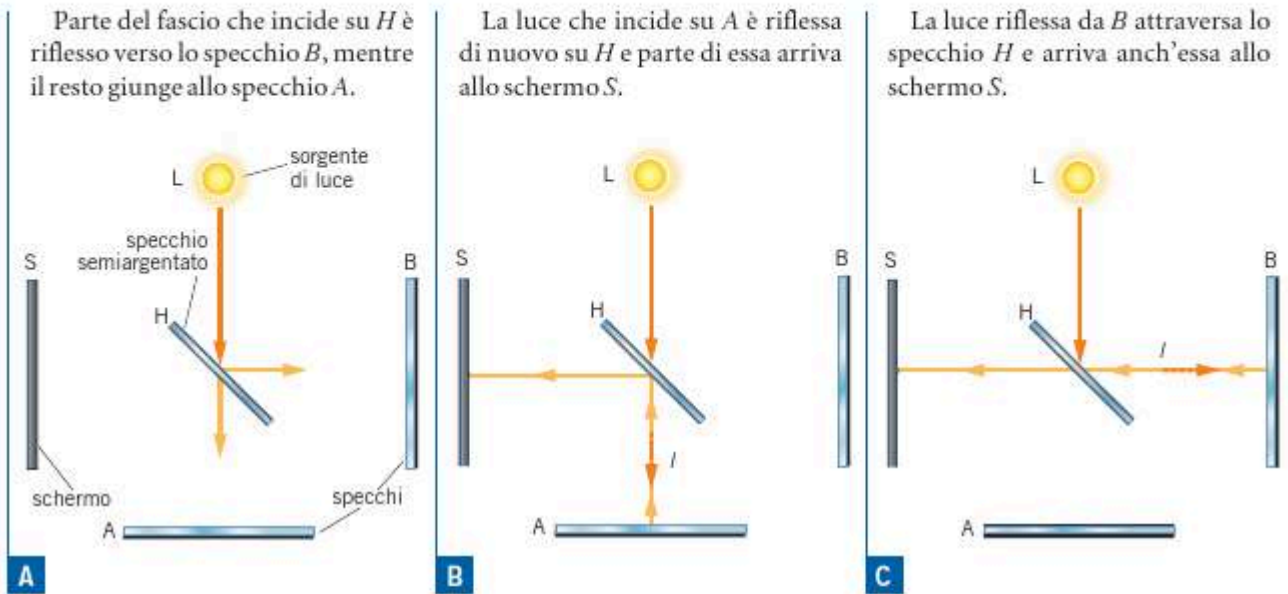
Si pensò che la luce fosse, come tutte le altre onde, una perturbazione che si propaga in un particolare mezzo materiale, chiamato *etere luminifero*, che riempie tutto l'Universo.

Se l'etere esiste è naturale ammettere che le equazioni dell'elettromagnetismo siano valide in modo rigoroso in *un solo* sistema di riferimento privilegiato, quello in cui l'etere è in quiete.

Per verificare questa ipotesi occorre rilevare il cosiddetto «vento d'etere», cioè il moto della Terra attraverso l'etere luminifero. L'esperimento, che ha origine da un'idea esposta da Maxwell nel 1875 in un articolo scritto per la nona edizione dell'*Enciclopedia Britannica*, fu condotto tra il 1881 e il 1887 dai fisici statunitensi Albert A. Michelson (1852-1931) e Edward W. Morley (1838-1923).

L'apparato sperimentale di Michelson e Morley

L'apparato sperimentale utilizzato da Michelson e Morley è basato sul fenomeno dell'interferenza della luce: un fascio di luce monocromatica (cioè di un solo colore) è diretto dalla sorgente di luce L su uno specchio semiriflettente H .



I due fasci, giungendo sullo schermo S , formano una figura di interferenza costituita da frange chiare e scure alternate.

Entrambi i raggi percorrono il tratto LH e il tratto HS ; quindi, in quei due segmenti i loro comportamenti sono uguali. Analizzeremo invece il percorso dei due fasci di luce lungo i segmenti AH e BH (entrambi lunghi l).

Analisi dell'esperimento

Facciamo l'ipotesi che il Sole sia fermo nel sistema di riferimento dell'etere e che, quindi, il modulo della velocità della luce nel riferimento del Sole sia c . Poiché la Terra ruota attorno al Sole, la sua velocità rispetto al Sole (e quindi rispetto all'etere) cambia continuamente.

Figura 2 L'apparato sperimentale è disposto con il segmento AH parallelo alla velocità \vec{v} del laboratorio rispetto al Sole.

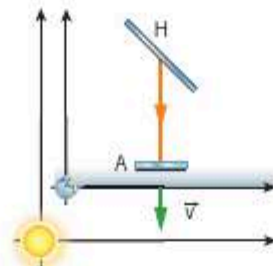
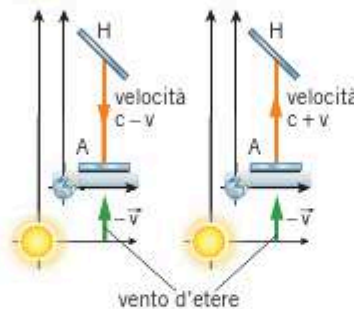


Figura 3 Nell'andare da H ad A la luce è ostacolata dal «vento d'etere» e dovrebbe muoversi con velocità $c - v$; al ritorno al sua velocità dovrebbe essere $c + v$.



Ora disponiamo l'apparato sperimentale con il segmento AH parallelo alla velocità istantanea \vec{v} del laboratorio nel sistema di riferimento del Sole (figura 2).

Secondo la meccanica classica, la luce percorre il tratto da H ad A con una velocità di modulo $(c - v)$, mentre torna indietro con una velocità di modulo $(c + v)$.

Questo perché, nel sistema di riferimento del laboratorio, che è fisso sulla Terra, l'apparato sperimentale è fermo e l'etere scorre da A a H con velocità $-\vec{v}$. È come se la luce fosse ostacolata dal «vento d'etere» nel percorso di andata, ma fosse poi spinta da esso al ritorno (figura 3). Così, secondo la teoria dell'etere, per descrivere la distanza $2l$ la luce deve impiegare un intervallo di tempo

$$\Delta t_1 = \frac{l}{c - v} + \frac{l}{c + v} = \frac{2lc}{c^2 - v^2} \quad (1)$$

Analizziamo ora il moto della luce lungo HB , in direzione perpendicolare a \vec{v} . In questo caso il moto della luce deve essere la composizione di due movimenti: quello proprio della luce, con una velocità di modulo c , e quello dell'etere.

Esaminiamo ancora il fenomeno nel sistema di riferimento del laboratorio in cui, nel nostro esempio, l'etere scorre verso l'alto. Come si vede nella **figura 4**, la velocità «naturale» c della luce, la velocità dell'etere $-\vec{v}$ e la velocità risultante della luce \vec{u} (che, nell'esperimento, è perpendicolare allo specchio B in modo che il fascio sia riflesso su se stesso) formano un triangolo rettangolo di cui \vec{c} è l'ipotenusa.

Quindi si ha

$$u = \sqrt{c^2 - v^2}$$

e l'intervallo di tempo impiegato dalla luce per compiere il percorso dallo specchio H allo specchio B e viceversa è

$$\Delta t_2 = \frac{2l}{u} = \frac{2l}{\sqrt{c^2 - v^2}} \quad (2)$$

Quando i due fasci di luce si combinano sullo schermo S generano una figura di interferenza che dipende dalla differenza $(\Delta t_1 - \Delta t_2)$ tra i due tempi di percorrenza Δt_1 e Δt_2 . Tale differenza, a sua volta, dipende dal valore della velocità v .

Se potessimo «spegnere» il vento d'etere, saremmo in grado di ripetere lo stesso esperimento nella condizione $v = 0$ m/s. Vedendo come cambia la figura di interferenza su S saremmo in grado di dimostrare se la teoria dell'etere è corretta, cioè se la luce è realmente soggetta al vento d'etere.

Non potendo fermare la Terra e quindi l'etere, abbiamo un'altra possibilità: come fatto da Michelson e Morley, poniamo l'apparato sperimentale a galleggiare sul mercurio. Così è possibile ruotarlo in modo da avere il segmento HB parallelo a \vec{v} , con HA che viene a trovarsi perpendicolare a tale vettore.

Ora i ruoli dei due fasci sono invertiti, per cui il primo di essi percorre il tratto $H-A-H$ nel nuovo intervallo di tempo

$$\Delta t'_1 = \frac{2l}{u} \frac{2l}{\sqrt{c^2 - v^2}} = \Delta t_2,$$

mentre anche la durata del percorso da H a B e ritorno è cambiata, risultando

$$\Delta t'_2 = \frac{2lc}{c^2 - v^2} = \Delta t_1$$

Di conseguenza, ci aspettiamo di vedere sullo schermo S una nuova figura di interferenza, dovuta alla differenza temporale $\Delta t'_1 - \Delta t'_2 = -(\Delta t_1 - \Delta t_2)$. Invece

l'esperimento di Michelson e Morley non rivelò alcuna variazione nella figura di interferenza.

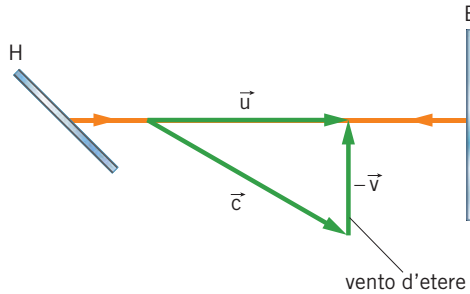


Figura 4 Nel tratto HB la velocità della luce \vec{c} , il vento d'etere $-\vec{v}$ e la velocità risultante \vec{u} del fascio luminoso formano un triangolo rettangolo.

Questo risultato non cambiò neppure quando, per aumentare la sensibilità dell'apparato sperimentale, i fasci luminosi furono fatti riflettere otto volte.

Di conseguenza, la teoria dell'etere si rivelava inadatta a descrivere il comportamento della luce: tutto il problema doveva essere ripensato da capo.

3 GLI ASSIOMI DELLA TEORIA DELLA RELATIVITÀ RISTRETTA

Per risolvere la contraddizione tra meccanica ed elettromagnetismo, ben sottolineata dall'esperimento di Michelson e Morley, Einstein propose di rifondare da capo la fisica partendo da due assiomi (o principi):

Relatività ristretta

Questo principio è chiamato di relatività ristretta per distinguerlo dal principio di relatività generale che Einstein introdusse in seguito.

Relatività galileiana

Il principio di relatività galileiana è stato sviluppato nel paragrafo 3 del capitolo «I principi della dinamica».

1. **Principio di relatività ristretta:** le leggi e i principi della fisica hanno la stessa forma in *tutti* i sistemi di riferimento inerziali;
2. **Principio di invarianza di c :** la velocità della luce è la stessa in *tutti* i sistemi di riferimento inerziali, indipendentemente dal moto del sistema stesso o della sorgente da cui la luce è emessa.

Il principio di relatività ristretta estende a tutta la fisica il principio di relatività galileiana che vale per la meccanica. L'assioma nasce direttamente dalla convinzione di Einstein che la natura sia regolata da leggi semplici ed eleganti. In effetti, una fisica in cui le leggi sono le stesse in tutti i sistemi inerziali è molto più semplice di una in cui le leggi variano nel passare da un sistema di riferimento all'altro.

L'invarianza di c spiega il risultato negativo dell'esperimento di Michelson-Morley.

Infatti, se la velocità della luce non dipende dal sistema di riferimento, le durate dei percorsi dallo specchio semiargentato agli specchi A e B sono le stesse sia quando l'apparato sperimentale è orientato in un certo modo, sia quando è ruotato di 90° . Ecco, quindi, che non si osserva alcuna variazione nella figura di interferenza.

In realtà Einstein, quando cominciò a elaborare la propria teoria, non era a conoscenza dell'esperimento di Michelson-Morley. Per lui l'assioma 2 era motivato dalle stesse ragioni di semplicità ed eleganza che sono alla base dell'assioma 1. Anzi, in un certo senso si può vedere il secondo assioma come un caso particolare del primo: se le leggi della fisica sono le stesse in tutti i sistemi di riferimento, in ognuno di essi valgono le equazioni di Maxwell che prevedono un ben preciso valore della velocità della luce. Quindi tale velocità risulta la stessa in tutti i sistemi inerziali.

4 LA RELATIVITÀ DELLA SIMULTANEITÀ

Albert Einstein, partendo dall'ipotesi della costanza di c , comprese che tutta la fisica sviluppata fino ad allora si basava su un'ipotesi data per scontata e che, in realtà, non è affatto ovvia.

Tale ipotesi è che esiste in fisica un **tempo assoluto**, cioè un tempo che scorre immutabile e indifferente, identico in tutti i sistemi di riferimento. Einstein analizzò in modo critico l'idea del tempo assoluto, partendo dallo studio del concetto di simultaneità.

Newton e il tempo assoluto

L'idea del tempo assoluto e dello spazio assoluto, presente in tutta la fisica classica, era stata enunciata da Newton nel suo fondamentale lavoro sulla meccanica *Philosophiæ naturalis principia mathematica*.

Il concetto di simultaneità

Per capire bene il pensiero di Einstein bisogna chiedersi cosa significa misurare un intervallo di tempo, per esempio quello tra la partenza di un atleta e il suo arrivo al traguardo. Se voglio misurare la durata della gara, devo dichiarare che

Contemporaneamente alla partenza dell'atleta il mio orologio segnava, per esempio, il valore 11:18.42,60 (ore 11 e 18 minuti, 42 secondi e 6 decimi),

mentre *simultaneamente* all'arrivo il quadrante dello stesso orologio indicava le cifre 11:18.52,90; in tal modo ho misurato una durata della gara pari a 10,3 s.



È chiaro che, per eseguire la misura dell'intervallo di tempo, ho dovuto utilizzare due volte il concetto di *simultaneità* tra due eventi: per esempio, la partenza dell'atleta e la comparsa del valore 11:18.42,60 sull'orologio devono essere simultanei, e altrettanto deve valere all'arrivo dell'atleta.

Nella vita quotidiana ci sembra ovvio decidere se due eventi sono simultanei o no. Però vale la pena di esaminare con precisione se ciò è veramente scontato.

La definizione operativa di simultaneità

L'assioma sulla costanza della velocità della luce permette di stabilire in modo operativo e non ambiguo quando due fenomeni sono simultanei o no.

Per semplificare le cose, supponiamo che i fenomeni F_1 e F_2 consistano nell'emissione di luce da parte di due corpi che si trovano nei punti P_1 e P_2 dello spazio. Per un intervallo di tempo molto breve i due corpi diventano luminosi e la luce che essi emettono, propagandosi, permette a tutti gli osservatori di sapere che i due fenomeni hanno avuto luogo.

Per dire se due eventi sono simultanei o no, scegliamo un punto M che sia equidistante da P_1 e P_2 (figura 5). Per definizione:

i fenomeni F_1 e F_2 (che avvengono nei punti P_1 e P_2) sono simultanei se la luce che essi emettono giunge nello stesso istante in un punto M equidistante da P_1 e P_2 .

Il ragionamento che sta alla base di questa definizione è semplice: se le distanze $\overline{P_1M}$ e $\overline{P_2M}$ sono uguali, i raggi di luce (che hanno la stessa velocità) impiegano intervalli di tempo uguali per percorrerle. Quindi, se i due raggi di luce arrivano in M nello stesso istante, devono essere partiti simultaneamente.

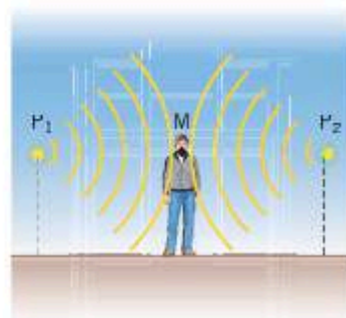


Figura 5 I due lampi sono simultanei perché giungono nello stesso istante in M , che è equidistante dai punti di emissione P_1 e P_2 .

La simultaneità è relativa

Proviamo ora ad applicare la definizione precedente a un esempio specifico, inventato dallo stesso Einstein: consideriamo un treno che si muove a grande velocità rispetto a un osservatore O_1 che si trova a terra, lungo i binari. Un secondo osservatore O_2 si trova sul treno, a metà strada tra due punti A e B .

Figura 6 Due petardi esplodono sui binari nei punti A e B ; gli osservatori O_1 e O_2 si trovano (il primo a terra e il secondo sul treno, che si muove verso sinistra) a metà strada tra A e B .

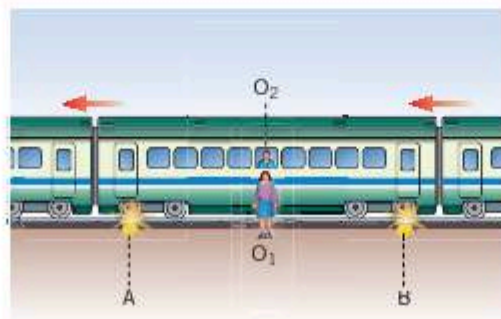


Figura 7 Per O_1 , le esplosioni sono simultanee, perché avverte nello stesso istante i lampi di luce emessi dai due petardi.

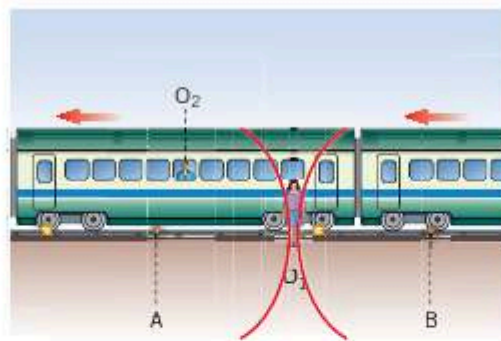
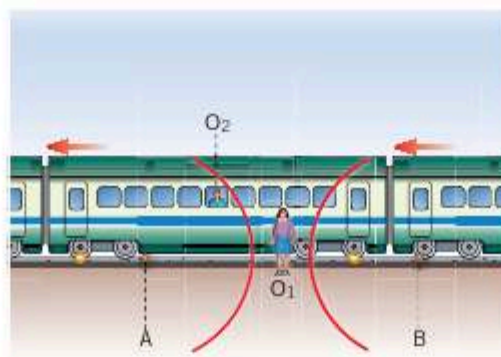


Figura 8 Per O_2 , le esplosioni non sono simultanee, perché avverte il lampo di luce emesso da A prima di quello emesso da B .



Definizione operativa di tempo

Ricorda che in fisica qualunque grandezza, anche il tempo, è introdotta mediante una definizione operativa. Di conseguenza, per un fisico esiste il tempo assoluto soltanto se è possibile individuare un metodo per misurarlo.

A un certo punto, due petardi esplodono sui binari in corrispondenza dei punti A e B (figura 6). Le due esplosioni sono testimoniate dai segni di bruciatura che rimangono sui binari e sul treno, e la luce emessa da esse si propaga in tutte le direzioni con velocità c .

Il tutto è stato preparato in modo che i raggi luminosi emessi dai due petardi giungano a O_1 nello stesso istante (figura 7). Inoltre l'osservatore O_1 , misurate le distanze tra il punto in cui si trovava quando ha visto le esplosioni e le due bruciature lasciate dalle esplosioni stesse, determina che tali distanze sono uguali. Sulla base della definizione precedente, egli giudica che i due petardi sono esplosi *simultaneamente*.

Dal treno l'osservatore O_2 dà un giudizio differente: infatti, mentre i raggi luminosi si propagano, il treno si sposta (nel nostro esempio) verso sinistra (figura 8). Quindi O_2 vede prima l'esplosione che avviene alla testa del treno e soltanto dopo un certo intervallo di tempo vede anche l'esplosione che ha avuto luogo in coda al treno: non c'è dubbio che, secondo lui, le due esplosioni *non* sono state simultanee.

Allora i due eventi che stiamo esaminando, cioè le due esplosioni, sono stati simultanei per un osservatore e non simultanei per l'altro. Non c'è nulla di sbagliato: infatti, entrambi gli osservatori si sono attenuti strettamente alla definizione operativa di simultaneità. Entrambi hanno condotto in modo corretto le loro osservazioni. Eppure i loro responsi sono diversi.

Inoltre non c'è nulla di speciale che distingua il sistema di riferimento del treno da quello in cui i binari sono fermi: in maniera del tutto simmetrica, due eventi che sono simultanei per O_2 non lo sono per O_1 . Dobbiamo quindi ammettere che

il giudizio di simultaneità è relativo: due eventi che risultano simultanei in un dato sistema di riferimento non lo sono in un altro che si muova rispetto al primo.

L'analisi precedente, basata sul fatto che la velocità della luce ha un valore finito, ci fa capire che il tempo assoluto su cui è fondata la meccanica classica non ha significato fisico: lo avrebbe se la luce si propagasse a velocità infinita. In quel caso, il giudizio di simultaneità sarebbe assoluto, uguale per tutti gli osservatori.

Nella vita quotidiana, le velocità che riusciamo a ottenere sono così piccole rispetto a c che non è possibile avere un'esperienza diretta della relatività della simultaneità. Vedremo però che le cose cambiano se ci si muove a velocità abbastanza vicine a c .

5 LA DILATAZIONE DEI TEMPI

Il valore finito della velocità della luce porta a chiedersi cosa significa confrontare tra loro due misure di tempo che sono state fatte in luoghi diversi. Infatti, noi non vediamo mai un orologio come è «in questo istante», ma come era quando partiva da esso la luce che entra nei nostri occhi.

Di conseguenza, occorre introdurre nella teoria che stiamo costruendo un protocollo che dica come possiamo *sincronizzare* tra loro due orologi (che consideriamo identici e privi di difetti di costruzione) posti a una certa distanza tra loro.

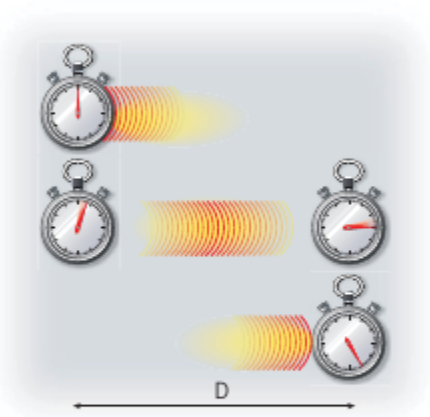
La sincronizzazione degli orologi

Supponiamo quindi di avere due orologi identici posti a una distanza nota D . Il primo di questi orologi è programmato per emettere un lampo di luce a un orario fissato $t = t_0$ (per esempio a mezzanotte) e il secondo orologio è in grado di rilevare l'arrivo dello stesso lampo di luce.

Dal momento che la luce descrive il tragitto tra il primo orologio e il secondo nell'intervallo di tempo $\Delta t = D/c$, per definizione:

due orologi sono **sincronizzati** se il secondo di essi, nell'istante in cui riceve il lampo di luce emesso dal primo, segna il valore $t = t_0 + D/c$.

Questa procedura (illustrata nella [figura 9](#)) è in accordo con la definizione di simultaneità che abbiamo visto in precedenza. Infatti, se ognuno dei due orologi emette un raggio di luce nell'istante in cui segna l'orario, un osservatore che si trovi nel sistema di riferimento in cui gli orologi stessi sono fermi e che occupi il punto medio tra le loro posizioni riceve simultaneamente i due lampi di luce. Quindi, usando il linguaggio comune «i due orologi sono sincronizzati perché segnano simultaneamente lo stesso orario».



Due diverse velocità della luce

La conclusione è valida anche se la velocità della luce assumesse valori diversi nei due sistemi di riferimento.

ESPERIMENTO VIRTUALE

Tempo che si dilata

- Gioca
- Misura
- Esercitati



Vedere il Sole

Per esempio, se potessimo vedere un orologio posto sul Sole, leggeremmo il tempo che esso segnava più di 8 minuti prima.

La misura di un intervallo di tempo

Utilizziamo ora gli orologi che abbiamo sincronizzato. Un osservatore O_2 , che si trova su una piattaforma mobile, ha a disposizione un orologio che emette luce.

Figura 9 Schema logico del metodo di sincronizzazione degli orologi.

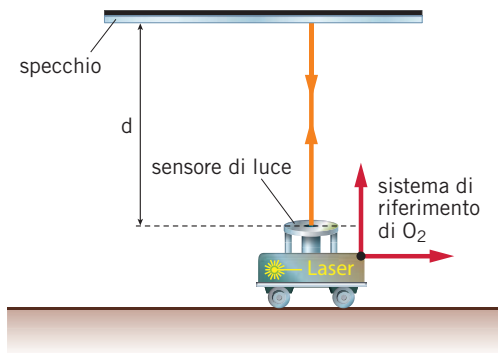


Figura 10 L'apparato sperimentale è fermo per l'osservatore O_2 : la luce percorre avanti e indietro lo stesso segmento.

A un certo istante, un brevissimo lampo di luce viene emesso verso uno specchio posto a distanza d (figura 10). Il lampo si riflette e ritorna verso il basso.

Quando il sensore rileva l'arrivo del raggio riflesso, l'orologio si ferma e segna il valore dell'intervallo di tempo Δt impiegato dalla luce nel percorso di andata e ritorno (che ha lunghezza $2d$):

$$\Delta t = \frac{2d}{c}$$

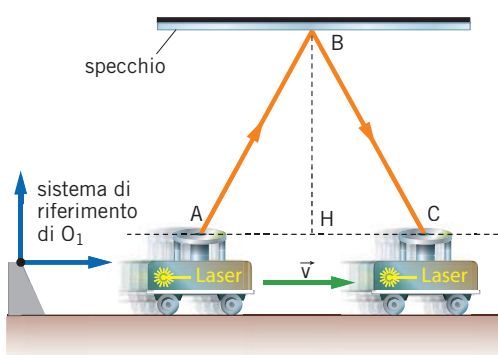


Figura 11 L'osservatore O_1 vede l'apparato sperimentale che si muove verso destra: la luce percorre quindi una linea spezzata.

Contemporaneamente la piattaforma, su cui si trova l'osservatore O_2 , si muove verso destra con velocità v nel sistema dell'osservatore O_1 , che è fisso rispetto al suolo. O_1 descrive lo stesso fenomeno con i propri apparati di misura. Visto che, mentre la luce percorre il proprio cammino, la piattaforma di O_2 si muove verso destra, per O_1 la traiettoria del raggio di luce è una spezzata inclinata a destra (figura 11).

Nel sistema di riferimento del suolo (sistema di O_1) sono disposti molti orologi sincronizzati tra loro e identici a quello di O_2 . Di questi, uno si trova in corrispondenza del punto A da cui la luce è emessa e registra l'istante in cui ciò accade; un altro è nel luogo C dove il raggio luminoso arriva e, come il primo, registra l'orario di tale fenomeno. In questo modo O_1 può leggere i due istanti di tempo iniziale e finale del moto del raggio di luce e, quindi, calcolare l'intervallo di tempo $\Delta t'$ che li separa.

Per O_1 il raggio di luce percorre una spezzata ABC , con i segmenti AB e BC che sono i lati di un triangolo isoscele di base AC . Il teorema di Pitagora fornisce la relazione

$$\overline{AB}^2 = \overline{AH}^2 + \overline{HB}^2 \tag{3}$$

\overline{AB} è metà della distanza percorsa dalla luce, che viaggia sempre alla stessa velocità c , nell'intervallo di tempo $\Delta t'$; \overline{HB} è metà della distanza percorsa dalla luce nell'intervallo di tempo Δt e \overline{AH} è metà dello spostamento della piattaforma (a velocità v) nell'intervallo $\Delta t'$. Quindi valgono le formule

$$\overline{AB} = \frac{1}{2} c\Delta t', \quad \overline{HB} = \frac{1}{2} c\Delta t, \quad \overline{AH} = \frac{1}{2} v\Delta t'$$

Ora possiamo elevare queste formule al quadrato, sostituirle nella formula (3) e moltiplicare entrambi i membri per il numero 4. Si ottiene l'equazione

$$c^2(\Delta t')^2 = v^2(\Delta t')^2 + c^2(\Delta t)^2,$$

da cui otteniamo la fondamentale relazione

$$\Delta t' = \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}} \Delta t \tag{4}$$

Massima velocità

Se la velocità di un corpo crescesse fino a essere maggiore di c , l'argomento della radice quadrata diventerebbe negativo. Ciò è impossibile e quindi c è la velocità massima di ogni corpo.

I due intervalli di tempo Δt e $\Delta t'$, misurati in due sistemi di riferimento diversi per la durata dello stesso fenomeno, sono differenti. Dopo la relatività della simultaneità, abbiamo scoperto anche che la misura della durata dipende dal sistema di riferimento in cui questa grandezza è misurata.

È una nuova conferma della non esistenza, in fisica, del tempo assoluto.

La dilatazione dei tempi e l'intervallo di tempo proprio

Visto che il denominatore che compare nella formula (4) è un numero minore o, al massimo, uguale a uno, l'intervallo di tempo $\Delta t'$ è sempre maggiore o uguale di Δt .

Questo effetto prende il nome tradizionale di **dilatazione dei tempi**:

la durata di un fenomeno (per esempio il moto di una particella) risulta minima quando è misurata in un sistema di riferimento inerziale S che è solidale con il baricentro del sistema fisico in esame.

Per questa ragione S è detto sistema di riferimento **solidale con il fenomeno**. In tutti i sistemi di riferimento in moto rispetto a S la durata del fenomeno è maggiore.

Per esempio, la durata del suono di una sveglia risulta minima nel sistema di riferimento in cui la sveglia è ferma, mentre è maggiore in tutti i sistemi di riferimento in cui la sveglia è in moto.

Allo stesso modo, nell'esempio appena discusso dell'orologio laser, il sistema di riferimento solidale con il fenomeno è O_2 , in cui la piattaforma, l'emettitore laser, lo specchio e il sensore di luce sono fermi.

La durata del fenomeno misurata in un sistema di riferimento solidale con esso si chiama **intervallo di tempo proprio** (o, in breve, **tempo proprio**) del fenomeno e si indica con il simbolo $\Delta\tau$.

In particolare, se il fenomeno da studiare è il moto di un punto materiale (per esempio una particella elementare, o una sonda spaziale) che si muove con velocità \vec{v} costante, il sistema di riferimento solidale con tale fenomeno è quello che si muove con il corpo (o, in modo equivalente, quello in cui il corpo è sempre fermo); notiamo che, in tale sistema di riferimento, il punto materiale in esame occupa sempre la stessa posizione.

ESEMPIO

L'astronauta Bruno viaggia verso una stella lontana alla velocità $v = 0,95 c$, mentre il suo gemello Carlo rimane sulla Terra. Bruno raggiunge la stella dopo un viaggio che, misurato dagli strumenti di bordo dell'astronave, è lungo $\Delta t = 10$ anni.

- ▶ Quanto vale la lunghezza $\Delta t'$ dello stesso viaggio secondo l'orologio terrestre di Carlo?
- L'intervallo di tempo $\Delta t = 10$ anni è il tempo proprio del fenomeno, perché è misurato nel sistema di riferimento in cui l'astronave risulta ferma.
- Allora il valore di $\Delta t'$ si calcola con la formula (4):

$$\Delta t' = \frac{\Delta t}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}} = \frac{10 \text{ anni}}{\sqrt{1 - (0,95)^2}} = \frac{10 \text{ anni}}{0,31} = 32 \text{ anni.}$$

Il «paradosso dei gemelli»

La dilatazione relativistica del tempo prevista dalla teoria di Einstein non vale solo per gli orologi, ma per tutti i fenomeni naturali, compresi le reazioni chimiche e i processi biologici.

Consideriamo l'astronauta Bruno dell'esempio precedente, che parte a 20 anni e viaggia nello spazio a una velocità prossima a c , impiegando 10 anni a compiere il viaggio di andata e altri 10 per il ritorno; quando arriva di nuovo sulla Terra, Bruno ha 40 anni. Invece il gemello Carlo, che è rimasto sulla Terra, ha aspettato 64 anni (due volte 32 anni) per potere rivedere il fratello e, nel momento dell'incontro, egli ha 84 anni.

Quindi Bruno è rimasto più giovane di Carlo, così come un orologio a bordo del razzo avanza più lentamente di un orologio della base terrestre.

La storia dei gemelli è conosciuta con il nome di *paradosso* perché in origine era citata come una confutazione della teoria della relatività.

Infatti, si potrebbe affermare che, per Bruno, è la Terra che si sposta nello spazio alla velocità di $0,95 c$, quindi dovrebbe essere Carlo a essere rimasto più giovane. Dato che alla fine i due gemelli si incontrano, uno dei due ragionamenti è corretto e l'altro è sbagliato.

La definitiva spiegazione del paradosso sta nel fatto che il problema non è simmetrico: Carlo durante tutto il viaggio si trova in un sistema approssimativamente inerziale (la Terra), mentre Bruno accelera alla partenza e, per tornare al punto di partenza, deve arrestare i motori, invertire la rotta e ripartire, quindi il suo moto è soggetto ad accelerazioni e il suo sistema, almeno per una parte del moto, non è inerziale.

Questo problema può essere trattato in modo quantitativo nell'ambito della relatività ristretta. Inoltre, per tenere conto degli effetti delle accelerazioni, si può controllare il risultato ottenuto applicando la teoria della relatività generale: essa conferma il fatto che è Bruno, il gemello astronauta, a rimanere più giovane.

Il paradosso dei gemelli è dunque scientificamente fondato, benché descriva una situazione sorprendente e, come indica l'etimologia del termine, «contraria al senso comune».

Significato di β

β è il modulo della velocità in un sistema di unità di misura *naturale* in cui si sceglie come unità di misura delle velocità l'unica velocità universale, cioè quella con cui la luce si propaga nel vuoto.

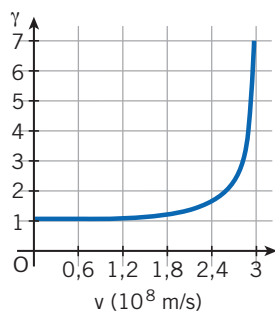


Figura 12 Grafico del coefficiente di dilatazione γ in funzione della velocità v .

I simboli β e γ

Per semplificare la formula (4) introduciamo due nuovi simboli. Il primo simbolo è

$$\beta = \frac{v}{c} \quad (5)$$

β è il rapporto tra il modulo v della velocità di un oggetto o di un sistema di riferimento e quello della velocità della luce nel vuoto.

Inoltre definiamo il **coefficiente di dilatazione**

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}} \quad (6)$$

β e γ sono numeri puri: il loro valore non dipende dal sistema di unità di misura utilizzato.

La **figura 12** mostra il grafico di γ al variare di v . Si vede che, per piccoli valori della velocità, γ è circa uguale a 1. Ma per $v = c$ il grafico di γ ha un asintoto verticale: ciò significa che il valore di γ è sempre più grande quanto più v si avvicina a c .

Usando il coefficiente di dilatazione, la formula (4) si riscrive

$$\Delta t' = \gamma \Delta t. \quad (7)$$

6 LA CONTRAZIONE DELLE LUNGHEZZE

Dopo avere esaminato la relazione tra misure di durata compiute da osservatori che si trovano in moto relativo, affrontiamo ora l'argomento delle misure di lunghezza.

Le lunghezze poste nella direzione del moto relativo si contraggono

Ritorniamo ancora all'esempio del treno che si muove ad alta velocità. L'osservatore O_1 (quello solidale con il terreno) ha piantato due paletti nel terreno in modo da individuare così un segmento parallelo ai binari (e, quindi, al moto di O_2). O_1 misura la distanza tra i paletti, il cui valore risulta Δx .

Ciò significa che, nel sistema di riferimento di O_1 , le posizioni x_1 e x_2 dei due estremi del segmento sono costanti nel tempo e il valore di Δx è dato dalla differenza tra tali posizioni. Se Δt è l'intervallo di tempo (misurato nel sistema di riferimento di O_1) che un punto fissato del treno impiega per passare da x_1 a x_2 , con $\Delta x = x_2 - x_1$ si ha

$$\Delta x = v \Delta t.$$

Per O_2 , prima di tutto, è necessario *definire* cosa significa «lunghezza di un segmento in movimento».

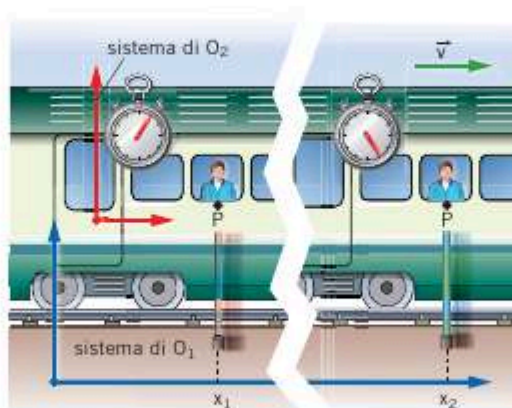
Esiste una definizione naturale:

in un dato sistema di riferimento, la lunghezza di un segmento che si muove con velocità v si ricava dalla misura del tempo necessario affinché passino per uno stesso punto i suoi due estremi.

Così la distanza $\Delta x'$, misurata da O_2 , che vede i paletti muoversi con velocità $-\vec{v}$ e misura il tempo $\Delta t'$, vale

$$\Delta x' = v \Delta t'.$$

Come si vede nella **figura 13**, P è un punto fisso per l'osservatore O_2 . Quindi il passaggio dei due paletti in corrispondenza di P è un fenomeno solidale con il sistema di riferimento del treno. Ciò significa che il tempo $\Delta t'$ è più breve di Δt e che si può utilizzare la formula (7), ma con i ruoli dei simboli Δt e $\Delta t'$ scambiati.



Stessa v

Il modulo della velocità v con cui O_1 vede allontanarsi O_2 è identico a quello con cui O_2 vede allontanarsi O_1 . Infatti c'è una completa simmetria tra i due sistemi di riferimento: avremmo potuto benissimo considerare il sistema del treno come «fermo» e quello del terreno come «in moto».

Figura 13 L'osservatore O_2 misura la distanza tra i paletti rilevando il tempo che separa gli istanti in cui egli passa a lato dei due paletti e moltiplicando tale intervallo di tempo per la velocità del treno.

$\Delta t'$ è la durata del fenomeno vista da O_2 e $\Delta t = \gamma \Delta t'$ è la durata (che è maggiore) dello stesso fenomeno misurata nel sistema di riferimento O_1 , che non è solidale con il fenomeno stesso. Allora, tenendo conto che $\Delta t' = \Delta t/\gamma$, si ha

$$\Delta x' = v \Delta t' = v \frac{\Delta t}{\gamma}.$$

Se, però, ricordiamo che l'intervallo di tempo Δt misurato da O_1 è uguale a $\Delta x/v$ troviamo una seconda relazione fondamentale:

$$\Delta x' = \frac{\Delta x}{\gamma} = \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \Delta x. \quad (8)$$

La lunghezza propria

La lunghezza di un segmento misurata nel sistema di riferimento in cui esso è in quiete si chiama **lunghezza propria** del segmento. Siccome la quantità $\sqrt{1 - v^2/c^2}$ che compare nella formula (8) è sempre minore di 1, si vede che

la lunghezza di un segmento misurata in un sistema di riferimento in cui esso è in movimento risulta sempre minore della lunghezza propria del segmento stesso.

Quindi, la lunghezza propria è la massima lunghezza del segmento che può essere misurata nei diversi sistemi di riferimento in moto relativo. Come per il tempo, scopriamo che anche lo *spazio assoluto* della meccanica classica non esiste, e questo è conseguenza del fatto che il tempo assoluto non esiste.

Questi fatti vengono spesso condensati nella frase «all'aumentare della velocità il tempo scorre più lentamente e le lunghezze si contraggono»: si sottintende la specificazione «rispetto alle stesse grandezze misurate nel riferimento che utilizziamo abitualmente»: in esso determiniamo la lunghezza di segmenti fermi rispetto a noi ma, in generale, non siamo solidali rispetto ai fenomeni che osserviamo.

Il carattere relativo dei valori di alcune grandezze fisiche è la proprietà che dà il nome a tutta la teoria einsteiniana della relatività.

ESEMPIO

La lunghezza propria di una sbarra vale $\Delta x = 4,0$ m. Il sistema di riferimento O_2 si muove, rispetto alla sbarra, con velocità $v = 8,7 \times 10^7$ m/s.

- Calcola la lunghezza $\Delta x'$ della sbarra secondo le misure effettuate in O_2 .
- Applicando la formula (8) otteniamo:

$$\begin{aligned} \Delta x' &= \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \Delta x = \sqrt{1 - \left(\frac{8,7 \times 10^7 \text{ m/s}}{3,0 \times 10^8 \text{ m/s}} \right)^2} \times (4,0 \text{ m}) = \\ &= \sqrt{1 - 0,084} \times (4,0 \text{ m}) = 0,96 \times (4,0 \text{ m}) = 3,8 \text{ m}. \end{aligned}$$

Una conferma sperimentale

Conferme sperimentali accuratissime delle previsioni della teoria della relatività si possono ottenere utilizzando particelle subatomiche. Mediante gli acceleratori di particelle è infatti possibile portare questi corpuscoli a velocità molto vicine a quella della luce.

Per esempio, gli elettroni che circolavano nell'acceleratore **LEP del CERN di Ginevra** dal 1989 al 2000 avevano un fattore di dilatazione grandissimo ($\gamma \approx 10^5$), per cui il fattore β differiva dal valore 1 per meno di una parte su dieci miliardi. Le migliori conferme della validità della teoria relativistica sono quindi date dal funzionamento stesso degli acceleratori.



Un esperimento di precisione sulla dilatazione del tempo è stato eseguito al CERN, negli anni 1969-1976, da Emilio Picasso, Francis Farley e collaboratori. È stata misurata la vita media di particelle cariche veloci, dette *muoni*, che a riposo hanno una vita media τ di circa due microsecondi ($\tau = 2,197 \times 10^{-6}$ s).

Un gran numero di queste particelle è stato fatto circolare, per tempi molto lunghi, in un apposito acceleratore circolare di circa 10 m di diametro. L'energia delle particelle era tale che esse avevano un fattore di dilatazione $\gamma = 29,3$; quindi la vita media prevista dalla relatività per le particelle circolanti era circa 30 volte maggiore di quella a riposo.

I risultati dell'esperimento hanno confermato con grande precisione le previsioni teoriche provando una volta di più, in maniera quantitativa, che per i corpi in moto il tempo scorre più lentamente.

L'esperimento è anche una conferma della contrazione delle lunghezze. Nel sistema di riferimento dei muoni, in cui essi sono fermi, i muoni vedono «scorrere» la camera a vuoto dell'acceleratore. Visto che, nel loro sistema di riferimento, i muoni hanno una vita media circa 30 volte inferiore a quella misurata nel laboratorio del CERN, la lunghezza della circonferenza dell'acceleratore che essi «vedono scorrere» è 30 volte minore della circonferenza dell'anello misurata nel sistema di riferimento del laboratorio, in cui essi si muovono ad alta velocità.

7 L'INVARIANZA DELLE LUNGHEZZE PERPENDICOLARI AL MOTO RELATIVO

Dopo avere scoperto la contrazione delle lunghezze poste in direzione parallela al moto, ci chiediamo se anche per i segmenti disposti in direzione perpendicolare alla velocità esista un simile effetto.

La risposta a questa domanda è negativa: dati due sistemi di riferimento inerziali S_1 e S_2 , con quest'ultimo che si muove, rispetto al primo, con velocità costante \vec{v} ,

tutti i segmenti perpendicolari a \vec{v} risultano della stessa lunghezza per gli osservatori solidali con i due sistemi.



Figura 14 Per ipotesi, a velocità molto bassa il treno passa rasente i muri e la volta della galleria.

Dimostrazione dell'invarianza

Possiamo dimostrare l'affermazione precedente ammettendo, per assurdo, che non sia vera. Per esempio, immaginiamo che le dimensioni trasversali del treno su cui abbiamo basato i nostri esempi risultino minori quando esso è in movimento.

Esaminiamo cosa accade nei due sistemi di riferimento se, lungo la linea ferroviaria, è scavata una galleria «appena più larga e alta del treno». Ciò significa che il treno, muovendosi a velocità molto bassa, riempie quasi completamente l'apertura della galleria (figura 14). Cosa succede se il treno si muove ad alta velocità?

Riferimento del terreno, in cui la galleria è ferma e il treno è in movimento. Secondo l'ipotesi della contrazione il treno, visto da terra, appare più stretto e più basso di prima: passa senza problemi attraverso la galleria.



A

Riferimento del treno, in cui il treno è fermo e la galleria è in moto. L'altezza e la larghezza della galleria diminuiscono, mentre quelle del treno sono invariate. Avviene un incidente quando il treno tenta di entrare in una galleria troppo piccola.



B

Eventuale dilatazione laterale

Con una dimostrazione del tutto analoga si giunge a una contraddizione anche se si fa l'ipotesi che le dimensioni laterali risultino dilatate per l'osservatore che vede il treno in movimento. In tutti i casi, bisogna ammettere che esse rimangono invariate.

Ma non è possibile che tale incidente avvenga o non avvenga a seconda del punto di vista da cui si guarda il moto del treno. Ammettendo che le dimensioni trasversali al moto del treno siano diverse nei due sistemi di riferimento si ottiene un risultato assurdo: l'unico modo per rimediare a tale assurdità è ammettere che esse risultino uguali se misurate in sistemi di riferimento inerziali in moto relativo.

8 LE TRASFORMAZIONI DI LORENTZ

Nel capitolo «I principi della dinamica» abbiamo incontrato le trasformazioni di Galileo che dicono come passare dalle coordinate che descrivono un certo fenomeno in un sistema di riferimento a quelle che descrivono lo stesso fenomeno in un secondo sistema di riferimento, in moto relativo rispetto al primo.

Tali trasformazioni riguardano la meccanica classica e non prevedono nessuno degli effetti che abbiamo illustrato (relatività della simultaneità, dilatazione delle durate, contrazione delle lunghezze) e, quindi, non possono essere utili per descrivere la nuova teoria che stiamo sviluppando. Devono essere sostituite da nuove leggi di trasformazione che, in particolare, prevedano che il tempo «scorre» in modo diverso in sistemi di riferimento in moto relativo.

Le trasformazioni che descrivono correttamente gli effetti relativistici erano state scritte dal fisico olandese Hendrik A. Lorentz (1853-1928) prima che Einstein sviluppasse la teoria della relatività. Infatti Lorentz aveva dimostrato che sono le trasformazioni sotto le quali le equazioni dell'elettromagnetismo (e quindi anche la velocità c che da esse si ricava) rimangono invarianti nel passare da un sistema di riferimento a un altro in moto relativo; per questa ragione sono note con il nome di *trasformazioni di Lorentz*.

Scriveremo tali trasformazioni, come abbiamo già fatto per quelle di Galileo, facendo l'ipotesi di avere due sistemi di riferimento inerziali S e S' , con S' che si muove con velocità costante \vec{v} rispetto a S . Per il resto, nei due sistemi gli assi coordinati sono paralleli e hanno lo stesso verso. Le coordinate spazio-temporali misurate in S saranno indicate con i simboli x, y, z e t ; le corrispondenti coordinate in S' sono x', y', z' e t' . Per semplicità, scegliamo come direzione delle ascisse (in entrambi i sistemi) quella del vettore \vec{v} . Inoltre, come per le trasformazioni di Galileo, supponiamo che nei due sistemi di riferimento si adotti la stessa origine dei tempi e che all'istante $t = t' = 0$ le origini dei due sistemi coincidano.

Con le convenzioni e le notazioni appena espresse, le **trasformazioni di Lorentz** hanno la forma

$$\begin{cases} x' = \frac{x - vt}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \gamma(x - vt); & y' = y; & z' = z \\ t' = \frac{t - \frac{vx}{c^2}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \gamma\left(t - \frac{\beta}{c}x\right) \end{cases} \quad (9)$$

ESEMPIO

Nel sistema di riferimento S un punto materiale è nella posizione $x = 40,0$ m all'istante $t = 0,100 \mu\text{s}$. Il secondo sistema di riferimento S' (che rispetta le convenzioni espresse in precedenza) si muove lungo l'asse x positivo con velocità $v = 2,00 \times 10^8$ m/s.

- Determina le coordinate dello stesso punto materiale in S' .
- In primo luogo calcoliamo i valori dei coefficienti β e γ con il valore di v dato nel testo; si ottiene:

$$\beta = \frac{v}{c} = \frac{2,00 \times 10^8 \text{ m/s}}{3,00 \times 10^8 \text{ m/s}} = 0,667; \quad \gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}} = \frac{1}{\sqrt{1 - (0,667)^2}} = 1,34.$$

- Così è possibile utilizzare le formule (9), da cui si trova:

$$\begin{aligned} x' &= \gamma(x - vt) = 1,34 \times \left[40,0 \text{ m} - \left(2,00 \times 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}} \right) \times \left(1,00 \times 10^{-7} \text{ s} \right) \right] = \\ &= 1,34 \times [40,0 \text{ m} - 20,0 \text{ m}] = 26,8 \text{ m} \end{aligned}$$

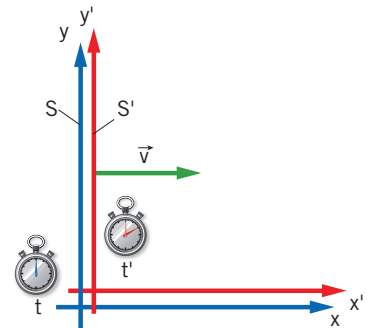


Figura 15 I sistemi di riferimento S e S' hanno gli assi paralleli e le origini coincidono quando gli orologi dei due sistemi segnano i corrispondenti istanti $t = t' = 0$.

e

$$\begin{aligned}
 t' &= \gamma \left(t - \frac{\beta}{c} x \right) = 1,34 \times \left[1,00 \times 10^{-7} \text{ s} - \frac{0,667}{3,00 \times 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}} \times (40,0 \text{ m}) \right] = \\
 &= 1,34 \times [1,00 \times 10^{-7} \text{ s} - 8,89 \times 10^{-8} \text{ s}] = 1,34 \times [0,11 \times 10^{-7} \text{ s}] = \\
 &= 1,5 \times 10^{-8} \text{ s}.
 \end{aligned}$$

Possiamo verificare con due esempi che queste leggi di trasformazione prevedono sia la dilatazione delle durate che la contrazione delle lunghezze. Negli esempi trascureremo le coordinate y e z che, essendo perpendicolari al moto, cambiando sistema di riferimento rimangono inalterate.

La dilatazione dei tempi

Validità generale

La scelta di utilizzare $x = 0$ e $t = 0$ è comoda ma non pregiudica la validità generale del calcolo ottenuto: data l'omogeneità dello spazio e del tempo, lo stesso risultato finale sarebbe stato ottenuto (dopo calcoli più lunghi) con qualunque altra scelta.

Supponiamo che, in un punto fissato del sistema S , abbiano luogo due fenomeni successivi. Per semplicità, il primo di essi avviene nell'origine ($x = 0$) all'istante $t = 0$; il secondo avviene ancora nell'origine, ma all'istante $t = t_0$. L'intervallo di tempo (misurato in S) che separa i due fenomeni è

$$\Delta t = t_0.$$

Le trasformazioni di Lorentz (9) permettono di calcolare che in S' il primo fenomeno avviene nella posizione $x' = 0$ e all'istante $t' = 0$, mentre il secondo avviene in $x' = \gamma(0 - vt_0) = -\gamma vt_0$ all'istante $t' = t'_0 = \gamma(t_0 - 0) = \gamma t_0$. Quindi in tale sistema di riferimento l'intervallo di tempo che separa i due fenomeni è

$$\Delta t' = t'_0 = \gamma t_0 = \gamma \Delta t$$

in accordo con la dilatazione delle durate della formula (4).

La contrazione delle lunghezze

A partire dalle trasformazioni di Lorentz vediamo ora come risultano, nei due sistemi di riferimento, le misure della lunghezza di un segmento disposto lungo l'asse x . Per semplificare i calcoli supponiamo che le origini dei due sistemi di riferimento coincidano agli istanti $t_1 = 0$ e $t'_1 = 0$ e che, inoltre, al momento di questa sovrapposizione si trovi nell'origine comune degli assi anche l'estremo sinistro della barra (figura 16). Qual è la lunghezza $\Delta x'$ della stessa barra in S' , se la sua lunghezza in S è Δx ?

Nel sistema S la barra è ferma e i suoi estremi hanno coordinate $x_1 = 0$ e $x_2 = \Delta x$.

Nel sistema S' la barra «scorre» verso sinistra con velocità di modulo v . La coordinata x'_2 del suo estremo destro si ottiene usando la prima delle trasformazioni di Lorentz (9) nella quale va sostituito Δx al posto di x :

$$x'_2 = \gamma(\Delta x - vt).$$

Questa coordinata è occupata dall'estremo destro della barra all'istante di tempo t'_2 dato dall'ultima delle trasformazioni di Lorentz

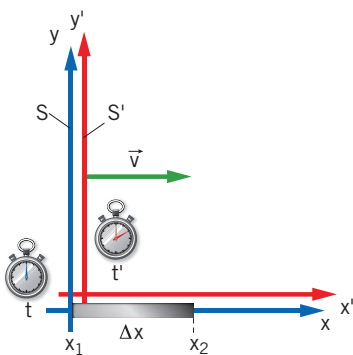


Figura 16 La sbarra di lunghezza Δx è disposta lungo l'asse x , con l'estremo sinistro nell'origine e l'estremo destro nel punto di ascissa $x_2 = \Delta x$.

$$t'_2 = \gamma \left(t - \frac{\beta}{c} \Delta x \right).$$

Per misurare la lunghezza Δx della barra in S' bisogna determinare l'istante t'_2 a cui l'estremo x'_2 della barra giunge nell'origine, cioè quando si ha $x'_2 = 0$, visto che l'estremo sinistro è passato per la stessa origine al tempo zero.

Ponendo $x'_2 = 0$ nella prima relazione si ricava il tempo t , misurato in S , a cui questo accade: il risultato è $t = \Delta x/v$. Usando poi l'altra relazione si ottiene:

$$t'_2 = \gamma \left(t - \frac{\beta}{c} \Delta x \right) = \gamma \left(\frac{\Delta x}{v} - \frac{v}{c^2} \Delta x \right) = \gamma \frac{\Delta x}{v} \left(1 - \frac{v^2}{c^2} \right) = \cancel{\gamma} \frac{\Delta x}{v \cancel{\gamma^2}} = \frac{\Delta x}{v \gamma}.$$

Data la lunghezza $\Delta x'$ della barra in S' , il tempo t' che trascorre tra gli istanti, in cui passano per l'origine i due estremi della barra a velocità v , vale

$$t'_2 = \frac{\Delta x'}{v}.$$

Confrontando questa relazione con la precedente si ottiene

$$\Delta x' = \frac{\Delta x}{\gamma}$$

Il risultato ottenuto esprime proprio la contrazione delle lunghezze, data dalla formula (8).

Le trasformazioni di Lorentz e quelle di Galileo

Le trasformazioni di Galileo sono un *caso particolare* di quelle di Lorentz: infatti, se la velocità v è molto piccola rispetto a c , le quantità v/c e v^2/c^2 possono essere trascurate. In tal modo il coefficiente γ risulta uguale a 1 e sparisce il termine vx/c^2 che compare nell'equazione per t' . In tale approssimazione otteniamo le leggi

$$\begin{cases} x' = x - vt; & y' = y; & z' = z; \\ t' = t; \end{cases}$$

che sono proprio le trasformazioni di Galileo (scritte nel caso in cui la velocità \vec{v} di S' rispetto a S è diretta lungo l'asse x).

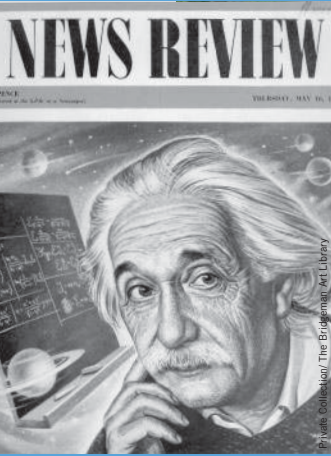
Ciò indica che le previsioni della relatività ristretta diventano indistinguibili da quelle della meccanica classica quando le velocità in gioco sono molto più piccole della velocità della luce.

Quindi quella teoria che chiamiamo «la meccanica di Galileo e Newton» è ancora un ottimo strumento per studiare il moto di un sasso che cade, di una petroliera in navigazione o di un pianeta attorno al Sole.

Soltanto quando le velocità con cui abbiamo a che fare sono dello stesso ordine di grandezza di c siamo obbligati a estendere la teoria e a fare ricorso alle equazioni relativistiche, come accade quotidianamente nei laboratori di fisica che utilizzano acceleratori di particelle, le quali si muovono a velocità anche molto vicine a quella della luce.

In conclusione, le trasformazioni di Lorentz hanno un campo di applicazione molto più vasto di quelle di Galileo, ma non le cancellano.

ALBERT EINSTEIN



La ricerca della verità
è più preziosa
del suo possesso.

*(Albert Einstein,
The American
Mathematical Monthly)*

Albert Einstein nacque nella città tedesca di Ulm il 14 marzo 1879. Manifestò spiccati interessi scientifici fin da ragazzo. Completati gli studi secondari in Svizzera, si laureò in fisica al Politecnico di Zurigo nel 1900. L'anno dopo si fece svizzero e nel 1902, non riuscendo a trovare una posizione accademica, si impiegò all'Ufficio Brevetti di Berna.

L'ANNUS MIRABILIS (1905)

Nel 1905 Einstein lasciò la sua prima impronta nella fisica con tre lavori fondamentali.

Nel primo Einstein ipotizzava che la luce potesse avere una duplice natura, corpuscolare e ondulatoria, e che in certi fenomeni prevaleva il primo aspetto, ovvero quello di un insieme di «quanti di luce», battezzati in seguito «fotoni». Einstein applicò l'ipotesi al fenomeno dell'effetto fotoelettrico, cioè all'estrazione di elettroni dalla superficie di un metallo da parte di radiazione di data lunghezza d'onda. La sua spiegazione fu confermata sperimentalmente dall'americano Millikan nel 1916, e fu la motivazione principale del premio Nobel che Einstein ricevette nel 1921.

Tema del secondo articolo è il «moto browniano» di particelle minutissime in sospensione in un liquido. Einstein ne costruì la teoria, considerando le particelle soggette agli urti dovuti all'agitazione termica delle molecole del liquido. La teoria fu verificata nel 1909 dal francese Jean-Baptiste Perrin e contribuì all'affermazione dell'ipotesi della natura atomica della materia.

Nel terzo articolo vedeva la luce la teoria della relatività ristretta. Nella meccanica di Galilei-Newton la velocità \vec{v} di un corpo diviene $\vec{v} + \vec{V}$ (trasformazione galileiana) se si passa da un sistema di riferimento inerziale a un altro, in moto rispetto al primo con velocità uniforme \vec{V} . Nell'elettromagnetismo di Maxwell, invece, la velocità c della luce nel vuoto è una costante universale. Sembrava così che le leggi dell'elettromagnetismo dovessero valere esattamente solo in un sistema di riferimento assoluto, identificato con l'«etere»; tuttavia nessun esperimento aveva permesso di rivelare un moto della Terra rispetto all'etere. Einstein affrontò il problema in modo originale, dimostrando che la nozione di simultaneità tra due eventi dipende dal sistema di riferimento in cui ci si trova. Ne scaturiva una teoria

1 Albert Einstein

2 Princeton University, Trenton,
USA (NJ)

semplice ed elegante, basata sui postulati che 1) tutti i fenomeni fisici hanno la stessa forma in ogni riferimento inerziale; 2) la velocità della luce c nel vuoto è costante in tutti i sistemi di riferimento. Veniva così rimossa l'incongruenza tra le leggi di trasformazione valide per i fenomeni meccanici e quelle valide per i fenomeni elettromagnetici.

In un altro lavoro del 1905 Einstein derivò la formula $E = mc^2$, come conseguenza della relatività.

«IL PENSIERO PIÙ FELICE DELLA MIA VITA»

L'imponente produzione scientifica procurò al suo autore una cattedra universitaria prima a Zurigo (1909) e poi a Praga (1911). Egli tornò a Zurigo l'anno successivo per poi trasferirsi a Berlino nel 1914.

Meditando su come includere la gravitazione nella teoria della relatività, nel 1907 gli venne quello che Einstein avrebbe chiamato in seguito «il pensiero più felice della mia vita»: un uomo che cade dal tetto di una casa non sente il proprio peso. In queste circostanze un uomo ha certamente cose più urgenti di cui preoccuparsi; ciò non toglie l'eccezionale significato fisico di questa intuizione: il moto uniformemente accelerato è equivalente all'effetto prodotto da un campo gravitazionale. Sul finire del 1915 Einstein pervenne all'enunciato finale della sua teoria della relatività generale. La nuova teoria spiegava fenomeni rimasti fuori dalla portata della legge di gravitazione universale di Newton; prediceva inoltre il valore corretto dell'incurvamento dei raggi luminosi che passano vicino al bordo di una massa come quella del Sole. Questo effetto fu misurato da due spedizioni mandate a osservare l'eclisse totale di Sole del 29 maggio 1919: una di queste era guidata dallo scienziato britannico Arthur S. Eddington il quale, nella riunione della Royal Society di Londra del 6 novembre 1919 annunciò che la relatività generale di Einstein era confermata. L'indomani il *Times* dette la notizia e Einstein divenne di colpo una celebrità mondiale.

«DIO NON GIOCA A DADI COL MONDO»

Se la Relatività fu la creazione d'un solo uomo, la teoria dei quanti, l'altra rivoluzione della fisica del Novecento, fu la creazione di molti. Einstein le dette contributi decisivi tra il 1905 e il 1925. L'anno successivo al lavoro sull'effetto fotoelettrico prodotto dai quanti di luce, Einstein pubblicò una

teoria quantistica che spiegava per la prima volta l'andamento dei calori specifici dei solidi con la temperatura, problema non risolvibile in fisica classica. Nel 1916 scrisse un fondamentale lavoro sull'interazione tra radiazione e materia. Da questi sviluppi sarebbero scaturite invenzioni come il laser.

Nel 1924-5 Einstein dette il suo ultimo contributo alla teoria dei quanti, elaborando alcune idee del fisico indiano Satyendra N. Bose e costruendo la statistica quantistica del gas perfetto monoatomico (statistica di Bose-Einstein). Einstein non partecipò però alla costruzione della meccanica quantistica propriamente detta, sviluppatasi nel 1925-7. Già da qualche anno manifestava disagio per il carattere intrinsecamente probabilistico della teoria dei quanti, disagio estrinsecato nella frase che dà il titolo al paragrafo, e che lo portò a un intenso dibattito sui fondamenti della fisica col danese Niels Bohr.

PENSATORE E PACIFISTA

Nel dicembre 1932, poco prima dell'avvento di Hitler al potere, Einstein lasciò Berlino e la Germania per trasferirsi negli Stati Uniti, all'Institute for Advanced Study di Princeton. Nel 1941 divenne cittadino statunitense.

Nell'ultima parte della vita si dedicò alla «teoria di campo unificato», che si poneva gli obiettivi di risolvere il dualismo onda-particella e di descrivere un unico campo che, in casi particolari, potesse dar luogo sia al campo gravitazionale sia a quello elettromagnetico. I risultati furono insoddisfacenti, e Einstein divenne sempre più isolato rispetto al tumultuoso sviluppo della fisica.

Einstein è stato il maggiore fautore di una «fisica dei principi», la cui ipotesi filosofica di fondo è che la natura obbedisca a principi semplici e universali.

La celebrità lo rese un personaggio pubblico. Le sue prese di posizione furono improntate a pacifismo e a spirito libertario. Nel 1939 Einstein firmò una lettera al presidente degli Stati Uniti Roosevelt allo scopo di richiamarne l'attenzione sulle potenzialità belliche delle recenti scoperte in fisica nucleare. L'ultimo pronunciamento pubblico fu la firma di un manifesto contro il riarmo nucleare che diede luogo al movimento Pugwash per il disarmo mondiale.

Einstein si sposò due volte, ed ebbe due figli dalla prima moglie. Morì il 18 aprile 1955. Le sue ceneri vennero disperse in un luogo segreto.

GLI ASSIOMI DELLA TEORIA DELLA RELATIVITÀ RISTRETTA

Le equazioni di Maxwell per l'elettromagnetismo prevedono che il valore numerico c della velocità della luce nel vuoto sia un *invariante*, cioè che sia lo stesso in tutti i sistemi di riferimento, qualunque sia la loro velocità relativa. Questo risultato è in contrasto con le trasformazioni di Galileo, valide in meccanica.

Etere luminifero

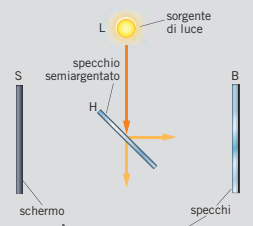
A partire dal diciottesimo secolo, si pensava che la luce fosse una perturbazione che si propaga in questo particolare mezzo materiale che riempie tutto l'Universo.

- Se esistesse, sarebbe naturale ammettere che le equazioni dell'elettromagnetismo siano valide in modo rigoroso in *un solo* sistema di riferimento privilegiato, quello in cui l'etere è in quiete.

Esperimento di Michelson-Morley

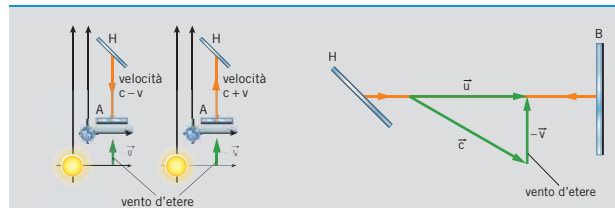
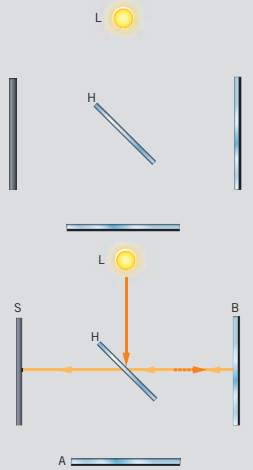
Fu realizzato per misurare il «vento d'etere», cioè il moto della Terra attraverso l'etere luminifero.

- Sfrutta il fenomeno dell'interferenza di due raggi di luce monocromatici, che seguono percorsi perpendicolari tra loro per incidere sullo stesso schermo.



Apparato sperimentale

- La luce emessa dalla sorgente L è monocromatica e lo specchio H è semiriflettente.
- La luce che incide su A è riflessa di nuovo su H e in parte arriva allo schermo S .
- Anche parte della luce riflessa da B attraverso lo specchio H e arriva su S , dove i due fasci formano una figura di interferenza costruita da frange chiare e da frange scure alternate.



$$\Delta t_1 = \frac{l}{c-v} + \frac{l}{c+v} = \frac{2lc}{c^2 - v^2} \quad \Delta t_2 = \frac{2l}{u} = \frac{2l}{\sqrt{c^2 - v^2}}$$

- Il raggio di luce che si muove in direzione parallela alla velocità vettoriale della Terra descrive un percorso di andata e ritorno nel tempo Δt_1 .
- Secondo la meccanica classica, la luce percorre il tratto da H a A con una velocità di modulo $(c - v)$, mentre torna indietro con una velocità di modulo $(c + v)$: è come se la luce fosse ostacolata dal vento d'etere all'andata, ma fosse poi spinta da esso al ritorno.
- L'altro raggio, in direzione perpendicolare al primo, percorre il proprio cammino di andata e ritorno nel tempo Δt_2 .
- Il moto della luce è la composizione di due movimenti: quello proprio della luce di modulo c e quello dell'etere.

Assiomi della teoria della relatività ristretta

Principio di relatività ristretta

Le leggi e i principi della fisica hanno la stessa forma in tutti i sistemi di riferimento inerziali.

- Estende a tutta la fisica il principio di relatività galileiana che vale per la meccanica.

Principio di invarianza di c

La velocità della luce è la stessa in tutti i sistemi di riferimento inerziali, indipendentemente dal moto del sistema stesso o della sorgente da cui la luce è emessa.

- Spiega il risultato negativo dell'esperimento di Michelson-Morley.

- Quando i due fasci di luce si combinano sullo schermo S generano una figura di interferenza che dipende dalla differenza $(\Delta t_1 - \Delta t_2)$.
- Ruotando l'apparato di 90° si scambiano i ruoli dei due raggi e la figura di interferenza dovrebbe cambiare, dato che dipende da $\Delta t_1' - \Delta t_2' = -(\Delta t_1 - \Delta t_2)$: sperimentalmente, non si osserva invece alcuna variazione della figura di interferenza.
- La teoria dell'etere era quindi inadatta a descrivere il comportamento della luce.

INTERVALLI DI TEMPO E LUNGHEZZE

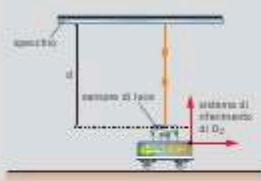
Partendo dall'ipotesi della costanza di c , Einstein comprese che non esiste un **tempo assoluto**, cioè un tempo che scorre immutabile e identico in tutti i sistemi di riferimento. Due eventi che risultano simultanei in un dato sistema di riferimento non lo sono in un altro che si muova rispetto al primo.

Simultaneità e sincronizzazione degli orologi

- Due fenomeni che avvengono nei punti P_1 e P_2 sono simultanei se la luce che essi emettono giunge nello stesso istante in un punto M equidistante da P_1 e P_2 .
- Due orologi si dicono *sincronizzati* se il secondo di essi, nell'istante in cui riceve il lampo di luce emesso dal primo, segna il valore $t = t_0 + D/c$.



Dilatazione dei tempi



$$\Delta t = \frac{2d}{c}$$

Intervallo di tempo misurato nel sistema inerziale O_2 solidale con il baricentro del sistema fisico in esame (sistema solidale con il fenomeno).

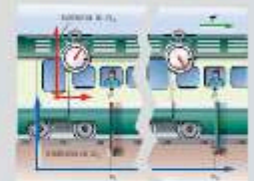


$$\Delta t' = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}} \Delta t = \gamma \Delta t$$

Intervallo di tempo misurato nel sistema O_1 che si muove con velocità v rispetto al primo.

- $\beta = v/c$ è sempre minore o al massimo uguale a 1, quindi l'intervallo di tempo $\Delta t'$ è sempre maggiore o uguale a Δt .
- La durata di un fenomeno misurata in un sistema solidale con esso si chiama **intervallo di tempo proprio** (o **tempo proprio**) e si indica con il simbolo $\Delta\tau$: è il minimo valore che la durata del fenomeno può avere al variare del sistema di riferimento.
- Il coefficiente $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}}$ è detto *coefficiente di dilatazione* e il suo valore è sempre più grande quanto più v si avvicina a c .

Contrazione delle lunghezze



$$\Delta x' = v \Delta t' = \frac{\Delta x}{\gamma} = \sqrt{1 - \left(\frac{v^2}{c^2}\right)} \Delta x$$

$\Delta x'$ = lunghezza di un segmento nel sistema di riferimento O_1 in cui esso è fermo

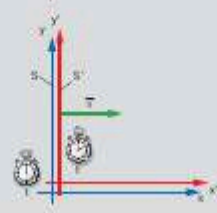
$\Delta x'$ = lunghezza dello stesso segmento in un riferimento O_2 che si muove con velocità v rispetto al primo.

- In un sistema di riferimento, la lunghezza $\Delta x'$ di un segmento che si muove con velocità v si ricava dalla misura del tempo $\Delta t'$ necessario affinché passino per uno stesso punto i suoi due estremi.
- La lunghezza di un segmento misurata in un riferimento in cui esso è in quiete si chiama **lunghezza propria**.
- Visto che la quantità $\sqrt{1 - v^2/c^2}$ è sempre minore di 1, la lunghezza di un segmento misurata in un sistema di riferimento in cui esso è in movimento risulta sempre minore della lunghezza propria del segmento: questo effetto prende il nome di *contrazione delle lunghezze*.
- Questo effetto non si riscontra se i segmenti sono perpendicolari a \vec{v} .

Trasformazioni di Lorentz

$$x' = \frac{x - vt}{\sqrt{1 - \beta^2}} = \gamma(x - vt); \quad y = y'; \quad z = z'; \quad t' = \frac{t - \frac{vx}{c^2}}{\sqrt{1 - \beta^2}} = \gamma\left(t - \frac{\beta}{c}x\right)$$

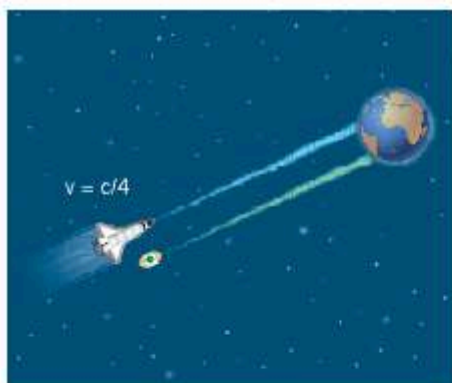
- Sono le trasformazioni sotto le quali le equazioni dell'elettromagnetismo rimangono invarianti nel passare da un sistema di riferimento a un altro in moto relativo.
- Hanno un campo di applicazione molto più vasto di quelle di Galileo.



ESERCIZI

DOMANDE SUI CONCETTI

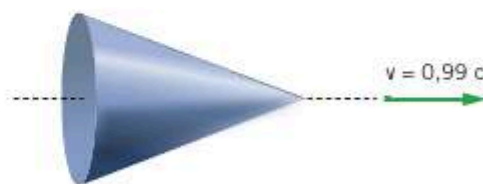
- 1** Un'astronave diretta verso la Terra passa di fianco a un «faro» spaziale con velocità $c/4$ rispetto a esso. Nell'istante in cui sono affiancati, il faro lancia verso Terra un lampo di luce verde e l'astronave un lampo di luce blu. Fuori dall'atmosfera terrestre c'è un sensore in grado di rilevare i lampi di luce. Quale dei due lampi è segnalato per primo dal sensore situato vicino alla Terra?



- 2** Come cambierebbe il risultato dell'esperimento di Michelson e Morley se il valore della velocità della luce fosse di 300 m/s anziché 300 000 km/s?
- 3** Nell'analisi presentata per l'esperimento di Michelson e Morley, uno dei due bracci AH e HB del loro apparato (detto «interferometro») è parallelo alla direzione della velocità istantanea del laboratorio nel sistema di riferimento del Sole, fermo rispetto all'etere. Ma se non si conosce la direzione del vento d'etere, come si fa a disporre l'interferometro con la giusta orientazione? Che cosa succede se l'interferometro non è allineato con il vento d'etere?
- 4** Qual è la differenza tra il principio di relatività galileiana e il primo principio della relatività ristretta formulato da Einstein?
- 5** In che cosa differiscono le opinioni di Maxwell ed Einstein sul valore della velocità della luce nel vuoto?
- 6** Al centro di un vagone vuoto che si muove di moto rettilineo uniforme si trova una lampadina

che a un certo istante si accende. I raggi di luce che si propagano verso le due pareti di testa e di coda del vagone vi arrivano nello stesso istante?

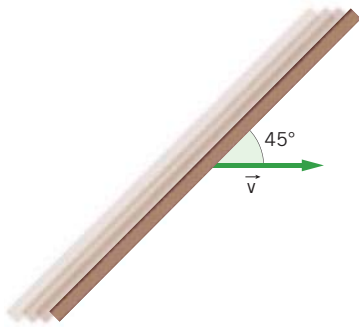
- 7** La dilatazione dei tempi riguarda solo il funzionamento di un orologio e non qualsiasi altro processo, inclusi quelli chimici e biologici. Vero o falso?
- 8** Considera l'esperimento della piattaforma mobile usato per dimostrare la dilatazione dei tempi. Se l'orologio sulla piattaforma emette un oggetto dotato di massa invece di un raggio di luce, e trascurando l'effetto della forza-peso, si giunge alla stessa conclusione?
- 9** Considera l'esperimento pensato per dimostrare la contrazione delle lunghezze. Ciascuno dei due osservatori tiene con sé una sbarra lunga un metro. Per l'osservatore O_1 la sbarra di O_2 è più corta. Questo significa che secondo l'osservatore O_2 la sbarra che O_1 tiene con sé è più lunga?
- 10** Un'auto di lunghezza a riposo L_0 viaggia a velocità vicina a quella della luce verso un garage, di lunghezza L_0 , che ha un'apertura anche in fondo. Per una persona accanto alla porta del garage, l'auto ha una lunghezza minore di L_0 , per via della contrazione delle lunghezze, quindi è possibile chiudere nello stesso istante le due porte del garage con l'auto al suo interno. Secondo l'autista, invece, è il garage ad avere una lunghezza minore di L_0 , per via della contrazione delle lunghezze, e dunque è impossibile che le due porte siano chiuse nello stesso istante con l'auto all'interno del garage. Le due conclusioni sono in contraddizione? Sei in grado di fornire una spiegazione?
- 11** Un razzo di forma conica si muove come indicato nella figura con velocità pari a $0,99c$.





► La circonferenza della sua base misurata da un osservatore a terra è più grande, più piccola o identica a quella misurata quando il razzo è fermo?

- 12** Un'asta di lunghezza a riposo L_0 si muove a velocità v elevata e costante e forma un angolo di 45° con la direzione del moto, come mostrato nella figura. Qual è la sua lunghezza secondo un osservatore fermo al suolo?



- 13** Le equazioni delle trasformazioni di Lorentz esprimono le coordinate spaziali e il tempo nel sistema di riferimento S' in funzione di quelle di S . Entrambi i sistemi di riferimento sono inerziali e S' si muove rispetto a S con velocità costante \vec{v} parallela agli assi delle ascisse dei due sistemi. Sai dedurre logicamente le relazioni inverse?

(Vedi anche il problema generale 9 per la risoluzione formale del quesito)

PROBLEMI

1 IL VALORE NUMERICO DELLA VELOCITÀ DELLA LUCE

- 1** Calcola la distanza percorsa da un raggio di luce in 1 minuto, in un giorno e in un anno.

[$1,8 \times 10^{10}$ m; $2,6 \times 10^{13}$; $9,5 \times 10^{15}$ m]

- 2** Proxima Centauri è la stella più vicina al Sole e dista 4,2 anni-luce dal Sole.

► A quanti chilometri corrisponde questa distanza?

[$4,0 \times 10^{13}$ km]

- 3** Le sonde inviate su Marte spediscono i dati verso la Terra sotto forma di onde elettromagnetiche che si propagano alla velocità della luce. La distanza tra i due pianeti varia durante il loro moto orbitale da un minimo di 55×10^6 km a un massimo di 401×10^6 km.

► Quanto tempo impiegano le informazioni ad arrivare sulla Terra?

[Tra $1,8 \times 10^2$ s e $1,34 \times 10^3$ s]

- 4** Il Sole dista circa 150×10^6 km dalla Terra. In un dato istante, sul Sole compare una macchia solare.

► Dopo quanto tempo sarà visibile sulla Terra?

[500 s]

2 L'ESPERIMENTO DI MICHELSON-MORLEY

- 5** Un gregge di pecore si sposta a velocità v lungo uno stretto sentiero di montagna. Gli animali procedono in fila indiana sotto la sorveglianza di un cane che si muove ripetutamente, con velocità V costante, da un capo all'altro della fila lunga l .

► In questo modello zoomorfo dell'esperimento di Michelson-Morley, quanto tempo impiega il cane per compiere un tragitto completo (testa del gregge-coda del gregge e ritorno)?

► Come cambia l'intervallo di tempo calcolato nella domanda precedente se, anziché un cane, fosse stato adoperato un sistema di controllo basato su raggi luminosi in moto a velocità c ?

$$\left[\frac{2lV}{V^2 - v^2}, \frac{2l}{c} \right]$$

- 6** Un interferometro di Michelson-Morley si muove in S , il sistema di riferimento del Sole, alla velocità di 320 m/s. I suoi due bracci AH e BH , l'uno parallelo e l'altro perpendicolare alla velocità, sono entrambi lunghi 4,2 m.

► Calcola la differenza dei tempi di percorrenza del raggio di luce sui due bracci dell'interferometro.

[$1,6 \times 10^{-20}$ s]

- 7** Un interferometro di Michelson-Morley si muove in S , il sistema di riferimento del Sole, alla velocità di 350 m/s. La differenza dei tempi impie-

ESERCIZI

gati dal raggio di luce per percorrere il braccio parallelo alla velocità del laboratorio in S e il braccio a essa perpendicolare è $1,5 \times 10^{-19}$ s. I due bracci dell'interferometro hanno la stessa lunghezza.

► Quanto sono lunghi i due bracci dell'interferometro percorsi dai due raggi di luce?

[33 m]

8 In un interferometro di Michelson-Morley, il braccio parallelo al «vento d'etere» è lungo $2l$,

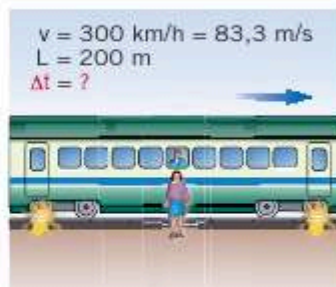
4 LA RELATIVITÀ DELLA SIMULTANEITÀ

9 PROBLEMA SVOLTO

★★

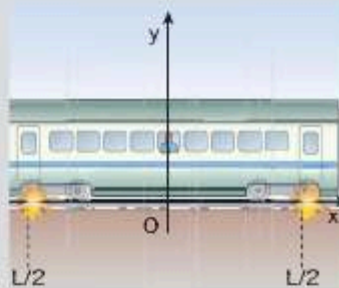
Un treno è lungo 200 m e si muove alla velocità costante di 300 km/h. In un tratto rettilineo, agli estremi del treno esplodono due petardi nel modo illustrato nel paragrafo 4. Secondo un osservatore posto a terra, le due esplosioni sono simultanee.

► Quanto vale, per l'osservatore posto al centro del treno, l'intervallo di tempo che separa l'arrivo dei lampi di luce delle esplosioni?



■ Strategia e soluzione

• Per risolvere il problema conviene utilizzare un asse coordinato fermo rispetto al terreno e disposto lungo il binario. Chiamiamo $x = L/2$ la posizione sul binario della bruciatura lasciata dal petardo che è esploso in testa al treno e $x = -L/2$ la posizione dell'altro segno di bruciatura. Con questa scelta, all'istante $t = 0$ s in cui sono avvenute le esplosioni (che, secondo l'osservatore fermo rispetto al terreno, sono state simultanee) l'osservatore sul treno occupava il punto di ascissa $x = 0$ m (figura a lato).



• Per la legge del moto rettilineo uniforme, le leggi del moto per l'osservatore sul treno e per i due raggi di luce sono

$$x_0 = vt \quad (\text{osservatore})$$

$$x_c = -L/2 + ct \quad (\text{luce dalla coda del treno})$$

$$x_t = L/2 - ct \quad (\text{luce dalla testa del treno})$$

• Ora possiamo trovare gli istanti di tempo t_c e t_t a cui i due raggi di luce giungono all'osservatore; t_c è determinato imponendo che l'osservatore e il raggio di luce che proviene dalla coda del treno occupino la stessa posizione; in modo analogo si trova t_t :

$$vt_c = -\frac{L}{2} + ct_c \quad \text{da cui} \quad t_c = \frac{L}{2(c-v)}, \quad vt_t = \frac{L}{2} - ct_t \quad \text{da cui} \quad t_t = \frac{L}{2(c+v)}.$$

mentre l'altro è lungo l . Il dispositivo è montato su un treno che si sposta a 300 km/s.

► Nell'approccio classico, esprimi in funzione di l e c i tempi di percorrenza della luce sui due bracci dell'interferometro.

► Calcola la differenza tra i due tempi di percorrenza.

(Suggerimento: usa le approssimazioni

$$\sqrt{1 \pm q} \cong 1 \pm \frac{q}{2} \quad \text{e} \quad \frac{1}{1 \pm q} \cong 1 \mp q \quad \text{per } q \text{ piccolo}$$

$$\left[\frac{2l}{c} \left(1 + \frac{3}{2} \times \frac{1}{10^6} \right) \right]$$

- Quindi l'intervallo di tempo che separa gli istanti in cui l'osservatore vede le esplosioni dei petardi è

$$\Delta t = t_c - t_t = \frac{L}{2(c-v)} - \frac{L}{2(c+v)} = \frac{Lv}{c^2 - v^2} = 1,85 \times 10^{-13} \text{ s.}$$

■ Discussione

Il valore di Δt è così piccolo che l'osservatore sul treno non può rendersi conto del ritardo tra l'arrivo di un lampo di luce e l'altro. Ciò conferma che la relatività della simultaneità (che comunque esiste, perché il Δt calcolato è diverso da zero) non ha effetti rilevanti nei fenomeni quotidiani, che hanno a che fare con velocità molto piccole rispetto a c .

- 10** Un Boeing 747 si muove in direzione orizzontale alla velocità di crociera di 915 km/h. Un controllore di volo che si trova nella base di controllo a terra vede accendersi simultaneamente le luci di testa e di coda del velivolo lungo 70 m.

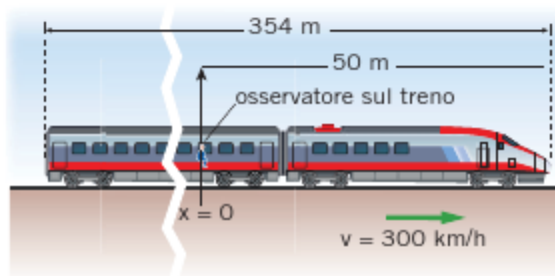
- Anche per un passeggero seduto al centro dell'aereo i due eventi sono simultanei?

[No, c'è un ritardo di $2,0 \times 10^{-13}$ s]

- 11** Un treno ETR 500 lungo 354 m si muove alla velocità di 300 km/h. Il capotreno, fermo in stazione, vede le luci di testa e di coda accendersi simultaneamente.

- Che cosa osserva un passeggero seduto a 50 m dalla cabina di guida?

[Un ritardo di $8,5 \times 10^{-7}$ s]



5 LA DILATAZIONE DEI TEMPI

12 PROBLEMA SVOLTO

★★★

Una piattaforma si muove con velocità v_1 . Confrontando i dati, si vede che l'intervallo di tempo $\Delta t'$ misurato da O_1 è maggiore dello 1,0% rispetto all'intervallo di tempo proprio.

- Quanto vale v_1 ?

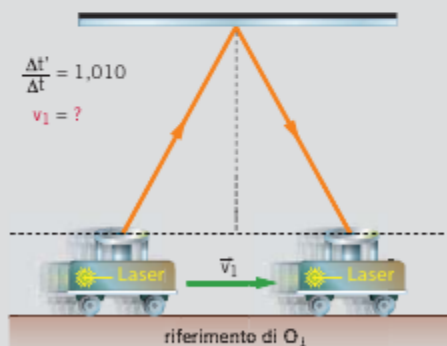
■ Strategia e soluzione

- Per risolvere il problema basta applicare la formula (4), ponendo $\Delta t'/\Delta t = 1,010$. In questo modo otteniamo

$$1 - \left(\frac{v_1}{c}\right)^2 = \left(\frac{1}{1,010}\right)^2 = 0,9803$$

da cui si trova

$$v_1 = \sqrt{1 - 0,9803} c = \sqrt{0,0197} c = 4,21 \times 10^7 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$



■ Discussione

Per avere una dilatazione dei tempi dello 1% (significativa, ma non facilmente avvertibile) occorre una velocità di $4,21 \times 10^7$ m/s, cioè di quasi 152 000 km/h. Si vede bene che, perché gli effetti previsti dalla relatività ristretta divengano rilevanti, le velocità in gioco devono essere molto elevate.

13 ★★★ Anche i processi biologici devono soddisfare gli assiomi della relatività.

► Quale velocità deve avere una navicella perché il suo equipaggio invecchi della metà rispetto al personale di controllo rimasto a terra?

[0,87c]

14 ★★★ Un fascio di muoni in un acceleratore ha una vita media misurata in laboratorio prima di decadere circa 30 volte maggiore che in natura.

► A quale velocità si muovono i muoni?

[0,9994c]

15 ★★★ Un'astronave della celebre saga Star Trek si trova ferma a una distanza di 15 UA dalla base madre. L'equipaggio dà inizio a un esperimento inviando un fascio di raggi luminosi alle ore 9:55 del mattino secondo i loro orologi.

► A che ora gli orologi della base madre vedono i raggi luminosi?

Appena emesso il fascio di raggi luminosi, l'astronave inizia a muoversi con velocità costante $v = 0,600c$. L'esperimento secondo gli orologi a bordo dura 30,0 min.

► Quanto dura per la base madre?

(Ricorda che $1 \text{ UA} = 1,496 \times 10^{11} \text{ m}$)

[mezzogiorno; 37,5 min]

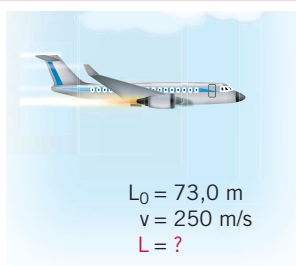
6 LA CONTRAZIONE DELLE LUNGHEZZE

16 PROBLEMA SVOLTO

★★★

L'aereo per trasporto passeggeri Airbus 380 ha lunghezza propria $L_0 = 73,0 \text{ m}$ e una velocità di crociera $v = 250 \frac{\text{m}}{\text{s}}$.

► Qual è la sua lunghezza L misurata da terra quando viaggia alla velocità di crociera?



■ Strategia e soluzione

- Rispetto al terreno, l'aereo si sposta con una velocità di modulo v . Quindi, per la contrazione delle lunghezze, L risulta minore di L_0 secondo la relazione

$$L = \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} L_0 = \sqrt{1 - \left(\frac{250}{3,00 \times 10^8}\right)^2} L_0 = \sqrt{1 - 6,94 \times 10^{-13}} L_0 = L_0.$$

Utilizzando il numero di cifre significative corrette L e L_0 risultano quindi identici: la contrazione delle lunghezze non è osservabile.

■ Discussione

Per curiosità possiamo esaminare cosa accade considerando L_0 e v come numeri esatti, con infinite cifre decimali. In tal caso la radice quadrata che compare nella formula precedente vale circa $1 - 3,5 \times 10^{-13}$: l'aereo in volo si è contratto circa di $2,5 \times 10^{-11} \text{ m}$, meno del raggio di un atomo di idrogeno.

17 ★★★ Un razzo sulla Terra misura 3,0 m. Una volta in volo nello spazio, la sua lunghezza misurata da Terra è $1/3$ più corta.

► A che velocità si muove il razzo?

[0,75c]

18 ★★★ Un'asta rigida è lunga 2,00 m misurata nel sistema di riferimento a essa solidale.

► Con quale velocità deve muoversi rispetto a un osservatore perché gli appaia contratta di 1,00 m?

[0,866c]

19 ★★★ Durante una missione spaziale, un asteroide lungo 50 m passa accanto a una navicella in movimento con velocità relativa $v = 3,0 \times 10^5$ m/s.

► Quanto è lungo l'asteroide per gli astronauti a bordo?

► Quanto sarebbe lungo se la velocità della navicella rispetto all'asteroide fosse $v = 0,999c$?

[50 m; 2,2 m]

20 ★★★ La stella più vicina alla Terra, Proxima Centauri, si trova a 4,22 anni-luce. Un astronauta parte dalla stella per raggiungere la Terra a bordo di un'astronave con velocità $c/2$.



► Quanto tempo impiega un raggio luminoso proveniente da Proxima Centauri a raggiungere la Terra?

► Quanto tempo impiega l'astronauta per raggiungere la Terra secondo l'orologio della sua astronave?

[4,22 y; 3,65 y]

7 L'INVARIANZA DELLE LUNGHEZZE PERPENDICOLARI AL MOTO RELATIVO

21 ★★★ All'interno di un acceleratore di particelle è applicata una piastra di forma quadrata e area

225 cm². Un elettrone supera la piastra muovendosi con $v = 0,800c$ in direzione parallela a uno dei lati della piastra.

► Calcola l'area della piastra nel sistema di riferimento dell'elettrone.

[135 cm²]

22 ★★★ Considera la stessa situazione dell'esercizio precedente. Nel sistema di riferimento dell'elettrone, la piastra appare rettangolare.

► Determina la misura degli angoli acuti che la diagonale del rettangolo forma con i lati.

[41°, 49°]

23 ★★★ Un elettrone si muove con velocità $v_e = 0,98c$ all'interno di un acceleratore di particelle, in cui è presente una etichetta a forma di triangolo equilatero, di lato $l = 4$ cm, con l'altezza nella direzione del moto dell'elettrone.

► Determina l'area del triangolo nel sistema di riferimento dell'elettrone.

[$1,4 \times 10^{-4}$ m²]



24 ★★★ Considera lo stesso triangolo dell'esercizio precedente.

► Quale dev'essere la velocità dell'elettrone affinché nel suo sistema di riferimento l'area del triangolo risulti uguale alla metà di quella misurata nel sistema di riferimento dell'acceleratore?

[$2,6 \times 10^8$ m/s]

8 LE TRASFORMAZIONI DI LORENTZ

25 ★★★ Nel sistema di riferimento inerziale S , un evento è caratterizzato dalle coordinate $x = 100$ km,

ESERCIZI

$y = 10,0 \text{ km}$, $z = 1,00 \text{ km}$, $t = 5,00 \times 10^{-4} \text{ s}$. Un sistema di riferimento S' si muove con velocità costante $v = -0,700 c$ rispetto a S lungo l'asse delle ascisse verso sinistra. Inizialmente gli orologi dei due sistemi di riferimento sono sincronizzati e le origini sovrapposte.

zati e le origini sovrapposte.

► Calcola le coordinate dell'evento misurate nel sistema S' .

$$[x' = 287 \text{ km}; y' = 10,0 \text{ km}; z' = 1,00 \text{ km}; t' = 1,03 \times 10^{-3} \text{ s}]$$

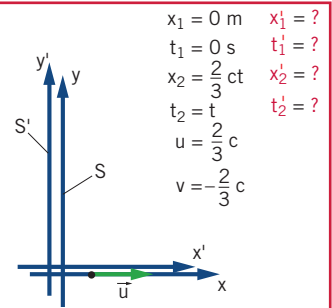
26

★★★

PROBLEMA SVOLTO

Nel sistema di riferimento S un punto materiale si muove nella direzione x positiva con velocità $u = \frac{2}{3}c$. Esso si trova nell'origine ($x_1 = 0 \text{ m}$) all'istante $t_1 = 0 \text{ s}$ e nella posizione $x_2 = \frac{2}{3}ct$ all'istante $t_2 = t$. Il sistema di riferimento S' si muove verso sinistra con una velocità $v = -\frac{2}{3}c$.

► Quali sono le posizioni e gli istanti di tempo corrispondenti, misurate in S' ?



■ Strategia e soluzione

- Visto che si ha $x_1 = 0 \text{ m}$ e $t_1 = 0 \text{ s}$, per le formule (9) x'_1 e t'_1 valgono

$$\begin{cases} x'_1 = \gamma(x_1 - vt_1) = \gamma(0 \text{ m} - v \times 0 \text{ s}) = 0 \text{ m} \\ t'_1 = \gamma\left(t_1 - \frac{\beta}{c}x_1\right) = \gamma\left(0 \text{ s} - \frac{\beta}{c} \times 0 \text{ m}\right) = 0 \text{ s} \end{cases}$$

- Sempre con le formule (9), ponendo $v = -\frac{2}{3}c$, possiamo trovare x'_2 e t'_2 :

$$\begin{cases} x'_2 = \frac{x_2 - vt_2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{\frac{2}{3}ct - \left(-\frac{2}{3}c\right)t}{\sqrt{1 - \frac{4}{9}}} = \frac{\frac{4}{3}ct}{\frac{\sqrt{5}}{3}} = \frac{4}{\sqrt{5}}ct. \\ t'_2 = \frac{t_2 - \frac{vx_2}{c^2}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{t - \left(-\frac{2}{3}c\right)\left(\frac{2}{3}ct\right)\frac{1}{c^2}}{\sqrt{1 - \frac{4}{9}}} = \frac{t + \frac{4}{9}t}{\frac{\sqrt{5}}{3}} = \frac{13}{3\sqrt{5}}t. \end{cases}$$

- Abbiamo così ottenuto $x'_2 = \frac{4}{\sqrt{5}}ct$ e $t'_2 = \frac{13}{3\sqrt{5}}t$.

■ Discussione

Con i dati appena calcolati possiamo calcolare la velocità u' del punto materiale nel riferimento S' come

$$u' = \frac{x'_2 - x'_1}{t'_2 - t'_1} = \frac{\frac{4}{\sqrt{5}}ct - 0 \text{ m}}{\frac{13}{3\sqrt{5}}t - 0 \text{ s}} = \frac{4ct}{\sqrt{5}} \frac{3\sqrt{5}}{13t} = \frac{12}{13}c.$$

Secondo la meccanica classica, se un corpo di muove con velocità u nel sistema di riferimento S e il riferimento S' si muove, rispetto a S , con velocità v , allora la velocità del corpo in S' è $u'_{MeccClass} = u - v$. Nel nostro caso si avrebbe

$$u'_{MeccClass} = \frac{2}{3}c - \left(-\frac{2}{3}c\right) = \frac{4}{3}c,$$

una velocità maggiore di c .

In relatività ciò non può accadere e, infatti, la velocità del punto materiale in S' risulta $(12c/13)$, una velocità vicina a c ma, comunque, minore di c .

27 Una particella si muove nella direzione x positiva con velocità $3/5c$ nel sistema S del laboratorio. Un contatore a scintillazione per i raggi cosmici rileva il passaggio della particella nella posizione $x_1 = 80$ cm, all'istante $t_1 = 15$ ns. Il sistema di riferimento S' si muove verso sinistra con una velocità $v = -3/5c$. La particella si trovava nell'origine ($x_0 = 0$ m) all'istante $t_0 = 0$ s.

- ▶ Calcola la velocità relativa di S' rispetto a S .
- ▶ Calcola le coordinate della particella misurate in S' .

[$-0,60c$; $4,4$ m, 21 ns]

28 Un robot aspirapolvere viene utilizzato per pulire il pavimento di una base spaziale a pianta rettangolare. Il dispositivo all'istante $t_1 = 0$ s si trova lungo un lato del pavimento a $3,0$ m da un angolo dell'astronave scelto come origine e raggiunge la posizione $x_2 = (4/5)ct_2$ all'istante $t_2 = 0,30$ μ s muovendosi con velocità costante lungo quel lato, considerato come la direzione x positiva. Nel sistema di riferimento della Terra la base spaziale si muove con velocità $v = -(3/4)c$.

- ▶ Calcola le corrispondenti coordinate del robot nel sistema di riferimento della Terra.
- ▶ Calcola la velocità del robot rispetto alla base spaziale e alla Terra.
- ▶ Invece di essere sulla base spaziale, il robot si trova su un aereo di linea in moto con velocità costante. Quali trasformazioni di coordinate utilizzeresti per risolvere il problema?

[$x'_1 = 4,5$ m, $t'_1 = 1,1 \times 10^{-8}$ s; $x'_2 = 2,1 \times 10^2$ m, $t'_2 = 0,73 \times 10^{-6}$ s; $u = 2,3 \times 10^8$ m/s; $u' = 2,9 \times 10^8$ m/s]

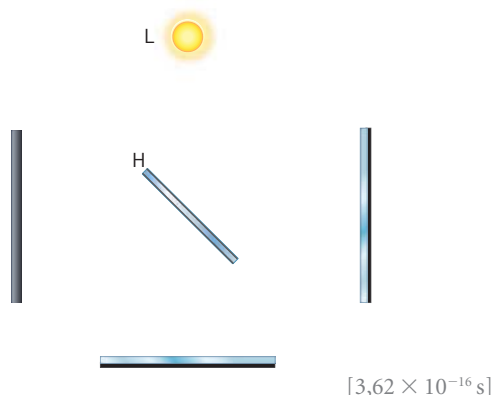
PROBLEMI GENERALI

1 Un interferometro di Michelson-Morley ha due bracci uguali di lunghezza $11,0$ m, tra loro ortogonali e usa come sorgente coerente una lampada al sodio di lunghezza d'onda 589 nm. Supponiamo che la velocità della Terra attraverso l'etere coincida con la sua velocità orbitale e che un braccio dell'interferometro sia parallelo alla direzione della velocità della Terra.

- ▶ Su quale dei due bracci la luce impiega un tempo di percorrenza minore?

- ▶ Calcola la differenza fra i tempi di percorrenza della luce sui due tragitti.

(Consulta le tabelle in fondo al libro per calcolare la velocità orbitale della Terra.)



2 L'esplosione di una supernova e una potente emissione di raggi gamma sono eventi simultanei nel sistema S' solidale con una vicina stella, mentre hanno coordinate $x_1 = 6,0 \times 10^4$ m; $y_1 = z_1 = 0$ m; $t_1 = 2,0 \times 10^{-4}$ s; $x_2 = 12 \times 10^4$ m; $y_2 = z_2 = 0$ m; $t_2 = 1,0 \times 10^{-4}$ s in un sistema di

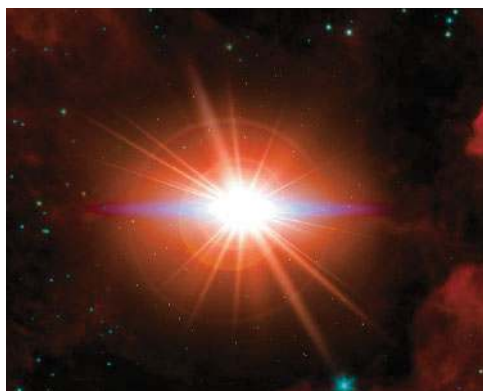
ESERCIZI

riferimento S , sempre inerziale, solidale con un corpo celeste molto più lontano.

► Calcola la velocità di S' rispetto a S diretta lungo l'asse x e le coordinate degli eventi in S .

► Esiste un terzo sistema S'' in cui i due eventi si verificano nella medesima posizione?

$$[-c/2; x'_1 = 1,0 \times 10^5 \text{ m}; y'_1 = z'_1 = 0 \text{ m}; t'_1 = 3,5 \times 10^{-4} \text{ s}; \\ x'_2 = 1,6 \times 10^5 \text{ m}; y'_2 = z'_2 = 0 \text{ m}; t'_2 = 3,5 \times 10^{-4} \text{ s}]$$



3 Nel sistema di riferimento in moto l'intervallo di tempo misurato supera del 10% il suo tempo proprio.

► Qual è la velocità di un osservatore rispetto all'altro?

► Consideriamo ora che in un sistema di riferimento in moto la lunghezza misurata sia inferiore del 10% alla lunghezza propria. Quale deve essere in questo caso la velocità di un osservatore rispetto all'altro?

$$[\pm 0,417c; \pm 0,436c]$$

4 In un romanzo di fantascienza, un'automobile imbrocca un tunnel alla velocità $\sqrt{3}c/2$. Nel sistema di riferimento del tunnel S quest'ultimo è lungo 50 m e l'ingresso dell'automobile è simultaneo all'accensione delle luci.

► Quanto tempo impiega l'automobile nel suo sistema di riferimento per uscire dal tunnel?

$$[9,6 \times 10^{-8} \text{ s}]$$

5 Considera nuovamente l'asta della «domanda sui concetti» numero 12. La sua lunghezza a riposo è $L_0 = 1,2 \text{ m}$ e la sua velocità è $0,6c$ rispetto a un osservatore fermo a terra.

► Qual è l'angolo di inclinazione dell'asta rispetto al suolo misurato da questo osservatore?

$$[51^\circ]$$

6 Un razzo viaggia alla velocità di $0,6c$ e passa accanto a una stazione spaziale nella quale un dispositivo elettronico rileva il suo passaggio. Appena la coda del razzo passa di fianco al dispositivo, questo emette un lampo di luce. La lunghezza del razzo, nel sistema di riferimento a esso solidale, è 150 m.

► Dopo quanto tempo la luce raggiunge la prua del razzo, secondo un osservatore posto sul razzo?

► Dopo quanto tempo la luce raggiunge la prua del razzo, secondo un osservatore posto sulla stazione?

► A che distanza dalla stazione il raggio luminoso raggiunge la prua del razzo, nel sistema di riferimento della stazione?

$$[5,00 \times 10^{-7} \text{ s}; 1 \times 10^{-6} \text{ s}; 3 \times 10^{-2} \text{ m}]$$

7 Un oggetto ha una forma circolare, di raggio $r = 32 \text{ cm}$, quando è fermo. In moto rettilineo uniforme alla velocità di $2,0 \times 10^5 \text{ km/s}$ rispetto a un osservatore fermo al suolo, l'oggetto apparirebbe di forma diversa.

► Dimostra che l'oggetto circolare, una volta in moto, appare ellittico.

► Calcola la lunghezza degli assi dell'ellisse nel sistema di riferimento dell'osservatore.

$$[64 \text{ cm}, 48 \text{ cm}]$$

8 S' è un sistema di riferimento inerziale che si muove, rispetto a un sistema di riferimento S , con velocità \vec{v} parallela all'asse delle ascisse di entrambi i sistemi. S'' è un terzo sistema di riferimento in moto con velocità \vec{v}' rispetto a S' . Le due velocità \vec{v} e \vec{v}' sono parallele.

► Ricava le coordinate del sistema S'' in funzione di quelle del sistema S .

(Suggerimento: fai uso dei simboli β e γ .)

$$[x'' = \gamma\gamma'[(1 + \beta\beta')x - (v + v')t]; \\ t'' = \gamma\gamma'[(1 + \beta\beta')t - \frac{\beta + \beta'}{c}x]; y'' = y, z'' = z]$$

9 S' è un sistema di riferimento inerziale che si muove, rispetto a un sistema di riferimento S , con velocità \vec{v} parallela all'asse delle ascisse di entrambi i sistemi.

► A partire dalle trasformazioni di Lorentz riportate nel paragrafo 8, ricava le trasformazioni che esprimono le coordinate del sistema S in funzione di quelle del sistema S' .

(Suggerimento: fai uso dei simboli β e γ).

$$[x = \gamma(x' + vt'); t = \gamma\left(t' + \frac{v}{c^2}x'\right); y = y'; z = z']$$

QUESITI PER L'ESAME DI STATO

Rispondi ai quesiti in un massimo di 10 righe.

- 1** Spiega quando, in un dato sistema di riferimento inerziale, due eventi si dicono simultanei.
- 2** Illustra come è possibile dimostrare l'esistenza del fenomeno noto come *dilatazione dei tempi*.
- 3** Illustra come è possibile dimostrare l'esistenza del fenomeno noto come *contrazione delle lunghezze*.



Krisshen Velayuthan/istock

1 L'INTERVALLO INVARIANTE

In fisica, per poter descrivere un fenomeno, occorre sapere che è avvenuto a un dato *istante* e in un certo *punto* dello spazio. Scelto un sistema di riferimento, tale informazione è data da quattro numeri (t, x, y, z) che forniscono l'istante t in cui il fenomeno è avvenuto e le tre coordinate spaziali del punto in cui esso ha avuto luogo.

La *quaterna ordinata* (t, x, y, z) prende il nome di **evento**.

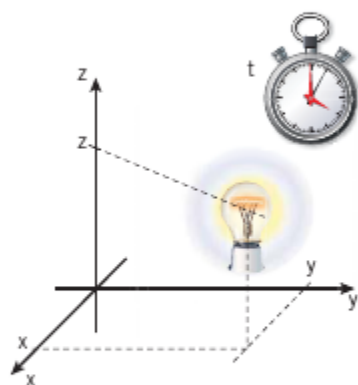


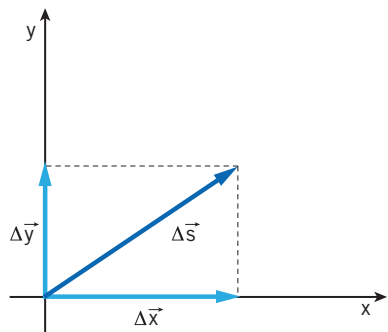
Figura 1 Un evento (per esempio l'accensione di una lampadina) è definito da una coordinata temporale e da tre coordinate spaziali.

Un evento può rappresentare, per esempio, l'accensione all'istante t di una lampadina nel punto di coordinate (x, y, z) (**figura 1**) oppure il passaggio, sempre all'istante t , di una particella materiale nel punto (x, y, z) .

La lunghezza e le componenti di uno spostamento nello spazio ordinario

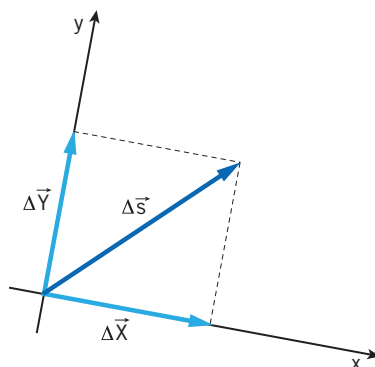
Rappresentiamo lo stesso spostamento $\Delta \vec{s}$ in due sistemi di riferimento che hanno gli assi orientati in modo diverso.

► Le componenti Δx e Δy del vettore $\Delta \vec{s}$ nel primo sistema di riferimento



A

► sono diverse dalle componenti ΔX e ΔY dello stesso vettore nel secondo.



B

C'è però qualcosa che vincola i valori delle componenti di $\Delta \vec{s}$ in questi due sistemi di riferimento e in tutti gli altri infiniti possibili.

Indichiamo con Δx e Δy gli spostamenti lungo x e lungo y nel primo sistema, e con ΔX e ΔY le analoghe quantità nel secondo. Il teorema di Pitagora stabilisce che valgono le relazioni

$$(\Delta x)^2 + (\Delta y)^2 = (\Delta s)^2 \quad \text{e} \quad (\Delta X)^2 + (\Delta Y)^2 = (\Delta s)^2,$$

da cui otteniamo

$$(\Delta x)^2 + (\Delta y)^2 = (\Delta X)^2 + (\Delta Y)^2. \quad (1)$$

Quindi,

le singole componenti del vettore $\Delta \vec{s}$ variano, ma la sua lunghezza rimane costante e, quindi, la somma dei quadrati delle componenti è invariante.

Introduciamo nei due sistemi di riferimento gli spostamenti Δz e ΔZ lungo un terzo asse coordinato. Allora, nello spazio tridimensionale, l'espressione del quadrato $(\Delta s)^2$ della lunghezza invariante è

$$(\Delta x)^2 + (\Delta y)^2 + (\Delta z)^2 = (\Delta X)^2 + (\Delta Y)^2 + (\Delta Z)^2. \quad (2)$$

La scelta del sistema di riferimento in cui descriviamo $\Delta \vec{s}$ è arbitraria e non ha alcun significato fisico. Ma la lunghezza di $\Delta \vec{s}$ è una quantità che ha una ben precisa rilevanza fisica e il suo valore esiste in modo oggettivo. È quindi naturale che, con tutte le scelte possibili del sistema di riferimento, si ritrovi sempre lo stesso valore di $(\Delta s)^2$.

Di solito tutto ciò si riassume dicendo che la descrizione dello spazio con tre assi cartesiani non ha alcun significato fisico: è soltanto una nostra scelta arbitraria, che può cambiare da osservatore a osservatore. Invece,

ciò che ha esistenza reale e significato fisico è lo spazio tridimensionale nel suo complesso, gli oggetti che si trovano in esso e la lunghezza invariante Δs .

Lunghezza di $\Delta \vec{s}$

Il quadrato della lunghezza di $\Delta \vec{s}$ è quindi dato dalla somma dei quadrati delle sue componenti.

L'espressione dell'intervallo invariante in relatività

Nella teoria della relatività il discorso appena fatto deve comprendere anche l'intervallo di tempo Δt . In effetti, sappiamo che anche il valore dello spostamento temporale può dipendere dal sistema di riferimento inerziale scelto, proprio come accade per gli spostamenti spaziali. Però, proprio come nella discussione precedente, dati due eventi esiste una quantità, detta *intervallo invariante*, che dipende soltanto dagli eventi stessi e non dal particolare sistema di riferimento usato per descriverli.

Dati due eventi E_1 ed E_2 separati dagli incrementi di coordinate Δx , Δy , Δz e Δt , si chiama **intervallo invariante** $\Delta\sigma$ la radice quadrata della quantità

$$(\Delta\sigma)^2 = (c\Delta t)^2 - (\Delta x)^2 - (\Delta y)^2 - (\Delta z)^2 = (c\Delta t)^2 - (\Delta s)^2 \quad (3)$$

dove $(\Delta s)^2$ è, come abbiamo visto negli esempi precedenti, il quadrato della distanza tridimensionale che separa i punti P_1 e P_2 relativi agli eventi E_1 ed E_2 :

$$(\Delta s)^2 = (\Delta x)^2 + (\Delta y)^2 + (\Delta z)^2.$$

Nello spazio euclideo della geometria nel piano e nello spazio, la distanza quadrata tra due punti può essere, a seconda dei casi, positiva o nulla.

Invece, dalla formula (3) si riconosce che $(\Delta\sigma)^2$ può anche essere negativo; in effetti, il segno di $(\Delta\sigma)^2$ ha un significato preciso.

- Se vale $(\Delta\sigma)^2 > 0$, si dice che $\Delta\sigma$ è un intervallo **di tipo tempo**; in questo caso un segnale emesso al tempo t_1 in corrispondenza dell'evento E_1 può propagarsi fino a influenzare, al tempo t_2 , l'evento E_2 : quindi l'istante di tempo t_1 precede l'istante di tempo t_2 in tutti i sistemi di riferimento.

Inoltre, esiste sempre un sistema di riferimento inerziale (sistema solidale con il fenomeno) in cui i due eventi hanno le stesse coordinate spaziali, mentre la sua durata è pari all'intervallo di tempo proprio. Così si ha

$$\Delta s = 0 \quad \text{e} \quad \Delta t = \Delta\tau$$

e la formula (3) si esprime come

$$\Delta\sigma = c\Delta\tau. \quad (4)$$

- Se vale $(\Delta\sigma)^2 < 0$, si dice che $\Delta\sigma$ è un intervallo **di tipo spazio**; in questo caso un segnale emesso in corrispondenza dell'evento E_1 non può propagarsi fino ad influenzare l'evento E_2 : quindi i due eventi sono causalmente indipendenti in tutti i sistemi di riferimento.

Inoltre, esiste sempre un sistema di riferimento inerziale in cui i due eventi hanno la stessa coordinata temporale: $\Delta t = 0$. Se indichiamo con ΔL la distanza tra P_1 e P_2 in questo sistema di riferimento, dall'equazione (3) otteniamo $(\Delta\sigma)^2 = -(\Delta L)^2$. La quantità

$$\Delta L = \sqrt{-(\Delta\sigma)^2}$$

prende il nome di **lunghezza propria** relativa all'intervallo $(\Delta\sigma)^2$.

- Se vale $(\Delta\sigma)^2 = 0$, si dice che $\Delta\sigma$ è un intervallo **di tipo luce**; in questo caso, dalla (3) si ha

$$c\Delta t = \Delta s \quad \Rightarrow \quad \frac{\Delta s}{\Delta t} = c$$

e quindi solo un segnale luminoso che avviene in corrispondenza dell'evento E_1 può propagarsi (nel vuoto) fino ad influenzare l'evento E_2 .

ESEMPIO

Due eventi E_1 ed E_2 hanno coordinate (t, x, y, z) , rispettivamente, $E_1(13,1 \mu\text{s}, 250 \text{ m}, 0 \text{ m}, 0 \text{ m})$ ed $E_2(74,4 \mu\text{s}, 880 \text{ m}, 790 \text{ m}, 450 \text{ m})$.

► Calcola l'intervallo invariante quadrato $(\Delta\sigma)^2$ tra i due eventi.

• Dai dati del problema calcoliamo dapprima

$$c\Delta t = c(74,4 - 13,1) \mu\text{s} = \left(3,00 \times 10^8 \frac{\text{m}}{\cancel{\text{s}}}\right) \times (61,3 \times 10^{-7} \cancel{\text{s}}) = 1,84 \times 10^3 \text{ m},$$

$$\Delta x = (880 - 250) \text{ m} = 630 \text{ m},$$

$$\Delta y = (790 - 0) \text{ m} = 790 \text{ m}, \quad \Delta z = (450 - 0) \text{ m} = 450 \text{ m}.$$

• Ora possiamo sostituire questi valori nella formula (3) e otteniamo:

$$\begin{aligned} (\Delta\sigma)^2 &= (c\Delta t)^2 - (\Delta x)^2 - (\Delta y)^2 - (\Delta z)^2 = \\ &= (1,84 \times 10^3 \text{ m})^2 - (630 \text{ m})^2 - (790 \text{ m})^2 - (450 \text{ m})^2 = \\ &= (3,39 \times 10^6 - 1,224 \times 10^6) \text{ m}^2 = 2,17 \times 10^6 \text{ m}^2. \end{aligned}$$

Dimostrazione dell'invarianza di $\Delta\sigma$

Consideriamo due sistemi di riferimento S e S' con gli assi coordinati paralleli ed equiversi. In particolare, gli assi x e x' hanno la stessa direzione della velocità costante \vec{v} con cui S' si muove rispetto a S .

In quest'ultimo sistema, prendiamo in esame due eventi di coordinate (t_1, x_1, y_1, z_1) e (t_2, x_2, y_2, z_2) . Secondo le trasformazioni di Lorentz, in S' gli stessi due eventi hanno coordinate

$$t'_1 = \gamma\left(t_1 - \frac{\beta}{c}x_1\right); \quad x'_1 = \gamma(x_1 - vt_1); \quad y'_1 = y_1; \quad z'_1 = z_1$$

e

$$t'_2 = \gamma\left(t_2 - \frac{\beta}{c}x_2\right); \quad x'_2 = \gamma(x_2 - vt_2); \quad y'_2 = y_2; \quad z'_2 = z_2$$

Nel sistema S l'espressione dell'intervallo invariante è

$$c^2(t_2 - t_1)^2 - (x_2 - x_1)^2 - (y_2 - y_1)^2 - (z_2 - z_1)^2, \quad (5)$$

mentre nel sistema S' la formula corrispondente è

$$c^2(t'_2 - t'_1)^2 - (x'_2 - x'_1)^2 - (y'_2 - y'_1)^2 - (z'_2 - z'_1)^2. \quad (6)$$

Con la nostra scelta delle coordinate, nelle espressioni (5) e (6) si ha $(y_2 - y_1)^2 = (y'_2 - y'_1)^2$ e $(z_2 - z_1)^2 = (z'_2 - z'_1)^2$.

Per dimostrare l'uguaglianza delle (5) e (6) possiamo concentrarci quindi sugli addendi che contengono le ascisse x e gli istanti di tempo t . Studiamo quindi l'espressione

$$c^2(t_2' - t_1')^2 - (x_2' - x_1')^2$$

che, espressa in funzione delle coordinate di S , per le trasformazioni di Lorentz di- viene

Quadrato del binomio

Nel secondo passaggio, dopo aver cancellato i termini op- posti che si ottengono dai due quadrati, abbiamo raccolto se- paratamente i termini che con- tengono $(x_2 - x_1)^2$ e $(t_2 - t_1)^2$. Inoltre i due doppi prodotti che derivano dal calcolo dei due quadrati di binomi sono eguali e opposti e si elidono.

$$\begin{aligned} & c^2 \left[\gamma \left(t_2 - \frac{\beta}{c} x_2 \right) - \gamma \left(t_1 - \frac{\beta}{c} x_1 \right) \right]^2 - [\gamma(x_2 - vt_2) - \gamma(x_1 - vt_1)]^2 = \\ & = \gamma^2 \left\{ c \left[(t_2 - t_1) - \frac{\beta}{c} (x_2 - x_1) \right]^2 - [(x_2 - x_1) - v(t_2 - t_1)]^2 \right\} = \\ & = \gamma^2 [(c^2 - v^2)(t_2 - t_1)^2 - (x_2 - x_1)^2 (1 - \beta^2)] = \\ & = \gamma^2 \left[\frac{c^2}{\gamma^2} (t_2 - t_1)^2 - \frac{(x_2 - x_1)^2}{\gamma^2} \right] = \\ & = c^2 (t_2 - t_1)^2 - (x_2 - x_1)^2. \end{aligned}$$

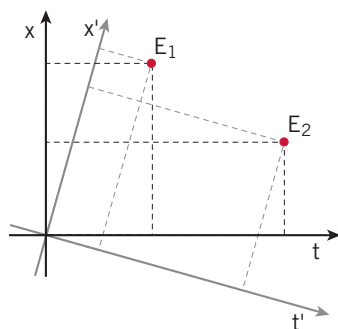
In definitiva, abbiamo ottenuto un'espressione che ha la stessa forma di quella di partenza, ma che contiene soltanto coordinate di S . Ne consegue che le espressioni (5) e (6) hanno lo stesso valore: abbiamo dimostrato che l'intervallo definito dalla formula (3) è invariante quando si cambia sistema di riferimento.

2 LO SPAZIO-TEMPO

Nel paragrafo precedente abbiamo visto che la scelta degli assi coordinati (x , y e z) non ha alcun significato fisico (infatti le componenti lungo i vari assi di un vettore spostamento dipendono dalla scelta arbitraria del sistema di riferimento). La realtà fisica fondamentale è invece data dall'esistenza, nello spazio tridimensionale, di un segmento.

In linguaggio geometrico, si dice che il segmento considerato ha un'esistenza *in- trinseca* nello spazio euclideo tridimensionale. Lo stesso si può affermare dei suoi estremi P_1 e P_2 .

Nella teoria della relatività esiste un fenomeno simile che coinvolge anche il tempo: dati due eventi E_1 ed E_2 , le differenze di coordinate tra di essi dipendono dal sistema di riferimento scelto per descriverli, ma l'intervallo $(c\Delta t)^2 - (\Delta x)^2 - (\Delta y)^2 - (\Delta z)^2$ che li separa ha lo stesso valore in tutti i sistemi di riferimento inerziali.



Quindi, gli intervalli spaziali (Δx , Δy , Δz) e quello temporale (Δt) dipendono dal sistema di riferimento che si è scelto di utilizzare (ciò è illustrato in maniera qualitativa nella figura 2).

Al contrario, gli eventi E_1 ed E_2 hanno un'esistenza intrinseca in uno «spazio» generalizzato che ha quattro dimensioni, perché i suoi «punti», cioè gli eventi, sono caratterizzati da quattro coordinate: (t, x, y, z) .

Figura 2 Gli eventi E_1 ed E_2 hanno un'esistenza oggettiva nello spazio- tempo; invece, gli intervalli Δt , Δx , Δy , Δz tra di essi dipendono dalla scelta del sistema di riferimento.

Lo spazio quadridimensionale (t, x, y, z) in cui l'intervallo invariante tra due eventi è $(\Delta\sigma)^2 = (c\Delta t)^2 - (\Delta x)^2 - (\Delta y)^2 - (\Delta z)^2$ si chiama **spazio-tempo**.

Per definire lo spazio-tempo non è sufficiente dire da quante coordinate esso è descritto (cioè quante sono le sue dimensioni). È fondamentale anche la formula che fornisce l'intervallo invariante (nella quale compaiono tre segni meno). Lo spazio-tempo della relatività ristretta, con la forma dell'intervallo invariante data dalla formula (3), ha una geometria particolare che fu investigata dal matematico tedesco Hermann Minkowski (1864-1909). Per questa ragione lo spazio-tempo si chiama anche *spazio di Minkowski*.

L'intervallo $\Delta\sigma$ può essere considerato come il modulo del vettore «spostamento» nello spazio-tempo. Tale vettore ha componenti $c\Delta t$ (componente lungo t), Δx (componente lungo x), Δy (componente lungo y), Δz (componente lungo z). Dal momento che lo spazio-tempo ha quattro dimensioni, i vettori definiti in esso (detti *quadrivettori*) hanno quattro componenti (una temporale e tre spaziali).

Le componenti di un quadrivettore si scrivono come una quaterna ordinata, dove si trova prima la componente lungo t e poi le tre componenti spaziali. Così, le componenti del quadrivettore spostamento si scrivono $(c\Delta t, \Delta x, \Delta y, \Delta z)$.

Il quadrato della lunghezza (o modulo) di un quadrivettore nello spazio-tempo è ottenuto calcolando il quadrato della componente t meno la somma dei quadrati delle tre componenti x, y e z .

Nella tabella successiva puoi confrontare questa proprietà dello spazio-tempo di Minkowski con quelle di altri tipi di spazi che si studiano in fisica e in matematica.

Forma dell'intervallo invariante per diversi spazi geometrici		
Spazio	Coordinate	Quadrato dell'intervallo invariante
Spazio euclideo in due dimensioni (piano)	x, y	$(\Delta s)^2 = (\Delta x)^2 + (\Delta y)^2$
Spazio euclideo in tre dimensioni (spazio)	x, y, z	$(\Delta s)^2 = (\Delta x)^2 + (\Delta y)^2 + (\Delta z)^2$
Spazio euclideo in quattro dimensioni	x, y, z, w	$(\Delta s)^2 = (\Delta x)^2 + (\Delta y)^2 + (\Delta z)^2 + (\Delta w)^2$
Spazio di Minkowski in due dimensioni	t, x	$(\Delta\sigma)^2 = (c\Delta t)^2 - (\Delta x)^2$
Spazio di Minkowski in quattro dimensioni (spazio-tempo)	t, x, y, z	$(\Delta\sigma)^2 = (c\Delta t)^2 - (\Delta x)^2 - (\Delta y)^2 - (\Delta z)^2$

3 LA COMPOSIZIONE DELLE VELOCITÀ

Per la meccanica classica un punto materiale, che ha velocità \vec{u} rispetto a un sistema di riferimento S , quando è osservato in un sistema di riferimento S' che si muove rispetto a S con velocità \vec{v} risulta avere la velocità

$$\vec{u}' = \vec{u} - \vec{v}.$$

In particolare, se \vec{u} e \vec{v} sono paralleli tra loro (e, quindi, anche a \vec{u}'), la relazione precedente può essere scritta come

$$u' = u - v. \quad (7)$$

Meccanica classica

Quando le velocità u e v sono piccole rispetto a c il denominatore delle formule (8) e (9) si può considerare uguale a 1. Di conseguenza, per le velocità a cui siamo abituati le leggi relativistiche di composizione delle velocità si riducono a quelle classiche.

Queste relazioni sono dimostrate a partire dalle trasformazioni di Galileo e non rispettano l'invarianza di c quando si cambia sistema di riferimento inerziale, dato che la velocità della luce nel vuoto dovrebbe risultare $c - v$ o $c + v$.

Nella teoria della relatività, le trasformazioni di Galileo sono sostituite da quelle di Lorentz; vedremo che queste ultime prevedono una legge di composizione delle velocità diversa dalla (7), data dalla formula

$$u' = \frac{u - v}{1 - \frac{uv}{c^2}} \quad (8)$$

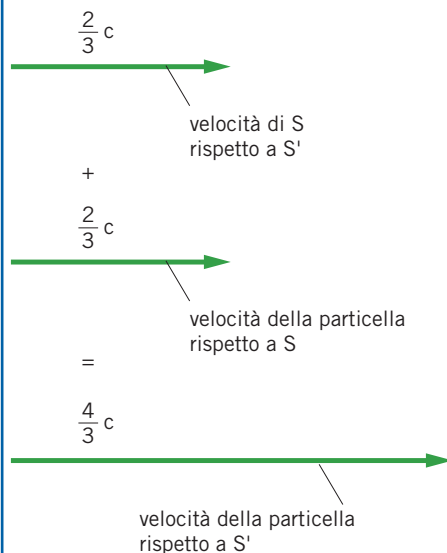
Dalla (8) si può ricavare la formula inversa

$$u = \frac{u' + v}{1 + \frac{u'v}{c^2}}. \quad (9)$$

Consideriamo una particella che, in S , si muove verso destra con velocità $u = (2c/3)$. Un secondo sistema S' si muove, rispetto a S , verso sinistra con velocità $v = (-2c/3)$.

► Secondo la meccanica classica la velocità della particella in S' è maggiore di c (formula (7)):

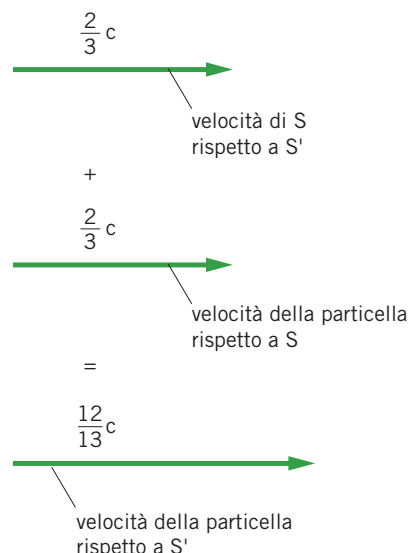
$$u' = \frac{2}{3}c - \left(-\frac{2}{3}c\right) = \frac{4}{3}c.$$



A

► Secondo la relatività (formula (8)) u' risulta minore di c :

$$u' = \frac{\frac{4}{3}c}{1 + \frac{4}{9}} = \frac{4}{3}c \times \frac{9}{13} = \frac{12}{13}c.$$



B

ESEMPIO

Nel sistema di riferimento S viene emesso un impulso di luce, che si propaga nel verso positivo dell'asse x con velocità c . Il sistema di riferimento S' si muove, rispetto a S , con velocità v lungo le x positive.

- Utilizzando la composizione relativistica della velocità, calcola il valore della velocità dell'impulso di luce secondo S' .

Il testo del problema richiede di utilizzare la formula (8) ponendo $u = c$; si trova:

$$u' = \frac{u - v}{1 - \frac{uv}{c^2}} = \frac{c - v}{1 - \frac{cv}{c^2}} = \frac{c - v}{\frac{c^2 - cv}{c^2}} = \frac{c - v}{\cancel{c}(c - v)} c = c.$$

L'esempio precedente mostra che la velocità del raggio di luce risulta uguale a c anche in S' e, di conseguenza, in qualunque sistema di riferimento che si muova con velocità costante rispetto a S .

Possiamo quindi affermare che le formule (8) e (9) sono compatibili con l'assioma di invarianza della velocità della luce nel vuoto.

Dimostrazione della composizione delle velocità

Consideriamo un sistema di riferimento S in cui un punto materiale P ha una velocità u rivolta nella direzione x . Per definizione, si ha

$$u = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1},$$

dove le quantità Δx e Δt sono misurate in S . In particolare, il punto materiale si trova in x_1 all'istante t_1 (di S) e in x_2 all'istante t_2 (sempre di S).

Passiamo a un secondo sistema di riferimento S' che si muove nella direzione dell'asse x con velocità v . In S' la velocità di P è

$$u' = \frac{x'_2 - x'_1}{t'_2 - t'_1}.$$

Applicando le trasformazioni di Lorentz per x' e t' (formule (9) dal capitolo «La relatività dello spazio e del tempo») abbiamo:

$$u' = \frac{\gamma(x_2 - vt_2 - x_1 + vt_1)}{\gamma\left(t_2 - \frac{\beta}{c}x_2 - t_1 + \frac{\beta}{c}x_1\right)} = \frac{(x_2 - x_1) - v(t_2 - t_1)}{(t_2 - t_1) - \frac{\beta}{c}(x_2 - x_1)}.$$

Se ora sostituiamo nell'espressione precedente la relazione

$$x_2 - x_1 = u(t_2 - t_1)$$

e raccogliamo sia a numeratore che a denominatore il fattore comune $(t_2 - t_1)$ otteniamo

$$u' = \frac{(u - v)(t_2 - t_1)}{\left(1 - \frac{uv}{c^2}\right)(t_2 - t_1)},$$

da cui si ricava la formula (8).

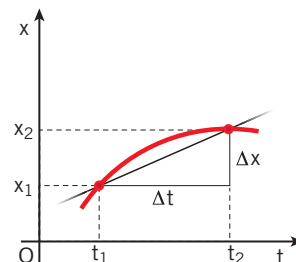


Figura 3 Nel sistema S la velocità u si calcola come il rapporto $\Delta x/\Delta t$.

Convenzioni su S e S'

Dal capitolo precedente ricorda che, per convenzione, gli assi x e x' sono paralleli ed equiversi e che si ha $x = x' = 0$ per $t = t' = 0$.

4 L'EQUIVALENZA TRA MASSA ED ENERGIA

Legge di Lavoisier

Nel 1789 il chimico francese Antoine Lavoisier (1743-1794) enunciò la sua legge di conservazione della massa, secondo cui «in ogni reazione chimica la somma delle masse dei reagenti è uguale alla somma delle masse dei prodotti».

La conservazione dell'energia è una legge fondamentale della fisica classica. Oltre a ciò, in tutti i fenomeni fisici e chimici si osserva che la massa totale dei sistemi sotto esame si conserva.

Invece, nella teoria della relatività si scopre che la grandezza fisica «massa», presa singolarmente, non si conserva. Infatti la massa non è altro che una forma di energia che va aggiunta all'energia cinetica e all'energia potenziale nell'enunciare la conservazione dell'energia meccanica.

In particolare, come dimostreremo nel seguito, la teoria della relatività afferma che:

se un corpo assorbe una quantità di energia E la sua massa non si conserva, ma aumenta della quantità

$$\Delta m = \frac{E}{c^2}. \quad (10)$$

Viceversa, la massa del corpo diminuisce se esso perde energia, per esempio emettendo onde elettromagnetiche.

ESEMPIO

Attraverso un passaggio di calore, un cucchiaino assorbe l'energia $E = 100$ J.

► Quanto vale l'aumento Δm della massa del cucchiaino per effetto di questo riscaldamento?

Dalla formula (10) possiamo calcolare

$$\Delta m = \frac{E}{c^2} = \frac{100 \text{ J}}{\left(3,00 \times 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2} = 1,11 \times 10^{-15} \frac{\text{kg} \cdot \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2}}{\frac{\text{m}^2}{\text{s}^2}} = 1,11 \times 10^{-15} \text{ kg}.$$

Da quanto abbiamo visto nell'esempio precedente, per i normali fenomeni quotidiani la variazione relativistica della massa è così piccola da non potere essere rilevata neppure con misure precisissime.

ESPERIMENTO VIRTUALE

Propulsione a luce

- Gioca
- Misura
- Esercitati



La quantità di moto della luce

Le onde elettromagnetiche non trasportano soltanto energia, ma anche quantità di moto. In particolare, se un corpo assorbe un fotone, cioè un «pacchetto» di onde elettromagnetiche che ha energia E , riceve una quantità di moto

$$p = \frac{E}{c}. \quad (11)$$

L'effetto è così reale che la NASA sta studiando delle vele solari che, a causa della pressione dovuta alla luce del Sole o di altre stelle, sono in grado di spingere le navi spaziali del futuro.

Le vele solari sono progettate in modo da riflettere la luce incidente, invece di as-

sorbirla. In questo modo la variazione della loro quantità di moto sarebbe il doppio di quella data dalla formula (11).

La foto a lato mostra una **vela solare quadrata**, con il lato di 20 m, che è sottoposta a verifiche al Glenn Research Center della NASA.

Secondo i calcoli, una vela con una massa di 1 g per metro quadrato, dell'area di 1 km², potrebbe raggiungere una velocità dell'ordine del centesimo della velocità della luce.

Un esperimento ideale

Consideriamo ora un corpo di massa m fermo nel sistema di riferimento S e che assorbe, nello stesso istante, due «pacchetti» di onde elettromagnetiche (per esempio due lampi di luce oppure due fotoni) che giungono da direzioni opposte e che trasportano ciascuno l'energia $\frac{E}{2}$ (figura 4). Per la formula (11), ciò implica che ciascun pacchetto di energia cede al corpo una quantità di moto

$$p = \frac{E}{2c}.$$

Dal momento che le due quantità di moto cedute al corpo dai pacchetti di energia hanno stessa direzione, versi opposti e stesso modulo, la somma vettoriale delle due è uguale al vettore nullo e, dopo l'assorbimento dell'energia E , la velocità resta nulla e il corpo rimane fermo nel sistema S .

Osserviamo lo stesso fenomeno in un sistema di riferimento S' che si muove rispetto a S con una velocità \vec{v} perpendicolare (in S) alla direzione di propagazione dei due pacchetti di onde elettromagnetiche (nella figura 5, S' si muove verso sinistra rispetto a S). Il modulo di \vec{v} deve essere abbastanza piccolo da giustificare, nel seguito, l'uso della meccanica classica.

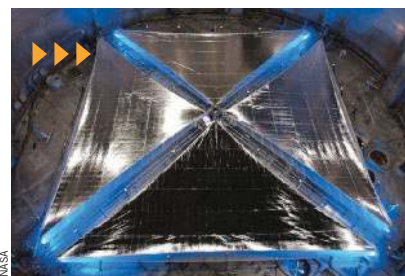
La figura illustra come appare in S' l'assorbimento dei due pacchetti di onde elettromagnetiche. In S' la somma vettoriale delle quantità di moto cedute dalla luce al corpo di massa m non è nulla, ma è pari al doppio della componente orizzontale p'_x di uno dei due vettori (le componenti verticali p'_y e $-p'_y$ sono uguali e opposte).

La figura 6 mostra la velocità \vec{c} di uno dei pacchetti di energia, la sua quantità di moto \vec{p}_1 , la velocità $-\vec{v}$ con cui la massa m si muove in S' e il componente \vec{p}'_x di \vec{p}_1 parallelo a $-\vec{v}$. Poiché v è piccola, in pratica si ha $p'_1 = p$.

I due triangoli ABC e ADE che così si formano sono simili, essendo rettangoli con un angolo acuto in comune. Dalla proporzionalità tra i due cateti BC e DE con le corrispondenti ipotenuse AC e AE si ottiene

$$p'_x = \frac{v}{c} p = \frac{v}{c} \frac{E}{2c} = \frac{vE}{2c^2};$$

di conseguenza, la quantità di moto del corpo aumenta della quantità



NASA

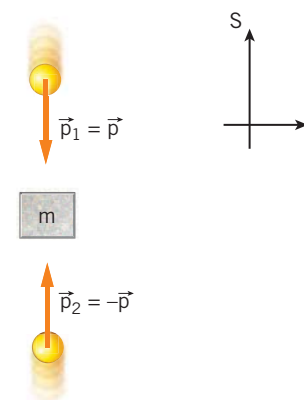


Figura 4 Nel sistema S , il blocchetto di massa m assorbe due fotoni che si muovono in versi opposti e rimane fermo.

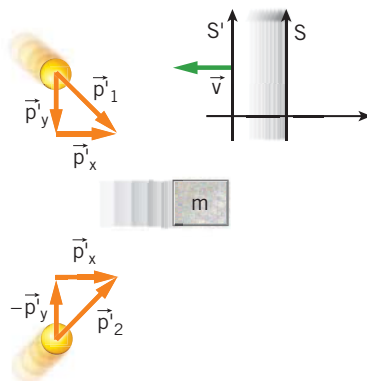


Figura 5 Nel sistema S' i due fotoni hanno direzioni oblique e solo i componenti lungo y' si annullano a vicenda.

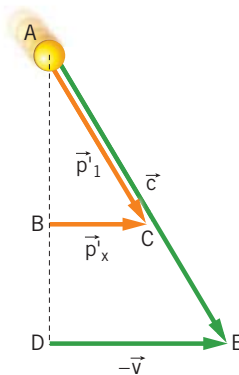


Figura 6 I triangoli rettangoli ABC e ADE sono simili.

$$\Delta p' = 2p'_x = \frac{vE}{c^2}.$$

Quindi, nel sistema di riferimento S' :

- *prima* dell'assorbimento dei due pacchetti di energia, il corpo aveva una quantità di moto di modulo

$$p'_i = mv;$$

- *dopo* l'assorbimento il modulo della quantità di moto aumenta e diviene

$$p'_f = mv + \frac{vE}{c^2}.$$

Però, nonostante l'aumento della quantità di moto, la velocità in S' del corpo di massa m non può cambiare, visto che in S la velocità rimane uguale a zero.

Quindi la quantità di moto del corpo è cambiata, ma non la sua velocità. Di conseguenza, deve essere cambiata l'unica altra grandezza che entra nella definizione della quantità di moto, cioè la sua *massa*.

Così, dopo avere assorbito l'energia E il corpo deve avere una nuova massa m' , tale che

$$p'_f = mv + \frac{vE}{c^2} = m'v.$$

Il secondo e il terzo termine della precedente catena di uguaglianze formano un'equazione, che può essere risolta dando la relazione

$$m' - m = \frac{E}{c^2},$$

che è proprio la formula (10), che volevamo dimostrare.

La massa è energia

L'equazione che abbiamo appena dimostrato permette di affermare che la massa è una forma di energia, in quanto essa scompare (secondo una precisa relazione) quando compare energia e viceversa.

Tutte le trasformazioni di massa in energia e di energia in massa sono regolate dalla **relazione di Einstein** che, di solito, è scritta nella forma

$$E = mc^2. \quad (12)$$

In particolare, dalla (12) si deduce che un corpo *fermo* e *non soggetto a forze* possiede una energia per il solo fatto di avere una massa m_0 ; tale energia si chiama **energia di quiete** o **di riposo** del corpo:

$$E_0 = m_0c^2. \quad (13)$$

La relazione (13) è confermata negli esperimenti sulle particelle elementari, dove è possibile osservare la «materializzazione» di particelle a spese della scomparsa di energia e , viceversa, l'annichilazione di due particelle con conseguente emissione della quantità di energia prevista dalla relazione di Einstein.

La Tomografia a Emissione di Positoni (PET)

L'annichilazione di due particelle, con emissione di energia, è alla base del funzionamento di un esame diagnostico che si chiama **Tomografia a Emissione di Positoni (PET, Positron Emission Tomography)** e che permette di visualizzare i tumori. Inoltre, grazie alla PET, è possibile esaminare diverse caratteristiche del cervello nonostante esso sia contenuto all'interno della scatola cranica.

L'esame si realizza introducendo nel nostro corpo una sostanza radioattiva (per esempio uno zucchero contenente fluoro radioattivo) che, decadendo, emette positoni. Un **positone** è l'antiparticella dell'elettrone, cioè una particella che ha la stessa massa dell'elettrone ma carica opposta. Quando un positone e un elettrone si incontrano, secondo la relazione di Einstein, la loro massa si trasforma interamente in energia, emessa sotto forma di due fotoni «gamma» (γ).

Così, un positone emesso all'interno dell'organismo si ferma entro un paio di millimetri e «annichila» un elettrone atomico (figura 7). I due fotoni, emessi in direzioni opposte, sono rivelati dai moltissimi contatori del tomografo PET.

La PET fornisce preziose informazioni su quali parti del corpo si attivano e quindi, essendo più ossigenate, metabolizzano più zucchero marcato con il fluoro radioattivo che emette positoni.

Per esempio, quando si esegue un particolare lavoro mentale, come parlare, scrivere, leggere, ascoltare (vedi le fotografie sotto), si osserva una maggiore attività in alcune zone piuttosto che in altre e i diversi colori delle immagini rispecchiano queste differenze. Così, la PET permette di studiare le modalità di funzionamento del cervello.

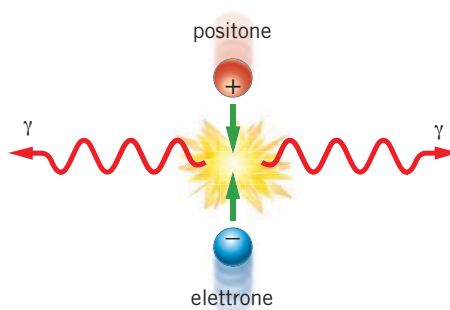
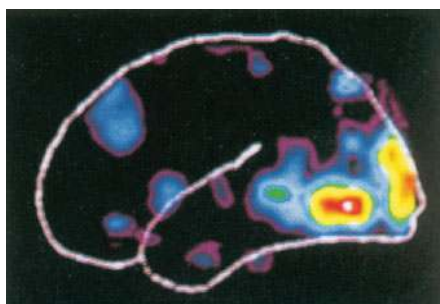
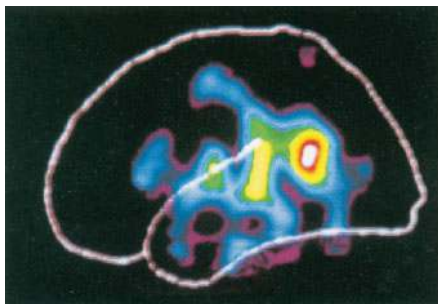


Figura 7 Un positone emesso da un nucleo radioattivo e un elettrone si annichilano, generando due fotoni γ che si propagano in versi opposti.



Questa tecnica di indagine permette anche di diagnosticare anomalie presenti nell'organismo, dall'epilessia ai tumori. In questo caso, le cellule malate sono metabolicamente attive e, quindi, assorbono più zucchero delle cellule sane circostanti; il tomografo PET, rivelando i due fotoni emessi permette di delimitare il tumore con precisione millimetrica.

5 ENERGIA TOTALE, MASSA E QUANTITÀ DI MOTO IN DINAMICA RELATIVISTICA

Un corpo di massa m_0 fermo possiede l'energia di riposo $E_0 = m_0 c^2$. Secondo la fisica classica esso, quando si muove con velocità \vec{v} , possiede anche un'energia cinetica $K = \frac{1}{2} m_0 v^2$. Quindi, secondo la fisica classica (cioè quando il modulo della velocità è molto piccolo rispetto a c) l'energia totale E che il corpo possiede è

$$E = m_0 c^2 + \frac{1}{2} m_0 v^2 = m_0 c^2 \left(1 + \frac{1}{2} \frac{v^2}{c^2} \right). \quad (14)$$

Nella scheda matematica *L'approssimazione del coefficiente di dilatazione per piccole velocità*, posta alla fine del paragrafo, si mostra come, a basse velocità, il termine che compare tra parentesi nell'ultimo membro della (14) sia praticamente uguale al fattore di dilatazione γ . In effetti, si dimostra che l'energia totale di una particella relativistica è data dalla formula generale

$$E = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \gamma m_0 c^2 \quad (15)$$

di cui la (14) è un'approssimazione, valida quando la velocità v è molto minore di c .

Nella figura 8 è rappresentato il grafico dell'energia totale E di un elettrone in funzione della sua velocità v , per valori di v abbastanza vicini a c . Come si vede, il grafico di E possiede un asintoto verticale per $v = c$. Ciò significa che, quando la velocità v di un corpo si avvicina indefinitamente a c (rimanendo minore di c), la sua energia totale tende a diventare infinitamente grande.

Di conseguenza, per accelerare un corpo fino a portarlo alla velocità c occorre fornirgli una quantità infinita di energia. Dal momento che ciò non è possibile, c risulta una velocità limite. Resta così confermato che

nessun corpo massivo può raggiungere la velocità c né, tantomeno, superarla.

L'energia cinetica relativistica

Conoscendo l'espressione che fornisce l'energia totale E posseduta da un corpo, si può definire l'energia cinetica relativistica K_r come la parte di E che dipende da v , cioè come la differenza tra l'energia totale del corpo e la sua energia di riposo:

$$K_r = (\gamma - 1) m_0 c^2. \quad (16)$$

In effetti, le formule della scheda matematica che si trova alla fine del paragrafo permettono di affermare che, quando v è molto minore di c , l'espressione (16) si riduce alla forma dell'energia cinetica classica:

$$K_r = (\gamma - 1) m_0 c^2 \cong \left(1 + \frac{1}{2} \frac{v^2}{c^2} - 1 \right) m_0 c^2 = \frac{1}{2} m_0 v^2.$$

Ancora una volta, i risultati della meccanica newtoniana si trovano come caso limite (per v molto minore di c) della meccanica relativistica.

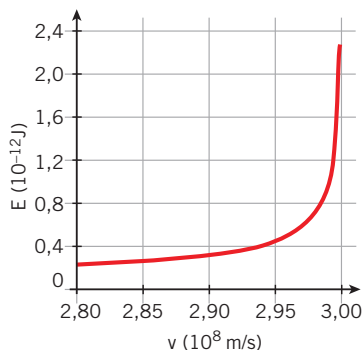


Figura 8 Grafico dell'energia totale di un elettrone in funzione della sua velocità.

ESEMPIO

Un elettrone (massa $m_0 = 9,11 \times 10^{-31}$ kg) si muove con una velocità di modulo $v = 2,67 \times 10^8$ m/s.

► Calcola la sua energia cinetica secondo la meccanica classica e secondo la relatività.

• Secondo la meccanica classica l'energia cinetica K_c dell'elettrone è

$$K_c = \frac{1}{2} m_0 v^2 = \frac{1}{2} \times (9,11 \times 10^{-31} \text{ kg}) \times \left(2,67 \times 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2 = 3,25 \times 10^{-14} \text{ J.}$$

• Calcoliamo ora la grandezza

$$\gamma - 1 = \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}} - 1 = \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{2,67 \times 10^8 \text{ m/s}}{3,00 \times 10^8 \text{ m/s}}\right)^2}} - 1 = 2,19 - 1 = 1,19.$$

• Allora l'energia cinetica relativistica K_r vale

$$K_r = (\gamma - 1) m_0 c^2 = 1,19 \times (9,11 \times 10^{-31} \text{ kg}) \times \left(3,00 \times 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2 = 9,76 \times 10^{-14} \text{ J.}$$

• L'energia cinetica relativistica risulta tre volte superiore a quella calcolata secondo la meccanica newtoniana.

La massa relativistica

La formula (15) che fornisce l'energia totale di un corpo può essere resa simile, in forma, all'espressione (13) che dà l'energia di riposo dello stesso corpo. Per questa ragione è abituale definire la **massa relativistica** m di un corpo come

$$m = \gamma m_0 = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}. \quad (17)$$

Così, come si era anticipato nella formula (12), l'espressione (15) può essere scritta come

$$E = \gamma m_0 c^2 = (\gamma m_0) c^2 = m c^2. \quad (18)$$

Quindi la massa relativistica non è una costante, ma dipende dalla velocità. Essa aumenta dello stesso fattore γ con cui si allungano i tempi e si accorciano le lunghezze. Per $v = 0$ essa si riduce al valore minimo $m = m_0$ che si misura nel sistema di riferimento in cui il corpo è fermo; proprio per questa ragione m_0 prende il nome di *massa di riposo* del corpo.

La quantità di moto relativistica

L'espressione (17) permette di introdurre la *quantità di moto relativistica* \vec{p}_r in modo analogo a quella classica. Definiamo quindi la **quantità di moto relativistica** di un corpo che ha massa di riposo m_0 e velocità \vec{v} come

$$\vec{p}_r = m\vec{v} = \frac{m_0\vec{v}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}. \quad (19)$$

Ricorrendo alla stessa approssimazione di bassa velocità già usata in precedenza, possiamo controllare che, per v molto minore di c , si ha

$$\vec{p}_r \cong m_0\vec{v} \left(1 + \frac{1}{2} \frac{v^2}{c^2} \right) = m_0\vec{v} + \frac{1}{2} m_0\vec{v} \left(\frac{v}{c} \right)^2 \cong m_0\vec{v}.$$

Quindi, anche nel caso della quantità di moto l'espressione classica si ottiene come caso limite, per basse velocità, della formula relativistica.

Il quadrivettore energia-quantità di moto

Dimensioni fisiche

Nel quadrivettore bisogna introdurre E/c e non semplicemente E perché E/c ha le stesse dimensioni fisiche di p .

In dinamica relativistica si dimostra che, per un corpo che ha massa di riposo m_0 e velocità v ,

la quantità E/c e le tre componenti della quantità di moto possono essere considerati come le quattro componenti $(E/c, p_x, p_y, p_z)$ di un unico vettore a quattro dimensioni dello spazio-tempo.

Modulo invariante

Nello spazio-tempo di Minkowski il modulo quadrato di un vettore è sempre invariante sotto un cambiamento di sistema di riferimento. Quindi il risultato trovato non è peculiare, ma mostra che la quantità

$$(E/c, p_x, p_y, p_z)$$

è proprio un quadrivettore.

Tale vettore è detto **quadrivettore energia-quantità di moto**. Secondo quanto è detto alla fine del paragrafo 2, il modulo quadrato di tale vettore si calcola facendo il quadrato della componente temporale, meno la somma dei quadrati delle componenti spaziali.

Per semplicità, scegliamo l'asse x parallelo a \vec{v} , in modo che si abbia $p_x = p_r = \gamma m_0 v$, $p_y = 0$ e $p_z = 0$. In questo modo otteniamo che il modulo quadrato del quadrivettore energia-quantità di moto è uguale a

$$\left(\frac{E}{c} \right)^2 - p_r^2 = \left(\frac{\gamma m_0 c^2}{c} \right)^2 - (\gamma m_0 v)^2 = (\gamma m_0 c)^2 - (\gamma m_0 v)^2 = \gamma^2 m_0^2 (c^2 - v^2) = m_0^2 c^2.$$

Quindi, siamo sicuri che la «lunghezza» (nello spazio-tempo) del vettore energia-quantità di moto di un corpo è un'invariante perché è il prodotto dei quadrati di due invarianti: la massa di riposo della particella in movimento e la velocità della luce nel vuoto.

6 L'EFFETTO DOPPLER RELATIVISTICO

Anche la luce, come tutte le altre onde, presenta l'effetto Doppler. Nel capitolo «Il suono» abbiamo già esaminato l'effetto Doppler acustico in due casi distinti:

- quello in cui l'osservatore è in moto mentre la sorgente è ferma;
- quello in cui l'osservatore è fermo e la sorgente è in moto.

In questo fenomeno, il sistema di riferimento in cui l'aria è ferma (per esempio, quello solidale con un pedone fermo sul marciapiede) non è equivalente a quello in cui l'aria si muove (per esempio, quello solidale con un'ambulanza che ha la sirena in funzione). Per questo le formule trovate sono diverse.

Ma per il moto della luce nel vuoto non si ha la stessa situazione: visto che non esiste un mezzo materiale necessario alla luce per propagarsi, il sistema di riferimento S in cui la sorgente è ferma (e l'osservatore si muove con una velocità di modulo v) è del tutto equivalente al sistema S' in cui l'osservatore è fermo.

L'APPROSSIMAZIONE DEL COEFFICIENTE DI DILATAZIONE PER PICCOLE VELOCITÀ

Nel capitolo «La relatività dello spazio e del tempo» abbiamo introdotto il fattore di dilatazione

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}},$$

dove β è il numero puro

$$\beta = \frac{v}{c}.$$

Vogliamo ora trovare un'espressione *razionale* in β (tale, cioè, che β non compaia sotto il segno di radice) che sia un'approssimazione di β quando v è molto minore di c , cioè quando β è molto piccolo.

In particolare, cercheremo un'approssimazione del *secondo ordine* in β . Ciò significa che condurremo il calcolo mantenendo i termini che contengono β^2 e trascurando i termini che contengono β^4 ; per esempio, se β è uguale a $1/10$, β^2 vale 10^{-2} e β^4 , che è uguale a 10^{-4} , può essere trascurato in confronto a β^2 .

Parliamo soltanto delle potenze pari di β perché, data la proprietà di simmetria di γ , che rimane inalterata nello scambio di β con $-\beta$, nel calcolo non possono comparire potenze dispari di β .

In un'approssimazione al secondo ordine, a un polinomio $P(\beta) = a + b\beta^2$ può sempre essere aggiunto o tolto un monomio del tipo $k\beta^4$ ottenendo un polinomio equivalente al precedente, visto che il termine $k\beta^4$ è considerato trascurabile.

Sulla base di queste premesse, moltiplichiamo il numeratore e il denominatore della definizione di γ per $\sqrt{1 + \beta^2}$; in tal modo otteniamo

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}} = \frac{\sqrt{1 + \beta^2}}{\sqrt{1 - \beta^4}} \cong \sqrt{1 + \beta^2},$$

visto che $1 - \beta^4$ si può considerare uguale a 1.

Ora possiamo eliminare la radice quadrata che rimane con il *metodo del completamento del quadrato*, che consiste nel notare che è possibile aggiungere a $1 + \beta^2$ un termine del tipo $k\beta^4$ (cioè un termine che, essendo praticamente uguale a zero, può essere aggiunto o tolto ad arbitrio) in modo tale da ottenere il quadrato di un binomio:

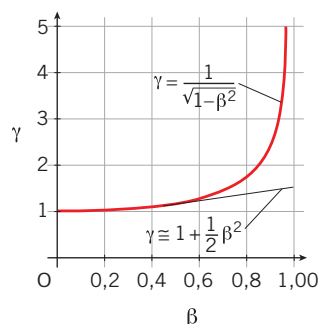
$$\gamma \cong \sqrt{1 + \beta^2} \cong \sqrt{1 + \beta^2 + \frac{1}{4}\beta^4} =$$

$$= \sqrt{\left(1 + \frac{1}{2}\beta^2\right)^2} = 1 + \frac{1}{2}\beta^2.$$

Abbiamo quindi ottenuto il risultato che stavamo cercando: l'approssimazione di γ valida per piccoli valori di β è

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}} \cong 1 + \frac{1}{2}\beta^2.$$

Questo risultato è confermato dalla figura seguente: per valori di β fino circa al valore 0,4 il grafico rigoroso di γ (linea rossa) e quello della sua approssimazione $1 + \beta^2/2$ (linea nera) risultano indistinguibili.



Negli esercizi, talvolta è utile utilizzare anche un'approssimazione razionale di $1/\gamma$. Seguendo la stessa logica usata prima otteniamo

$$\begin{aligned} \frac{1}{\gamma} &= \sqrt{1 - \beta^2} \cong \sqrt{1 - \beta^2 + \frac{1}{4}\beta^4} = \\ &= \sqrt{\left(1 - \frac{1}{2}\beta^2\right)^2} = 1 - \frac{1}{2}\beta^2. \end{aligned}$$

da cui

$$\frac{1}{\gamma} = \sqrt{1 - \beta^2} \cong 1 - \frac{1}{2}\beta^2.$$

Le due relazioni trovate

$$\gamma \cong 1 + \frac{1}{2}\beta^2, \quad \frac{1}{\gamma} = 1 - \frac{1}{2}\beta^2$$

sono conseguenza di una proprietà generale delle potenze

$$y = (1 + x)^n \cong 1 + nx$$

che è valida quando la variabile x è molto minore di 1.

Inoltre, per il primo assioma di Einstein, la forma delle leggi fisiche deve essere la stessa in tutti i sistemi di riferimento inerziali. Quindi non vi è alcuna necessità di studiare i due casi come abbiamo fatto in acustica: la formula che si ottiene in un caso è valida anche nell'altro.

La formula per l'effetto Doppler della luce

Consideriamo un segnale luminoso di frequenza f che viene emesso da una sorgente solidale con il sistema di riferimento S e che è raccolto da un ricevitore solidale con un secondo sistema di riferimento S' che si allontana da S con velocità v . La frequenza f' dello stesso segnale, misurata dagli strumenti di S' , è data dalla formula

$$f' = f \sqrt{\frac{1 - \beta}{1 + \beta}}. \quad (20)$$

Da questa formula si vede che, come nel caso delle onde sonore, quando sorgente e osservatore si allontanano, la frequenza rilevata è minore di quella emessa.

Se la sorgente e l'osservatore si avvicinano, la formula (20) continua a valere con il segno di v (e quindi di β) cambiato; quindi, in questo caso si ha

$$f' = f \sqrt{\frac{1 + \beta}{1 - \beta}} \quad (21)$$

e la frequenza rilevata f' è maggiore di quella emessa f .

In astrofisica si introduce la grandezza adimensionale z attraverso la relazione

$$z = \frac{f}{f'} - 1.$$

- Se l'osservatore è in quiete rispetto alla sorgente risulta $f = f'$ e quindi $z = 0$.
- Se l'osservatore e la sorgente si allontanano risulta $f > f'$ e quindi $z > 0$.
- Se l'osservatore e la sorgente si avvicinano risulta $f < f'$ e quindi $z < 0$.

La grandezza z è spesso chiamata *redshift* (che, in inglese, significa «spostamento verso il rosso») perché la diminuzione della frequenza della luce modifica tutto lo spettro visibile, spostando tutti i colori verso l'estremo rosso dello spettro stesso. Un valore negativo di z corrisponde a un *blueshift* (spostamento verso il blu).

L'effetto Doppler relativistico della luce è utilizzato in astronomia per misurare la velocità con cui si muovono, rispetto alla Terra, i corpi celesti luminosi.

Per esempio, la **figura 9** mostra il confronto tra lo spettro visibile emesso dal Sole (in cui sono evidenti le linee di assorbimento) e quello che si ricostruisce analizzando la luce che proviene dal superammasso di galassie BAS11 (che si trova nella costellazione dell'Orsa Maggiore): lo spostamento dei colori verso il rosso è evidente e da esso si calcola che BAS11 si allontana dalla Terra con una velocità pari al 7% della velocità della luce.

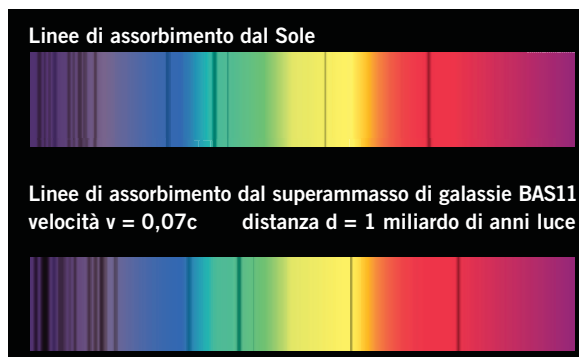


Figura 9 Ricostruzione al computer delle linee di assorbimento della luce che proviene da un superammasso di galassie, confrontate con quelle della luce solare.

Dimostrazione della formula per l'effetto Doppler della luce

Per semplificare al massimo i calcoli, stabiliamo di porre la sorgente nell'origine di S e il ricevitore nell'origine di S' . Quindi analizziamo il comportamento di un'onda luminosa che si propaga lungo la direzione delle ascisse di entrambi i sistemi.

La sorgente luminosa emette un primo massimo dell'onda nella posizione $x_1 = 0$ m all'istante $t_1 = 0$ s. All'istante $t = t' = 0$ s le origini dei due sistemi di riferimento coincidono, per cui il ricevitore posto in S' rileva immediatamente (istante $t'_1 = 0$ s, nella posizione $x'_1 = 0$ m) il primo massimo emesso in S (figura 10).

Poi, la sorgente emette il secondo massimo luminoso nella posizione $x_2 = x_1 = 0$ m all'istante

$$t_2 = T = \frac{1}{f},$$

(ricorda che f è la frequenza dell'onda luminosa misurata in S).

Le trasformazioni di Lorentz permettono ora di calcolare la posizione x' in cui la sorgente si trova, secondo S' , nell'istante in cui emette il secondo massimo:

$$x'_2 = \gamma(x_2 - vt_2) = -\frac{\gamma v}{f}.$$

Sempre con le trasformazioni di Lorentz constatiamo che, in S' , tale emissione (figura 11) avviene all'istante

$$t'_2 = \gamma\left(t_2 - \frac{\beta}{c}x_2\right) = \frac{\gamma}{f}.$$

Mentre il segnale luminoso si propaga, l'origine di S' (dove si trova il ricevitore) si sposta verso destra. Quindi la ricezione del secondo massimo avviene, rispetto all'istante $t'_2 = \frac{\gamma}{f}$, con un ritardo dovuto all'intervallo di tempo $\Delta t'$ che la luce impiega per propagarsi da $x'_2 = -\frac{\gamma v}{f}$ a $x' = 0$ (un tragitto di lunghezza $\Delta s' = \frac{\gamma v}{f}$). Tale intervallo di tempo vale

$$\Delta t' = \frac{\Delta s'}{c} = \frac{\gamma v}{fc}.$$

Quindi il secondo massimo dell'onda luminosa giunge al ricevitore (figura 12) all'istante di tempo

$$t'_3 = t'_2 + \Delta t' = \frac{\gamma}{f} + \frac{\gamma v}{fc} = \frac{\gamma}{f}(1 + \beta).$$

L'intervallo di tempo $T' = t'_3 - t'_1 = t'_3 - 0$ s = t'_3 è il periodo, misurato in S' , dell'onda luminosa emessa nell'origine di S ; quindi la frequenza $f' = 1/T' = 1/t'_3$ dell'onda ricevuta dall'osservatore in moto rispetto alla sorgente è

$$f' = \frac{f}{\gamma(1 + \beta)} = f \frac{\sqrt{1 - \beta^2}}{1 + \beta} = f \frac{\sqrt{(1 - \beta)(1 + \beta)}}{1 + \beta} = f \sqrt{\frac{1 - \beta}{1 + \beta}},$$

proprio come è scritto nella formula (20).

L'effetto Doppler relativistico della luce ha permesso di dimostrare che le galassie si allontanano dalla Via Lattea con una velocità che è proporzionale alla distanza.

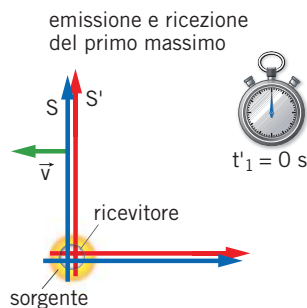


Figura 10 All'istante iniziale sorgente e ricevitore (nelle origini dei due riferimenti) sono sovrapposti: il primo massimo di emissione viene ricevuto subito.

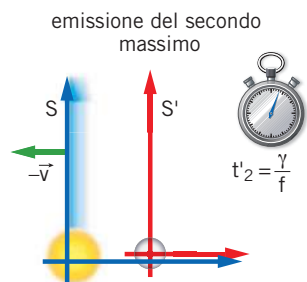


Figura 11 Il secondo massimo è emesso nel sistema S .

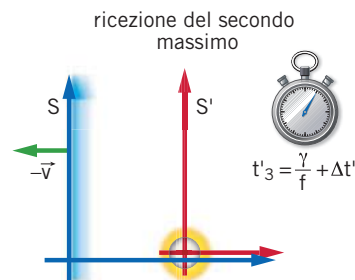


Figura 12 Il secondo massimo dell'emissione in S è ricevuto nell'origine di S' con un tempo di ritardo, uguale alla durata dello spostamento della luce dal punto di emissione a quello di ricezione.

Legge di Hubble

Nel 1929 l'astronomo statunitense Edwin Hubble (1889-1953) scoprì che la velocità di recessione delle galassie è direttamente proporzionale alla loro distanza dalla Terra. Così l'effetto Doppler della luce ci fornisce informazioni sia sulla velocità, sia sulla distanza delle galassie.

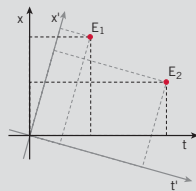
LO SPAZIO-TEMPO DI MINKOWSKI

Un *evento* è rappresentato dalla quaterna ordinata (t, x, y, z) : l'istante t in cui il fenomeno è avvenuto e le tre coordinate spaziali del punto in cui esso ha avuto luogo. Nello spazio ordinario, le componenti di un vettore Δs possono variare, ma la sua lunghezza rimane costante, quindi la somma dei quadrati delle componenti $\Delta s^2 = \Delta x^2 + \Delta y^2 + \Delta z^2$ è *invariante*.

Intervallo invariante tra due eventi E_1 ed E_2

$$(\Delta\sigma)^2 = (c\Delta t)^2 - (\Delta x)^2 - (\Delta y)^2 - (\Delta z)^2$$

- Si indica con $\Delta\sigma$ ed è la radice quadrata della quantità rappresentata nell'espressione.
- Dipende solo dagli eventi e non dal particolare sistema di riferimento usato per descriverli.
- La presenza dell'intervallo di tempo Δt è giustificata dal fatto che anche il valore dello spostamento temporale può dipendere dal sistema di riferimento.
- Se $(\Delta\sigma)^2 > 0$, si dice che $\Delta\sigma$ è un intervallo di **tipo tempo**: un segnale che avviene in corrispondenza dell'evento E_1 può propagarsi fino a influenzare l'evento E_2 .
- Se $(\Delta\sigma)^2 < 0$, si dice che $\Delta\sigma$ è un intervallo di **tipo spazio**: un segnale che avviene in corrispondenza dell'evento E_1 non può propagarsi fino a influenzare l'evento E_2 (eventi causalmente indipendenti).
- Se $(\Delta\sigma)^2 = 0$, si dice che $\Delta\sigma$ è un intervallo di **tipo luce**: solo un segnale luminoso che avviene in corrispondenza dell'evento E_1 può propagarsi nel vuoto fino a influenzare l'evento E_2 .



Spazio-tempo

È lo spazio quadridimensionale (t, x, y, z) in cui l'intervallo invariante tra due eventi è $(\Delta\sigma)^2 = (c\Delta t)^2 - (\Delta x)^2 - (\Delta y)^2 - (\Delta z)^2$.

- È detto anche **spazio di Minkowski**.
- L'intervallo $\Delta\sigma$ può essere considerato come il modulo del vettore «spostamento» nello spazio-tempo.
- I vettori definiti nello spazio-tempo (*quadrivettori*) hanno quattro componenti, una temporale e tre spaziali.

Effetto Doppler relativistico

S' si allontana da S con velocità v (sorgente solidale a S – ricevitore solidale a S')

$$f' = f \sqrt{\frac{1 - \beta}{1 + \beta}}, \quad \beta = \frac{v}{c}$$

- *Frequenza rilevata minore di quella emessa.*

S' si avvicina a S con velocità v (sorgente solidale a S – ricevitore solidale a S')

$$f' = f \sqrt{\frac{1 + \beta}{1 - \beta}}, \quad \beta = \frac{v}{c}$$

- *Frequenza rilevata maggiore di quella emessa.*

- Poiché non esiste un mezzo materiale necessario alla luce per propagarsi, il sistema di riferimento S in cui la sorgente è ferma (e l'osservatore si muove con una velocità di modulo v) è del tutto equivalente al sistema S' in cui l'osservatore è fermo.
- Per il primo assioma della relatività ristretta, non occorre studiare il fenomeno considerando la sorgente solidale a S' e il ricevitore solidale a S: la forma delle leggi fisiche è la stessa in tutti i sistemi inerziali.

Redshift e blueshift

$$z = \frac{f}{f'} - 1$$

- Se l'osservatore e la sorgente:

1) sono in quiete: $f = f'$ e $z = 0$.

2) si allontanano: $f > f'$ e $z > 0$: z è chiamata *redshift* (spostamento verso il rosso) perché la diminuzione della frequenza sposta lo spettro visibile verso l'estremo rosso dello spettro.

3) si avvicinano: $f < f'$ e $z < 0$: z è chiamata *blueshift* (spostamento verso il blu) perché l'aumento della frequenza sposta i colori verso l'estremo blu dello spettro.

La composizione delle velocità

$$u' = \frac{u - v}{1 - \frac{uv}{c^2}}$$

- In questa formula, le velocità u dell'oggetto nel riferimento S e v del sistema di riferimento S' rispetto a S sono parallele.
- Quando le velocità u e v sono molto piccole rispetto alla velocità della luce c , il denominatore si può considerare uguale a 1 e la legge sulla composizione delle velocità si riduce a quella classica formulata da Galileo: $u' = u - v$.
- È compatibile con l'assioma di invarianza della velocità della luce nel vuoto e si dimostra a partire dalle trasformazioni di Lorentz.

ENERGIA E QUANTITÀ DI MOTO RELATIVISTICHE

Nella teoria della relatività si scopre che la grandezza fisica «massa», presa singolarmente, *non* si conserva. La massa infatti è una forma di energia che va aggiunta all'energia cinetica e all'energia potenziale nell'enunciare la conservazione dell'energia meccanica di un sistema.

Equivalenza massa-energia

$$\Delta m = \frac{E}{c^2} \quad \text{variazione della massa di un corpo} = \frac{\text{energia scambiata dal corpo}}{(\text{velocità della luce})^2}$$

- Se un corpo assorbe energia la sua massa aumenta; viceversa la massa del corpo diminuisce se esso perde energia.

Relazione di Einstein

$$E = mc^2$$

- Regola tutte le trasformazioni di massa in energia e di energia in massa.

Energia di quiete (o di riposo)

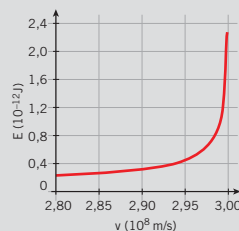
$$E = m_0 c^2$$

- Viene dedotta dalla relazione di Einstein.
- Afferma che un corpo fermo e non soggetto a forze possiede energia solo per il fatto di avere una massa.

Energia totale di una particella relativistica

$$E = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - \left(\frac{v^2}{c^2}\right)}} = \gamma m_0 c^2 \quad \gamma \text{ è il fattore di dilatazione}$$

- Quando la velocità v di un corpo si avvicina indefinitamente a c , la sua energia totale tende a diventare indefinitamente grande.
- Per accelerare un corpo fino alla velocità c bisogna fornirgli una quantità di energia infinita: dato che questo non è possibile, c risulta una velocità limite, cioè **nessun corpo massivo può raggiungere né superare la velocità c** .



Energia cinetica relativistica

$$K_r = (\gamma - 1)m_0 c^2$$

- Per velocità v molto minori di c , i risultati della meccanica newtoniana si trovano come caso limite della meccanica relativistica:

$$K_r = (\gamma - 1)m_0 c^2 \approx \left(1 + \frac{1}{2} \frac{v^2}{c^2} - 1\right) m_0 c^2 = \frac{1}{2} m_0 v^2.$$

Massa relativistica

$$m = \gamma m_0 = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \left(\frac{v^2}{c^2}\right)}}$$

- Non è una costante, ma dipende dalla velocità.
- Se $v = 0$, $m = m_0$, misurata nel sistema di riferimento in cui il corpo è fermo: ecco perché è chiamata *massa di riposo*.

Quantità di moto relativistica di un corpo

$$\vec{p}_r = m\vec{v} = \frac{m_0 \vec{v}}{\sqrt{1 - \left(\frac{v^2}{c^2}\right)}}$$

- Per velocità v molto minori di c , i risultati della meccanica newtoniana si trovano come caso limite della meccanica relativistica:

$$\vec{p}_r \approx m_0 \vec{v} \left(1 + \frac{1}{2} \frac{v^2}{c^2}\right) = m_0 \vec{v} + \frac{1}{2} m_0 \vec{v} \left(\frac{v}{c}\right)^2 \approx m_0 \vec{v}$$

Quantità di moto della luce

$$p = \frac{E}{c}$$

- È la quantità di moto posseduta da un'onda elettromagnetica che trasporta un'energia E .

Quadrivettore energia-quantità di moto

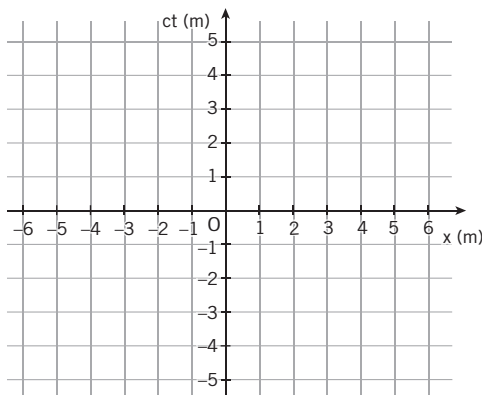
$$\left(\frac{E}{c}, p_x, p_y, p_z\right)$$

- È un unico vettore a quattro dimensioni nello spazio-tempo, definito dalla quantità E/c e dalle tre componenti della quantità di moto lungo gli assi coordinati del sistema di riferimento considerato.
- Nello spazio-tempo di Minkowski il suo modulo quadrato è *invariante* e vale $m_0^2 c^2$.

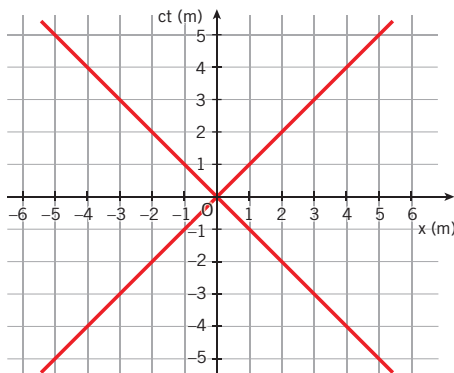
ESERCIZI

DOMANDE SUI CONCETTI

- 1 Due eventi E_1 ed E_2 sono separati da un intervallo di tipo tempo, quindi l'evento E_1 può influenzare l'evento E_2 . Per quale motivo?
- 2 Due eventi E_1 ed E_2 sono separati da un intervallo di tipo spazio. Esistono sistemi di riferimento inerziali in cui l'ordine temporale in cui si succedono i due eventi risulta invertito?
- 3 Considera uno spazio-tempo di Minkowski bidimensionale, con le coordinate ct nell'asse verticale e x in quello orizzontale, come nella figura. Quali eventi (cioè punti del piano) formano rispetto all'origine degli assi un intervallo invariante di tipo luce? Quali eventi formano rispetto all'origine degli assi intervalli di tipo tempo? E quali formano con l'origine intervalli di tipo spazio?



- 4 Le bisettrici dello spazio di Minkowski, rappresentate nella figura qui sotto, formano quello che è chiamato «cono di luce». Sapresti spiegare perché? (Suggerimento: vedi anche la domanda precedente.)



- 5 La composizione relativistica di due velocità inferiori a quelle della luce dà sempre una velocità inferiore a quella della luce? Sei in grado di dare una dimostrazione a sostegno della tua risposta? (Suggerimento: scrivi le due velocità come $u = \alpha c$ e $v = \beta c$, con i due fattori $\alpha < 1$ e $\beta < 1$ e positivi, poi applica la composizione delle velocità...)
- 6 Nei grandi acceleratori di particelle come quello del CERN di Ginevra, in Svizzera, le particelle vengono accelerate a velocità vicine a quelle della luce e fatte scontrare tra loro, per produrre nuove particelle. Sei in grado di spiegare su quale principio si basa questa produzione di nuove particelle?
- 7 Secondo la teoria della relatività è impossibile accelerare una particella fino a farle raggiungere una velocità uguale o superiore a quella della luce, perché sarebbe necessaria una quantità infinita di energia. Ciò comporta che non possono esistere particelle che si muovono con velocità uguale o superiore a quella della luce?
- 8 Considera il seguente problema, noto come paradosso delle forbici: un paio di forbici con due lame lunghe un milione di chilometri vengono azionate, ruotando con velocità angolare di 1 rad/s attorno al fulcro. Le punte si muovono allora con velocità pari a un milione di chilometri al secondo, cioè più del triplo della velocità della luce! Qual è l'errore di questo ragionamento?
- 9 Una stella emette una luce che appare gialla nel sistema di riferimento solidale con essa. Se noi la vediamo arancione, che cosa possiamo concludere sul suo moto?



PROBLEMI

1 L'INTERVALLO INVARIANTE

1 Nel sistema di riferimento del laboratorio due
★☆☆

eventi avvengono nello stesso luogo a distanza di 2,0 s l'uno dall'altro. In un secondo sistema di riferimento, i due eventi avvengono a distanza di 2,1 s l'uno dall'altro.

► Quanto distano spazialmente tra loro i luoghi dei due eventi nel secondo sistema di riferimento?

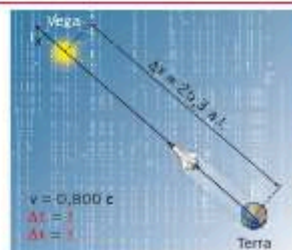
[$1,9 \times 10^8$ m]

2 PROBLEMA SVOLTO

★★★

Si progetta un viaggio di esplorazione verso Vega, della costellazione della Lira. Vega si trova a 25,3 a.l. (anni-luce) dalla Terra e l'astronave che sarà utilizzata ha una velocità di crociera pari all'80,0% di c .

- Qual è la durata del viaggio misurata dal centro spaziale sulla Terra?
- Qual è la durata del viaggio misurata dagli orologi dell'astronave?



■ Strategia e soluzione

- Scegliamo i sistemi di riferimento con gli assi delle ascisse disposti nella direzione e nel verso che va dalla Terra a Vega. In questo modo si ha:

$$\Delta y = \Delta y' = \Delta z = \Delta z' = 0.$$

- Poiché 1 a.l. è la distanza percorsa dalla luce in un anno, possiamo dire che la luce si muove alla velocità di un anno-luce all'anno.

Quindi, secondo la base a Terra la velocità dell'astronave è

$$v = 0,800 \frac{\text{a.l.}}{\text{anni}},$$

e la distanza fino a Vega $\Delta x = 25,3$ a.l. è percorsa nell'intervallo di tempo

$$\Delta t = \frac{25,3 \text{ a.l.}}{0,800 \frac{\text{a.l.}}{\text{anni}}} = 31,6 \text{ anni.}$$

- Nel sistema di riferimento dell'astronave la partenza da Terra e l'arrivo a Vega avvengono nello stesso luogo (per esempio la scaletta di discesa dell'astronave), per cui si ha $\Delta x' = 0$. Ciò significa che, nel sistema di riferimento dell'astronave, la durata del viaggio è la durata propria $\Delta \tau$ dell'evento «l'astronave parte dalla Terra e giunge a Vega».

- Ricorda che gli spostamenti lungo gli assi y e z sono nulli. Allora l'invarianza dell'intervallo permette di scrivere

$$c\Delta\tau = \sqrt{(c\Delta t)^2 - (\Delta x)^2},$$

da cui otteniamo

$$\Delta\tau = \frac{\sqrt{\left(1,00 \frac{\text{a.l.}}{\text{anni}} \times 31,6 \text{ anni}\right)^2 - (25,3 \text{ a.l.})^2}}{1,00 \frac{\text{a.l.}}{\text{anni}}} = \frac{18,9 \text{ a.l.}}{1,00 \frac{\text{a.l.}}{\text{anni}}} = 18,9 \text{ anni.}$$

All'arrivo dell'astronave su Vega, per le persone a Terra saranno trascorsi 31,6 anni, ma per l'equipaggio a bordo ne saranno passati meno di 19.

ESERCIZI

3 ★★★ Un'astronave viaggia verso una costellazione che dista 25 a.l. dal Sole. Gli scienziati del centro spaziale a Terra hanno previsto una durata di viaggio di 28 anni. Calcola:

- ▶ la velocità a cui viaggia l'astronave.
- ▶ la durata del viaggio misurata dagli orologi dell'astronave.

[0,89c; 13 anni]

4 ★★★ Il mesone μ è una particella che, a riposo, decade dopo un tempo di vita media di circa $2,15 \mu\text{s}$. La stessa particella, in moto rispetto a un riferimento terrestre a velocità molto elevata, percorre una distanza media di $6,40 \text{ km}$ prima di decadere. Calcola:

- ▶ il tempo di vita media del mesone nel sistema di riferimento terrestre.
- ▶ la velocità con la quale si muove il mesone nel sistema di riferimento terrestre.

[$2,14 \times 10^{-5} \text{ s}$; $2,99 \times 10^8 \text{ m/s}$]

5 ★★★ La particella Σ^- a riposo decade dopo un tempo di vita media pari a $0,15 \text{ ns}$. La stessa particella, rispetto a un sistema di riferimento terrestre, raddoppia il tempo di vita media.

- ▶ A quale velocità si sta muovendo?

[0,87c]

2 LO SPAZIO-TEMPO

6 ★★★ Nello spazio-tempo bidimensionale (t, x) , considera gli eventi $A(8,6 \mu\text{s}, 2,0 \text{ km})$ e $B(2,4 \mu\text{s}, 3,5 \text{ km})$ rilevati in un certo sistema di riferimento. In un secondo sistema di riferimento gli stessi due eventi accadono nello stesso punto dello spazio.

- ▶ Calcola il tempo intercorso tra i due eventi nel secondo sistema di riferimento.

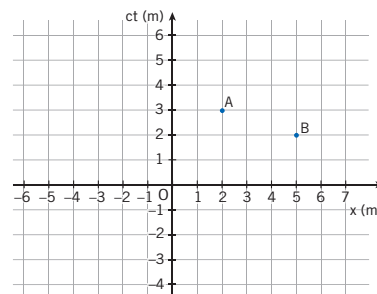
[$3,7 \times 10^{-6} \text{ s}$]

7 PROBLEMA SVOLTO

★★★

La figura mostra due eventi A e B in uno spazio-tempo di Minkowski bidimensionale, cioè con la coordinata temporale ct e con una sola coordinata spaziale, adatto a descrivere moti rettilinei.

- ▶ Determina l'intervallo invariante tra i due eventi e specifica se si tratta di un intervallo di tipo tempo, spazio o luce.
- ▶ Quali eventi sono separati dall'evento A da un intervallo di tipo tempo? Quali eventi sono separati da A da un intervallo di tipo spazio?



■ Strategia e soluzione

- L'intervallo invariante quadrato vale

$$(\Delta\sigma)^2 = (c\Delta t)^2 - (\Delta x)^2 = [c(t_B - t_A)]^2 - (x_B - x_A)^2 = [(2 - 3)\text{m}]^2 - [(5 - 2)\text{m}]^2 = -8 \text{ m}^2$$

- Si tratta quindi di un intervallo di tipo spazio. Gli eventi P che sono separati da A da un intervallo di tipo tempo devono soddisfare la condizione

$$(\Delta\sigma)^2 > 0 \implies c^2(t_P - t_A)^2 > (x_P - x_A)^2$$

che risulta verificata se

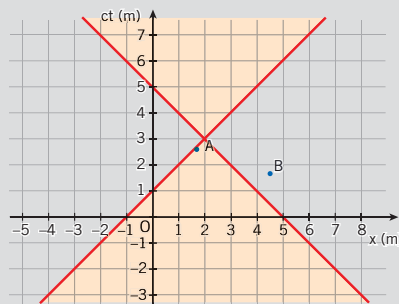
$$|x_P - x_A| < |c(t_P - t_A)|$$

Le soluzioni di questa disequazione, considerate anche le coordinate spazio-temporali di A , sono:

$$\begin{cases} ct_P > x_P + 1 \\ x_P \geq x_A \\ t_P > t_A \end{cases} \quad \begin{cases} ct_P > -x_P + 5 \\ x_P < x_A \\ t_P > t_A \end{cases} \quad \begin{cases} ct_P < x_P + 1 \\ x_P < x_A \\ t_P < t_A \end{cases} \quad \begin{cases} ct_P > -x_P + 5 \\ x_P \geq x_A \\ t_P < t_A \end{cases}$$

che corrispondono alle regioni del piano evidenziate nella figura qui a lato.

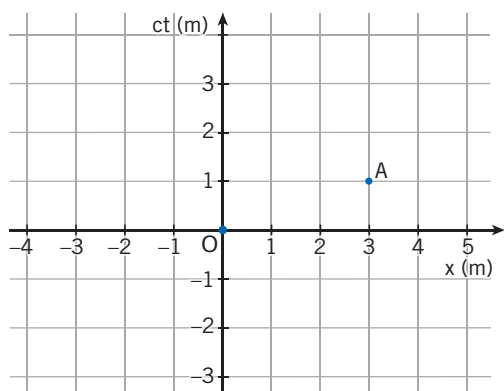
Le due rette che passano per il punto A sono formate dai punti la cui distanza da A è di tipo luce. Per esclusione, le due regioni bianche contengono i punti la cui distanza da A è di tipo spazio.



■ Discussione

I punti con distanza di tipo luce da A sono le due rette che individuano il cono di luce (vedi domanda sui concetti numero 4) che ha A come origine; pertanto, disegnando il cono di luce a partire da un evento si possono immediatamente individuare quali altri eventi hanno da quest'ultimo distanze di tipo spazio o tempo.

8 La figura mostra due eventi A e O nello spazio-tempo di Minkowski bidimensionale. ★★★

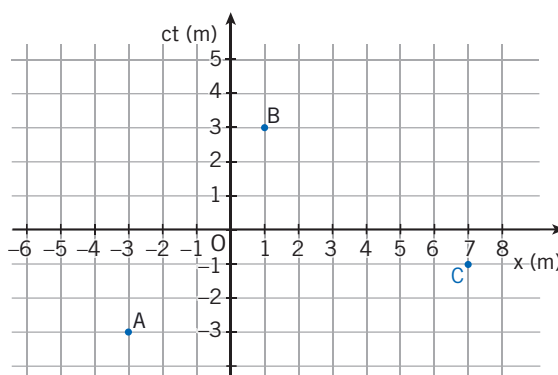


► Calcola il valore dell'intervallo invariante quadrato tra O e A .

► Per quali altri punti dello spazio-tempo bidimensionale l'intervallo invariante quadrato rispetto a O ha lo stesso valore? Che curva formano quei punti?

[$-8,0 \text{ m}^2$;
i punti dell'iperbole di equazione $(ct)^2 - x^2 = -8$]

9 Nello spazio-tempo bidimensionale di Minkowski della figura sono riportati tre eventi A , B e C . ★★★



► Mostra che gli eventi che ammettono un intervallo di tipo tempo da B e da C e sono successivi a essi sono separati da un intervallo di tipo tempo anche da A .

(Suggerimento: disegna i coni di luce dei tre eventi.)

10 Una particella ruota con moto uniforme nel piano (x,y) a una velocità pari a $c/2$, e descrive una circonferenza centrata nell'origine. Indica con A l'evento «all'istante $t = 0$ s la particella si trova nel punto $(1,0 \text{ m})$ » e con B l'evento «la particella ha percorso un quarto di giro». ★★★

► Determina l'intervallo invariante compreso tra gli eventi A e B .

[$2,8 \text{ m}$]

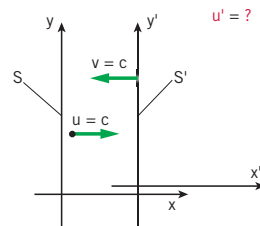
3 LA COMPOSIZIONE DELLE VELOCITÀ

11 PROBLEMA SVOLTO

★★★

Nel sistema di riferimento S un raggio di luce si sposta nel verso delle x positive e un altro si muove nel verso opposto.

► Qual è la velocità del primo raggio di luce visto nel sistema di riferimento solidale con il secondo? Risolvi il problema prima nell'ambito della meccanica classica e poi in quello della meccanica relativistica.



■ Strategia e soluzione

- Risolviamo il problema ponendo $u = c$ (la velocità del raggio di luce rispetto a S è c) e $v = -c$ (il sistema di riferimento S' solidale con il secondo raggio di luce si muove nel verso negativo delle x con una velocità di modulo c).

- Nell'ambito della meccanica classica otteniamo

$$u' = u - v = c - (-c) = 2c.$$

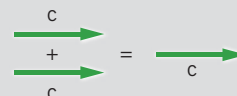
Il primo raggio di luce si allontana dal secondo con una velocità doppia di quella che esso ha nel sistema S .

- Secondo la teoria della relatività, invece, la velocità relativa u' è

$$u' = \frac{c - (-c)}{1 - \frac{c(-c)}{c^2}} = \frac{2c}{2} = c.$$

■ Discussione

Il risultato ottenuto mostra che, anche vista da un altro raggio luminoso, la velocità della luce rimane uguale a c (figura a lato).



- 12** ★★★ Un materiale radioattivo in quiete emette due particelle nella stessa direzione, ma in verso opposto. La velocità di ognuna delle due particelle, misurata in laboratorio, ha un modulo pari all'80% della velocità della luce.

Calcola:

- la velocità della prima particella nel sistema di riferimento della seconda nell'ambito della teoria relativistica.
- la velocità della prima particella nel sistema di riferimento della seconda nell'ambito della meccanica classica.

[0,98c; 1,6c]

- 13** ★★★ Due fasci di particelle vengono lanciati uno contro l'altro lungo la stessa retta, alla stessa velocità di valore v rispetto al laboratorio.

- Con quale velocità si muove un fascio rispetto all'altro nell'ambito della meccanica relativistica?

$[2v/[1 + (v/c)^2]]$

- 14** ★★★ Una navetta spaziale si muove a una velocità pari a $1,20 \times 10^8$ m/s rispetto a una stazione terrestre. Dalla navetta deve essere lanciata una sonda che si muova a velocità doppia, sempre rispetto alla Terra.

- Quale velocità deve avere la sonda nel sistema di riferimento della navetta?

$[1,76 \times 10^8$ m/s]

- 15** Nel sistema di riferimento S un'astronave si muove con velocità $v = c/4$ ed emette un proiettile che, nello stesso sistema, si muove a velocità $v' = (3/4)c$.

- Qual è la velocità del proiettile nel sistema di riferimento in cui l'astronave è ferma?

[[8/13]c]

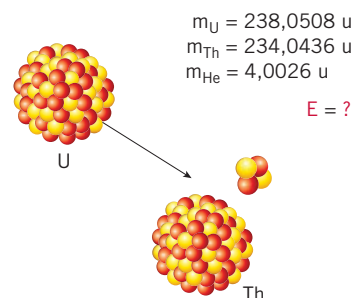
4 L'EQUIVALENZA TRA MASSA ED ENERGIA

16 PROBLEMA SVOLTO

★★★

Un nucleo di uranio-238 (massa $m_U = 238,0508$ u) può «decadere» in modo spontaneo, dando origine a un nucleo di torio-234 (massa $m_{Th} = 234,0436$ u) e a un nucleo di elio-4 (massa $m_{He} = 4,0026$ u).

- Quanto vale l'energia emessa nel corso di tale decadimento?



■ Strategia e soluzione

- La somma delle masse dei nuclei di torio e di elio è

$$m_{Th} + m_{He} = (234,0436 + 4,0026) \text{ u} = 238,0462 \text{ u}$$

e, quindi, risulta minore della massa del nucleo originale di uranio.

- La differenza tra la massa iniziale e quella finale del sistema è

$$\Delta m = m_U - (m_{Th} + m_{He}) = 0,0046 \text{ u.}$$

Da quanto visto nel capitolo «La temperatura» sappiamo che $u = 1,6605 \times 10^{-27}$ kg; possiamo quindi ottenere il valore di Δm nel Sistema Internazionale come:

$$\Delta m = (4,6 \times 10^{-3} \text{ u}) \times \left(1,6605 \times 10^{-27} \frac{\text{kg}}{\text{u}} \right) = 7,6 \times 10^{-30} \text{ kg.}$$

- Per la relazione di Einstein, alla scomparsa di questa massa deve corrispondere l'emissione di una quantità E di energia pari a

$$E = \Delta mc^2 = (7,6 \times 10^{-30} \text{ kg}) \times \left(9,0 \times 10^{16} \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2} \right) = 6,8 \times 10^{-13} \text{ J.}$$

■ Discussione

Tale risultato è confermato dai dati sperimentali: la fissione di un nucleo di uranio-238 in torio-234 e elio-4 rilascia nell'ambiente proprio la quantità di energia che è appena stata calcolata. È questa energia, dovuta alla scomparsa di piccole quantità di massa, che permette il funzionamento delle centrali elettriche nucleari (fotografia a lato), anche se con reazioni nucleari diverse da quella appena discussa.



Brand X, The industrial environments

ESERCIZI

17 Considera una particella di massa m pari a $1,0 \times 10^{-26}$ kg, in quiete nel laboratorio, che decade e si divide in due parti uguali, ognuna di massa $0,45m$.

► Quanto vale l'energia emessa nel corso del decadimento?

$$[9,0 \times 10^{-11} \text{ J}]$$

18 L'elettrone e la sua antiparticella, il positone, hanno la stessa massa pari a $9,11 \times 10^{-31}$ kg. Quando un elettrone e un positone interagiscono, si annichilano (cioè scompaiono) ed emettono energia.

► Quanta energia viene liberata nell'annichilazione di una coppia elettrone-positone?

► L'energia liberata dà luogo a due onde elettromagnetiche dello stesso tipo che viaggiano in direzioni opposte: qual è la quantità di moto di

ciascuna onda?

$$[1,6 \times 10^{-13} \text{ J}; 2,7 \times 10^{-22} \text{ kg} \frac{\text{m}}{\text{s}}]$$

19 Nelle reazioni chimiche, di solito, vengono liberati circa 10^5 J per ogni kilogrammo di sostanza.

► Calcola la variazione di massa associata a una variazione di energia di 10^5 J.

$$[10^{-12} \text{ kg}]$$

20 Un oggetto di alluminio di massa 3 kg viene riscaldato da $20,0$ °C a 870 °C. Il calore specifico dell'alluminio è circa $0,9$ kJ/(kg · K) e si vuole verificare l'equivalenza massa-energia con un errore massimo del 10%.

► Determina l'accuratezza con la quale si dovrebbe valutare la massa dell'oggetto in questione.

$$[3 \times 10^{-11} \text{ kg}]$$

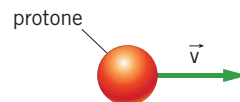
5 ENERGIA TOTALE, MASSA E QUANTITÀ DI MOTO IN DINAMICA RELATIVISTICA

21 PROBLEMA SVOLTO

★★★

Al CERN di Ginevra l'acceleratore SPS è in grado di accelerare protoni (che hanno una massa di riposo $m_0 = 1,67 \times 10^{-27}$ kg) fino a un'energia $E = 7,20 \times 10^{-8}$ J.

► Qual è la velocità dei protoni quando raggiungono tale energia?



$$m_0 = 1,67 \times 10^{-27} \text{ kg}$$

$$E = 7,20 \times 10^{-8} \text{ J}$$

$$v = ?$$

■ Strategia e soluzione

• Ricaveremo v partendo dalla conoscenza del valore di γ . Dalla formula (15) abbiamo

$$\gamma = \frac{E}{m_0 c^2} = \frac{7,20 \times 10^{-8} \text{ J}}{1,67 \times 10^{-27} \text{ kg} \times 9,00 \times 10^{16} \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2}} = 479.$$

• Elevando al quadrato la definizione di γ

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{1}{\sqrt{\frac{c^2 - v^2}{c^2}}} = \frac{c}{\sqrt{c^2 - v^2}}$$

otteniamo

$$\gamma^2 = \frac{c^2}{c^2 - v^2},$$

da cui ricaviamo

$$v = c \sqrt{1 - \frac{1}{\gamma^2}} = c \sqrt{1 - 4,36 \times 10^{-6}} = 0,9999978 c.$$

■ Discussione

La velocità dei protoni è praticamente indistinguibile da quella della luce. A queste energie, il valore di γ varia molto rapidamente al variare di v ; per esempio, con un valore di v pari a $0,9999973 c$, minore del risultato trovato solo di 5 parti su 10000000, il valore di γ risulterebbe 430, con una diminuzione del 10% circa rispetto al valore precedente.

22 Una particella relativistica è accelerata fino ad acquistare un'energia totale di $6,45 \times 10^{-8} \text{ J}$ e una quantità di moto di $21,3 \times 10^{-17} \text{ kg} \cdot \text{m/s}$.

► Calcola la velocità finale della particella.

[$2,97 \times 10^8 \text{ m/s}$]

23 Un elettrone con un'energia di $3,2 \times 10^{-9} \text{ J}$ percorre un tunnel di 2,0 km di lunghezza.

► Calcola la lunghezza del percorso misurata nel sistema di riferimento dell'elettrone.

[5,1 cm]

24 Una particella che viaggia alla velocità di $8,0 \times 10^7 \text{ m/s}$ è accelerata e la sua quantità di moto diventa il doppio di quella iniziale.

► Calcola la velocità finale della particella.

(Suggerimento: risolvi prima il problema 22.)

[$1,5 \times 10^8 \text{ m/s}$]

25 L'energia delle particelle elementari viene spesso espressa in MeV ($1 \text{ eV} = 1,6 \times 10^{-19} \text{ J}$) e di conseguenza, la massa di riposo viene espressa in MeV/c^2 . Un elettrone ha una massa di riposo pari a $0,51 \text{ MeV}/c^2$.

► Qual è il valore della massa dell'elettrone fermo, espressa in chilogrammi?

► Quanta energia è necessaria per creare un elettrone?

► Quando l'energia relativistica totale dell'elettrone è il doppio di quella a riposo, qual è la sua quantità di moto?

[$9,1 \times 10^{-31} \text{ kg}$; $8,2 \times 10^{-14} \text{ J}$; $2,6 \times 10^8 \text{ m/s}$; $4,7 \times 10^{-22} \text{ kg} \cdot \text{m/s}$]

6 L'EFFETTO DOPPLER RELATIVISTICO

26 Un oggetto celeste molto lontano, per esempio un *quasar*, emette onde luminose con frequenza f . La frequenza delle stesse onde misurata sulla Terra è $f' = 0,75 f$.

► Calcola la velocità di allontanamento relativo tra la Terra e il *quasar*.

[$8,4 \times 10^7 \text{ m/s}$]

27 Un segnale luminoso emesso da un sistema di riferimento S ha frequenza f .

► Quale dev'essere la velocità di un secondo sistema di riferimento S' rispetto a S affinché la frequenza del segnale luminoso aumenti del 20%?

[$5,4 \times 10^7 \text{ m/s}$, verso il sistema di riferimento S]

28 Una sorgente emette luce di lunghezza d'onda $\lambda = 520 \text{ nm}$. La sua velocità di avvicinamento alla Terra è pari a due terzi della velocità della luce nel vuoto.

► Calcola la lunghezza d'onda rilevata da un osservatore a Terra.

(Suggerimento: ricorda la relazione esistente tra lunghezza d'onda e frequenza.)

[233 nm]

29 Tre oggetti celesti hanno *redshift* pari a 1, 2 e 3.

► Calcola la velocità di allontanamento degli oggetti in funzione della velocità della luce.

[$3c/5$; $8c/10$; $15c/17$]

PROBLEMI GENERALI

1 ★★★ Nello spazio-tempo a due dimensioni (una dimensione temporale e una spaziale), considera gli eventi $A(0,72 \mu\text{s}; 1,5 \text{ km})$ e $B(0,95 \mu\text{s}; 1,7 \text{ km})$ rilevati in un riferimento S . In un riferimento S' i due eventi risultano simultanei.

► Calcola la velocità del sistema S' rispetto al sistema S .

(Tratto dalle Olimpiadi Internazionali della Fisica, Polonia 1998)

$$[1 \times 10^8 \text{ m/s}]$$

2 ★★★ In un incrocio tra due «astro-strade» è posto un semaforo che segna rosso e quindi la luce emessa ha una lunghezza d'onda $\lambda = 700 \text{ nm}$.

Calcola le velocità che deve avere un'astronave che si avvicina all'incrocio per vedere la luce emessa dal semaforo:

► di colore verde.

► di colore giallo.

(Suggerimento: risolvi prima l'esercizio 28; dalle tabelle del libro ricavi che la luce appare verde per una lunghezza d'onda compresa fra 470 nm e 570 nm, mentre appare gialla per una lunghezza d'onda compresa fra 570 nm e 590 nm.)

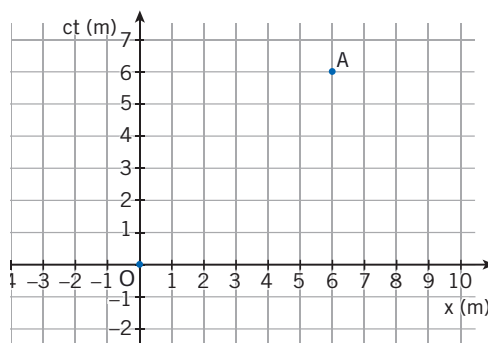
$$[1,14 \times 10^8 \text{ m/s}; 6,08 \times 10^7 \text{ m/s}; 5,08 \times 10^7 \text{ m/s}]$$

3 ★★★ L'antenna di un centro spaziale è in grado di ricevere un segnale a una frequenza compresa tra 120 MHz e 220 MHz. Una sonda che trasmette un segnale a 180 MHz si sta allontanando dalla Terra a velocità crescente.

► Calcola la velocità raggiunta dalla sonda dal momento in cui il segnale non viene più ricevuto.

$$[0,38c]$$

4 ★★★ Nello spazio di Minkowski di un sistema di riferimento S si registra l'evento A indicato nella figura.



Un secondo sistema di riferimento S' si sposta con velocità $0,2c$ lungo rispetto a S .

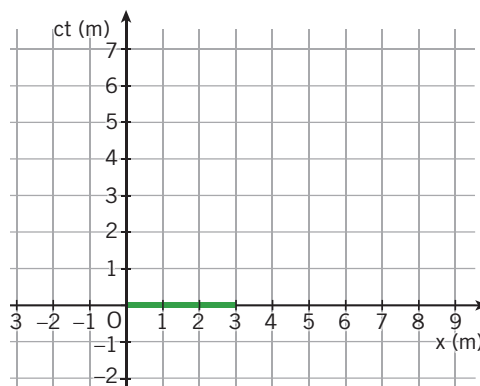
► Dimostra che le equazioni degli assi x' e ct' del sistema di riferimento S' nel sistema di riferimento S sono $x': ct = 0,2x$ e $ct': ct = 5x$ e disegna questi assi nello spazio di Minkowski della figura (Suggerimento: applica le trasformazioni di Lorentz).

► Mostra che le coordinate dell'evento A nel sistema di riferimento S' sono $(\sqrt{24}, \sqrt{24})$

(Suggerimento: ricorda che l'intervallo invariante è $(\Delta\sigma)^2 = (c\Delta t)^2 - (\Delta x)^2$).

5 ★★★ Esamina i fenomeni della contrazione delle lunghezze e della dilatazione dei tempi, discussi nel capitolo «La relatività dello spazio e del tempo», facendo uso delle proprietà dello spazio di Minkowski bidimensionale.

► Un osservatore in un sistema di riferimento S vede un'asta che si muove nella direzione x con velocità $v = 0,5c$ e ne misura la lunghezza, al tempo $t = 0 \text{ s}$, che risulta pari a $l = 3 \text{ m}$. La figura mostra l'asta (in verde) nello spazio di Minkowski.



- ▶ Disegna l'asta nello spazio di Minkowski dopo che si è spostata di 1 m.
- ▶ Disegna le rette che rappresentano gli assi x' e ct' del sistema di riferimento S' solidale con l'asta.
- ▶ Ricava dall'esame della figura la lunghezza a riposo dell'asta e verifica la contrazione delle lunghezze.

(Suggerimento: pensa a come si misura la lunghezza dell'asta in S' .)

- ▶ Verifica la dilatazione dei tempi usando i due eventi corrispondenti all'estremo sinistro dell'asta, all'inizio e dopo lo spostamento di 1 m.

6 Il Sole, che ha una massa di circa $2,0 \times 10^{30}$ kg, irradia energia con una potenza per metro quadrato che, in prossimità della Terra, vale $p = 1,4 \times 10^3$ J/(m² · s). La distanza media tra la Terra e il Sole è di 150×10^6 km.

★★★

- ▶ Quanta massa perde il Sole ogni secondo?
- ▶ Assumi che l'energia venga irradiata in modo costante. Quanto durerebbe la vita del Sole?

[$4,4 \times 10^9$ kg; $4,5 \times 10^{20}$ s]

7 Nel tubo catodico di un monitor, un elettrone è accelerato da fermo fino a un'energia cinetica pari a $4,6 \times 10^{-15}$ J.

★★★

- ▶ Dai una stima dell'errore percentuale che si commette nel calcolo della velocità finale dell'elettrone se ci si limita a una trattazione non relativistica.

[4%]

8 I muoni sono particelle elementari con massa di riposo $m_0 = 105,7$ MeV/ c^2 che si creano quando raggi cosmici di alta energia entrano in atmosfera. I muoni hanno vita breve, pari in media a $\tau = 1,56$ μ s nel sistema di riferimento in cui sono fermi, e decadono in altre particelle elementari. Considera un muone creato a 10 km dal livello del mare con velocità $v = 0,98c$ diretta verso il basso.

★★★

- ▶ Calcola la quantità di energia necessaria per creare il muone.

- ▶ Calcola l'energia totale relativistica del muone.
- ▶ Calcola la distanza percorsa da un muone, che vive per un tempo pari a τ nel sistema di riferimento in cui il muone è fermo, secondo la teoria classica e secondo la teoria relativistica.

(Suggerimento: ricorda la dilatazione dei tempi)

[$1,7 \times 10^{-11}$ J; $8,5 \times 10^{-11}$ J; $4,6 \times 10^2$ m; $2,3 \times 10^3$ m]

9 Il mesone π^+ ha una massa $m_\pi = 139,6$ MeV/ c^2 ed è instabile. Quando decade, dà origine a un anti-muone μ^+ , di massa $m_\mu = 105,7$ MeV/ c^2 e a un neutrino ν , di massa trascurabile. Esamina il problema nel sistema di riferimento in cui il mesone π^+ è fermo.

★★★

- ▶ Calcola la quantità di moto e l'energia dell'anti-muone μ^+ .

(Suggerimento: usa i principi di conservazione.)

[$1,6 \times 10^{-20}$ kg · m/s; $1,8 \times 10^{-11}$ J]

QUESITI PER L'ESAME DI STATO

Rispondi ai quesiti in un massimo di 10 righe.

- 1 Come è definito lo spazio-tempo di Minkowski?
- 2 Illustra l'equivalenza relativistica tra massa ed energia.
- 3 Scrivi l'espressione della quantità di moto relativistica e mostra come, da essa, si possa ottenere la formula della quantità di moto che si utilizza nella meccanica classica.
- 4 Illustra il fenomeno dell'effetto Doppler relativistico.



marikondi/Shutterstock

ESPERIMENTI VIRTUALI

Accelerazioni e forze

- Gioca
- Misura
- Esercitati



La testimonianza di Einstein

Nell'opera *Come io vedo il mondo* Einstein racconta che i primi tentativi di introdurre la gravitazione nella relatività portavano, per esempio, a prevedere che l'accelerazione di gravità di un corpo dovesse dipendere dalla sua velocità orizzontale. Un tale risultato era in contrasto sia con l'esperienza, sia con il senso estetico di Einstein.

1 IL PROBLEMA DELLA GRAVITAZIONE

La relatività ristretta può essere sviluppata in modo naturale e coerente in modo da contenere la teoria elettromagnetica. In effetti, storicamente la relatività nasce da un problema elettromagnetico, e cioè dal fatto che la teoria di Maxwell prevede lo stesso valore di c per tutti i sistemi di riferimento inerziali. Non a caso, le trasformazioni di Lorentz sono proprio quelle che lasciano invarianti le equazioni dell'elettromagnetismo.

Al contrario, fin dall'inizio non fu chiaro se fosse possibile, e come, introdurre l'attrazione gravitazionale nell'ambito della relatività ristretta. Lo stesso Einstein si dedicò a tale problema, ma i risultati a cui giunse gli sembrarono inaccettabili. Così si convinse che l'introduzione della gravità nella sua teoria richiedeva una rifondazione radicale della teoria stessa.

Einstein quindi si chiese se non fosse possibile ampliare il primo degli assiomi della relatività ristretta, secondo cui le leggi fisiche hanno la stessa forma in tutti i sistemi di riferimento *inerziali*. Egli non pensava che questa classe di sistemi di riferimento dovesse avere qualcosa di speciale rispetto a tutti gli infiniti altri possibili.

Partendo da questi problemi egli sviluppò la *relatività generale*, che supera e completa la relatività ristretta. Uno dei punti di partenza della nuova teoria fu l'approfondimento della relazione tra massa inerziale e massa gravitazionale di un corpo.

La proporzionalità diretta tra massa inerziale e massa gravitazionale

Nel capitolo «La gravitazione» è illustrata la relazione tra massa inerziale e massa gravitazionale di un corpo: esse hanno definizioni operative diverse e, quindi, sono due grandezze fisiche logicamente distinte.

Ma l'esperienza mostra che la massa inerziale di un corpo e la sua massa gravitazionale sono sempre direttamente proporzionali; è così possibile scegliere le loro unità di misura in modo che esse risultino uguali.

L'uguaglianza tra la massa inerziale m_i e la massa gravitazionale m_g di uno stesso corpo giustifica il fatto, già noto a Galileo, che tutti i corpi che si trovano nella *stessa* zona di spazio risentono della *stessa* accelerazione di gravità, in modo indipendente dalla loro massa e dal materiale di cui sono costituiti.

Infatti, il modulo F della forza di interazione gravitazionale tra un pianeta (di massa gravitazionale M_g) e un punto materiale (di massa gravitazionale m_g e massa inerziale m_i) posto a distanza r dal centro del pianeta è

$$F = G \frac{M_g m_g}{r^2}, \quad (1)$$

dove G è la costante di gravitazione universale.

Il secondo principio della dinamica permette di calcolare l'accelerazione del punto materiale dovuta alla forza gravitazionale grazie all'equazione

$$F = m_i g, \quad (2)$$

in cui compare la *massa inerziale* del punto materiale. Sostituendo la (1) nella (2) e ricavando da quest'ultima l'accelerazione di gravità g :

$$g = G \frac{M_g}{r^2} \frac{m_g}{m_i}. \quad (3)$$

Quest'ultima espressione è importante perché fa capire che, in linea di principio, l'accelerazione di gravità, dipendendo dal rapporto m_g/m_i potrebbe variare da corpo a corpo o da materiale a materiale.

In realtà, anche le esperienze più precise mostrano che il rapporto m_g/m_i vale esattamente 1 e dall'espressione (3) si ricava

$$g = G \frac{M_g}{r^2}. \quad (4)$$

La formula precedente mostra che, per un valore di r fissato, l'accelerazione di gravità g dipende soltanto dalle costanti G e M_g , per cui

in una data zona dello spazio l'accelerazione di gravità è costante, cioè uguale per tutti i corpi.

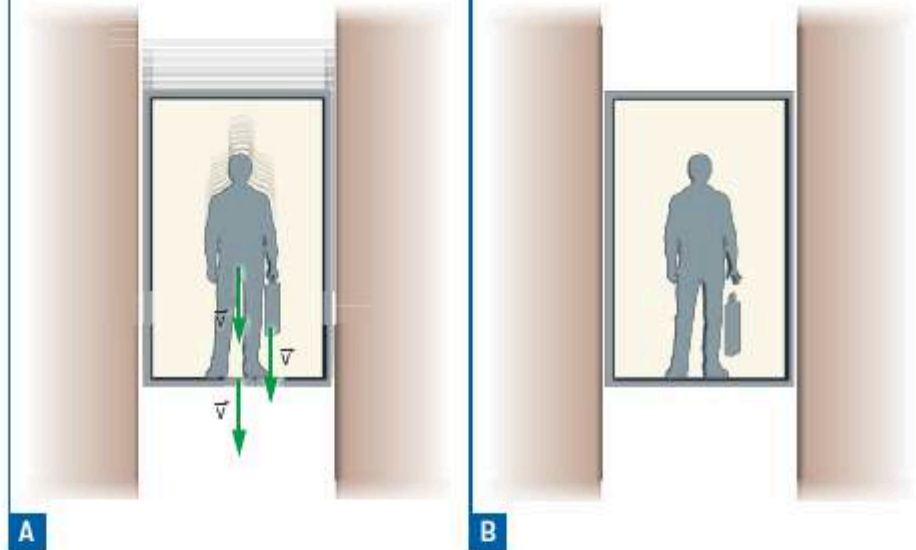
Equivalenza tra caduta libera e assenza di peso

Eseguiamo un esperimento ideale e immaginiamo di trovarci all'interno di un ascensore. Improvvisamente, per un guasto, l'ascensore inizia a cadere liberamente verso il basso e noi cadiamo con esso. Che cosa osserviamo?

Tutti i corpi cadono con la stessa accelerazione di modulo g ; quindi tutti gli oggetti interessati (l'ascensore, noi stessi, la cartella che teniamo in mano) si muovono con la stessa legge del moto.

Tutti i corpi sono partiti da fermi e subiscono la stessa accelerazione. Quindi, a ogni istante, hanno la medesima velocità verticale.

Così, se apriamo la mano vediamo che la cartella «galleggia» al nostro fianco. Anche i nostri piedi non premono il pavimento.



La stessa cosa si osserva, come è spiegato nel capitolo «Le forze e i moti», all'interno di una navicella in orbita attorno alla Terra: la navicella e i corpi presenti in essa orbitano attorno alla Terra con la stessa velocità, per cui all'interno della navicella si ha la sensazione di non avere peso.

All'interno di un ascensore in caduta libera vicino alla Terra o in una navicella in orbita osserviamo quindi gli stessi fenomeni di «assenza di peso» che potrebbero accadere su un'astronave che si muove a velocità costante in una zona di spazio lontanissima da ogni corpo celeste.

In effetti,

nessun esperimento che si possa compiere in un ambiente chiuso (purché limitato a uno spazio abbastanza ristretto e di durata temporale abbastanza breve) permette di capire, a chi sta al suo interno, se si trova in un ascensore in caduta libera o in un'astronave soggetta a una forza totale nulla.

Ambito limitato

Per esempio, se l'esperimento dura abbastanza a lungo si registrerà l'impatto dell'ascensore con il terreno e si capirà che non ci si trovava su un'astronave.



Figura 1 L'astronave si trova lontanissima da ogni corpo celeste. Al suo interno una bilancia è a contatto con il pavimento e una persona tocca con i piedi la bilancia.

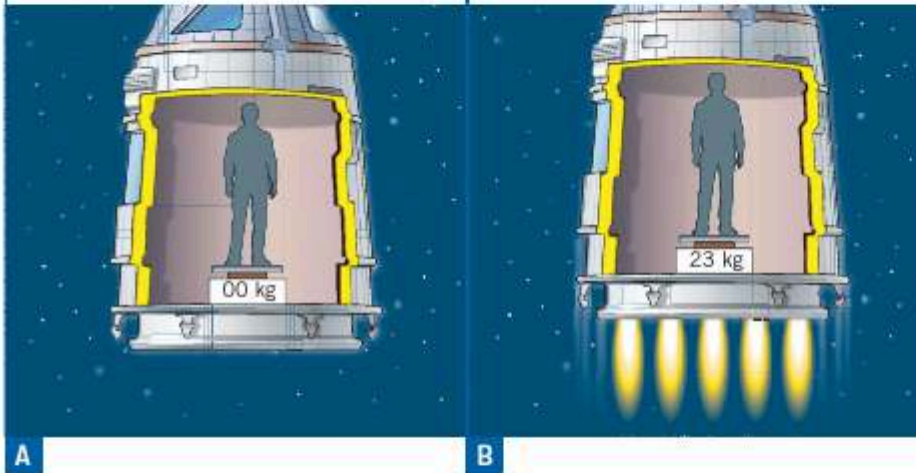
Equivalenza tra accelerazione e forza-peso

Esiste un fenomeno complementare a quello descritto: se l'astronave, lontana da ogni corpo celeste, inizia ad accelerare sotto la spinta dei suoi motori, tutti i corpi presenti al suo interno (che, per il principio di inerzia, tendono a conservare il proprio moto rettilineo uniforme) si trovano «spinti» verso la coda dell'astronave, proprio come i passeggeri all'interno di un autobus in accelerazione hanno la sensazione di essere spinti verso il fondo.

Considera una persona che si trova all'interno dell'astronave, con la testa rivolta verso la prua e i piedi che toccano una bilancia pesapersona che, a sua volta, è a contatto con il pavimento dell'astronave (figura 1).

Quando l'astronave si muove a velocità costante, non essendoci alcuna forza di gravità la bilancia indica che il peso della persona che vi si trova sopra vale 0 kg.

Se l'astronave ha un'accelerazione costante, la persona e la bilancia sono «spinti» verso poppa. La bilancia indica che la persona ha un peso costante diverso da zero.



Se l'accelerazione dell'astronave è costante, si crea al suo interno una forza-peso fittizia che permette agli astronauti di «appoggiare i piedi» su un «pavimento», evitando i disagi e i problemi di salute legati all'assenza di gravità.

Nella situazione appena presentata,

nessun esperimento compiuto in un locale chiuso (purché limitato a uno spazio ristretto e di durata temporale non eccessiva) permette allo sperimentatore di stabilire se si trova in presenza di un campo gravitazionale o all'interno di un mezzo di trasporto che sta accelerando in modo costante.

Lo stesso effetto può essere ottenuto in una grande **stazione spaziale** che ruota attorno a un asse.

Le persone che vivono al suo interno sperimentano una forza-peso fittizia, dovuta alla forza centrifuga apparente e percepiscono come «verticale» la direzione che passa per l'asse di rotazione.



2 I PRINCIPI DELLA RELATIVITÀ GENERALE

Siamo ora in grado di enunciare i primi due principi su cui Einstein basò la teoria della gravitazione.

Il principio di equivalenza

Dall'analisi di esperimenti ideali come quelli discussi nel paragrafo precedente, Einstein giunse a formulare uno dei principi fondamentali della sua teoria, che prende il nome di *principio di equivalenza*.

Il **principio di equivalenza** stabilisce che:

in una zona limitata dello spazio-tempo è sempre possibile scegliere un sistema di riferimento in modo da simulare l'esistenza di un dato campo gravitazionale uniforme o, al contrario, in modo da eliminare l'effetto di una forza di gravità costante.

Il principio di equivalenza è una conseguenza della proporzionalità diretta tra massa gravitazionale e massa inerziale.

Il principio di relatività generale

Secondo Einstein, non c'è alcuna ragione convincente per la quale i sistemi di riferimento inerziali debbano essere «privilegiati» rispetto a tutti gli altri sistemi di riferimento che si possono concepire. Anzi, tutti i sistemi di riferimento devono avere la stessa «dignità»: in fin dei conti, ciò che accade in un sistema di riferimento inerziale in cui non agiscono forze avviene, in modo indistinguibile, in un sistema di riferimento che è in caduta libera all'interno di un campo gravitazionale. Allo stesso modo, ciò che accade in un sistema di riferimento inerziale in presenza della gravità è identico a ciò che avviene in un sistema di riferimento accelerato.

Tutto ciò portò Einstein ad enunciare il **principio di relatività generale**, secondo cui

le leggi della fisica hanno la stessa forma in tutti i sistemi di riferimento.

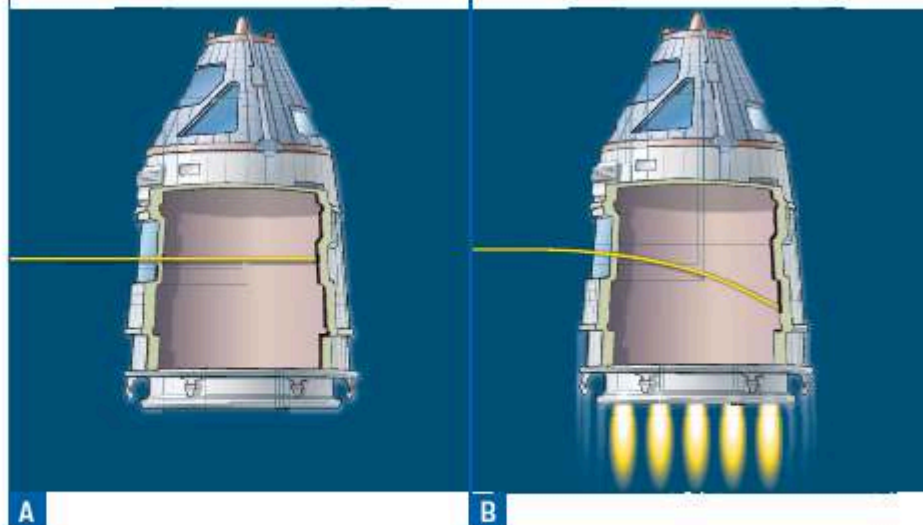
Sistemi inerziali

Un sistema di riferimento inerziale, nel quale vale il principio di inerzia, o è immobile rispetto alle stelle lontane oppure si muove, rispetto ad esse, di moto rettilineo uniforme.

Introducendo questo principio, Einstein superò il primo assioma della relatività ristretta, che afferma che le leggi della fisica hanno la stessa forma in tutti i sistemi di riferimento *inerziali*. Inoltre, come conseguenza del principio di relatività generale anche l'assioma sulla costanza della velocità della luce deve essere abbandonato. Infatti,

se in un dato sistema di riferimento inerziale (per esempio in un'astronave non accelerata) la luce si propaga in linea retta con un vettore velocità costante,

in un secondo sistema di riferimento accelerato rispetto al primo (per esempio in un'astronave con i motori accesi) la traiettoria della luce risulta curva.



Ciò significa che la velocità vettoriale della luce cambia da punto a punto (figura 2).

Curvatura dello spazio e moto lungo le geodetiche

Il principio di equivalenza e il principio di relatività generale furono i punti di partenza della teoria della gravitazione di Einstein. Ma lo stesso Einstein raccontò che, per passare dalle intuizioni iniziali a una visione coerente della nuova fisica, furono necessari anni di lavoro duro e ostinato. Alla fine, però, venne alla luce una teoria organica e completa.

Tale teoria, che prende il nome di **relatività generale**, richiese l'introduzione di altre due idee fondamentali, che sono discusse nei prossimi paragrafi:

- la presenza di masse incurva lo spazio-tempo;
- i corpi soggetti alla forza di gravità devono essere considerati come particelle libere, che si muovono seguendo le *geodetiche* (curve di minima lunghezza) dello spazio-tempo.

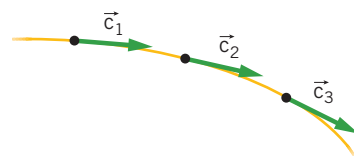


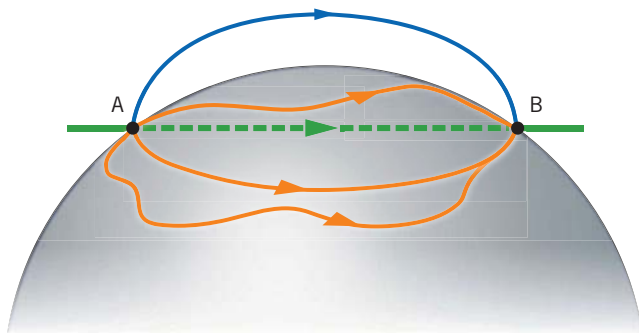
Figura 2 In un sistema di riferimento accelerato la direzione della velocità vettoriale della luce varia continuamente.

3 LE GEOMETRIE NON EUCLIDEE

Per millenni l'unico spazio concepito e studiato è stato lo spazio euclideo. In esso si considera valido il quinto postulato di Euclide, secondo cui esiste ed è unica la parallela condotta da un punto esterno a una retta. Sulla base di questo postulato (e degli altri) si dimostrano le proprietà della geometria euclidea. Per esempio, che la somma degli angoli interni di un triangolo è sempre uguale a un angolo piatto, oppure che la linea di minima distanza che connette due punti fissati è un segmento di retta.

Nei primi decenni dell'Ottocento diversi matematici scoprirono che è possibile costruire nuove teorie geometriche modificando il quinto postulato di Euclide (ammettendo per esempio che, per un punto esterno a una retta data, sia possibile condurre infinite parallele alla retta stessa).

Si può visualizzare uno spazio non euclideo in due dimensioni considerando la superficie di una sfera. Però occorre «dimenticare» che la sfera è immersa nello spazio euclideo tridimensionale: bisogna pensare che la superficie sferica è «tutto ciò che esiste». Per esempio, per andare dal punto *A* al punto *B* della figura 3 occorre seguire una delle traiettorie arancioni; la traiettoria blu (che esce dalla sfera) e quella verde (che passa al suo interno) non sono ammissibili (perché «non esistono»).



Publicazioni matematiche

Nel 1829 e nel 1832 furono pubblicati, rispettivamente, i lavori fondamentali del matematico russo Nicolaj Lobacevskij (1793-1856) e del matematico ungherese János Bolyai (1802-1860). Una prima sistemazione organica delle geometrie non euclidee in un numero arbitrario di dimensioni fu pubblicata nel 1854 dal matematico tedesco Bernhard Riemann (1826-1866).

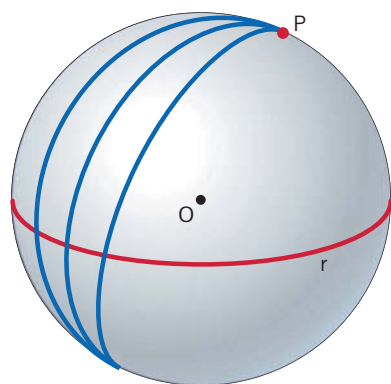
Figura 3 Sulla superficie di una sfera, le traiettorie blu e verdi non «esistono».

In un simile spazio occorre definire cosa è una «retta». Per *retta* passante per *A* e *B* intendiamo quella linea che, dal punto di vista usuale, è una *circonferenza massima*, cioè una circonferenza ottenuta intersecando la sfera con un piano che passa per il centro della sfera stessa. Tale scelta è motivata dal fatto che un «segmento» di tale retta è la linea (tutta appartenente alla sfera) di minima lunghezza che congiunge *A* e *B*.

Tre rette, intersecandosi, formano un triangolo.

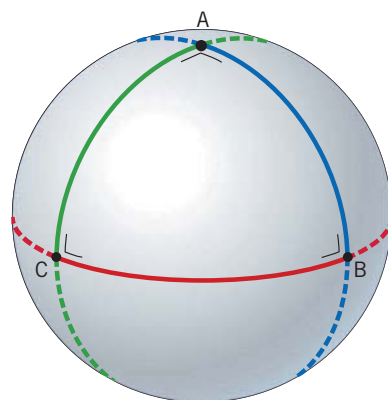
La geometria sulla sfera ha proprietà peculiari: per esempio

► data una retta r della sfera (linea rossa) e un punto P esterno a essa, tutte le rette della sfera che passano per P intersecano r . Quindi, per il punto P non è possibile condurre alcuna parallela alla retta r .



A

► Il triangolo disegnato sotto, con l'arco BC che è un quarto dell'«equatore», contiene tre angoli retti. Quindi la somma degli angoli interni di tale triangolo è (molto) maggiore di un angolo piatto.



B

Quello appena presentato è un esempio di geometria non euclidea *ellittica* (introdotta da Riemann).

Nelle geometrie ellittiche non esistono rette parallele a una retta data, condotte per un punto esterno a essa. Inoltre, la somma degli angoli interni di un triangolo è sempre maggiore di un angolo piatto.



M. C. Escher/Corden Art-Baarn-Holland

Figura 4 Maurits Cornelis Escher, *Limite del cerchio IV*.

Oltre alle geometrie ellittiche esistono quelle *iperboliche* (introdotte da Lobachevskij e da Bolyai). Un modello di spazio iperbolico è fornito dall'opera di Maurits Cornelis Escher (1898-1972) *Limite del cerchio IV* (figura 4).

In essa si visualizza un modello del matematico francese Henri Poincaré (1854-1912) che permette di fare corrispondere all'intero piano iperbolico i punti interni di un cerchio.

In tale corrispondenza tutte le figure disegnate, anche se diventano sempre più piccole nello spazio euclideo, hanno le stesse dimensioni iperboliche.

Lo sfumare delle figure quando ci si avvicina al bordo del cerchio suggerisce l'idea che esso ne contenga un numero infinito.

Nelle geometrie iperboliche, per un punto esterno a una retta è possibile condurre infinite rette parallele a quella data. Inoltre, la somma degli angoli interni di un triangolo è sempre minore di un angolo piatto.

Nella teoria geometrica generale di Riemann tutto ciò è dimostrato in maniera rigorosa. In particolare, per ogni spazio si può definire una proprietà intrinseca che si chiama *curvatura*. Gli spazi con geometria ellittica hanno curvatura positiva, mentre quelli con geometria iperbolica hanno curvatura negativa. Nel complesso, tali spazi si dicono **curvi**.

Lo spazio tridimensionale di Euclide e lo spazio-tempo quadridimensionale di Minkowski hanno curvatura nulla. Spazi di questo tipo si dicono **piatti**.

La caratteristica di uno spazio di essere curvo o piatto può essere determinata all'interno dello spazio stesso. Per esempio, misurando con grande precisione gli angoli interni di un triangolo potremmo avere la risposta: se il risultato è pari a un angolo piatto, lo spazio è piatto, se è superiore a un angolo piatto lo spazio ha geometria ellittica e se è inferiore a un angolo piatto lo spazio ha geometria iperbolica.

4 GRAVITÀ E CURVATURA DELLO SPAZIO-TEMPO

Come è detto nel paragrafo 2, secondo Einstein la presenza di masse incurva lo spazio-tempo.

Una volta nota la distribuzione delle masse, l'**equazione di campo di Einstein** permette di calcolare qual è la geometria dello spazio.

In generale, tale geometria varia da zona a zona: le parti di spazio-tempo più vicine alle masse hanno curvature più accentuate di quelle che si trovano lontane da esse. Non scriviamo la forma dell'equazione di campo di Einstein, perché la sua comprensione richiede conoscenze di matematica che non si apprendono al liceo.

Lo spazio-tempo di Minkowski della teoria della relatività ristretta è piatto, perché in esso non si tiene conto degli effetti gravitazionali delle masse.

Le curve geodetiche

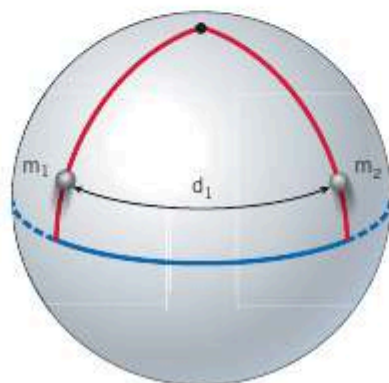
Anche nello spazio-tempo curvo della relatività generale è possibile definire (e misurare) la distanza percorsa lungo un cammino.

Le curve di minima lunghezza che uniscono due punti si chiamano **curve geodetiche** (o, più brevemente, **geodetiche**).

Per esempio, nello spazio euclideo piatto le curve geodetiche sono segmenti di retta. Invece, su una superficie sferica le linee geodetiche sono archi di circonferenza massima.

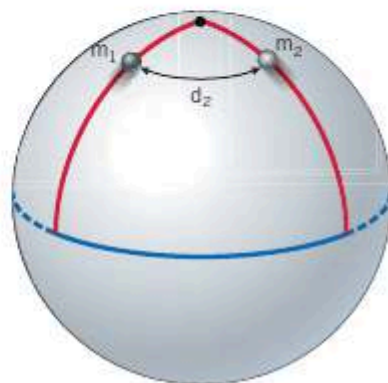
In relatività generale le curve geodetiche sono importanti perché, come è detto nel paragrafo 2, le particelle che risentono soltanto della forza di gravità seguono linee geodetiche nello spazio-tempo.

Consideriamo due punti materiali che si muovono lungo due geodetiche su una sfera. A un certo istante la distanza tra di essi è d_1 .



A

A un istante successivo la distanza tra i punti è d_2 , minore di d_1 , e il moto delle masse porta a una diminuzione continua della distanza.



B

Immaginiamo di essere un osservatore esterno che può vedere i due punti materiali ma non la forma dello spazio sferico su cui essi si muovono. Notando che i punti si avvicinano, diciamo che tra di essi agisce una forza attrattiva dovuta alla gravità.

Secondo la relatività generale, invece, tale forza non esiste e l'avvicinamento reciproco dei punti materiali è soltanto un effetto della geometria dello spazio in cui essi si muovono.

La stessa idea è illustrata da un altro modello semplificato (figura 5), in cui un telo elastico è deformato da una sfera pesante posta su di esso. Una seconda sfera appoggiata sul telo ne segue l'inclinazione e si muove verso la sfera grande, come se fosse attratta da essa. Ma non esiste alcuna forza tra di esse: la sfera grande è la *causa* che ha determinato una curvatura del telo (che rappresenta lo spazio-tempo) e il moto della sfera piccola dipende da tale curvatura in quanto avviene lungo una geodetica.

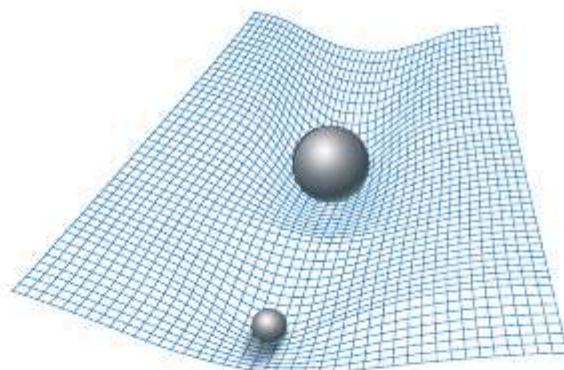


Figura 5 La massa grande deforma il telo elastico; la massa più piccola si muove seguendo la curvatura del telo.

Spazio-tempo in azione

Quindi, secondo l'idea di Einstein, la presenza di masse incurva la geometria dello spazio-tempo: in esso, le masse stesse si muovono come particelle libere, seguendo le linee di minima lunghezza. Ogni massa risente soltanto della geometria della zona di spazio-tempo in cui si trova, anche se l'effetto globale può dare l'impressione che esista una forza che agisce su di essa.

In definitiva,

le masse dicono allo spazio-tempo come incurvarsi; lo spazio-tempo dice alle masse come muoversi.

Se i punti materiali sono soggetti ad altre forze (per esempio di natura elettrica) le loro traiettorie nello spazio-tempo ne risentono: esse non sono più geodetiche, ma possono essere calcolate, come si fa in meccanica, conoscendo le forze applicate.

Ciò conferma che, nel contesto della teoria della relatività, la gravità ha un ruolo del tutto peculiare: le sue caratteristiche non sono dovute, come accade per l'elettromagnetismo o per i fenomeni nucleari, a forze che agiscono *nello* spazio-tempo, ma alla stessa struttura geometrica *dello* spazio-tempo.

Secondo una famosa espressione del fisico statunitense John A. Wheeler,

la gravità è spazio-tempo curvo in azione.

Il limite classico

Gli effetti della relatività ristretta diventano evidenti soltanto quando i moduli delle velocità in gioco si avvicinano a c . In modo analogo, gli effetti della relatività generale si manifestano compiutamente quando sono in gioco grandi masse, oppure quando siamo in presenza di grandi densità di massa, di modo che l'accelerazione di gravità è enorme.

La zona di Universo in cui ci troviamo, nelle vicinanze della Terra, è però «quasi piatta», perché il nostro pianeta non ha una massa molto grande rispetto a quella tipica dei corpi celesti.

Cosa significa «quasi piatto»? È possibile intuirlo considerando una formica che, muovendosi sulla superficie di una mela, ne segue spontaneamente le linee geodetiche (figura 6). Anche se la superficie della mela è curva, una zona abbastanza piccola appare piatta, per cui le geodetiche sono bene approssimate da segmenti di retta e non è possibile misurare gli angoli con precisione tale da vedere che la somma degli angoli interni di un triangolo non è uguale a 180° .

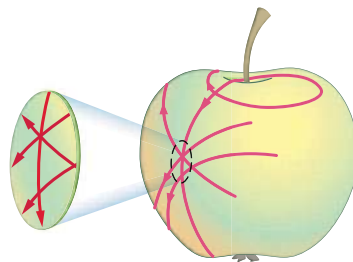


Figura 6 Una zona abbastanza piccola della mela appare piatta alla formica che cammina su di essa.

Relatività generale e relatività ristretta

La teoria della relatività ristretta si ottiene da quella della relatività generale nel caso in cui si possa trascurare la gravità, cioè nel caso in cui lo spazio-tempo risulti piatto. Di conseguenza, anche nella teoria più generale occorre tenere presente ciò che si era imparato nell'ambito della relatività ristretta.

Partendo dall'equazione di campo di Einstein è possibile dimostrare che

in un universo «quasi piatto» l'effetto della curvatura dello spazio-tempo è sperimentalmente indistinguibile da quello della forza di Newton.

Ancora una volta, la nuova teoria introdotta da Einstein corregge ed estende il campo di validità di quelle precedenti, ma le contiene come casi particolari. Così, per lo studio della maggior parte dei fenomeni terrestri è sufficiente applicare la meccanica classica (eventualmente corretta dalla relatività ristretta).

5 LO SPAZIO TEMPO CURVO E LA LUCE

Nel paragrafo 2 si mostra che, in un sistema di riferimento non inerziale, la luce segue una traiettoria curvilinea. Per il principio di equivalenza, l'effetto di un sistema di riferimento accelerato è indistinguibile da quello di un campo gravitazionale, per cui ci attendiamo che la luce sia deviata dai campi gravitazionali, manifestazioni della curvatura dello spazio-tempo.

Esiste un'altra ragione per porsi questo problema: la luce trasporta energia e, secondo la relatività ristretta, una quantità E di energia è equivalente a una massa $m = \frac{E}{c^2}$. Anche da questo secondo punto di vista, è naturale chiedersi se la gravità, cioè la curvatura dello spazio-tempo, ha effetti sulla propagazione della luce.

La deflessione gravitazionale della luce

Negli esperimenti condotti sulla Terra è estremamente difficile osservare la deviazione gravitazionale di un fascio di luce. Possiamo però sperare di metterlo in evidenza soltanto se disponiamo di un campo gravitazionale particolarmente intenso; nelle «vicinanze» della Terra, l'unico campo gravitazionale abbastanza intenso è quello del Sole.

La teoria della relatività generale permette di calcolare la deviazione angolare (attrattiva) subita da un raggio di luce che passa rasente alla superficie del Sole. Tale deviazione è molto piccola (1,75 secondi d'arco, cioè 1,75 tremilaseicentesimi di grado), ma poteva essere misurata anche con le tecnologie che erano a disposizione negli anni attorno al 1920.

Per capire come è possibile eseguire la verifica sperimentale, in una notte qualunque osserviamo la posizione apparente nel cielo di una stella S rispetto ad altre stelle di riferimento, come mostra la **figura 7**. La stessa stella sarà poi osservata durante una eclissi, quando il Sole è oscurato dalla massa della Luna.

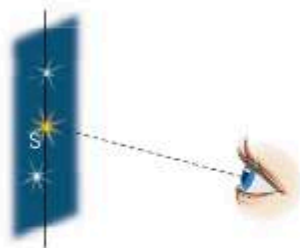
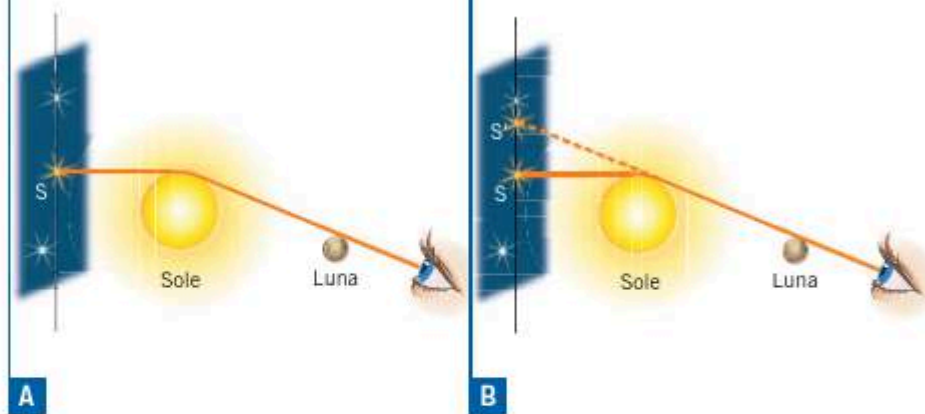


Figura 7 Quando non c'è eclissi di Sole, viene determinata la posizione della stella S rispetto ad altre stelle che servono da riferimento.

La luce della stella arriva fino ai nostri occhi seguendo una traiettoria curva, che passa radente alla superficie del Sole e a quella della Luna.

Prolungando il cammino percorso dalla luce della stella prima di arrivare sulla Terra, essa appare in un punto S' che è spostato lontano dal Sole rispetto alla posizione S .

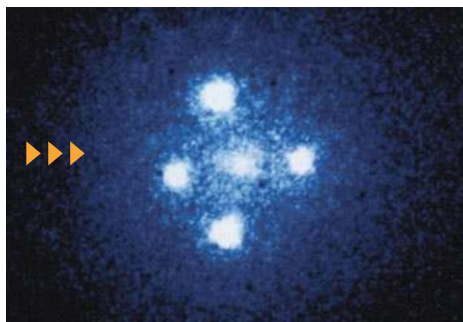


La verifica sperimentale di tale effetto fu condotta per la prima volta nel 1919, dall'astrofisico A. Eddington (1882-1944), tre anni dopo la prima pubblicazione della teoria della relatività generale.

Il risultato fu positivo, anche se con un errore sperimentale piuttosto grande. Si può quindi affermare che

un intenso campo gravitazionale è in grado di deflettere la luce che vi si propaga.

Una conferma spettacolare della deflessione della luce da parte di corpi massicci si ha nel fenomeno delle **lenti gravitazionali**. La fotografia a fianco mostra la cosiddetta *croce di Einstein*, in cui si vedono quattro immagini dello stesso quasar. Al centro delle quattro immagini si vede la galassia che, deviando la luce emessa dal quasar, si comporta come una lente.



La **figura 8** mostra che la luce proveniente dal quasar giunge alla Terra dopo essere stata deviata dalla galassia che si trova sulla congiungente quasar-Terra. Le direzioni da cui provengono i raggi di luce portano a vedere due immagini distinte dello stesso oggetto in punti quasi simmetrici rispetto alla sua posizione reale. Per non complicare troppo la figura, non sono disegnate le traiettorie dei raggi che formano le altre due immagini.

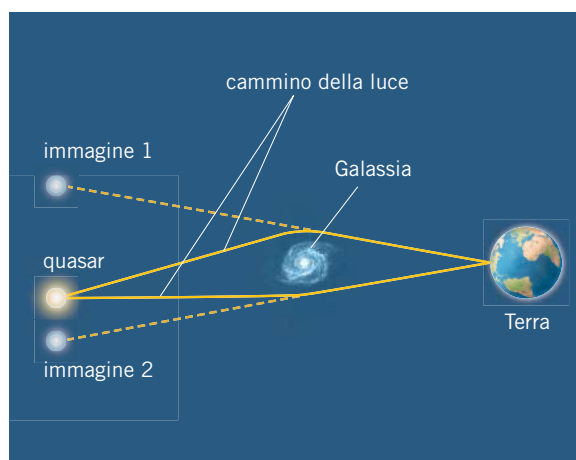


Figura 8 La galassia interposta tra un quasar e la Terra funziona da lente gravitazionale e genera più immagini dello stesso quasar.

L'esistenza delle lenti gravitazionali è una conferma importante della deviazione della luce prevista dalla relatività generale.

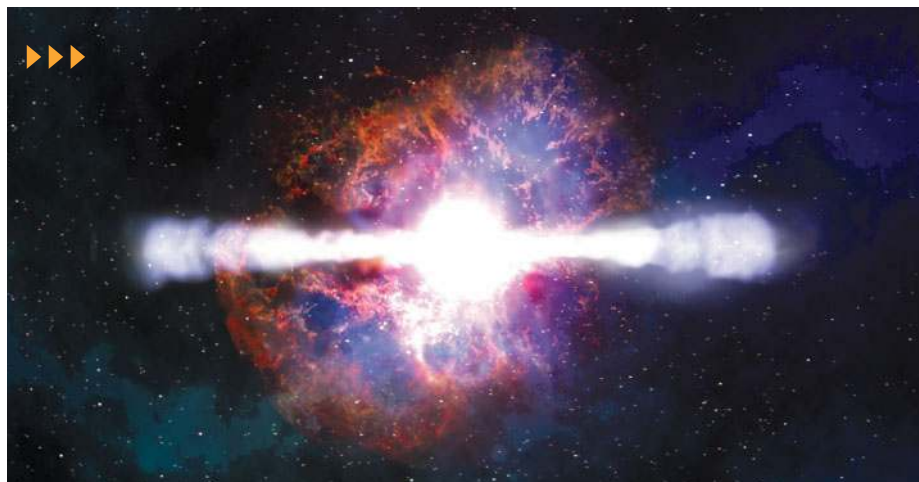
I buchi neri

Un buco nero, come lo definì il fisico americano John Wheeler nel 1968

«è un oggetto la cui forza di gravità è talmente intensa che nulla può sfuggirgli, nemmeno la luce».

Per loro natura, quindi, i buchi neri sono invisibili.

Ma la loro presenza può essere dimostrata attraverso gli effetti gravitazionali che esercitano su corpi vicini. L'immagine rappresenta la **radiazione ad alta energia** emessa da particelle subatomiche elettricamente cariche in rapida rotazione intorno a un buco nero.



L'idea di base non è recente: nel 1796 il matematico francese Pierre Simon de Laplace (1749-1827) osservò che un corpo con la stessa densità della Terra e un diametro pari a 250 volte quello del Sole avrebbe esercitato una forza di attrazione gravitazionale così intensa che la sua velocità di fuga sarebbe stata superiore alla velocità della luce.

Oggi i fenomeni che accadono nell'intorno dei buchi neri sono ben compresi; il primo passo fu fatto da Karl Schwarzschild, che nel 1917 dedusse dalle equazioni di campo della relatività generale le condizioni matematiche affinché lo spazio-tempo incurvato potesse trattenere qualunque tipo di radiazione.

L'intenso campo gravitazionale di un buco nero può essere prodotto nello stadio finale della vita di una stella di massa superiore al valore critico di tre masse solari, quando esaurisce il proprio combustibile nucleare e collassa su se stessa. In seguito il buco nero può aumentare di massa attirando a sé materiale proveniente da stelle che si trovano nelle vicinanze.

Per identificare i buchi neri ci si basa sull'osservazione di fenomeni indiretti, per esempio il moto delle stelle che gli girano intorno.

La foto mostra un **getto di materia** (lungo almeno 5000 anni-luce) che esce dalla regione centrale della galassia M87, posta nella costellazione della Vergine. Si ritiene che il getto sia generato dall'azione di un buco nero supermassiccio (circa 7 miliardi di volte la massa del Sole) posto nel nucleo della galassia.

Il getto potrebbe essere formato da particelle leggere e cariche (molto probabilmente elettroni) che durante la caduta nel buco nero sono accelerate a velocità vicine a quelle della luce e, se hanno una velocità non rivolta direttamente verso il buco nero, riescono a sfuggire seguendo le linee del campo magnetico del buco nero stesso.

Inoltre, la materia che cade verso un buco nero forma un disco di accrescimento che può essere individuato anche con osservazioni dirette perché raggiunge temperature molto elevate ed emette onde elettromagnetiche ad altissima energia.



NASA/SFC

Il **redshift** gravitazionale

Continuando lungo la stessa logica di ragionamento, se un campo gravitazionale aumenta o diminuisce la velocità di una massa che si muove al suo interno, esso deve agire in qualche modo anche sulla luce, visto che trasporta energia.

La teoria della relatività generale prevede che

la luce proveniente da una stella è rilevata sulla Terra con una frequenza minore di quella con cui era stata emessa.

Tale fenomeno prende il nome di **spostamento verso il rosso** (o, in inglese, **redshift**) **gravitazionale**; esso si può comprendere pensando che la luce della stella è arrivata sulla Terra «salendo verso l'alto» nel campo gravitazionale della stella, e quindi perdendo energia; questa diminuzione di energia non si può manifestare come una diminuzione della velocità di propagazione della luce nel vuoto (che è costante), ma si riflette in una diminuzione dell'energia E dei fotoni, e quindi della frequenza $\nu = E/h$ della luce.

La dilatazione gravitazionale dei tempi

Possiamo considerare un'onda elettromagnetica come un orologio, i cui «ticchettii» sono i successivi periodi di oscillazione. Perciò il fenomeno del *redshift* gravitazionale può essere interpretato in altro modo:

gli orologi che si trovano in zone dello spazio-tempo dove il campo gravitazionale è maggiore e, quindi, la curvatura è più accentuata, avanzano più lentamente di quelli che si trovano in zone con minore curvatura.

Questa previsione della teoria della relatività, detta **dilatazione gravitazionale dei tempi**, è stata confermata da un esperimento eseguito nell'ottobre del 1971 dai fisici statunitensi Joseph C. Hafele e Richard E. Keating: quattro orologi al cesio, di grande precisione, furono caricati a bordo di normali aerei di linea e percorsero due volte il giro della Terra, volando sia verso est, sia verso ovest.

Durante l'esperimento gli orologi in volo perdevano la sincronizzazione con gli orologi di controllo rimasti a terra a causa di due diversi effetti relativistici:

- la dilatazione dei tempi (prevista dalla relatività ristretta) dovuta al fatto che, nel sistema di riferimento del centro della Terra, gli orologi a terra si muovono con la velocità di rotazione terrestre, mentre gli orologi in volo hanno anche la velocità dell'aereo su cui si trovano;
- la diversa frequenza di funzionamento degli orologi (prevista dalla relatività generale) dovuta al fatto che gli orologi sull'aereo risentono di un campo gravitazionale meno intenso di quello in cui si trovano gli orologi a terra.

Alla fine dell'esperimento, entro le incertezze sperimentali, l'orario segnato dagli orologi che erano stati in volo differiva da quello degli orologi di controllo, rimasti a terra, dell'intervallo di tempo calcolato in base alla teoria della relatività (circa 275 ns guadagnati dagli orologi che avevano volato verso Ovest e circa 40 ns persi dagli orologi che avevano volato verso Est).

Nei sistemi GPS (*Global Positioning System*, americano) e Galileo (europeo) la posizione di un punto nei pressi della superficie terrestre è determinata misurando i tempi impiegati da un'onda elettromagnetica a propagarsi tra un certo numero di satelliti in orbita (a circa 20 000 km dalla superficie terrestre) e un dispositivo di cui si vuole conoscere la posizione (**figura 9**).

Se non si tenesse conto della dilatazione gravitazionale dei tempi, il sistema GPS accumulerebbe ogni giorno un errore di 10 km nella determinazione delle posizioni. Ma i progettisti del GPS hanno tenuto conto di tale effetto: così il funzionamento del GPS costituisce una prova sperimentale convincente a sostegno della teoria della relatività generale.

Verifica sperimentale

Nel 1959 i fisici R. V. Pound e G. A. Rebka Jr, con esperimenti accuratissimi basati sull'effetto *Mössbauer*, osservarono lo spostamento verso il rosso causato dal campo gravitazionale terrestre.

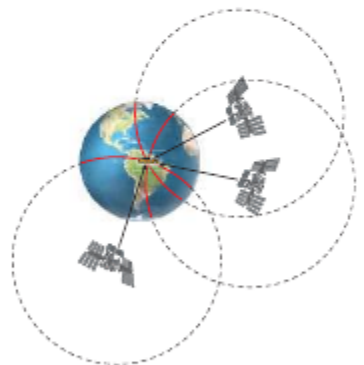


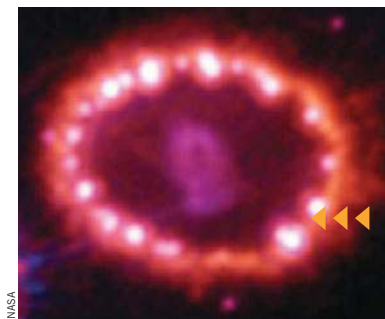
Figura 9 Nei sistemi satellitari un punto sulla superficie terrestre è identificato mediante onde elettromagnetiche emesse da diversi satelliti in orbita.

6 LE ONDE GRAVITAZIONALI

Se la geometria dello spazio-tempo è determinata dalla distribuzione delle masse presenti, quando tale distribuzione viene modificata (per esempio perché una di tali masse si sposta) la geometria dello spazio-tempo cambia di conseguenza.

Tale variazione nella geometria non è istantanea in tutto l'Universo ma si propaga, a partire dal luogo dove ha avuto origine, alla velocità della luce c .

La propagazione della variazione della geometria dello spazio-tempo prende il nome di **onda gravitazionale**.



La teoria della relatività generale permette il calcolo della produzione delle onde gravitazionali da parte di un sistema fisico che cambia rapidamente struttura. L'intensità è sempre bassissima tranne che nel caso di eventi cosmici molto energetici, come l'esplosione di una supernova. La foto a fianco mostra l'**anello di gas** che circonda i resti della supernova SN 1987A, apparsa nella Grande Nube di Magellano il 23 febbraio 1987, quando furono irradiate onde gravitazionali.

L'anello di gas, che già circondava la stella al momento dell'esplosione, è riscaldato dall'enorme onda d'urto che si è propagata dalla stella, a una velocità di più di un milione e mezzo di chilometri all'ora.

La probabilità che uno di tali eventi avvenga nella zona di Universo in cui ci troviamo è però molto bassa. Sono quindi necessari strumenti sensibilissimi e lunghe attese.

La distorsione locale dello spazio-tempo dovuta all'onda gravitazionale si può rivelare in diversi modi. Per esempio, essa può mettere in oscillazione una massa che era ferma, oppure può fare variare la distanza che separa due masse.

Fin dal 1971 Edoardo Amaldi si propose di esplorare la possibilità di rivelare la presenza di onde gravitazionali mediante una «antenna gravitazionale risonante», cioè un cilindro di grande massa che può essere messo in oscillazione dal passaggio di un'onda di gravità. Per questo diede vita, presso il Dipartimento di Fisica dell'Università di Roma, a un gruppo di ricerca che fu la base dell'attuale Centro Interuniversitario di Ricerche sulla Gravitazione, detto ora «Edoardo Amaldi». Dalla sua morte, in suo onore le conferenze internazionali biennali che si occupano di onde gravitazionali si chiamano «Edoardo Amaldi International Symposia on Gravitational Waves».

Le onde gravitazionali interagiscono molto debolmente con la materia; per fare un esempio, un'onda gravitazionale che attraversasse il Sole perderebbe soltanto una parte su 10^{16} della sua energia. Perciò la rilevazione di tali onde pone problemi fisici e tecnologici eccezionali. D'altronde, proprio questa debole interazione con la materia rende le onde gravitazionali strumenti di importanza straordinaria per la ricerca astronomica e cosmologica: per esempio, un'onda gravitazionale che passa attraverso il Sole e che fosse, in un giorno lontano, rilevata sulla Terra potrebbe fornire una specie di «radiografia» dell'interno del Sole.

Il segnale da raccogliere, se si vuole utilizzare un'antenna gravitazionale, è così debole che occorre eliminare tutti i disturbi esterni: sia quelli dovuti alla stessa agitazione termica del materiale di cui l'antenna è fatta, sia quelli provenienti dall'esterno (traffico, eventi microsismici, anche il semplice calpestio dei ricercatori).

Per risolvere il primo problema l'antenna risonante deve essere mantenuta a tempe-

Edoardo Amaldi

(1908-1989), fisico italiano. Fu uno dei collaboratori di Enrico Fermi all'Istituto di Fisica di Via Panisperna, dove si occupò di radioattività artificiale indotta dai neutroni. Si deve in gran parte alla sua opera la rinascita della fisica italiana ed europea dopo la seconda guerra mondiale. Fu uno dei promotori dell'Istituto Nazionale di Fisica Nucleare (INFN), del CERN di Ginevra, di cui fu il primo segretario generale dal 1952 al 1954, e dell'European Space Agency.



rature molto basse. L'**antenna Nautilus**, che si trova presso i Laboratori Nazionali di Frascati, ha una massa di 2300 kg; fare in modo che un simile oggetto rimanga a temperature minori di 0,1 K non è affatto facile, ma i ricercatori sono riusciti a risolvere il problema. In questo modo, nel cilindro di alluminio lungo circa tre metri, detto appunto «antenna risonante criogenica», è possibile rivelare una variazione di lunghezza di soli 10^{-18} m.

L'isolamento dell'antenna dalle perturbazioni esterne richiede poi l'uso di sospensioni e «ammortizzatori» di grande efficacia (si pensi che già le vibrazioni del sistema che mantiene l'antenna a bassa temperatura risultano eccessive se non sono attutate con appositi accorgimenti).

Oltre alle antenne risonanti, per la ricerca di onde gravitazionali si usano oggi metodi interferometrici abbastanza simili, nella concezione, a quello di Michelson-Morley. Si tratta di mettere in evidenza l'onda gravitazionale rivelando le piccole variazioni nella distanza che essa provoca tra due specchi paralleli.

A Cascina, vicino a Pisa, è in funzione un **rivelatore interferometrico di onde gravitazionali**, chiamato VIRGO, costruito dall'Istituto Nazionale di Fisica Nucleare. Il rivelatore è composto da due bracci ortogonali lungo ciascuno 3 km, in cui è fatto il vuoto. La luce emessa da apparecchi laser estremamente stabili percorre i bracci compiendo riflessioni multiple, per un cammino di 120 km complessivi.

Al passaggio dell'onda gravitazionale le variazioni di lunghezza sono diverse per i due bracci e, così, la figura di interferenza generata dai raggi laser cambia, segnalando l'evento e misurandone caratteristiche quali l'intensità e la durata.

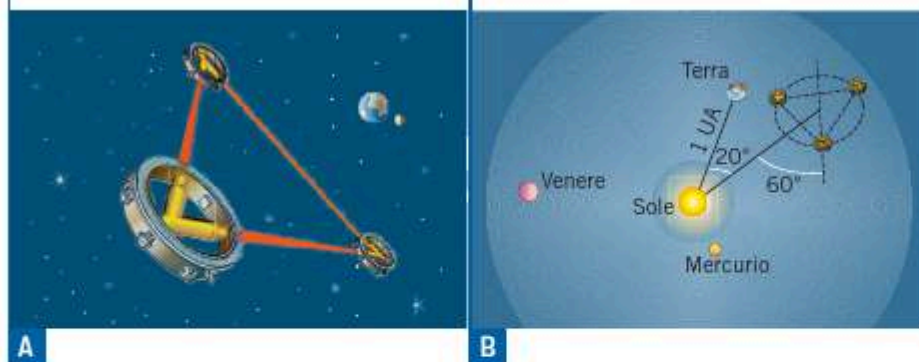
Un esperimento analogo, detto LIGO, è attivo negli Stati Uniti e utilizza due rivelatori simili a VIRGO (con bracci lunghi 4 km), uno situato in Louisiana e l'altro nello stato di Washington.

Fino al 2012 nessuno di questi apparati sperimentali era riuscito a individuare, al di là di ogni dubbio, un segnale che sia interpretabile come il passaggio di un'onda gravitazionale.

L'interferometro LISA, che sarà costruito da ESA e NASA, è progettato in modo da essere molto più sensibile di quelli terrestri e non soggetto ai disturbi subiti dai rivelatori posti sulla Terra.

Secondo il progetto, LISA sarà costituito da tre navicelle spaziali in orbita attorno al Sole, poste in modo da formare un triangolo equilatero con i lati lunghi 5 milioni di chilometri.

Il centro del triangolo seguirà l'orbita della Terra, a una distanza di 50 milioni di chilometri dal nostro pianeta. Il lancio del sistema è previsto per il 2017 e la durata prevista per la missione è di cinque anni.



Fasci laser saranno inviati da una navicella all'altra, per cui il gigantesco interferometro funzionerà sullo stesso principio di VIRGO.

Con tutti questi strumenti realizzati o in via di costruzione, gli scienziati sono fiduciosi di essere in grado di rilevare nei prossimi anni le onde di gravità.



LA SCIENZA È BASATA SU PARADIGMI: KUHN



Illustrazione di Emiliano Ponzì

«Quando mutano i paradigmi, il mondo stesso cambia con essi. [...] gli scienziati vedono cose nuove e diverse anche guardando con gli strumenti tradizionali nella stessa direzione in cui avevano guardato prima.»

(T. Kuhn, *La struttura delle rivoluzioni scientifiche*, Chicago 1962)

La spiegazione fisica della gravitazione ha una storia lunga e travagliata. La gravità è stata vista come una tendenza naturale dei corpi, come una forza a distanza o come un effetto della curvatura dello spazio-tempo. Secondo Thomas Kuhn (1922-1996), questi modelli fisici sono legati alla particolare visione del mondo che ogni scienziato necessariamente abbraccia. Kuhn, nel suo famoso libro «*The Structure of Scientific Revolutions*» pubblicato nel 1962, chiama questi modelli **paradigmi**.

LA SCIENZA È SOLUZIONE DI ROMPICAPPO

Un paradigma è un insieme di modelli esplicativi, teorie e pratiche sperimentali, ai quali una comunità scientifica, per un certo tempo, riconosce la capacità di costituire il fondamento della propria ricerca.

Lo strumento principale di veicolazione del paradigma è il **manuale**, su cui ogni apprendista si forma: esso contiene, oltre alle leggi e alle osservazioni, alcuni casi esemplari di spiegazione. Ad esempio, i *Principi matematici di filosofia naturale* di Newton hanno avuto per secoli la funzione di educare gli scienziati a riconoscere i problemi rilevanti per il loro campo di ricerca e ad applicarvi le corrette strategie di risoluzione.

L'occupazione prevalente degli scienziati è infatti la soluzione di una serie di rompicapo strumentali, concettuali e matematici per consolidare, confermare e sviluppare il paradigma vigente. Kuhn definisce questa fase **scienza normale**.

IL PARADIGMA PRECEDE L'OSSERVAZIONE E L'ESPERIMENTO

Il paradigma definisce anche il significato che lo scienziato attribuisce ai dati sperimentali. Ogni osservazione assume un significato diverso a seconda del quadro teorico in cui si colloca. Ad esempio, un astronomo tolemaico e uno copernicano osservano la stessa traiettoria del Sole sulla volta celeste, ma attribuiscono a queste osservazioni significati diversi. Dove il primo vede una prova del fatto che il Sole gira attorno alla Terra, il secondo vede un movimento *apparente* del Sole, dovuto alla *reale* rivoluzione della Terra.

Il paradigma delimita anche il tipo di esperimenti, e quindi di scoperte, che lo scienziato può effettuare. Gli esperimenti di Galileo sul pendolo, ad esempio, non avrebbero mai potuto essere compiuti da Aristotele. Influenzato dalle sue categorie concettuali, legate ai *luoghi naturali* verso cui tendono i corpi, Aristotele vede nel pendolo un solo corpo che cade con difficoltà, perché vincolato a una catena.

LE RIVOLUZIONI SCIENTIFICHE

Come avviene allora il passaggio da un paradigma all'altro? Kuhn afferma che la scienza normale entra in una fase di **crisi** quando incontra un'**anomalia**, ossia quando incontra un rompicapo che non si lascia risolvere mediante gli strumenti concettuali offerti dal paradigma.

Il paradigma tolemaico, ad esempio, è andato in

crisi perchè sempre più difficile da conciliare con le osservazioni. La soluzione di questa anomalia, a opera di Copernico, ha richiesto un radicale mutamento di punto di vista, che ha collocato il Sole al centro dell'universo. Questa fase è la **rivoluzione scientifica**, che prelude all'istituzione di un nuovo paradigma.

PARADIGMI RIVALI

Dopo la rivoluzione, lo scienziato non interpreta semplicemente i dati precedenti in modo diverso: egli li pone in un nuovo sistema di relazioni reciproche, dando loro una diversa struttura.

Sostenitori di paradigmi diversi guardano entrambi il mondo, ma in alcune aree vi vedono cose differenti e in diverse relazioni fra loro, come accade con questo dettaglio del quadro di Salvador Dalí, *Mercato degli schiavi con il busto invisibile di Voltaire*. Qui il busto di Voltaire si vede alternativamente alle cinque piccole figure umane, a seconda del punto di vista assunto dall'osservatore, e le due visioni si escludono a vicenda.



Per questo motivo si dice che paradigmi rivali sono **incommensurabili**: in ognuno di essi vigono regole, concetti e problematiche tanto diverse da impedire agli scienziati di capirsi.

IL PROGRESSO DELLA SCIENZA

La transizione da un paradigma in crisi a uno nuovo, pertanto, non è un procedimento cumulativo o graduale. L'incommensurabilità abolisce infatti le condizioni di un confronto critico *à la* Popper tra paradigmi rivali. Il passaggio implica una ricostruzione integrale del campo disciplinare su nuove basi. Il nuovo modello esplicativo non può sorgere dalla semplice falsificazione della teoria precedente: quando uno scienziato incorre in un'anomalia tenta infatti di incasellarla nel vecchio modello esplicativo. Egli è disposto ad abbandonare una teoria soltanto se ha a disposizione una valida alternativa costruita confrontando sia i paradigmi con la natura, sia i paradigmi fra loro.

Il progresso della scienza pertanto consiste non tanto nella graduale approssimazione alla verità, mediante falsificazione successiva delle teorie, ma in un miglioramento dell'efficienza dei modelli che descrivono ambiti di fenomeni più estesi.

Le posizioni di Popper e di Kuhn non sono veramente contrapposte, ma complementari. Infatti Popper risponde alla domanda «Qual costruito intellettuale ha il diritto di chiamarsi scientifico?» mentre Kuhn concentra l'attenzione sugli aspetti sociologici chiedendosi «Cosa succede quando una teoria/paradigma è riconosciuto "falso" da uno o più scienziati?»

Epistemologie a confronto					
	Che cos'è la scienza	Il criterio di demarcazione tra scienza e non scienza	Le scoperte scientifiche	La validità della teoria	Il progresso della scienza
Neopositivisti (pag. 988)	Un sapere empirico.	La verificabilità.	Si ottengono per induzione, a partire da una raccolta di fatti .	Si confermano vere (probabilmente) a fronte di ripetute verifiche empiriche.	Le teorie scientifiche non sono vere, ma probabili.
Popper (pag. 1038)	Un sapere congetturale.	La falsificabilità.	Sono prodotte dallo scienziato, a partire da un'intuizione creativa.	Si dimostrano vere (provvisoriamente) o false alla prova dei fatti .	Le teorie scientifiche non sono vere fino a prova contraria.
Kuhn	Un modello sostenuto da un paradigma.	Non è un problema rilevante.	Nascono con rivoluzioni scientifiche.	Sono confermate e sviluppate durante i periodi di scienza normale.	Le teorie scientifiche funzionano, finché non emerge un'anomalia.

Il punto di vista dell'autore a pagina 1330.

RELATIVITÀ GENERALE E GEOMETRIE NON EUCLIDEE

La massa inerziale di un corpo e la sua massa gravitazionale sono direttamente proporzionali ed è possibile scegliere le loro unità di misura in modo che esse risultino uguali. Ciò fa sì che, in una data zona dello spazio, l'accelerazione di gravità risulta costante, cioè uguale per tutti i corpi.

Caduta libera e «assenza di peso»

Nessun esperimento che si possa compiere in un ambiente chiuso (purché limitato a uno spazio abbastanza ristretto e di durata temporale abbastanza breve) permette di capire, a chi sta al suo interno, se si trova in un ascensore in caduta libera o in un'astronave soggetta a una forza totale nulla.



Accelerazione e forza-peso

Nessun esperimento compiuto in un locale chiuso (purché limitato a uno spazio ristretto e di durata temporale non eccessiva) permette allo sperimentatore di stabilire se si trova in presenza di un campo gravitazionale o all'interno di un mezzo di trasporto che sta accelerando in modo costante.



Principi della relatività generale

Principio di equivalenza

In una zona limitata dello spazio-tempo è sempre possibile scegliere un sistema di riferimento in modo da simulare l'esistenza di un dato campo gravitazionale uniforme o, al contrario, in modo da eliminare l'effetto di una forza di gravità costante.

- È una conseguenza della proporzionalità diretta tra massa gravitazionale e massa inerziale.

Principio di relatività generale

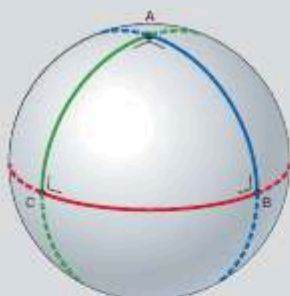
Le leggi della fisica hanno la stessa forma in tutti i sistemi di riferimento.

- Di conseguenza, i sistemi di riferimento *inerziali* non hanno più un ruolo privilegiato in fisica.
- La velocità vettoriale della luce cambia da punto a punto.

Geometrie non euclidee

Si ottengono modificando il quinto postulato di Euclide e riguardano gli spazi **curvi**.

Geometrie ellittiche



Un modello di geometria ellittica è la superficie di una sfera: in tale spazio, le rette sono circonferenze massime.

- Non esistono rette parallele a una retta data, condotte per un punto esterno a essa.
- La somma degli angoli interni di un triangolo è sempre maggiore di un angolo piatto.
- Sono state introdotte da Riemann.

Geometrie iperboliche



Un modello di geometria iperbolica è una superficie a forma di sella.

- Per un punto esterno a una retta è possibile condurre infinite rette parallele a quella data.
- La somma degli angoli interni di un triangolo è sempre minore di un angolo piatto.
- Sono state introdotte Lobacevskij e da Bolyai.

LA CURVATURA DELLO SPAZIO-TEMPO

Secondo la teoria della relatività generale la presenza di masse incurva lo spazio-tempo. Una volta nota la distribuzione delle masse, l'equazione di campo di Einstein permette di calcolare qual è la geometria dello spazio: le parti di spazio-tempo più vicine alle masse hanno curvature più accentuate di quelle che si trovano lontane da esse.

Geodetiche

Sono le curve di minima lunghezza che uniscono due punti di uno spazio.

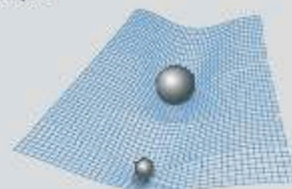
- Per esempio, nello spazio euclideo piatto sono segmenti di retta; su una superficie sferica, invece, sono archi di circonferenza massima.
- I corpi soggetti alla forza di gravità si muovono come particelle libere, seguendo le geodetiche.



Gravità e spazio-tempo

Le masse dicono allo spazio-tempo come incurvarsi e lo spazio-tempo dice alle masse come muoversi: la gravità è spazio-tempo curvo in azione.

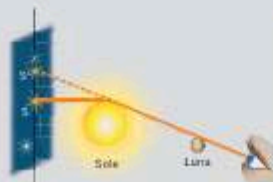
- Le caratteristiche della gravità non sono dovute a forze che agiscono *nello* spazio-tempo, ma alla struttura stessa *dello* spazio-tempo.
- In un Universo «quasi piatto» l'effetto della curvatura dello spazio-tempo è sperimentalmente indistinguibile da quello della forza di Newton.



Deflessione gravitazionale della luce

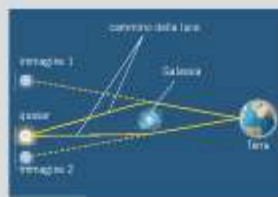
Un intenso campo gravitazionale è in grado di deflettere la luce che vi si propaga.

- Per la luce che passa rasente alla superficie del Sole, per esempio, la teoria della relatività generale prevede una deviazione angolare di 1,75 secondi di arco: la conferma sperimentale di questo effetto si ebbe nel 1919.



Lente gravitazionale

È il fenomeno grazie al quale un corpo massiccio, come per esempio una galassia, deflette la luce e funziona come una lente creando più immagini dello stesso corpo celeste.



Redshift gravitazionale

La luce proveniente da una stella è rilevata sulla Terra con una frequenza inferiore a quella con cui era stata emessa: è una conseguenza della perdita di energia che la luce subisce allontanandosi dalla stella.

Dilatazione gravitazionale dei tempi

Gli orologi che si trovano in zone dello spazio-tempo dove il campo gravitazionale è maggiore, e quindi la curvatura è accentuata, avanzano più lentamente di quelli che si trovano in zone con minore curvatura.

Onda gravitazionale

È la propagazione di una variazione della geometria dello spazio-tempo, provocata da un cambiamento nella distribuzione delle masse.

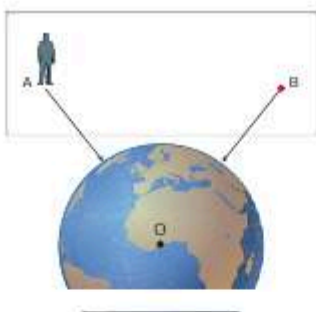
- La sua intensità è sempre bassissima, tranne che nel caso di eventi cosmici altamente energetici come l'esplosione di una supernova.
- Il suo passaggio può essere rivelato da un'antenna risonante, formata da una grande massa, raffreddata a temperature molto basse, che può essere messa in oscillazione o deformata da un'onda di gravità.
- Può essere messa in evidenza da metodi interferometrici, rivelando le piccole variazioni nella distanza che essa provoca tra due specchi paralleli.

ESERCIZI

DOMANDE SUI CONCETTI

- 1** Nella teoria si dice che «nessun esperimento che si possa compiere in un ambiente chiuso permette di capire, a chi sta al suo interno, se si trova in un ascensore in caduta libera o in un'astronave soggetta a una forza totale nulla». Perché bisogna precisare che l'esperimento sia limitato a uno spazio ristretto e a un intervallo di tempo breve? (Non considerare la possibilità di un impatto con il suolo.)

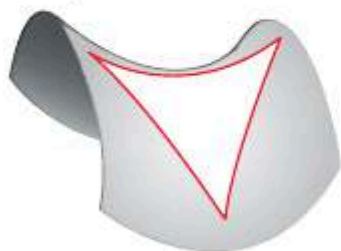
- 2** Nello stesso istante un osservatore e una pallina iniziano a cadere dai punti A e B della figura, all'interno di un enorme «ascensore» in caduta libera.



- ▶ Durante la caduta, l'osservatore vede la pallina ferma sempre nella stessa posizione?
- ▶ Qual è il moto della pallina visto dall'osservatore?
- ▶ L'osservatore può ritenere di essere in assenza di gravità?
- ▶ Per quale ragione all'interno dell'«ascensore» che contiene l'osservatore e la pallina i fenomeni non sono indistinguibili da quelli che avvengono in assenza di gravità?

- 3** Una superficie a forma di sella come quella della figura rappresenta un modello di spazio curvo in due dimensioni. Quello disegnato sulla sella è un triangolo isoscele con due angoli di 48° e l'angolo al vertice di 52° .

- ▶ La geometria in cui è definito questo triangolo è ellittica o iperbolica?



- 4** Un pianeta si muove seguendo la curvatura dello spazio-tempo.

- ▶ Lo spazio-tempo rimane invariato durante il suo movimento?

- 5** Considera un sistema di riferimento con l'origine nel centro della Terra, in cui la Terra ruota da Ovest a Est attorno al proprio asse.

- ▶ In questo sistema di riferimento, un aereo che vola verso Ovest sull'equatore terrestre ha una velocità maggiore o minore di uno fermo a terra?

- 6** La rilevazione di onde gravitazionali è difficile a causa della loro bassissima intensità che rende complicato distinguere i loro effetti da quelli dovuti ad altre cause (fluttuazione termiche, vibrazioni ecc.). In quale modo diversi laboratori alla ricerca di onde gravitazionali potrebbero collaborare per confermare la rilevazione di onde gravitazionali?

PROBLEMI

1 IL PROBLEMA DELLA GRAVITAZIONE

- 1** Una stazione spaziale ha la forma di una ciambella di raggio $r = 130$ m (figura sotto). Un astronauta che si trova alla massima distanza dal centro avverte una gravità artificiale con $g = 3,3$ m/s².

- ▶ Qual è la velocità angolare di rotazione della stazione spaziale?





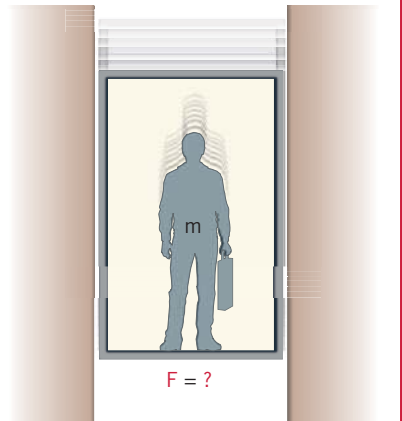
2

★★★

PROBLEMA SVOLTO

Una persona di massa m si trova all'interno di un ascensore in caduta libera.

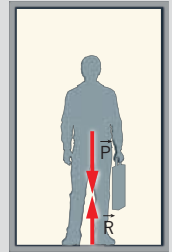
- Quanto vale la forza \vec{F} che la persona esercita sul pavimento dell'ascensore?



Strategia e soluzione

- Per risolvere il problema bisogna esaminare le forze che agiscono sulla persona. In condizioni normali, sulla persona agiscono la forza-peso $\vec{P} = m\vec{g}$ e la reazione vincolare \vec{R} del pavimento (figura a lato). Quindi la forza totale che agisce sulla persona è

$$\vec{F}_{tot} = m\vec{g} + \vec{R}.$$



- Per il terzo principio della dinamica, la forza \vec{F} che la persona esercita sul pavimento è uguale a $-\vec{R}$:

$$\vec{F} = -\vec{R}.$$

- Visto che l'ascensore è in caduta libera, la sua accelerazione \vec{a} è uguale all'accelerazione di gravità \vec{g} . Per il secondo principio della dinamica possiamo quindi scrivere

$$\vec{F}_{tot} = m\vec{a} = m\vec{g} \rightarrow \vec{F}_{tot} = m\vec{g}.$$

- Nell'ultima uguaglianza, al posto di \vec{F}_{tot} sostituiamo ora l'espressione trovata prima ($\vec{F}_{tot} = m\vec{g} + \vec{R}$) e otteniamo

$$m\vec{g} + \vec{R} = m\vec{g}.$$

da cui troviamo

$$\vec{R} = 0.$$

- La reazione vincolare che il pavimento dell'ascensore esercita sulla persona è nulla. Di conseguenza è nulla anche la forza

$$\vec{F} = -\vec{R}.$$

che la persona esercita sul pavimento.

Discussione

Se tra il pavimento e i piedi della persona che si trova nell'ascensore ci fosse su una bilancia, la persona non eserciterebbe alcuna forza su di essa, e il quadrante della bilancia segnerebbe il valore zero.

Per la bilancia che si trova in caduta libera, il peso della persona è uguale a zero, proprio come avverrebbe se persona e bilancia si trovassero nello spazio cosmico, lontanissimi da qualunque altra massa.

2 I PRINCIPI DELLA RELATIVITÀ GENERALE

3 Un'astronave viaggia con accelerazione costante, percorrendo 2,4 km in 30 s partendo da ferma.

★★★

► Qual è l'accelerazione di gravità percepita dagli astronauti all'interno dell'astronave?

[5,3 m/s²]

4 Un progetto scientifico prevede che una grande stazione spaziale, nella quale è creata una forza di gravità artificiale, possa essere costituita da un cilindro di raggio $r = 300$ m, che ruota intorno al suo asse con velocità angolare ω rispetto a un sistema di riferimento inerziale S . L'asse di rotazione del cilindro è fisso nel sistema S .

★★★

► Calcola la velocità di rotazione necessaria perché gli oggetti sul suolo della stazione rotante abbiano lo stesso peso che hanno sulla Terra.

[0,181 rad/s]

3 LE GEOMETRIE NON EUCLIDEE

5 Sulla superficie curva di uno spazio-tempo a geometria iperbolica è disegnato un triangolo isoscele. Sai che due angoli interni di questo triangolo valgono 72° e 50°.

★★★

► Quanto vale il terzo angolo?

[50°]

6 Considera la parte della superficie terrestre che è delimitata dall'equatore e da due meridiani che vanno dal Polo Nord all'equatore e coprono 3 fusi orari.

★★★

► Qual è la somma degli angoli interni di questo «triangolo»?

[225°]

4 GRAVITÀ E CURVATURA DELLO SPAZIO-TEMPO

7 Considera un globo terrestre.

★★★

Determina le rotte geodetiche (cioè quelle di minima distanza, dette anche *lossodromiche*) tra:

► Roma e una città posta approssimativamente sullo stesso meridiano, per esempio Luanda, in Angola.

► Roma e una città posta approssimativamente sullo stesso parallelo, per esempio Detroit, negli USA.



Pictive/Shutterstock

PROBLEMI GENERALI

1 Su una stazione spaziale circolare di raggio $r = 3,2$ km si vuole simulare la forza di gravità di un pianeta che ha massa $M = 4,2 \times 10^{25}$ kg e raggio $r = 62 \times 10^3$ km.

★★★

► Qual è la velocità a cui a cui ruotare il bordo esterno della stazione spaziale?

[48 m/s]

2 Dal capitolo «La gravitazione» del primo volume, sappiamo che la velocità di fuga da un corpo celeste di massa M e raggio r è $v = \sqrt{\frac{2GM}{r}}$. Se la velocità di fuga è uguale alla velocità della luce, il corpo diventa un buco nero.

★★★

► Determina la formula che ti permette di calcolare il valore critico del raggio per il quale un corpo celeste diventa un buco nero.

► Calcola quale raggio dovrebbe avere la Terra per diventare un buco nero.

$$\left[r = \frac{2GM}{c^2}; 8,86 \text{ mm} \right]$$

3 Tracciamo un triangolo su una superficie arbitraria, fissando tre punti e congiungendoli con opportune geodetiche. Misuriamo i tre angoli in-

★★★

terni di questa figura, trovando i seguenti valori:
 $\alpha = 27^\circ$, $\beta = 85^\circ$, $\gamma = 69^\circ$.

► Che tipo di geometria ha questa superficie?

4 ★★★ Un raggio luminoso sulla Terra percorre in direzione orizzontale una distanza di 2000 m. In base al principio di equivalenza, sappiamo che anche un fascio di luce accelera in un campo gravitazionale.

► Qual è l'ordine di grandezza della deflessione del raggio verso il basso nel campo gravitazionale terrestre?

[10^{-10} m]

5 ★★★ Su un disco di raggio r che ruota compiendo un giro in un periodo T vengono posti due orologi, il primo (A) al centro e il secondo (B) sul bordo del disco.

► Spiega perché i due orologi, inizialmente sincronizzati, non lo sono più col passare del tempo e dimostra che la relazione tra gli intervalli di tempo Δt_A e Δt_B misurati da ciascuno di essi è

$$\Delta t_A = \frac{\Delta t_B}{\sqrt{1 - \left(\frac{2\pi r}{cT}\right)^2}}.$$

QUESITI PER L'ESAME DI STATO

1 Enuncia il principio di relatività generale e spiega in che cosa si differenzia dal principio di relatività ristretta.

2 Spiega, con esempi opportuni, che cosa si intende in geometria con il termine spazio curvo.

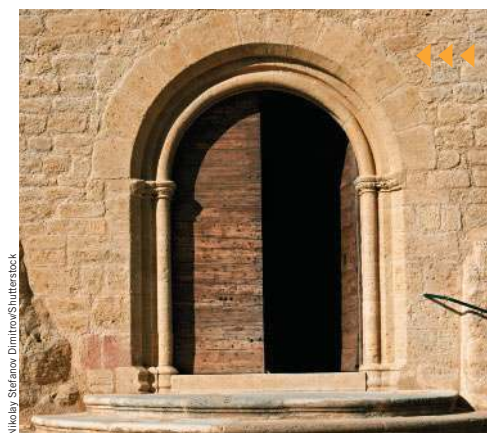
3 Qual è l'interpretazione della gravità secondo Einstein?

4 Descrivi il fenomeno delle onde gravitazionali.



Sam K Tran/SciencePhotoLibrary

1 IL CORPO NERO E L'IPOTESI DI PLANCK



Nikolay Stefanov Dimitrov/Shutterstock

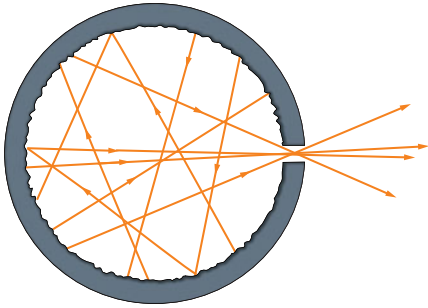
In una giornata di sole il **portale spalancato di una cattedrale** ci appare completamente nero. Infatti tutti i raggi di luce che penetrano nel portale sono assorbiti dalle pareti delle grandi navate e non escono più all'esterno: il portale della cattedrale si comporta come un *corpo nero*:

si chiama **corpo nero** un oggetto capace di assorbire completamente onde elettromagnetiche di qualunque lunghezza d'onda.

Alla fine dell'Ottocento i fisici si resero conto di non essere in grado di spiegare le proprietà di emissione e di assorbimento di un corpo nero. Nei decenni successivi la ricerca di una spiegazione soddisfacente portò alla costruzione della fisica quantistica.

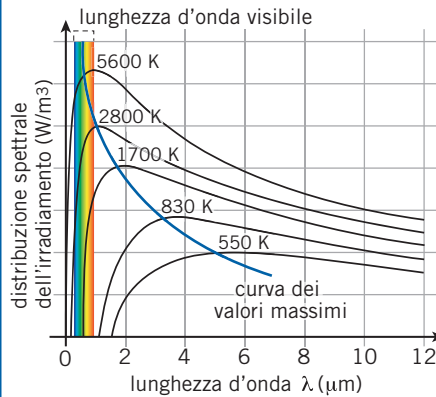
In laboratorio, un corpo nero è costituito da un oggetto cavo che è mantenuto a una temperatura uniforme e costante; le pareti di questa specie di forno assorbono ed emettono continuamente radiazioni elettromagnetiche di tutte le possibili lunghezze d'onda. Con argomenti di termodinamica è possibile dimostrare che questi fenomeni dipendono soltanto dalla temperatura.

► Una minuscola frazione delle radiazioni elettromagnetiche continuamente emesse e assorbite dalle pareti può sfuggire dal corpo cavo attraverso un foro.



A

► Lo spettro della radiazione emessa dipende dalla temperatura del corpo cavo e non dalla composizione chimica delle pareti o dalle dimensioni del foro.



B

Quindi il corpo nero emette radiazioni, oltre ad assorbirle. Ogni curva della figura precedente, determinata sperimentalmente, descrive come, a una temperatura fissata, l'energia emessa è distribuita tra le diverse lunghezze d'onda.

Per esempio, la seconda curva mostra che, alla temperatura di 830 K, non vi è emissione di energia a $\lambda < 1 \mu\text{m}$: la radiazione emessa non è visibile all'occhio umano.

La stessa curva ci dice anche che il massimo dell'emissione avviene a una lunghezza d'onda pari a circa $3,5 \mu\text{m}$. Al crescere della temperatura T , la lunghezza d'onda λ_{max} a cui corrisponde il massimo della curva si sposta verso lunghezze d'onda minori seguendo una legge sperimentale, detta **legge di spostamento di Wien**:

$$\lambda_{\text{max}} = \frac{2,90 \times 10^{-3} \text{ m} \cdot \text{K}}{T} \quad (1)$$

ESEMPIO

Considera lo spettro di corpo nero alla temperatura $T = 830 \text{ K}$.

► Calcola la lunghezza d'onda λ_{max} a cui, a quella temperatura, il corpo nero ha il massimo dell'emissione.

Dalla legge di spostamento di Wien (formula (1)) otteniamo

$$\lambda_{\text{max}} = \frac{2,90 \times 10^{-3} \text{ m} \cdot \text{K}}{T} = \frac{2,90 \times 10^{-3} \text{ m} \cdot \text{K}}{830 \text{ K}} = 3,5 \times 10^{-6} \text{ m} = 3,5 \mu\text{m}.$$

Quindi, per $T = 830 \text{ K}$ la legge di Wien prevede che, come mostrato dalle curve sperimentali, il massimo dell'emissione avvenga alla lunghezza d'onda di $3,5 \mu\text{m}$.

A temperature superiori ai 1000 K si ha emissione di onde elettromagnetiche nella banda del visibile ($\lambda \leq 0,75 \mu\text{m}$). Per questo, un pezzo di ferro scaldato diventa rosso cupo a queste temperature e, man mano che la temperatura aumenta, assume colori sempre più chiari fino ad apparire quasi bianco.

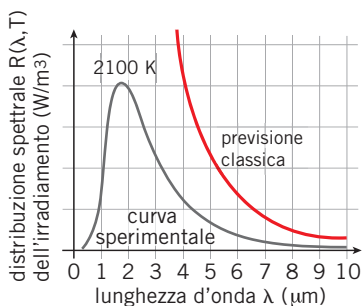


Figura 1 Distribuzione delle onde elettromagnetiche emesse da un corpo nero: curva sperimentale (in nero) e previsione teorica secondo l'elettromagnetismo classico (curva rossa).

Per lunghezze d'onda inferiori a λ_{max} gli spettri scendono rapidamente a zero. Questa è una caratteristica che mise in crisi i fisici alla fine del 1800.

Essi avevano infatti utilizzato le equazioni di Maxwell per studiare l'emissione e l'assorbimento delle radiazioni da parte delle pareti del corpo nero e, come risultato, avevano ottenuto spettri che, invece di scendere a zero a piccole lunghezze d'onda, crescevano indefinitamente (figura 1).

Questo risultato teorico era certamente non in accordo con i dati sperimentali. Ma c'era un'altra difficoltà.

L'area totale compresa tra l'asse delle ascisse e la distribuzione spettrale dell'irradiazione $R(\lambda, T)$ fornisce l'irradiazione totale (su tutte le lunghezze d'onda emesse) del corpo nero. La curva sperimentale (in colore nero) della figura non pone alcun problema, perché racchiude un'area finita e quindi prevede un'irradiazione totale finita. Ma la curva teorica (in colore rosso) non delimita una parte finita del piano cartesiano e quindi prevede che l'irradiazione totale di qualunque corpo nero abbia valore infinito.

Questa evidente violazione del principio di conservazione dell'energia, dovuta al fatto che la curva teorica sale senza limite verso le lunghezze d'onda minori (e quindi alle frequenze più elevate) colpì tanto i fisici dell'epoca da essere definita la **catastrofe ultravioletta**.

La risoluzione di questo problema fu affrontata dai migliori scienziati dell'epoca finché, nel 1900, il fisico tedesco Max Planck (1858-1947) formulò un modello che forniva risultati in perfetto accordo con le curve sperimentali. In tutti i calcoli precedenti a quello di Planck si era assunto che lo scambio di energia tra gli atomi della cavità e la radiazione avvenisse in *modo continuo*. Planck introdusse invece un'ipotesi nuova, secondo cui:

il passaggio di energia tra gli atomi della cavità e la radiazione avviene attraverso lo scambio di «pacchetti di energia».

I «pacchetti di energia» furono da lui stesso chiamati **quanti del campo elettromagnetico** o, più semplicemente, **quanti**.

Secondo Planck, l'energia E scambiata con le pareti è direttamente proporzionale alla frequenza f dell'onda elettromagnetica assorbita o emessa, secondo la formula:

$$E = nhf, \quad (2)$$

dove n è un intero positivo e h è un coefficiente che ora è detto **costante di Planck**. Il suo valore numerico attualmente accettato è

$$h = 6,62607 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}. \quad (3)$$

Grazie alla sua ipotesi, Planck ottenne per la distribuzione spettrale dell'irradiazione $R(\lambda, T)$ l'espressione

$$R(\lambda, T) = \frac{2\pi c^2}{\lambda^5} \frac{h}{e^{\lambda k_B T} - 1} \quad (4)$$

che è in perfetto accordo con i dati sperimentali.

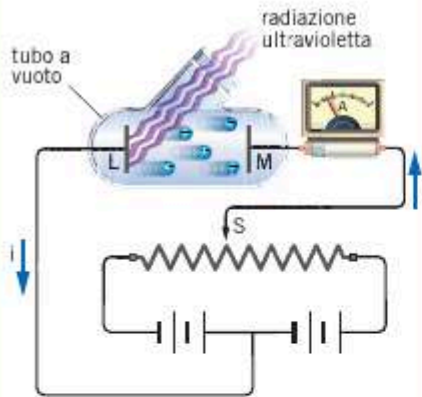
Nonostante il successo del suo procedimento, in un primo tempo lo stesso Planck considerò l'introduzione dei quanti del campo elettromagnetico un semplice artificio matematico non corrispondente a un reale fenomeno fisico.

2 L'EFFETTO FOTOELETTRICO

Nel 1902 il fisico tedesco Philipp Lenard (1862-1947), scoprendo le leggi sperimentali dell'effetto fotoelettrico, permise di dare un'interpretazione fisica ai quanti di Planck.

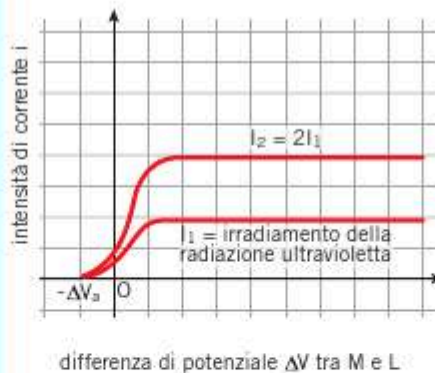
Lenard introdusse l'uso di un tubo a vuoto nel quale una radiazione monocromatica ultravioletta, di lunghezza d'onda λ , colpisce una lastra metallica.

L'elettrodo M (l'anodo) è connesso a un resistore variabile in modo che la differenza di potenziale tra il catodo L e l'anodo M possa variare tra valori negativi e valori positivi.



A

Quando il potenziale di M è positivo e grande, tutti gli elettroni emessi da L sono raccolti e la corrente limite, misurata da un amperometro, è tanto maggiore quanto più grande è l'irradiamento del metallo.



B

Come si vede nella figura sopra

la corrente limite è proporzionale all'irradiamento dovuto alla radiazione ultravioletta.

Il potenziale di arresto

Quando M è scelto sempre più negativo rispetto a L , la corrente della figura precedente diminuisce fino ad annullarsi. Ciò accade per una differenza di potenziale $-\Delta V_a$ che *non dipende* dall'irradiamento.

Gli elettroni sono emessi dal catodo con un'energia cinetica che varia da zero a un valore massimo K_{max} e la differenza di potenziale $-\Delta V_a$ è quella che riesce ad arrestare anche gli elettroni più veloci prima che giungano all'elettrodo M .

Esaminiamo allora il caso in cui l'elettrodo L ha il potenziale di riferimento di 0 V , mentre M si trova al potenziale negativo $-\Delta V_a$ (figura 2) e analizziamo il comportamento di un elettrone emesso da L con energia cinetica K_{max} .

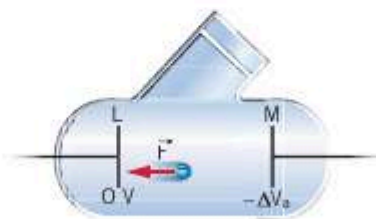


Figura 2 Quando il potenziale di M è minore di quello di L , l'elettrone emesso da L è respinto dall'elettrodo M .

Possiamo immaginare come questo elettrone, emesso con una velocità iniziale rivolta verso l'elettrodo M , durante il suo moto sia progressivamente rallentato dalla forza elettrica (rivolta verso L) e infine si fermi quando è a pochissima distanza da M .

- Quando è in prossimità di L , l'energia totale dell'elettrone è

$$K_{\text{iniziale}} + U_{\text{iniziale}} = K_{\text{max}} + (-e) \times (0 \text{ V}) = K_{\text{max}}.$$

- Quando poi l'elettrone si trova ad avere velocità nulla in prossimità di M , la sua energia totale è

$$K_{\text{finale}} + U_{\text{finale}} = 0 \text{ J} + (-e) \times (-\Delta V_a) = e\Delta V_a.$$

Per la conservazione dell'energia, i secondi membri delle formule precedenti sono uguali e quindi

$$K_{\text{max}} = e\Delta V_a \quad (5)$$

Questa formula permette di calcolare l'energia cinetica massima K_{max} con cui sono emessi gli elettroni a partire dalla misura del **potenziale di arresto** ΔV_a .

Potenziale di arresto

ΔV_a è detto **potenziale di arresto** perché esso ferma anche gli elettroni più veloci emessi per effetto della radiazione che colpisce la piastra L .

Irraggiamento e campo elettrico

Secondo la formula (23) del capitolo «Le equazioni di Maxwell e le onde elettromagnetiche», l'irraggiamento E_e è legato all'ampiezza E_0 del campo elettrico oscillante attraverso la relazione

$$E_e = \frac{1}{2} c \epsilon_0 E_0^2.$$

Le difficoltà dell'elettromagnetismo classico

Le curve del grafico tensione-corrente precedente mostrano che il valore di ΔV_a , e quindi l'energia cinetica massima degli elettroni, non dipendono dall'irraggiamento determinato dalla radiazione ultravioletta incidente sulla piastra.

Questo risultato sperimentale non può essere spiegato con l'elettromagnetismo classico.

Infatti, secondo la teoria di Maxwell l'energia di estrazione è fornita agli elettroni, legati nel metallo, dal campo elettrico oscillante dell'onda incidente. Aumentando l'irraggiamento, dovrebbe allora aumentare l'energia cinetica che gli elettroni possiedono dopo avere speso, per uscire dal metallo, un'energia uguale al lavoro di estrazione W_e .

I dati sperimentali mostrano che K_{max} dipende in modo cruciale non dall'irraggiamento della radiazione incidente (come invece ci si aspetta dall'elettromagnetismo classico), ma dalla sua frequenza. In particolare, si osserva che

si ha emissione di elettroni per effetto fotoelettrico soltanto se la frequenza f della radiazione incidente è maggiore di un valore minimo f_{min} , che dipende dal metallo.

Se la frequenza f è maggiore di f_{min} , i dati sperimentali mostrano che K_{max} aumenta linearmente con $(f - f_{\text{min}})$. La **figura 3** è stata ottenuta sulla base dei dati, pubblicati nel 1916 da Robert Millikan, per gli elettroni emessi dal sodio. Lo stesso andamento vale per tutti i metalli esaminati, ma i valori di f_{min} cambiano al variare del metallo.

Anche questi risultati sperimentali sono in contraddizione con la teoria di Maxwell secondo la quale, affinché un elettrone venga strappato al metallo, è sufficiente che il campo elettrico oscillante gli ceda un'energia maggiore del lavoro di estrazione W_e . Infatti, secondo l'elettromagnetismo classico, ciò dovrebbe avvenire con radiazione di qualunque frequenza purché il suo irradiazione, che si esercita su una piccolissima porzione del metallo, sia abbastanza grande.

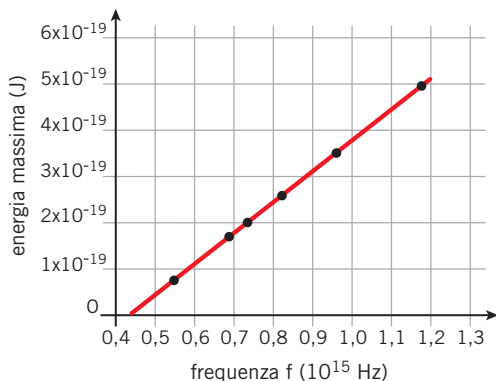


Figura 3 Effetto fotoelettrico: grafico sperimentale dell'energia cinetica massima degli elettroni emessi in funzione della frequenza della radiazione incidente.

3 LA QUANTIZZAZIONE DELLA LUCE SECONDO EINSTEIN

Per spiegare le leggi sperimentali dell'effetto fotoelettrico, nel 1905 Albert Einstein «prese sul serio», per così dire, l'ipotesi fatta da Planck sulla quantizzazione dell'energia *scambiata* tra atomi e radiazione elettromagnetica:

la radiazione elettromagnetica è composta da singoli pacchetti di energia, i quanti del campo elettromagnetico, che più tardi furono chiamati **fotoni**.

Ogni fotone ha massa nulla e trasporta un'energia E direttamente proporzionale alla sua frequenza f ; secondo Einstein, la costante di proporzionalità non è altro che la costante di Planck h , data dalla relazione (3):

$$E = hf \quad (6)$$

energia (J)
costante di Planck (J·s)
frequenza (Hz)

Quindi, nella radiazione elettromagnetica, l'energia è **quantizzata**: data la frequenza f dell'onda, l'energia trasportata da un fascio luminoso monocromatico può assumere soltanto un insieme discreto di valori, tutti multipli di una quantità fondamentale.

Ma non è quantizzata soltanto l'energia. Infatti, secondo la relatività, l'energia totale E e la quantità di moto p di un corpo di massa m sono legati secondo la relazione $E = \sqrt{c^2 p^2 + m^2 c^4}$. Con $m = 0$, un fotone trasporta una *quantità di moto* di modulo

$$p = \frac{E}{c} = \frac{hf}{c}, \quad (7)$$

anch'essa proporzionale a f , e, quindi, quantizzata.

Se la radiazione elettromagnetica è costituita di fotoni, ciascuno di energia hf , nell'interazione tra le pareti del corpo nero e la radiazione possono essere scambiati un numero intero di fotoni, e non (per esempio) due fotoni e mezzo. L'ipotesi di Einstein spiega quindi quella introdotta da Planck con la formula (2) per giustificare lo spettro del corpo nero.

Annus mirabilis

Il 1905 è lo stesso anno in cui Einstein pubblicò l'articolo sull'interpretazione del moto browniano, la prima memoria sulla relatività ristretta e l'articolo nel quale apparve per la prima volta l'energia di riposo di un corpo.

Massa nulla del fotone

Secondo la Relatività, nessun corpo massivo può raggiungere la velocità della luce nel vuoto, c . I fotoni, che hanno velocità c , devono quindi avere massa nulla.

Il modello dei fotoni di Einstein non è in contraddizione con la teoria elettromagnetica di Maxwell: l'enorme numero di fotoni che costituisce un fascio di luce ordinario si comporta come un'onda, esattamente come le molecole di un corpo, pur avendo proprietà «granulari», costituiscono un mezzo che appare continuo su scala macroscopica.

ESEMPIO

Una luce blu può avere frequenza $f = 6,50 \times 10^{14}$ Hz.

► Calcola l'energia E e la quantità di moto p di un fotone di quella luce blu.

• L'energia del fotone si calcola con la formula (5):

$$E = hf = (6,63 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \cancel{\text{s}}) \times \left(6,50 \times 10^{14} \frac{1}{\cancel{\text{s}}}\right) = 4,31 \times 10^{-19} \text{ J}.$$

• La quantità di moto dello stesso fotone è data dalla formula (6):

$$p = \frac{E}{c} = \frac{4,31 \times 10^{-19} \text{ J}}{3,00 \times 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}} = 1,44 \times 10^{-27} \left(\text{kg} \cdot \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2}\right) \cdot \frac{\cancel{\text{s}}}{\cancel{\text{m}}} = 1,44 \times 10^{-27} \text{ kg} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

La spiegazione dell'effetto fotoelettrico

In certe condizioni i fotoni rivelano la loro «individualità». In effetti, secondo Einstein, le proprietà dell'effetto fotoelettrico si spiegano se si ammette che, nel metallo colpito da un fascio di luce ultravioletta, si ha sempre e soltanto l'interazione di un *singolo* fotone con un *solo* elettrone.

L'elettrone può uscire dal metallo soltanto se l'energia E del fotone è almeno uguale al lavoro di estrazione W_e . La proprietà di quantizzazione $E = hf$ pone allora la condizione

$$hf \geq W_e, \quad \text{da cui} \quad f \geq \frac{W_e}{h}.$$

Deve quindi esistere una frequenza minima

$$f_{\min} = \frac{W_e}{h} \quad (8)$$

al di sotto della quale l'effetto fotoelettrico non può avvenire. Una delle difficoltà dell'interpretazione dell'effetto fotoelettrico è così risolta.

Per studiare il secondo aspetto problematico, prendiamo in esame l'interazione elettrone-fotone: un elettrone che assorbe un fotone di energia $E = hf$ e non dissipa energia, a causa di urti con gli ioni del metallo, esce con energia cinetica K_{\max} .

La conservazione dell'energia permette allora di scrivere l'equazione

$$K_{\max} = hf - W_e \quad (9)$$

Ecco che K_{\max} dipende soltanto da f e non dall'irradiazione dell'onda elettromagnetica. Cioè, K_{\max} non dipende dal numero di fotoni che, ogni secondo, incidono sull'unità di area del metallo.

Combinando le equazioni (8) e (9) si trova che K_{max} è proporzionale a $(f - f_{min})$:

$$K_{max} = h(f - f_{min}), \quad (10)$$

come è mostrato dai dati sperimentali.

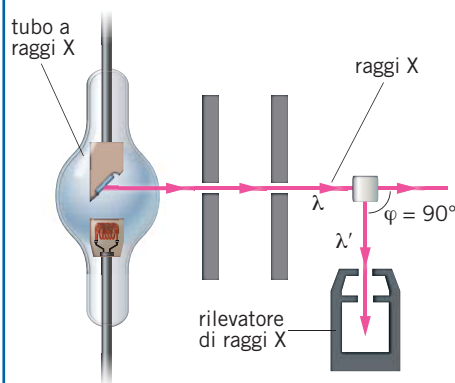
4 L'EFFETTO COMPTON

Per diversi anni, l'idea di Einstein secondo cui la luce è composta di fotoni non fu accettata da tutto il mondo scientifico. Gli stessi Planck, Lorentz e Millikan ritenevano inaccettabile l'esistenza reale dei fotoni, dato che, nei fenomeni di interferenza, le radiazioni elettromagnetiche si comportano come onde.

Però, nel 1923, il fisico statunitense Arthur H. Compton (1892-1962) pubblicò i risultati delle sue ricerche sperimentali sulle proprietà della diffusione di raggi X da parte di elettroni (fenomeno che, da allora, è detto **effetto Compton**). L'esperimento consisteva nell'inviare un fascio monocromatico di raggi X contro un bersaglio di grafite e nel misurare la lunghezza d'onda della radiazione diffusa a diversi angoli rispetto alla direzione iniziale.

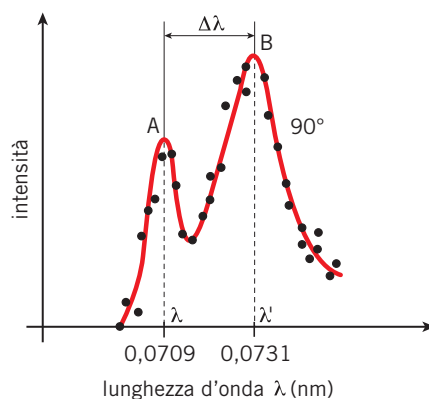
La lunghezza d'onda dei raggi X era $\lambda = 0,0709 \text{ nm} = 7,09 \times 10^{-11} \text{ m}$, molto minore della lunghezza d'onda della luce visibile: $\lambda = (4 \div 7) \times 10^{-7} \text{ m}$.

► Un fascetto collimato di raggi X colpisce un bersaglio di grafite e il rivelatore misura la lunghezza d'onda λ' della radiazione diffusa a diversi angoli φ .



A

► Oltre a raggi X della stessa λ , a 90° rispetto alla radiazione incidente Compton osservò raggi X di lunghezza d'onda media più grande: $\lambda' = 7,31 \times 10^{-11} \text{ m}$.



B

Raggi X monocromatici

Per semplicità nella figura non è disegnato l'apparato che permette di produrre raggi X di una sola lunghezza d'onda.

La diffusione di onde elettromagnetiche di lunghezza d'onda *maggiore* di quella iniziale non può essere spiegata dall'elettromagnetismo classico.

Infatti, secondo la teoria di Maxwell tutti gli elettroni, che nella grafite sono praticamente liberi, si mettono a oscillare con la *stessa* frequenza $f = c/\lambda$ della radiazione incidente e, quindi, emettono radiazioni che hanno necessariamente la *stessa* lunghezza d'onda λ . Si può così spiegare il picco A della figura precedente, ma non il picco B.

L'esperienza mostra che il picco B , osservato a 90° dalla direzione incidente, è spostato dal punto A di una quantità che, indipendentemente dal materiale e anche dalla lunghezza d'onda λ , vale:

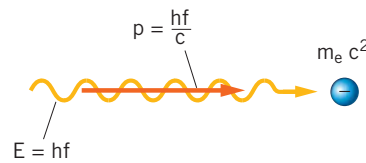
$$\Delta\lambda = \lambda' - \lambda = (7,31 - 7,09) \times 10^{-11} \text{ m} = 0,22 \times 10^{-11} \text{ m}. \quad (11)$$

Interpretazione dell'effetto Compton

La presenza del picco B e questo risultato sperimentale furono spiegati da Compton stesso utilizzando l'ipotesi di Einstein:

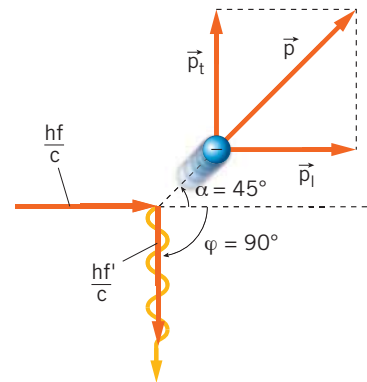
la radiazione elettromagnetica è composta di quanti (i fotoni) che interagiscono con gli elettroni come particelle singole.

► Prima dell'urto, l'elettrone è fermo, mentre il fotone trasporta un'energia hf e una quantità di moto hf/c .



A

► Dopo l'urto, il fotone diffuso a $\varphi = 90^\circ$ ha energia hf' . L'elettrone ha una quantità di moto \vec{p} con componenti p_l e p_t .



B

Per la conservazione della quantità di moto, le componenti p_l e p_t sono uguali alle quantità di moto dei due fotoni:

$$p_l = \frac{hf}{c}; \quad p_t = \frac{hf'}{c}.$$

Essi differiscono di pochissimo, perché (come mostrano i dati di Compton) le lunghezze d'onda λ' e λ , e quindi le frequenze f' e f , sono praticamente uguali.

Avendo $p_l \cong p_t$, l'elettrone si mette in moto a 45° e la sua energia cinetica vale

$$K_e = \frac{1}{2} m_e v^2 = \frac{1}{2 m_e} m_e^2 v^2 = \frac{p^2}{2 m_e} = \frac{(\sqrt{2} p_l)^2}{2 m_e} = \frac{h^2 f^2}{m_e c^2}.$$

Per la conservazione dell'energia, K_e è uguale alla differenza tra le energie dei due fotoni:

$$hf - hf' = \frac{h^2 f^2}{m_e c^2}.$$

Il simbolo m_e
In questo capitolo e nei successivi, il simbolo m_e indica la massa dell'elettrone.

Dopo aver diviso i due membri per h , questa formula si può scrivere in funzione delle lunghezze d'onda come:

$$\frac{c}{\lambda} - \frac{c}{\lambda'} = \frac{h}{m_e \lambda^2},$$

si ricava così:

$$\Delta\lambda = \lambda' - \lambda = \frac{h}{m_e c} \frac{\lambda \lambda'}{\lambda^2} \cong \frac{h}{m_e c}, \quad (12)$$

tenuto conto del fatto che λ è praticamente uguale a λ' .

La relazione (12) giustifica il risultato sperimentale (11): infatti $h/(m_e c)$ vale $0,24 \times 10^{-11}$ m, in ottimo accordo con la (11).

La formula (12) dà un'espressione esplicita (in cui compare la costante di Planck h) del valore numerico osservato nel caso di diffusione del fotone a un angolo $\varphi = 90^\circ$. La trattazione analitica completa di Compton, che è molto più complicata e tiene conto della relatività ristretta, fornisce la relazione

$$\Delta\lambda = \lambda' - \lambda = \frac{h}{m_e c} (1 - \cos \varphi) \quad (13)$$

che si riduce alla (12) nel caso $\varphi = 90^\circ$.

Dopo l'esperimento di Compton, nessuno poteva più avanzare dubbi: i fotoni esistono realmente e, in certe condizioni, interagiscono con la materia in modo individuale, subendo urti elastici che obbediscono alle stesse leggi che regolano le interazioni tra particelle, purché si tenga conto del fatto che un fotone si muove sempre alla stessa velocità c e che trasporta, oltre a un'energia hf , anche una quantità di moto hf/c .

ESEMPIO

In un esperimento sull'effetto Compton si raccolgono i raggi X a un angolo di diffusione $\varphi = 30^\circ$.

► Quanto vale, in questo caso, il valore di $\Delta\lambda$?

Dalla formula (12) calcoliamo:

$$\begin{aligned} \Delta\lambda &= \frac{h}{m_e c} (1 - \cos \varphi) = \frac{6,63 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}}{(9,11 \times 10^{-31} \text{ kg}) \times (3,00 \times 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}})} \times [1 - \cos(30^\circ)] = \\ &= 3,25 \times 10^{-11} \left(\cancel{\text{kg}} \cdot \frac{\cancel{\text{m}^2}}{\cancel{\text{s}^2}} \right) \cdot \frac{\cancel{\text{s}}}{\cancel{\text{kg}}} \cdot \frac{\cancel{\text{s}}}{\cancel{\text{m}}} = 3,25 \times 10^{-11} \text{ m}. \end{aligned}$$

5 LO SPETTRO DELL'ATOMO DI IDROGENO

Se si scompone con un prisma la luce emessa da un gas monoatomico portato ad alta temperatura o attraversato da corrente elettrica, si vede un insieme di righe brillanti, ciascuna di colore ben definito (cioè di frequenza ben determinata). Si tratta di uno **spettro di righe**.

Una parte dello spettro di emissione dell'idrogeno atomico è mostrato nella **figura 4**. La scala numerica è espressa in *angstrom* ($1 \text{ \AA} = 10^{-10} \text{ m}$).

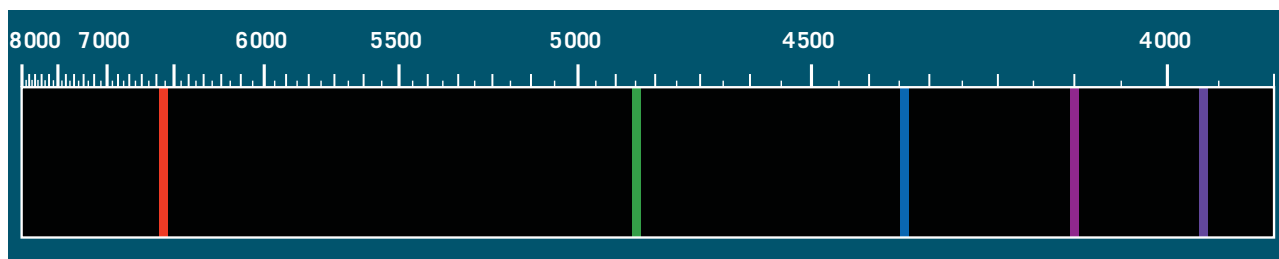


Figura 4 Spettro di emissione dell'idrogeno atomico.

Si nota che le righe si addensano verso le lunghezze d'onda più piccole, cioè verso le frequenze $f = c/\lambda$ più alte. Nel 1885 il fisico svizzero Johann Balmer (1825-1898) scoprì per via empirica che le frequenze delle righe visibili nello spettro dell'idrogeno monoatomico sono date dalla formula

$$f = cR_H \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{n^2} \right), \quad (14)$$

dove c è la velocità della luce nel vuoto, $R_H = 1,097 \times 10^7 \text{ m}^{-1}$ è una costante di proporzionalità e n è un numero intero maggiore di 2. L'insieme dei valori di f che si ottengono dalla formula (14) è detto **serie spettrale di Balmer**.

La serie spettrale di Balmer contiene le righe di emissione dell'idrogeno che si trovano nell'ambito della luce visibile. Fu soltanto nei primi anni del 1900 che, con nuove tecniche sperimentali, fu scoperta l'esistenza di due nuove serie, una nella zona infrarossa e una nell'ultravioletto.

In tutti questi casi le frequenze delle diverse onde elettromagnetiche emesse dall'idrogeno sono calcolabili mediante la formula

$$f = cR_H \left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right), \quad (15)$$

dove m e n sono due numeri interi con $n > m$

All'inizio del 1900 non si capiva perché ogni elemento chimico dovesse avere un ben preciso spettro di emissione. La soluzione di tale problema richiese nuove conoscenze sulla struttura della materia e nuove idee teoriche, che sono l'argomento dei prossimi paragrafi.

ESEMPIO

Facendo riferimento alla formula (15), la seconda linea della serie di Lyman ha $m = 1$ e $n = 3$.

► Calcola il valore della frequenza f di tale linea.

Sostituendo i dati nella formula (15) otteniamo:

$$\begin{aligned} f &= cR_H \left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right) = cR_H \left(1 - \frac{1}{9} \right) = \\ &= \left(2,998 \times 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}} \right) \times \left(1,097 \times 10^7 \frac{1}{\text{m}} \right) \times \frac{8}{9} = 2,923 \times 10^{15} \text{ Hz.} \end{aligned}$$

Serie spettrali

Con $m = 2$, dalla (14) si ritrova la serie di Balmer espressa dalla formula (14). Il caso $m = 1$ descrive frequenze nell'ultravioletto (serie di Lyman), mentre con $m = 3$ si ottengono le linee nell'infrarosso (serie di Paschen).

6 L'ESPERIENZA DI RUTHERFORD

L'esplorazione delle strutture microscopiche degli esseri viventi e della materia si è sviluppata dal Seicento all'Ottocento grazie all'uso dei microscopi ottici. Questi, però, non riescono a esaminare oggetti che si trovano all'interno di corpi opachi e, a causa della diffrazione della luce, non possono distinguere dettagli molto più piccoli del micrometro.

Per risolvere queste limitazioni sono state sviluppate metodologie che utilizzano fasci diversi da quelli di luce; per esempio i fasci di ultrasuoni permettono di vedere all'interno di organismi biologici e i raggi X, in più, sono in grado di esaminare dettagli molto più piccoli del micrometro.

In fisica si utilizzano spesso anche i fasci di materia, per esempio formati da elettroni, o da particelle alfa (che sono cariche positivamente). Questi due tipi di particelle subatomiche sono stati utilizzati per primi, perché sono emessi spontaneamente dai materiali radioattivi, ma ora si utilizzano fasci di molti generi diversi, ottenuti artificialmente, tra cui fasci di neutrini, elettroni, antielettroni, protoni e antiprotoni, neutroni e ioni.

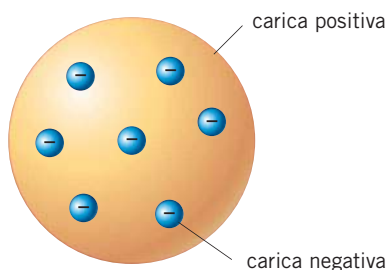
Il modello atomico di Thomson

Alla fine dell'Ottocento molti fisici ritenevano fondata l'ipotesi che la materia fosse formata da corpuscoli elementari molto piccoli, detti «atomi». Un grande numero di dati sperimentali raccolti sia in chimica, sia nell'ambito della termodinamica, poteva essere spiegato in maniera relativamente semplice applicando il modello atomico e molecolare della materia.

Gli studi elettrici mostravano che nella materia sono presenti cariche elettriche di due tipi. La scoperta dei raggi catodici (in particolare, gli studi del fisico e matematico inglese John Joseph Thomson a questo riguardo) aveva messo in evidenza che esistono nella materia delle particelle, poi chiamate «elettroni», molto leggere, praticamente puntiformi e dotate di carica negativa.

Quindi sembrava probabile che gli atomi contenessero al loro interno gli elettroni; però, dal momento che la materia è globalmente neutra, ogni atomo doveva anche contenere cariche positive in modo da annullare le cariche negative degli elettroni presenti.

Visto che gli elettroni sono molto leggeri, era necessario che la carica positiva portasse con sé praticamente tutta la massa dell'atomo. J. J. Thomson propose quindi un modello in cui immaginava che la carica positiva fosse distribuita in modo uniforme, occupando tutto il volume dell'atomo, mentre quella negativa era concentrata in corpuscoli (ciò è mostrato in modo semplificato nella [figura 5](#)):



Diffrazione della luce visibile

Per la luce visibile si può assumere una lunghezza d'onda dell'ordine di 500 nm ($0,5 \times 10^{-3}$ mm). Ostacoli di queste dimensioni o più piccoli sono «aggirati» dall'onda luminosa e non possono essere messi in evidenza.

Figura 5 Rappresentazione schematica del modello atomico di Thomson.

secondo il modello di Thomson, l'atomo è costituito da una sfera di carica positiva in cui sono disseminati gli elettroni «come l'uvetta nel panettone».

Per questa ragione il modello atomico di Thomson è spesso chiamato «modello a panettone» (*plum pudding model*).

Secondo i calcoli di Thomson, per avere stabilità sotto l'effetto delle forze di Coulomb che si esercitano tra la carica positiva e quella negativa, gli elettroni dovevano muoversi in modo approssimativamente circolare all'interno della carica positiva.

Descrizione dell'esperimento di Rutherford

Il fisico neozelandese Ernest Rutherford (1871-1937) portò a termine nel 1911, con i suoi collaboratori Hans Geiger ed Ernest Marsden, una celebre serie di esperimenti in cui sottopose a verifica sperimentale il modello atomico di Thomson. Per interpretare i risultati Rutherford fece l'ipotesi che la legge di Coulomb, allora verificata quando le cariche elettriche erano a pochi centimetri l'una dall'altra, fosse valida anche a distanze atomiche e subatomiche.

Come è mostrato nella **figura 6**, l'esperimento consisteva nel lanciare contro una lamina d'oro molto sottile un fascio di particelle, dette «alfa».

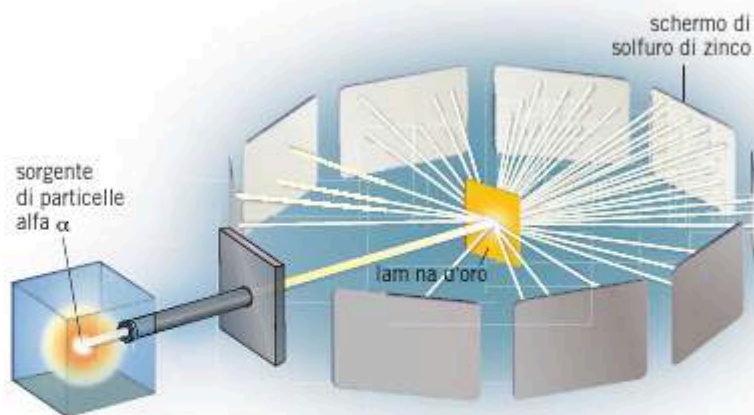
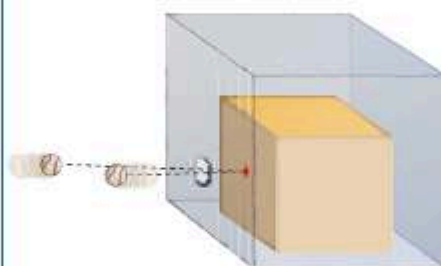


Figura 6 Struttura dell'apparato sperimentale di Rutherford.

Un esempio su scala umana aiuta a comprendere l'esperimento. Supponiamo che due bersagli di forma diversa siano nascosti alla vista perché rinchiusi in scatole di carta velina molto sottile.

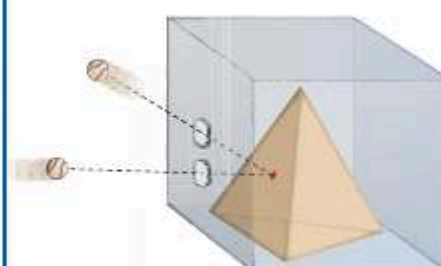
È sempre possibile ricostruire la forma dell'oggetto senza vederlo direttamente se si lanciano contro le scatole un gran numero di palline di gomma:

se la scatola contiene un cubo, molte palline tornano verso la persona che le lancia.



A

Se la scatola contiene un tetraedro, le palline escono deviate verso l'alto e verso i lati.



B

Gli atomi non si possono vedere, ma è possibile studiare la loro struttura lanciando contro di essi particelle che hanno dimensioni più piccole di quelle dell'atomo.

Le «palline» utilizzate da Rutherford e collaboratori erano particelle alfa, che sono emesse spontaneamente da particolari elementi radioattivi. Esse hanno una massa uguale a quella dell'atomo di elio e una carica positiva pari a $+2e$.

Le particelle alfa hanno quindi una massa che è circa 10 000 volte maggiore di quella di un elettrone e viaggiano a una velocità che è dell'ordine di un decimo di quella della luce. Quasi tutte attraversavano la lamina d'oro come se questa non esistesse e, emergendo dall'altra parte, erano intercettate da uno schermo fluorescente. Ogni impatto di una particella alfa veniva segnalato sullo schermo da un minuscolo lampo di luce.

L'angolo formato dalla particella alfa che esce dalla lamina, rispetto alla sua direzione iniziale, è detto «angolo di diffusione» (figura 7).

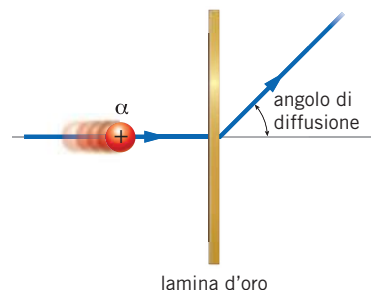


Figura 7 Definizione dell'angolo di diffusione.

Misurando gli angoli di diffusione delle particelle alfa si ottengono informazioni sulla struttura dei bersagli contro cui esse hanno urtato, anche se i bersagli non sono visibili.

Nell'esperimento gli atomi di oro contenuti nella lamina sono i bersagli. Le particelle alfa, mentre attraversano una lamina spessa 10^{-7} m, ne incontrano circa un migliaio. Gli elettroni, così leggeri rispetto alle particelle alfa, non possono deviarle in modo significativo; quindi ciascuna particella alfa risente soltanto dell'interazione repulsiva delle cariche positive presenti negli atomi.

Se è corretto il modello atomico di Thomson, con la carica positiva dispersa in un volume relativamente grande, questa repulsione non può essere molto intensa. Come conseguenza,

il modello atomico di Thomson prevede che, passando attraverso la lamina d'oro, le particelle alfa debbano avere angoli di diffusione piccoli.

La figura 8 mostra, in modo qualitativo, il risultato che ci si aspettava per l'esperimento di Rutherford nel caso in cui il modello di Thomson fosse corretto.

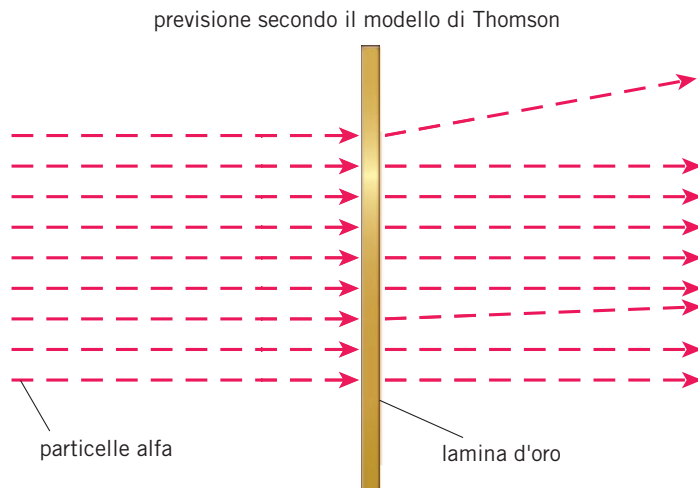
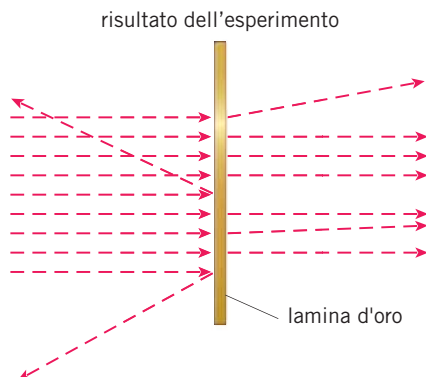


Figura 8 Previsione del risultato dell'esperimento di Rutherford atteso sulla base del modello di Thomson.

Il risultato dell'esperimento di Rutherford

Invece, Rutherford fu molto sorpreso nello scoprire che alcune particelle alfa (circa 1 su 8000) tornavano addirittura indietro, cioè erano riflesse dalla lamina (figura 9). Come egli scrisse più tardi, «era quasi altrettanto incredibile che vederci rimbalzare addosso un proiettile da artiglieria, dopo averlo sparato contro un foglio di carta velina».

Figura 9 Rappresentazione grafica del risultato dell'esperimento di Rutherford.



Per spiegare questo risultato Rutherford propose un nuovo modello atomico:

l'atomo è costituito da un nucleo positivo estremamente piccolo posto al centro di una sfera molto più grande, dove la carica negativa degli elettroni è distribuita in modo più o meno uniforme.

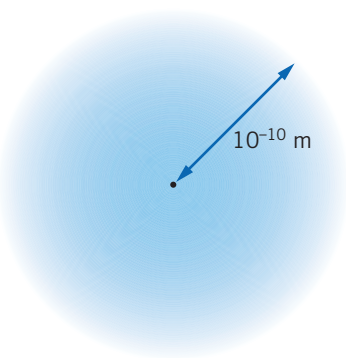


Figura 10 Rappresentazione grafica del modello atomico di Rutherford.

L'atomo di Rutherford ha un raggio dell'ordine di 10^{-10} m e contiene un nucleo con un raggio dell'ordine di 10^{-14} m. La figura 10, che rappresenta tale modello atomico, non è in scala, perché il raggio dell'atomo dovrebbe essere $(10^{-10} \text{ m}) / (10^{-14} \text{ m}) = 10^4$ volte più grande di quello del puntino centrale.

Questo modello spiega il fatto che l'angolo di diffusione misurato nell'esperimento di Rutherford è talvolta grande, fino a raggiungere anche il valore di 180° . Infatti, come mostra la figura 11, la carica positiva è concentrata nei nuclei e alcune particelle alfa, che casualmente passano vicino a un nucleo, possono subire deviazioni molto grandi. Tutte le altre particelle, che attraversano la lamina passando lontano dai nuclei, hanno invece deviazioni molto piccole o anche nulle.

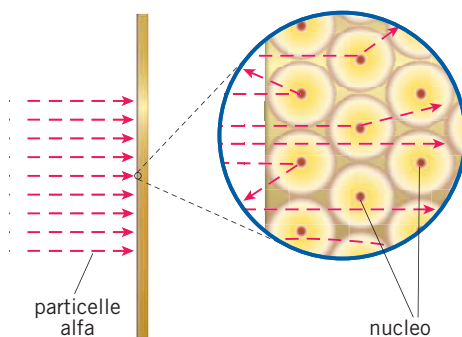


Figura 11 Interpretazione dei risultati dell'esperimento di Rutherford alla luce del suo modello atomico.

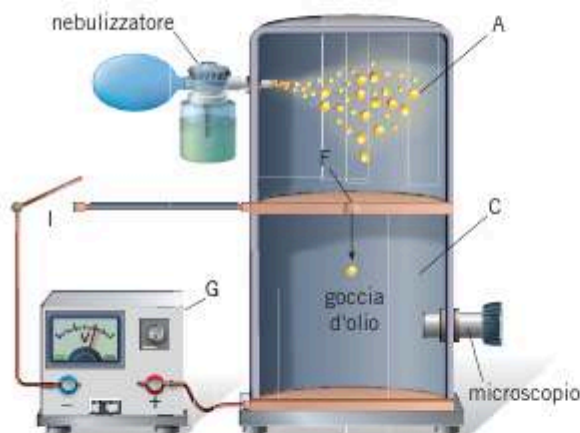
Se al centro dell'atomo c'è un nucleo positivo, ci si deve chiedere come si comportano gli elettroni presenti attorno al nucleo. Di certo non possono essere fermi, perché altrimenti sarebbero attirati sul nucleo dalla forza di Coulomb. Fu naturale pensare che gli elettroni ruotassero attorno al nucleo come i pianeti attorno al Sole, con la forza gravitazionale di attrazione sostituita dalla forza attrattiva tra nucleo positivo ed elettroni negativi.

Per questa ragione, il modello atomico di Rutherford è spesso chiamato **modello planetario dell'atomo**.

7 L'ESPERIMENTO DI MILLIKAN

Nel capitolo «La carica elettrica e la legge di Coulomb», dicendo che la carica di un elettrone è pari a $-1,6022 \times 10^{-19}$ C, abbiamo dato per scontato che tutti gli elettroni abbiano la stessa carica. Questo risultato sperimentale fu ottenuto negli anni tra il 1907 e il 1911 dal fisico statunitense Robert A. Millikan (1868-1953).

L'apparato sperimentale di Millikan è schematizzato nella **figura 12**. Un nebulizzatore permette di spruzzare goccioline d'olio che cadono nel contenitore A. Per strofinio contro il cannello del nebulizzatore alcune goccioline si elettrizzano con cariche di entrambi i segni.



Alcune di queste goccioline cariche si infilano nel forellino F ed entrano nella zona C, tra le due armature di un condensatore a cui è applicata una differenza di potenziale ΔV . All'interno del condensatore tale differenza di potenziale genera un campo elettrico uniforme di intensità

$$E = \frac{\Delta V}{s}, \quad (16)$$

dove s è la distanza tra le armature.

Le goccioline che cadono nel condensatore scarico si muovono di moto uniforme a causa dell'attrito viscoso con l'aria.

Consideriamo una gocciolina che si trova nella zona C. Guardando attraverso il microscopio la possiamo vedere mentre attraversa a velocità costante lo spazio tra le armature. Se ora chiudiamo l'interruttore I, possono succedere tre cose:

1. se la goccia è scarica, non osserviamo alcuna variazione nel suo comportamento;
2. se la goccia è carica negativamente, la vediamo accelerare verso il basso, perché la forza elettrica che si genera ha lo stesso verso della forza-peso della goccia;
3. se la goccia è carica positivamente, la vediamo rallentare o addirittura invertire il proprio moto. In questo caso, infatti, la forza elettrica è rivolta verso l'alto, nel senso opposto della forza-peso.

Il secondo e il terzo sono i casi interessanti. Per fissare le idee esaminiamo il terzo, ma la trattazione del secondo è analoga.

ESPERIMENTO VIRTUALE

M come Millikan

- Gioca
- Misura
- Esercitati



Figura 12 Apparato sperimentale di Millikan.

Moto in un fluido

Per il moto rettilineo uniforme di una sfera che cade in un fluido e per la legge di Stokes (che si utilizza in seguito) vedi il capitolo «La meccanica dei fluidi».

Analisi dell'esperimento di Millikan

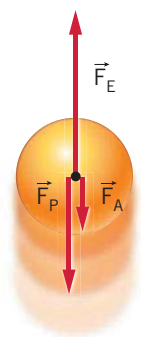


Figura 13 Schema vettoriale delle forze che agiscono su una microsfera dell'esperimento di Millikan che si muove verso l'alto a velocità costante.

Nel suo esperimento Millikan determinò il raggio (e quindi la massa) delle goccioline d'olio che stava esaminando. Nella ripetizione moderna dell'esperimento si usano microsfele di plastica che hanno tutte la stessa massa m e lo stesso raggio r , dell'ordine di $1 \mu\text{m}$.

Sulla microsfera che risale verso l'alto agiscono tre forze (figura 13): la forza elettrica \vec{F}_E verso l'alto, la forza-peso \vec{F}_P verso il basso e la forza di attrito viscoso \vec{F}_A ancora verso il basso, visto che si oppone al moto della sfera.

I moduli delle tre forze sono

$$F_E = qE = q \frac{\Delta V}{s}; \quad F_P = mg; \quad F_A = 6\pi\eta rv. \quad (17)$$

Nella prima formula q è la carica (incognita) della sfera e il campo elettrico è calcolato con la (16); nella seconda formula la massa m della microsfera è nota; la terza formula è la legge di Stokes, secondo cui la forza d'attrito F_A è direttamente proporzionale alla viscosità η dell'aria, al raggio r (noto) della microsfera e alla sua velocità v .

Si osserva sperimentalmente che la sfera si muove verso l'alto di moto rettilineo uniforme. Per il primo principio della dinamica, ciò significa che la somma vettoriale delle forze applicate è nulla. Quindi possiamo scrivere

$$F_E = F_A + F_P \Rightarrow q \frac{\Delta V}{s} = 6\pi\eta rv + mg$$

e dalla seconda equazione ricaviamo

$$q = (6\pi\eta rv + mg) \frac{s}{\Delta V}. \quad (18)$$

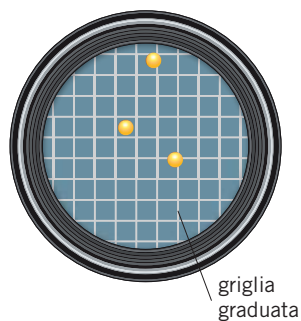


Figura 14 La griglia graduata nell'oculare del microscopio permette di misurare la velocità delle microsfele.

Questa è la formula che permette di ricavare la carica q che è rimasta, per strofinio, sulla microsfera.

L'oculare del microscopio con cui si osservano le sfere è dotato di un reticolo graduato (figura 14) e il valore di v può essere misurato registrando il tempo che la sfera impiega a percorrere la distanza nota tra due divisioni del reticolo.

Se si osserva una microsfera che si muove verso il basso (più velocemente di come si muoveva in assenza di campo elettrico), la formula che fornisce la carica q è

$$q = (6\pi\eta rv - mg) \frac{s}{\Delta V}. \quad (19)$$

Nelle formule (18) e (19) il valore di q deve essere inteso in valore assoluto: in questa analisi abbiamo fatto l'ipotesi che, nell'apparato usato per la versione moderna dell'esperimento di Millikan, la placca superiore sia caricata negativamente e quella inferiore positivamente.

Ma non è detto che si debba usare tale assetto sperimentale, per cui il segno della carica sulle microsfere si deduce dal loro moto, mentre il valore assoluto della carica si può ottenere dalle formule precedenti.

Il risultato dell'esperimento di Millikan

Dopo avere misurato molte cariche, Millikan osservò che i valori di q non erano casuali, ma erano tutti multipli (positivi o negativi) di una carica fondamentale che, alla luce dei modelli atomici, poteva essere solo la carica dell'elettrone.

Questa, infatti, è l'unica particella dell'atomo che si può spostare con una certa facilità da un corpo a un altro e che, a seconda che sia in eccesso o in difetto, ne determina la carica negativa o positiva.

In questo esperimento fu provato per la prima volta che

in natura la carica elettrica è **quantizzata**, cioè assume soltanto un insieme di valori ben definiti.

Indicando (come al solito) con $-e$ la carica dell'elettrone, è possibile isolare una carica pari, per esempio, a $97e$ o a $98e$ (oppure a $-97e$ o a $-98e$) ma non uguale a $97,82e$ (oppure a $-97,82e$).

8 IL MODELLO DI BOHR

Secondo il modello planetario, l'atomo è formato da un nucleo positivo e da Z elettroni che descrivono orbite chiuse attorno a esso. Gli elettroni hanno tutti la stessa carica elettrica $-e$. Siccome l'atomo è neutro, il nucleo deve avere una carica positiva $+Ze$, uguale e opposta alla carica negativa totale degli elettroni.

Analizziamo ora, utilizzando le leggi della meccanica newtoniana e dell'elettromagnetismo, la struttura di un atomo di idrogeno prevista dal modello planetario. Secondo tale modello, l'atomo di idrogeno è composto da un elettrone di massa m_e e carica $-e$ che percorre (con una velocità di modulo v) una circonferenza di raggio r attorno a un nucleo di carica $+e$.

Energia totale di una carica in moto circolare uniforme

Un moto circolare uniforme richiede la presenza di una forza centripeta

$$F_c = m_e a_c = m_e \frac{v^2}{r}$$

che mantiene il punto materiale di massa m_e sulla circonferenza. Nel caso dell'elettrone la forza centripeta è l'attrazione di Coulomb

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q_1 Q_2}{r^2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{(-e)(+e)}{r^2} = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{r^2}.$$

Il segno meno che compare in questa espressione indica semplicemente che la forza tra l'elettrone (negativo) e il nucleo (positivo) è attrattiva. D'altronde è proprio questa attrazione a creare la forza centripeta necessaria a incurvare la traiettoria dell'elettrone.

Quindi il valore assoluto di F deve essere uguale all'intensità di F_c :

$$m_e \frac{v^2}{r} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{r^2}.$$

Moltiplicando entrambi i membri dell'equazione precedente per r e dividendoli per m_e troviamo il valore del quadrato della velocità v :

$$v^2 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{m_e r}. \quad (20)$$

Ogni elettrone è caratterizzato dalla sua energia totale E_{tot} , che è data dalla somma dell'energia potenziale U e dell'energia cinetica K .

Grazie ai calcoli precedenti ora siamo in grado di determinare E_{tot} . Infatti, con la solita convenzione sulla condizione di riferimento, l'energia potenziale U è data dalla formula (6) del capitolo «Il potenziale elettrico»

$$U = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q_1 Q_2}{r} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{(-e)(+e)}{r} = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{r}. \quad (21)$$

Inoltre la (20) permette di calcolare l'energia cinetica dell'elettrone, che risulta

$$K = \frac{1}{2} m_e v^2 = \frac{1}{2} m_e \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{m_e r} = \frac{1}{8\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{r}. \quad (22)$$

Abbiamo così ottenuto un risultato importante: l'energia cinetica di un elettrone che orbita attorno al nucleo di idrogeno è sempre pari alla metà della sua energia potenziale, cambiata di segno.

Tenendo conto di tutto ciò, l'energia totale E_{tot} del sistema elettrone-nucleo è

$$E_{tot} = U + K = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{r} + \frac{1}{8\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{r} = -\frac{1}{8\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{r} \quad (23)$$

L'energia totale dell'elettrone è negativa perché il sistema è legato (non si può scindere spontaneamente) e si è scelto lo zero dell'energia potenziale quando l'elettrone e il nucleo positivo sono a distanza infinita. Inoltre, l'energia totale è esattamente l'opposto dell'energia cinetica dell'elettrone.

Il contributo di Niels Bohr

Nel 1912 il giovane fisico danese Niels Bohr (1885-1962), che stava studiando a Manchester sotto la guida di Rutherford, si rese conto che il modello atomico planetario non poteva essere corretto. Infatti un elettrone descrive un'orbita chiusa perché è continuamente soggetto a un'accelerazione centripeta; come è spiegato nel capitolo «Le equazioni di Maxwell e le onde elettromagnetiche», una carica accelerata emette sempre energia sotto forma di *onde elettromagnetiche*, cioè di onde simili alle onde radio e alla luce visibile.

Quando l'elettrone perde energia, il raggio della sua orbita diminuisce. Perciò la sua traiettoria non è più circolare, ma è una spirale che si avvicina sempre più al nucleo, finché l'elettrone vi cade sopra in un intervallo di tempo dell'ordine di 10^{-7} s.

Questa conseguenza della fisica classica contraddice il fatto che gli atomi sono stabili e non si distruggono in un decimo di milionesimo di secondo.

Perciò Bohr suppose che, a livello atomico, le leggi classiche della meccanica e dell'elettromagnetismo non valessero più e che al loro posto fosse necessario introdurre nuove leggi della fisica, allora tutte da scoprire.

Per spiegare la stabilità degli atomi Bohr introdusse alcune ipotesi, allora arbitrarie, ma che in seguito sono state spiegate nel quadro di una teoria più generale:

- il raggio delle orbite degli elettroni attorno al nucleo può avere soltanto un certo insieme di valori permessi;
- quando l'elettrone percorre una di queste orbite (dotate di un'energia totale ben definita) non irraggia.

Quindi, come la carica elettrica, anche le orbite degli elettroni in un atomo sono quantizzate:

nell'atomo di Bohr il raggio r dell'orbita, la velocità v dell'elettrone e la sua energia totale E_{tot} non possono assumere valori qualunque, ma solo un insieme di valori ben definiti.

Abbiamo quindi un raggio r_1 a cui corrisponde una velocità v_1 dell'elettrone e un'energia totale $E_{tot,1}$, poi un intervallo di valori vietati di r fino a giungere a un raggio r_2 a cui corrispondono una velocità v_2 dell'elettrone e un'energia $E_{tot,2}$ e così via.

Comportamento classico

Secondo la meccanica classica un satellite che abbia la velocità adatta può trovarsi a qualunque distanza da un pianeta.

Le orbite permesse dell'atomo di idrogeno

Un elettrone che si muove in un atomo risente, per prima cosa, della forza di attrazione coulombiana da parte del nucleo positivo. Oltre a ciò, però, avverte anche le interazioni repulsive degli altri elettroni presenti. Dal momento che tutti gli elettroni cambiano posizione a ogni istante, la descrizione matematica di queste forze è molto complicata.

Perciò Bohr iniziò il proprio studio dal caso più semplice, quello di un atomo che contiene un solo elettrone ($Z = 1$), cioè dall'atomo di idrogeno. Inoltre, per semplicità Bohr suppose che l'orbita descritta dall'elettrone attorno al nucleo fosse circolare.

Secondo Bohr la condizione di quantizzazione, che permette di stabilire quali orbite sono permesse in questo caso, è data dalla formula

$$2\pi r_n p_n = nh, \quad (24)$$

dove n è un numero intero positivo ($n = 1, 2, 3, \dots$) detto **numero quantico principale**, r_n è il raggio dell'orbita numero n e p_n è il modulo della quantità di moto dell'elettrone su tale orbita.

Il principio di esclusione di Pauli

Per descrivere il comportamento chimico degli atomi occorre aggiungere un'ultima ipotesi (**principio di esclusione di Pauli**):

su una stessa orbita non possono muoversi più di due elettroni.

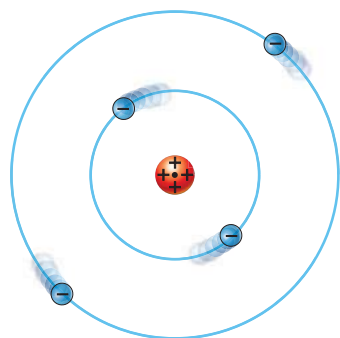


Figura 15 Schema dell'atomo di berillio secondo il modello di Bohr.

Per l'atomo di berillio (che ha quattro elettroni e, quindi, un nucleo di carica $+4e$), la figura 15 mostra una rappresentazione schematica che tiene conto del modello atomico di Bohr e del principio di esclusione di Pauli: nel suo *stato fondamentale* (quello di minima energia) due elettroni (cioè il massimo numero possibile) sono sull'orbita più vicina al nucleo e altri due sull'orbita successiva.

La tavola periodica degli elementi

Nel modello di Bohr ogni atomo è contraddistinto dal valore di Z , che si chiama **numero atomico** e rappresenta sia il numero degli elettroni presenti nell'atomo neutro, sia la carica del nucleo misurata come multiplo di e .

Sappiamo già che l'atomo di idrogeno ha $Z = 1$; l'elio ha $Z = 2$, cioè ha un nucleo di carica $+2e$, attorno a cui si muovono due elettroni; l'uranio ha $Z = 92$, cioè ha novantadue elettroni e un nucleo di carica $+92e$.

Classificando gli elementi per numero atomico crescente e incolonnando gli atomi i cui elementi hanno le stesse proprietà chimiche, si ritrova l'ordine con cui essi erano stati raggruppati, nella seconda metà dell'Ottocento, dal chimico russo Dimitri I. Mendeleev (1834-1907).

Il termine «sistema periodico degli elementi» deriva proprio dal fatto che gli elementi che si trovano sulla stessa colonna (detta *gruppo*) hanno proprietà chimiche simili.

1 I																	18 VIII				
IDROGENO 1 H 1,008	2 II															ELIO 2 He 4,003					
LITIO 3 Li 6,941	BERILLIO 4 Be 9,012															BORO 5 B 10,81	CARBONIO 6 C 12,01	AZOTO 7 N 14,01	OSSIGENO 8 O 16,00	FLUORO 9 F 19,00	NEON 10 Ne 20,18
SODIO 11 Na 22,99	MAGNESIO 12 Mg 24,31	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13 III	14 IV	15 V	16 VI	17 VII	18 VIII				
POTASSIO 19 K 39,10	CALCIO 20 Ca 40,08	SCANDIO 21 Sc 44,96	TITANIO 22 Ti 47,87	VANADIO 23 V 50,94	CROMO 24 Cr 52,00	MANGANESE 25 Mn 54,94	FERRO 26 Fe 55,85	COBALTO 27 Co 58,93	NICHEL 28 Ni 58,69	RAME 29 Cu 63,55	ZINCO 30 Zn 65,41	GALLIO 31 Ga 69,72	GERMANIO 32 Ge 72,64	ARSENICO 33 As 74,92	SELENIO 34 Se 78,96	BROMO 35 Br 79,90	CRIPTON 36 Kr 83,80				
RUBIDIO 37 Rb 85,47	STRONZIO 38 Sr 87,62	ITTRIO 39 Y 88,91	ZIRCONIO 40 Zr 91,22	NIOBIO 41 Nb 92,91	MOLIBDENO 42 Mo 95,94	TECNEZIO 43 Tc (98,91)	RUTENIO 44 Ru 101,1	RODIO 45 Rh 102,9	PALLADIO 46 Pd 106,4	ARGENTO 47 Ag 107,9	CADMIO 48 Cd 112,4	INDIO 49 In 114,8	STAGNO 50 Sn 118,7	ANTIMONIO 51 Sb 121,8	TELLURIO 52 Te 127,6	IODIO 53 I 126,9	XENON 54 Xe 131,3				
CESIO 55 Cs 132,9	BARIO 56 Ba 137,3	LANTANIO 57 La 138,9	AFNIO 72 Hf 178,5	TANTALIO 73 Ta 180,9	WOLFRAMIO 74 W 183,9	RENIUM 75 Re 186,2	OSMIO 76 Os 190,2	IRIDIO 77 Ir 192,2	PLATINO 78 Pt 195,1	ORO 79 Au 197,0	MERCURIO 80 Hg 200,6	TALLO 81 Tl 204,4	PIOMBO 82 Pb 207,2	BISMUTO 83 Bi 209,9	POLONIO 84 Po (210)	ASTATO 85 At (210)	RADON 86 Rn (222)				
FRANCIO 87 Fr (223)	RADIO 88 Ra (226)	ATTINIO 89 Ac (227)	RUTHERFORDIO 104 Rf (267)	DUBNIO 105 Db (268)	SEABORGIO 106 Sg (271)	BOHRIO 107 Bh (272)	HASSIO 108 Hs (270)	MEITNERIO 109 Mt (276)	DARMSTADIO 110 Ds (281)	ROENTGENIO 111 Rg (280)	COPERNICIO 112 Cn (285)	UNUNTRIO 113 Uut (284)	UNUNQUADRO 114 Uuq (289)	UNUNPENTIO 115 Uup (288)	UNUNHEXIO 116 Uuh (293)	UNUNOCTIO 118 Uuo (294)					
		LANTANIDI	CERIO 58 Ce 140,1	PRASEODIMIO 59 Pr 140,9	NEODIMIO 60 Nd 144,2	PROMEZIO 61 Pm (144)	SAMARIO 62 Sm 150,4	EUROPIO 63 Eu 152,0	GADOLINIO 64 Gd 157,3	TERBIO 65 Tb 158,9	DISPROSIO 66 Dy 162,5	OLMIO 67 Ho 164,9	ERBIO 68 Er 167,3	TULIO 69 Tm 168,9	ITTERBIO 70 Yb 173,0	LUTEZIO 71 Lu 175,0					
		ATTINIDI	TORIO 90 Th 232	PROTOATTINIO 91 Pa 231	URANIO 92 U 238	NETTUNIO 93 Np (237)	PLUTONIO 94 Pu (244)	AMERICIO 95 Am (243)	CURIO 96 Cm (247)	BERKELIO 97 Bk (247)	CALIFORNIO 98 Cf (252)	EINSTEINIO 99 Es (252)	FERMIO 100 Fm (257)	MENDELEVIO 101 Md (258)	NOBELIO 102 No (259)	LAURENZIO 103 Lr (262)					

Cosa determina queste proprietà chimiche? Gli atomi interagiscono tra loro essenzialmente a causa delle interazioni degli elettroni che occupano le orbite più esterne. Devono essere quindi le configurazioni degli elettroni esterni e meno legati che determinano la collocazione di un elemento in una delle caselle del **sistema periodico degli elementi**.

Nel modello di Bohr non c'è nessun modo di spiegare questo comportamento periodico degli elementi chimici; è questa un'indicazione del fatto che tale modello è incompleto. Nel prossimo capitolo sono illustrati gli sviluppi della teoria quantistica che perfezionano il modello di Bohr.

9 I LIVELLI ENERGETICI DI UN ELETTRONE NELL'ATOMO DI IDROGENO

Consideriamo l'orbita numero n dell'atomo di idrogeno, di raggio r_n , che viene percorsa dall'elettrone con una velocità di modulo v_n . Scrivendo $p_n = m_e v_n$ nella condizione di quantizzazione (24) ed elevandola al quadrato otteniamo:

$$4\pi^2 r_n^2 m_e^2 v_n^2 = n^2 h^2.$$

Nella relazione precedente possiamo ora sostituire la formula (20), scritta per $v = v_n$ e $r = r_n$; in questo modo troviamo

$$\cancel{4\pi^2} r_n^2 \cancel{m_e^2} \frac{1}{\cancel{4\pi\epsilon_0} m_e \cancel{r_n}} \frac{e^2}{\cancel{r_n}} = n^2 h^2,$$

da cui si ricava l'espressione che fornisce i raggi delle orbite permesse nel modello atomico di Bohr per l'atomo di idrogeno:

$$r_n = n^2 \frac{\epsilon_0 h^2}{\pi m_e e^2} = (5,29 \times 10^{-11} \text{ m}) n^2 \quad (25)$$

La **figura 16** mostra i raggi delle orbite permesse che, sulla base della formula appena dimostrata, sono direttamente proporzionali al *quadrato* del numero quantico principale.

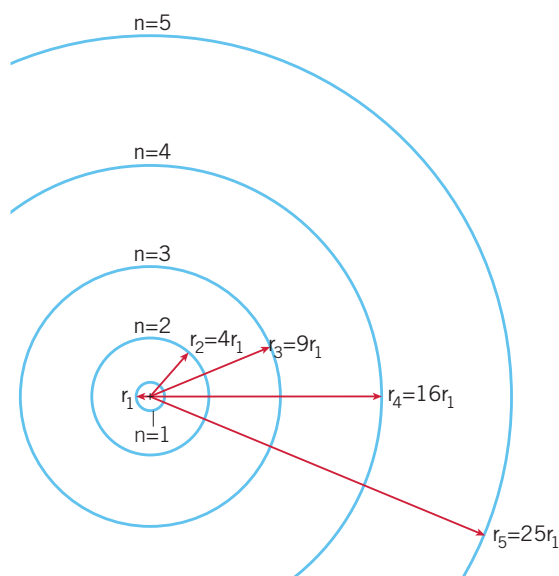


Figura 16 Raggi delle orbite permesse per l'elettrone dell'atomo di idrogeno.

Energia dell'elettrone

Nel linguaggio dei fisici è comune dire che la formula a fianco esprime «l'energia dell'elettrone» nel livello energetico numero n . In realtà, l'energia (26) appartiene al sistema elettrone-nucleo, anche se l'unica particella che nell'atomo può cambiare le caratteristiche del sistema è l'elettrone.

Ora sostituiamo l'espressione (25) nella formula (23): in questo modo possiamo calcolare l'energia totale che corrisponde alle diverse orbite permesse dell'atomo di idrogeno:

$$E(n) = -\frac{m_e e^4}{8\epsilon_0^2 h^2} \frac{1}{n^2} = -\frac{13,6 \text{ eV}}{n^2} \quad (26)$$

Questi valori di energia sono detti **livelli energetici** dell'atomo. Come si vede dalla formula precedente, essi sono quantizzati e risultano inversamente proporzionali al quadrato del numero quantico principale.

ESEMPIO

Un elettrone percorre la prima orbita permessa dell'atomo di idrogeno.

► Calcola, in joule e in elettronvolt, l'energia che corrisponde a tale orbita.

L'energia richiesta si ottiene ponendo $n = 1$ nella formula (26). In questo modo si ottiene:

$$\begin{aligned} E(1) &= -\frac{m_e e^4}{8\epsilon_0^2 h^2} \frac{1}{1^2} = -\frac{(9,11 \times 10^{-31} \text{ kg}) \times (1,60 \times 10^{-19} \text{ C})^4}{8 \times \left(8,854 \times 10^{-12} \frac{\text{C}^2}{\text{N} \cdot \text{m}^2}\right)^2 \times (6,63 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s})^2} = \\ &= -2,17 \times 10^{-18} \frac{\text{kg} \cdot \cancel{\text{C}^4}}{\text{J}^2 \cdot \text{s}^2} \cdot \frac{\text{N}^2 \cdot \text{m}^4}{\cancel{\text{C}^4}} = -2,17 \times 10^{-18} \frac{\text{kg} \cdot \text{J}^2 \cdot \text{m}^2}{\text{J}^2 \cdot \text{s}^2} = \\ &= -2,17 \times 10^{-18} \text{ J}. \end{aligned}$$

La stessa energia può essere espressa in elettronvolt come

$$E(1) = \frac{-2,17 \times 10^{-18} \text{ J}}{1,60 \times 10^{-19} \frac{\text{J}}{\text{eV}}} = -13,6 \text{ eV}.$$

L'energia di legame di un elettrone

La formula (26) dà una misura di quanto l'elettrone è legato al nucleo di idrogeno. Per definizione:

l'**energia di legame** W_L di un elettrone è uguale al minimo lavoro che è necessario compiere per estrarre l'elettrone dall'atomo.

Un elettrone che si trova fermo a distanza infinita dal nucleo ha $K = 0 \text{ J}$, e per la formula (21), anche $U = 0 \text{ J}$; ciò significa che ha $E_{tot} = K + U = 0 \text{ J}$.

Per strappare un elettrone di energia $E(n)$ da un atomo con il minimo lavoro possibile bisogna portare l'elettrone dall'energia $E(n)$ all'energia zero. Per fare questo occorre compiere un lavoro (che è l'energia di legame)

$$W_L = 0 \text{ J} - E(n) = -E(n) \quad (27)$$

Poiché $E(n)$ è negativo, l'energia di legame è positiva.

Per controllare che l'energia di legame è positiva basta pensare che, per strappare un elettrone da un atomo, dobbiamo applicare su di esso una forza rivolta verso l'esterno (figura 17). Siccome anche lo spostamento è verso l'esterno, i vettori forza e spostamento sono paralleli e il lavoro fatto per allontanare l'elettrone dal nucleo è positivo.

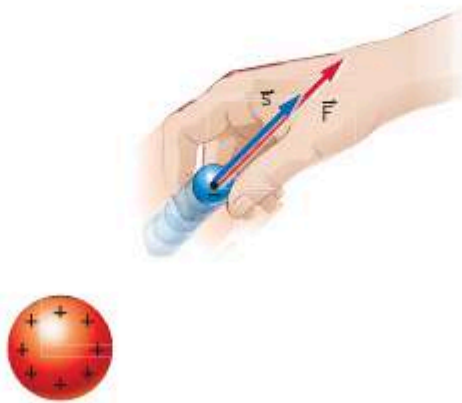


Figura 17 Per estrarre un elettrone da un atomo occorre compiere un lavoro positivo.

La giustificazione dello spettro dell'atomo di idrogeno

Secondo il modello di Bohr, un elettrone che percorre un'orbita permessa non irraggia. Tuttavia, poiché un gas attraversato da una corrente elettrica emette luce, come per esempio in un tubo al neon, dobbiamo chiederci come avviene l'emissione dei fotoni da parte degli atomi.



Bohr postulò che un fotone è emesso da un atomo quando un suo elettrone passa da un'orbita permessa di energia maggiore (più esterna) a un'altra orbita permessa di energia minore (più interna).

L'atomo di idrogeno ha un solo elettrone. Esso può ricevere energia dall'esterno, per esempio mediante un urto e passare a un'orbita di numero quantico n , con energia $E(n)$ maggiore di quella iniziale.

L'atomo, così disturbato, si trova in uno «stato eccitato», che è instabile. Dopo un intervallo di tempo che è di solito molto breve (minore di 10^{-8} s), l'elettrone «salta» su un'orbita di numero quantico m (con $m < n$) la cui energia $E(m)$ è minore di $E(n)$.

La differenza di energia

$$E = E(n) - E(m)$$

è liberata sotto forma di un fotone di frequenza

$$f = \frac{E}{h} = \frac{E(n) - E(m)}{h}. \quad (28)$$

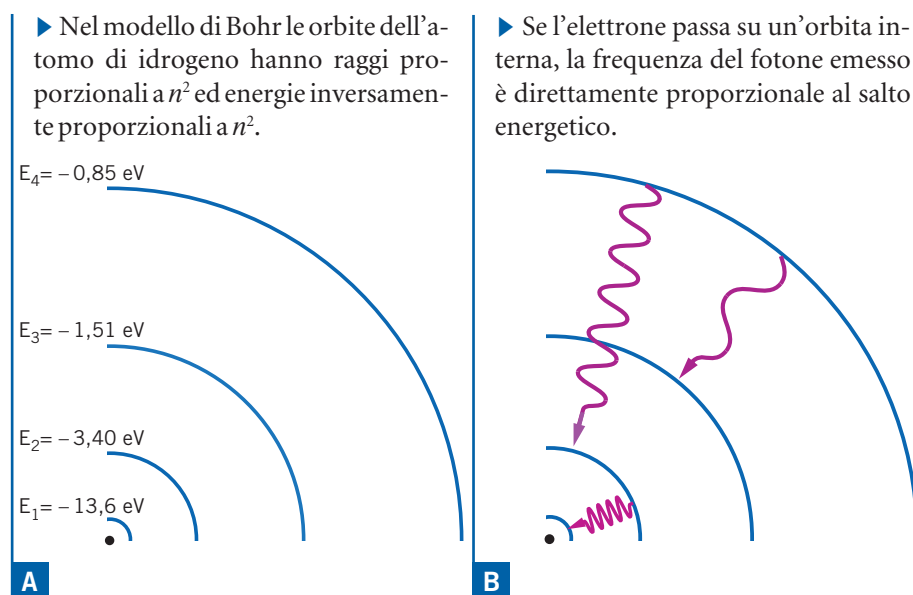
Dalla formula (26), tale frequenza risulta

$$f = \frac{E(n) - E(m)}{h} = \frac{me^4}{8\epsilon_0^2 h^3} \left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right). \quad (29)$$

Ponendo

$$\frac{me^4}{8\epsilon_0^2 h^3} = cR_H \quad (30)$$

la (29) risulta identica alla (15), che è così stata ricavata partendo dalle ipotesi di Bohr. Inoltre la (30) fornisce un'espressione esplicita di R_H in accordo con i risultati sperimentali.



In definitiva, nel modello di Bohr, soltanto alcune energie possono essere emesse e assorbite dall'atomo. Nel caso dell'emissione, resta così spiegato lo spettro di righe dell'atomo di idrogeno. Nel caso dell'assorbimento, ciò è stato confermato dall'esperimento di Franck e Hertz poco tempo dopo la pubblicazione del suo modello da parte di Niels Bohr.

10 L'ESPERIMENTO DI FRANCK E HERTZ

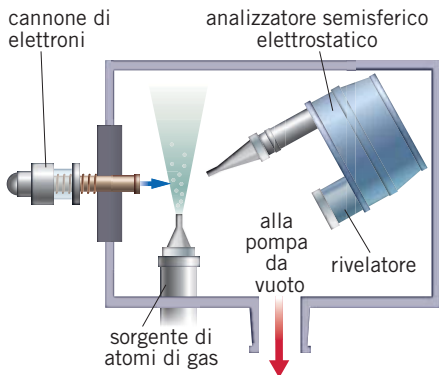
Le onde elettromagnetiche trasportano energia sotto forma di pacchetti ben definiti, i fotoni. Quindi l'energia di un'onda elettromagnetica monocromatica è *quantizzata*.

Anche la carica elettrica è *quantizzata*, essendo sempre multipla della carica elementare $e = 1,60 \times 10^{-19}$ C.

Nel 1914 James Franck e Gustav Ludwig Hertz eseguirono un esperimento che dimostrò in maniera inequivocabile che anche l'energia degli atomi è quantizzata.

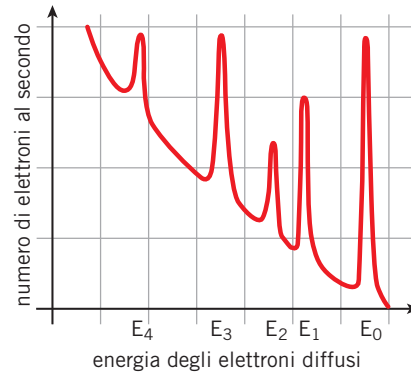
Un apparato moderno che permette di eseguire l'esperimento è dotato di un «cannone» che emette elettroni, tutti della stessa energia E_0 .

► Gli elettroni urtano gli atomi di un gas, emessi nel vuoto da una sorgente e, ceduta una parte della loro energia, sono rivelati con un analizzatore di energia.



A

► Lo spettro degli elettroni rivelati mostra una serie di energie definite ($E_0, E_1, E_2, E_3, \dots$): soltanto a queste energie la probabilità di diffusione degli elettroni è grande.

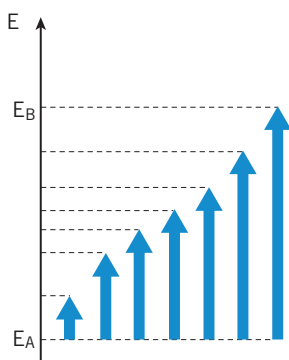


B

Il picco all'energia E_0 è quello dovuto alla diffusione di elettroni su atomi che non cambiano energia quando sono urtati. Si tratta di urti elastici perché in un urto *elastico* gli elettroni rimbalzano mantenendo la propria energia iniziale E_0 .

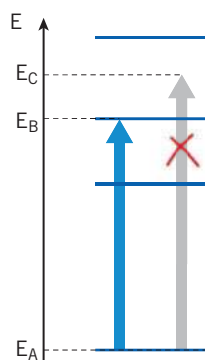
Il picco all'energia E_1 , minore di E_0 , dimostra che, in una certa frazione di urti, si ha un urto *anelastico* e l'atomo assorbe l'energia. I due picchi separati mostrano però che l'atomo *non può* assorbire energie che sono comprese tra 0 e $(E_0 - E_1)$. Lo stesso ragionamento si applica agli altri picchi.

► Un sistema fisico classico (non quantizzato) può scambiare quantità ΔE arbitrarie di energia, passando da un valore iniziale E_A a un valore finale arbitrario $E_B = E_A + \Delta E$.



A

► Invece, in un sistema dove l'energia è quantizzata è ammesso soltanto lo scambio di determinate quantità di energia. Il sistema passa dall'energia E_A a E_B , ma non da E_A a E_C .



B

La particolare sequenza di picchi dipende dall'atomo bersaglio, ma è una prova inconfutabile del fatto che un atomo è in grado di assorbire, per urto, soltanto valori ben definiti di energia.

In conclusione: non soltanto gli scambi di energia tra radiazione e materia sono quantizzati, come aveva proposto Planck, ma la quantizzazione dell'energia è una proprietà *intrinseca* degli atomi, che si manifesta qualunque sia il tipo di scambio di energia coinvolto.

QUANTIZZAZIONE DELLA LUCE E DELLA CARICA ELETTRICA

Un corpo nero è un oggetto capace di assorbire completamente onde elettromagnetiche di qualsiasi lunghezza d'onda: si può realizzare con un oggetto cavo a una temperatura uniforme e costante, in modo che le sue pareti emettano e assorbano continuamente radiazioni. Alla fine dell'Ottocento, lo studio delle proprietà di emissione e assorbimento di un corpo nero portò a stabilire la quantizzazione della luce.

Energia dei quanti del campo elettromagnetico

$E = nhf$ energia = numero intero \times costante di Planck \times frequenza

- Il passaggio di energia tra gli atomi e la radiazione avviene attraverso lo scambio di «pacchetti di energia», detti quanti: così Planck spiega lo spettro del corpo nero.
- L'energia E di un quanto scambiato è proporzionale alla frequenza f dell'onda elettromagnetica; n è un intero positivo, $h = 6,62607 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$ è la costante di Planck.

Effetto fotoelettrico

Difficoltà dell'elettromagnetismo classico

La teoria classica di Maxwell non permette di spiegare l'andamento delle curve del grafico tensione-corrente degli elettroni emessi da una lastra metallica investita da radiazione ultravioletta.

- Sperimentalmente, si ha emissione di elettroni solo se la frequenza f della radiazione incidente è maggiore di un valore minimo f_{min} , che dipende dal metallo.

Fotoni

Singoli pacchetti di energia che, secondo Einstein, formano la radiazione elettromagnetica:

- ogni fotone ha massa nulla e energia quantizzata e pari a $E = hf$; modulo della quantità di moto $p = \frac{E}{c} = \frac{hf}{c}$, anch'essa quantizzata.



differenza di potenziale ΔV tra M e L

Effetto Compton

Difficoltà dell'elettromagnetismo classico

L'elettromagnetismo classico non può spiegare perché inviando raggi X (radiazione) su un bersaglio di grafite (materia), si osserva che la radiazione diffusa mostra, oltre a raggi X della stessa λ , anche raggi X di lunghezza d'onda più grande.

Interpretazione quantistica dell'Effetto Compton

$$\Delta\lambda = \lambda' - \lambda = \frac{h}{m_e c} (1 - \cos \varphi)$$

- La radiazione elettromagnetica è composta di *quanti* (i fotoni) che interagiscono con gli elettroni come particelle singole, e subiscono urti elastici.
- φ è l'angolo di diffusione del fotone, h la costante di Planck, m_e la massa dell'elettrone e c la velocità della luce nel vuoto.

Quantizzazione della carica

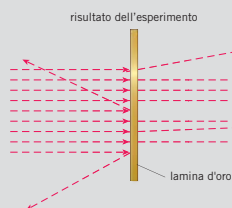
- In natura la carica elettrica è **quantizzata**, cioè assume soltanto un insieme di valori ben definiti.
- Nell'**esperimento di Millikan**, i valori misurati di q erano tutti multipli (positivi o negativi) di una carica fondamentale, quella dell'elettrone.
- Tutti gli elettroni hanno la stessa carica elettrica $-e$ ($e = 1,60 \times 10^{-19} \text{ C}$).

I MODELLI ATOMICI DI RUTHERFORD E DI BOHR

Secondo il modello di Thomson, l'atomo era un oggetto neutro, costituito da una sfera di carica positiva in cui erano disseminati gli elettroni. Oggi sappiamo che la carica elettrica positiva è concentrata nel nucleo e per spiegare la stabilità degli atomi è necessario ammettere che, come la carica, anche le orbite degli elettroni in un atomo sono quantizzate.

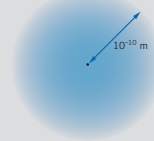
Esperimento di Rutherford

- Fu eseguito nel 1911 per verificare la validità del modello di Thomson: una sottile lamina di oro fu bombardata con particelle alfa (positive) emesse da una sorgente radioattiva.
- Quasi tutte le particelle alfa attraversano la lamina in linea retta, ma alcune subivano deviazioni molto forti, fino a rimbalzare all'indietro.
- Secondo il modello atomico di Thomson, passando attraverso la lamina d'oro, le particelle alfa avrebbero dovuto avere angoli di diffusioni piccoli.



Modello atomico di Rutherford

- L'atomo è costituito da un **nucleo positivo** estremamente piccolo posto al centro di una sfera molto più grande, dove la carica negativa degli elettroni è distribuita in modo più o meno uniforme.
- Ha un raggio dell'ordine di 10^{-10} m e contiene un nucleo con un raggio dell'ordine di 10^{-14} m.
- Gli elettroni orbitano attorno al nucleo come i pianeti attorno al Sole: la forza «gravitazionale» di attrazione è sostituita dalla forza di attrazione fra nucleo positivo ed elettroni negativi.
- Il volume dell'atomo di Rutherford supera il volume del nucleo di 10^{12} volte.

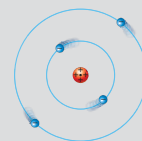


Modello atomico di Bohr

- Il raggio r dell'orbita, la velocità v dell'elettrone e la sua energia totale E_{tot} non possono assumere valori qualunque, ma solo un insieme di valori ben definiti.
- Quando l'elettrone percorre una di queste orbite (dotate di un'energia totale ben definita) non irraggia: così si supera la difficoltà del modello di Rutherford, in base al quale l'elettrone mentre percorre la sua orbita dovrebbe emettere energia precipitando a spirale nel nucleo in 10^{-7} s.
- Lo **stato fondamentale** di un atomo è per definizione quello di minima energia.
- Il numero quantico principale è un numero intero positivo n che fornisce il numero d'ordine dell'orbita considerata a partire da quella più vicina al nucleo.

Principio di esclusione di Pauli

- Stabilisce che su una stessa orbita non possono muoversi più di due elettroni.
- Serve per descrivere il comportamento chimico degli atomi.

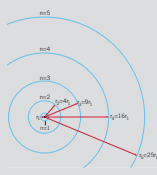


Raggi delle orbite di Bohr

Per l'atomo di idrogeno:

$$r_n = n^2 \frac{\epsilon_0 h^2}{\pi m_e e^2} = (5,29 \times 10^{-11} \text{ m}) n^2$$

- h vale $6,626 \times 10^{-34}$ J · s ed è la costante di Planck, m è la massa dell'elettrone; e la carica elementare e n il numero quantico principale.
- I raggi delle orbite sono direttamente proporzionali al quadrato del numero quantico principale.



Energia totale di un elettrone in un atomo di idrogeno

$$E_{tot} = U + K = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{r} + \frac{1}{8\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{r} = -\frac{1}{8\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{r}$$

- L'elettrone dell'atomo di idrogeno ha carica $-e$ e il nucleo ha carica $+e$ e la loro distanza è r .
- L'energia totale è esattamente uguale all'opposto dell'energia cinetica dell'elettrone.

Livelli energetici di un elettrone nell'atomo di idrogeno

Energia totale di un elettrone nell'atomo di idrogeno

$$E(n) = -\frac{m_e e^4}{8\epsilon_0^2 h^2} \frac{1}{n^2} = -\frac{13,6 \text{ eV}}{n^2}$$

- L'energia di legame di un elettrone che occupa la n -esima orbita è l'opposto di E_n^{tot} : fornendogli tale energia, esso può uscire dall'atomo.
- $1 \text{ eV} = 1,60 \times 10^{-19}$ J: l'elettronvolt è una unità di misura non SI.

DOMANDE SUI CONCETTI

- 1** Dai grafici della distribuzione spettrale del corpo nero risulta che il massimo dell'emissione avviene a una lunghezza d'onda λ_{max} , il cui valore, espresso dalla legge dello spostamento di Wien, diminuisce all'aumentare della temperatura. Il valore della distribuzione spettrale a quella particolare lunghezza d'onda invece aumenta con la temperatura.
 - ▶ Giustifica qualitativamente questo comportamento.
- 2** Puoi esprimere la distribuzione spettrale dell'irradiazione in funzione della frequenza f e della temperatura T , anziché in funzione della lunghezza d'onda λ e della temperatura T ? In caso di risposta affermativa, qual è la sua espressione?
- 3** Immagina di scattare una fotografia di un volto in una stanza molto buia con un apparecchio fotografico molto sensibile. La luce rilevata dalla macchina è composta da soli 10 fotoni.
 - ▶ Si ottiene una immagine sbiadita del volto?
- 4** Dopo avere studiato l'esperimento dell'effetto fotoelettrico, Antonio pensa: «Se si usa luce di frequenza inferiore a quella di soglia, ma molto intensa, quindi con molti fotoni, l'elettrone potrebbe assorbire più fotoni e acquisire così l'energia necessaria per uscire dal metallo». Pensi che abbia ragione?
- 5** Il fotone rilevato alla fine dell'esperimento di Compton è lo stesso fotone che ha colpito l'elettrone?
- 6** Se un elettrone viene colpito da un fotone, può assorbirlo senza emetterne un altro?
- 7** Secondo la fisica classica, come dovrebbe essere fatto lo spettro di emissione di un elemento chimico?
- 8** L'esperimento di Rutherford darebbe gli stessi risultati se si bombardasse la lamina d'oro con elettroni anziché con particelle alfa?
- 9** Di quante volte il volume dell'atomo di Rutherford supera il volume del nucleo?
- 10** In una ripetizione dell'esperimento di Millikan con microsfere di plastica, l'armatura superiore del condensatore ha potenziale elettrico maggiore di quella inferiore. Una microsfera si muove verso l'alto.
 - ▶ Nel passare attraverso il nebulizzatore, la microsfera ha ceduto o acquisito elettroni?
- 11** Nel calcolare l'energia dell'elettrone dell'atomo di idrogeno, non si dovrebbe tenere conto anche dell'energia potenziale gravitazionale dell'elettrone in presenza del nucleo?
- 12** Lo spettro di assorbimento di una sostanza si ottiene inviando su di essa un fascio di luce di tutte le frequenze e osservando, dalla parte opposta, la luce che la attraversa.
 - ▶ Come ti aspetti che sia lo spettro di assorbimento dell'idrogeno?
- 13** Secondo il modello di Bohr, nel saltare da un livello energetico di raggio r_n a un livello inferiore di raggio $r_m < r_n$, la distanza r dell'elettrone dell'atomo di idrogeno dal nucleo assumerà tutti i valori compresi tra r_m e r_n ?
- 14** Nell'esperimento originale di Franck e Hertz, degli elettroni emessi da un catodo vengono accelerati grazie a una griglia mantenuta a potenziale elettrico maggiore del catodo, per poi muoversi verso l'anodo, mantenuto a potenziale inferiore alla griglia, cosicché all'anodo arrivano solamente gli elettroni che hanno sufficiente energia cinetica. La corrente misurata all'anodo indica così quanti elettroni lo raggiungono. La regione tra la griglia e l'anodo è riempita di vapore di mercurio.
 - ▶ Quale sarà secondo te l'andamento della corrente misurata all'anodo al variare della differenza di potenziale tra il catodo e la griglia?
- 15** Si ripete l'esperimento di Franck e Hertz spiegato nel testo, usando atomi di un gas diverso.
 - ▶ Come cambia il grafico sperimentale degli elettroni rivelati?

PROBLEMI

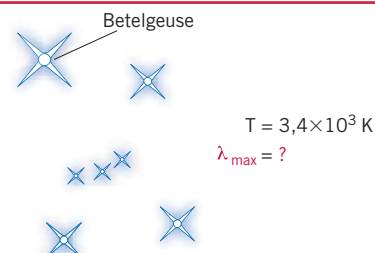
1 IL CORPO NERO E L'IPOTESI DI PLANCK

1 PROBLEMA SVOLTO

★★★

La temperatura superficiale di Betelgeuse (una stella della costellazione di Orione) è $3,4 \times 10^3$ K.

► Di quale colore ci appare la stella?



■ Strategia e soluzione

- Il colore della stella è dovuto alla lunghezza d'onda per la quale si ha il massimo dello spettro della radiazione emessa dalla stella stessa.
- Dalla formula (1), la lunghezza d'onda λ_{max} a cui corrisponde la massima emissione di Betelgeuse è

$$\lambda_{max} = \frac{2,90 \times 10^{-3} \text{ m} \cdot \text{K}}{T} = \frac{2,90 \times 10^{-3} \text{ m} \cdot \text{K}}{3,4 \times 10^3 \text{ K}} = 8,2 \times 10^{-7} \text{ m}.$$

- Dal capitolo «Le onde elettromagnetiche» sappiamo che tale lunghezza d'onda (di circa 850 nm) è nella zona dell'infrarosso e, quindi, invisibile ai nostri occhi. Ciò significa che le uniche radiazioni che siamo in grado di vedere sono quelle adiacenti alla zona del massimo, che corrispondono al rosso. Perciò la stella Betelgeuse deve apparire rossa.

■ Discussione

Come si vede nella fotografia a lato, il colore di Betelgeuse è realmente rosso. Quindi la previsione ottenuta dalla teoria del corpo nero è confermata dai dati sperimentali. Proprio per questa corrispondenza, la temperatura superficiale delle stelle può essere determinata a partire dal loro colore.



2 La distribuzione spettrale della luce emessa dal Sole, trattato come un corpo nero, presenta un

★★★

massimo per la lunghezza d'onda $\lambda = 500$ nm.

► Calcola la temperatura del Sole.

[$5,80 \times 10^3$ K]

3 La temperatura superficiale di una stella è pari a

★★★

$0,70 \times 10^4$ K.

► Di che colore ci appare la stella?

[violetto]

4 Una quantità di 0,50 kg di acqua è investita dalla radiazione solare e la sua temperatura aumenta di 1,0 °C. Considera la radiazione solare mono-

★★★

romatica, con una lunghezza d'onda pari al massimo della distribuzione spettrale ed emessa da una sorgente alla temperatura di $5,8 \times 10^3$ K.

► Stima il numero di «pacchetti minimi di energia» giunti con la radiazione solare.

[$5,3 \times 10^{21}$]

2 L'EFFETTO FOTOELETTRICO

5 Dall'armatura positiva di un condensatore piano escono elettroni con un'energia cinetica massima di $1,6 \times 10^{-18}$ J.

★★★

► Calcola il potenziale di arresto.

[10 V]

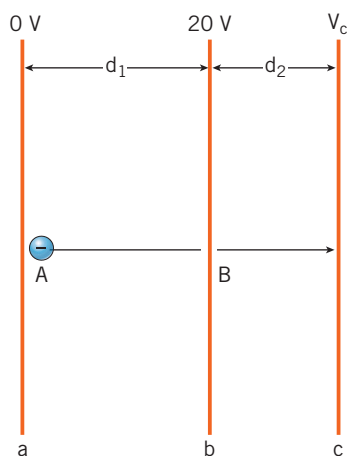
ESERCIZI

6 **★★★** Dalla superficie di un metallo escono elettroni che vengono arrestati da un potenziale di 2,4 V. Calcola:

- ▶ l'energia cinetica degli elettroni.
- ▶ la velocità degli elettroni.

$$[3,8 \times 10^{-19} \text{ J}; 9,2 \times 10^5 \text{ m/s}]$$

7 **★★★** Nella figura che segue *a*, *b* e *c* sono piani conduttori. Dal punto *A* escono elettroni con velocità trascurabile che, dopo essere passati attraverso il foro *B*, viaggiano verso il piano *c*.



- ▶ Calcola il potenziale che deve essere dato alla superficie *c* per impedire agli elettroni di arrivarci.
- ▶ Cosa succede se vengono raddoppiate le distanze d_1 e d_2 ?

$$[0 \text{ V}]$$

8 **★★★** Per effetto fotoelettrico gli elettroni sono estratti da una superficie solo se la luce incidente ha $\lambda \leq 546 \text{ nm}$.

- ▶ Calcola la frequenza minima per l'estrazione.
- ▶ Stabilisci cosa succede se la superficie viene investita da un intenso fascio di luce gialla.
- ▶ Stabilisci cosa succede se la superficie viene investita da un debole fascio di luce violetta.

$$[5,49 \times 10^{14} \text{ Hz}]$$

3 LA QUANTIZZAZIONE DELLA LUCE SECONDO EINSTEIN

9 **★★★** Per effetto fotoelettrico gli elettroni sono estratti da una superficie solo se la luce incidente ha una lunghezza d'onda $\lambda \leq 546 \text{ nm}$. Calcola:

- ▶ l'energia minima dei fotoni per estrarre un elettrone.
- ▶ la quantità di moto dei fotoni con energia minima.
- ▶ il lavoro di estrazione per gli elettroni.

$$[3,64 \times 10^{-19} \text{ J}; 1,21 \times 10^{-27} \text{ kgm/s}; 3,64 \times 10^{-19} \text{ J}]$$

10 **★★★** Su una superficie incide una radiazione con lunghezza d'onda $\lambda = 330 \text{ nm}$. Gli elettroni estratti possiedono un'energia di 0,200 eV.

- ▶ Calcola il lavoro di estrazione relativo a quella superficie.

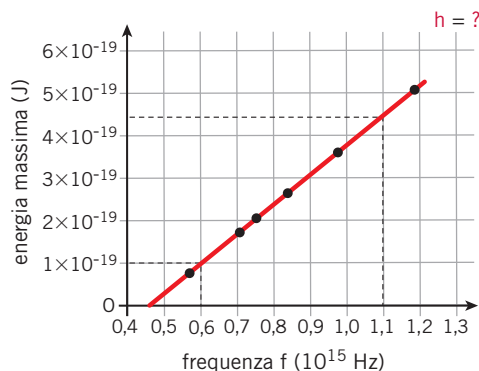
$$[5,71 \times 10^{-19} \text{ J}]$$

11 PROBLEMA SVOLTO

★★★

Esamina i dati riportati nell'ultima figura del paragrafo «L'effetto fotoelettrico» e riportata a lato.

- ▶ Calcola il valore della costante di Planck h che si deduce da quei dati.



■ Strategia e soluzione

- La retta interpolante della figura indicata passa per i punti di coordinate $(6,0 \times 10^{14} \text{ Hz}, 1,1 \times 10^{-19} \text{ J})$ e $(11,0 \times 10^{14} \text{ Hz}, 4,4 \times 10^{-19} \text{ J})$.
- Per la formula (9), la costante di Planck h è il coefficiente angolare della retta che fornisce K_{max} in funzione di f . Quindi il suo valore può essere calcolato utilizzando la formula che, in geometria analitica, fornisce il coefficiente angolare di una retta noti due punti di essa:

$$h = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{(4,4 \times 10^{-19} - 1,1 \times 10^{-19}) \text{ J}}{(11,0 \times 10^{14} - 6,0 \times 10^{14}) \text{ Hz}} = \frac{3,3 \times 10^{-19} \text{ J}}{5,0 \times 10^{14} \text{ Hz}} = 6,6 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}.$$

■ Discussione

Il valore ottenuto per h coincide, entro la precisione del calcolo, con quello accettato ancora oggi ($h = 6,62606896 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$).

- 12** Una lampada con una potenza nominale di 60 W emette luce violetta ($\lambda = 410 \text{ nm}$) con un rendimento pari a 0,15.

► Quanti fotoni sono emessi dalla lampada in 1,0 s?
[$1,9 \times 10^{19}$]

- 13** L'occhio umano percepisce un segnale luminoso se è colpito da almeno 60 fotoni al secondo nel caso che la loro lunghezza d'onda sia $\lambda = 5,6 \times 10^{-7} \text{ m}$. Il diametro della pupilla dell'occhio, al buio, è di circa 8,0 mm. Una sorgente luminosa si trova a 10 km da un osservatore e irradia uniformemente la luce in tutte le dire-

zioni. Calcola:

► quale irradiazione minima deve produrre il segnale luminoso perché sia percepito dall'occhio dell'osservatore.

► la potenza della sorgente luminosa.

(Suggerimento: L'irradiazione si calcola $E_e = \frac{E}{A \Delta t}$, dove A è la superficie irradiata e Δt l'intervallo di tempo.)

(Dall'Esame di maturità dei licei scientifici sperimentali, 1988)

[$4,2 \times 10^{-13}$; $5,3 \times 10^{-4} \text{ W}$]

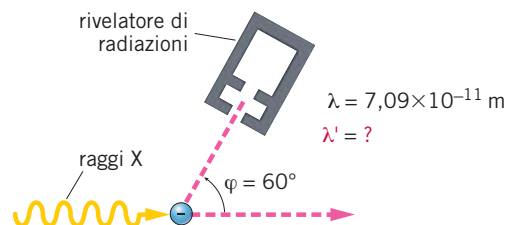
4 L'EFFETTO COMPTON

14 PROBLEMA SVOLTO

★★★

In una ripetizione dell'esperimento di Compton, con raggi X che hanno una lunghezza d'onda di $7,09 \times 10^{-11} \text{ m}$, si dispone l'impianto di rilevazione a un angolo di 60° rispetto alla direzione della radiazione incidente.

► A quali lunghezze d'onda si misurano i massimi nella distribuzione della radiazione diffusa?



■ Strategia e soluzione

- Si osservano due picchi, uno alla stessa lunghezza d'onda della radiazione incidente, l'altro a una lunghezza d'onda λ' data dalla formula (13), che può essere scritta come

$$\lambda' = \lambda + \frac{h}{m_e c} (1 - \cos \varphi).$$

- Inserendo i valori numerici nella formula precedente, si trova

$$\lambda' = 7,09 \times 10^{-11} \text{ m} + \frac{6,63 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}}{(9,11 \times 10^{-31} \text{ kg}) \times (3,00 \times 10^8 \text{ m/s})} (1 - \cos 60^\circ) =$$

$$= 7,09 \times 10^{-11} \text{ m} + (0,243 \times 10^{-11} \text{ m}) \times \left(1 - \frac{1}{2}\right) = 7,21 \times 10^{-11} \text{ m}.$$

■ Discussione

Con il risultato precedente, si ottiene $\Delta\lambda/\lambda = 0,034$. Una variazione della lunghezza d'onda del 3,4% era facilmente misurabile da Compton con la sua strumentazione, che gli permetteva di misurare la lunghezza d'onda dei raggi X con tre cifre significative.

- 15** In una ripetizione dell'esperimento di Compton, un fascio di raggi X viene diretto verso un bersaglio di grafite e si osserva la radiazione diffusa a un angolo di 60° rispetto alla direzione iniziale.

► Calcola la variazione di lunghezza d'onda osservata.

$$[1,2 \times 10^{-12} \text{ m}]$$

- 16** Un fotone con energia iniziale di 45 keV subisce una diffusione per effetto Compton e viene osservato a un angolo di 90° rispetto alla direzione iniziale della radiazione elettromagnetica. Calcola:

► la lunghezza d'onda iniziale del fotone e la sua energia dopo la diffusione.
 ► l'energia dell'elettrone dopo l'urto.

$$[28 \times 10^{-12} \text{ m}; 41 \text{ keV}; 4 \text{ keV}]$$

- 17** Un fascio di raggi X di lunghezza d'onda $\lambda = 28,0 \text{ pm}$ viene diretto verso un bersaglio di grafite e si osserva la radiazione diffusa a un angolo di 90° . Calcola:

► il modulo della quantità di moto di un fotone prima e dopo la diffusione.
 ► il modulo della quantità di moto di un elettrone dopo l'urto.

$$[2,37 \times 10^{-23} \text{ kg} \cdot \text{m/s}; 2,18 \times 10^{-23} \text{ kg} \cdot \text{m/s}; 3,22 \times 10^{-23} \text{ kg} \cdot \text{m/s}]$$

- 18** In una ripetizione dell'esperimento di Compton con elettroni, la lunghezza d'onda $\lambda = 4,1 \times 10^{-11} \text{ m}$

del fotone subisce una variazione percentuale del 3,0% per un certo angolo φ di rilevazione. L'esperimento viene poi ripetuto con protoni al posto degli elettroni.

► Quale sarà la variazione della lunghezza d'onda del fotone allo stesso angolo φ ? Esprimila anche in percentuale.

$$[1,2 \times 10^{-15} \text{ m}; 0,0016\%]$$

5 LO SPETTRO DELL'ATOMO DI IDROGENO

- 19** Considera la serie spettrale di Balmer dell'atomo di idrogeno.

► Calcola i valori delle lunghezze d'onda delle righe dello spettro per $n = 4$ e per $n = 5$.

$$[4,9 \times 10^{-7} \text{ m}; 4,3 \times 10^{-7} \text{ m}]$$

- 20** Considera lo spettro dell'atomo di idrogeno nella serie di Lyman.

► Calcola il valore massimo e il valore minimo delle lunghezze d'onda delle righe di questo spettro.

$$[1,2 \times 10^{-7} \text{ m}; 0,91 \times 10^{-7} \text{ m}]$$

- 21** Considera la serie spettrale di Paschen.

► Calcola il valore della minima frequenza della serie. A quale lunghezza d'onda corrisponde?

► Qual è la minima lunghezza d'onda della serie di Paschen?

$$[1,6 \times 10^{14} \text{ Hz}; 1,9 \times 10^{-6} \text{ m}; 8,2 \times 10^{-7} \text{ m}]$$

22 In un esperimento si ottiene una serie spettrale la cui minima lunghezza d'onda è di $2,28 \times 10^{-6}$ m.

★★★

- ▶ Di quale serie si tratta?
- ▶ Qual è la minima frequenza della serie?

[$m = 5; 4,0 \times 10^{13}$ Hz]

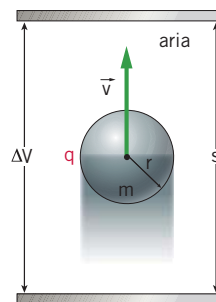
7 L'ESPERIMENTO DI MILLIKAN

23

PROBLEMA SVOLTO

★★★

Per ripetere l'esperimento di Millikan con l'apparato sperimentale illustrato si usano microsfere con un raggio di $1,2 \mu\text{m}$ e una massa di $9,4 \times 10^{-15}$ kg. La distanza tra le placche conduttrici è $7,5$ mm e tra di esse è applicata una differenza di potenziale di 2500 V. La viscosità dell'aria è $1,83 \times 10^{-5}$ Pa · s e la microsfera sale verso l'alto con una velocità di $2,7 \times 10^{-5}$ m/s.



$r = 1,2 \mu\text{m}$
 $m = 9,4 \times 10^{-15}$ kg
 $s = 7,5$ mm
 $\Delta V = 2500$ V
 $\eta_{\text{aria}} = 1,83 \times 10^{-5}$ Pa · s
 $v = 2,7 \times 10^{-5}$ m/s
 $q = ?$

Strategia e soluzione

- Dal momento che la microsfera si muove verso l'alto, con l'apparato sperimentale illustrato in precedenza la sua carica è positiva.
- In questo caso, per determinare il valore della carica occorre utilizzare la formula (18). Sostituendo in essa i dati numerici troviamo:

$$\begin{aligned}
 q &= (6\pi\eta rv + mg) \frac{s}{\Delta V} = \\
 &= \left[6 \times 3,14 \times (1,83 \times 10^{-5} \text{ Pa} \cdot \text{s}) \times (1,2 \times 10^{-6} \text{ m}) \times (2,7 \times 10^{-5} \frac{\text{m}}{\text{s}}) + \right. \\
 &\quad \left. + (9,4 \times 10^{-15} \text{ kg}) \times (9,8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}) \right] \times \frac{7,5 \times 10^{-3} \text{ m}}{2500 \text{ V}} = \\
 &= [1,1 \times 10^{-14} \text{ N} + 9,2 \times 10^{-14} \text{ N}] \times (3,0 \times 10^{-6} \frac{\text{C}}{\text{N}}) = 3,1 \times 10^{-19} \text{ C}.
 \end{aligned}$$

Il valore misurato per la carica sulla microsfera è $+13,1 \times 10^{-19}$ C.

Discussione

Il risultato ottenuto è compatibile, entro gli inevitabili errori sperimentali, con una carica pari a $2e = 2 \times (1,6021 \times 10^{-19} \text{ C}) = 3,2042 \times 10^{-19} \text{ C}$.

24 Un'esperienza di Millikan come quella descritta nel paragrafo 7 viene eseguita con microsfere di massa $2,0 \times 10^{-15}$ kg libere di muoversi fra due placche conduttrici poste a $1,6$ mm di distanza. Considera una microsfera di carica $3e$.

★★★

- ▶ Calcola la differenza di potenziale applicata alle placche se la sfera è ferma.

[65 V]

25 Ripetiamo l'esperimento di Millikan con l'apparato sperimentale descritto nel problema precedente, con l'ipotesi che la placca superiore sia caricata negativamente e quella inferiore positivamente. La microsfera di raggio $1,2 \times 10^{-6}$ m stavolta si muove verso il basso con velocità di modulo $v = 7,90 \times 10^{-5}$ m/s. La viscosità dell'aria vale $1,83 \times 10^{-5}$ Pa · s e la differenza di potenziale fra le placche è di 65 V.

★★★

ESERCIZI

► Calcola quanto vale la carica trasportata dalla microsfera.

► Di che segno è la carica risultante?

[2e]

26 In un esperimento, una gocciolina d'olio elettricamente carica è in equilibrio fra le armature (orizzontali e distanti d tra loro) di un condensatore se fra queste viene mantenuta una differenza di potenziale $\Delta V = 200$ V. Irradiando con raggi X la gocciolina, si ottiene un cambiamento di carica per cui è sufficiente una differenza di potenziale di 100 V per mantenerla in equilibrio.

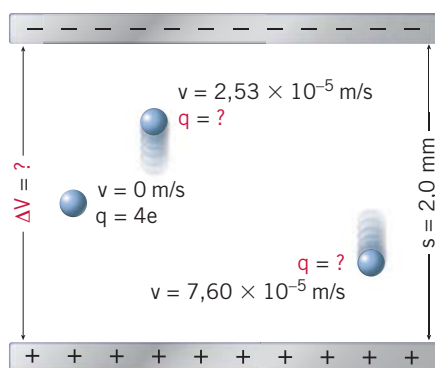
► Se la carica iniziale era $Q = 6e$, quanto vale la nuova carica?

(Olimpiadi della Fisica 2003, Gara di secondo livello)

[12e]

27 In un esperimento di Millikan eseguito con un apparato sperimentale simile a quello descritto nel paragrafo 7, la viscosità dell'aria è $1,71 \times 10^{-5}$ Pa · s, il raggio delle gocce d'olio $1,8 \times 10^{-6}$ m, la massa di ogni goccia $3,0 \times 10^{-15}$ kg. Tra le piastre conduttrici vi è una differenza di potenziale diversa da zero.

► Completa il disegno con i dati mancanti.



8 IL MODELLO DI BOHR

28 L'elettrone di un atomo di idrogeno si trova a $5,29 \times 10^{-11}$ m dal nucleo.

► Calcola l'energia potenziale dell'elettrone.

$[-4,4 \times 10^{-18}$ J]

29 L'elettrone di un atomo di idrogeno si trova a $21,16 \times 10^{-11}$ m dal nucleo.

► Calcola l'energia cinetica dell'elettrone.

$[5,4 \times 10^{-19}$ J]

30 L'elettrone di un atomo di idrogeno ha un'energia di $-1,35 \times 10^{-19}$ J.

► A che distanza dal nucleo dell'atomo di idrogeno deve trovarsi?

$[8,5 \times 10^{-10}$ m]

31 L'elettrone di un atomo di idrogeno si trova a $8,5 \times 10^{-10}$ m dal nucleo.

► Calcola la sua velocità.

$[5,5 \times 10^5$ m/s]

32 Nel modello planetario l'atomo di idrogeno è formato da un nucleo costituito da un solo protone e da un elettrone che orbita attorno a esso mantenendo una distanza media di $5,3 \times 10^{-11}$ m.

► Calcola la forza elettrica tra elettrone e nucleo (massa del protone $m_p = 1,67 \times 10^{-27}$ kg, massa dell'elettrone $m_e = 9,11 \times 10^{-31}$ kg).

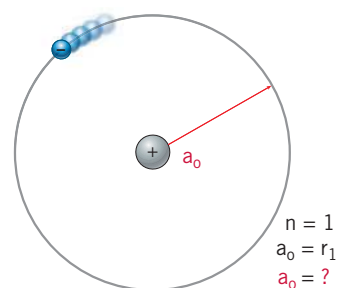
► Calcola la forza di interazione gravitazionale tra protone ed elettrone.

► Quale delle due forze è più intensa?

$[-8,2 \times 10^{-8}$ N; $3,6 \times 10^{-47}$ N]

9 I LIVELLI ENERGETICI DI UN ELETTRONE NELL'ATOMO DI IDROGENO

33 Nello stato fondamentale, l'elettrone dell'atomo di idrogeno si trova nell'orbita con numero quantico principale uguale a 1. Il raggio r_1 di tale orbita è chiamato *raggio di Bohr* e si indica anche con il simbolo a_0 .



► Calcola il valore del raggio di Bohr.

34 ★★★ L'elettrone di un atomo di idrogeno si trova nel livello corrispondente a $n = 2$.

► Calcola l'energia corrispondente.

[$5,4 \times 10^{-19}$ J]

35 ★★★ Nel modello di Bohr, i raggi delle orbite dell'elettrone nell'atomo di idrogeno sono multipli del raggio di Bohr, che si indica anche con il simbolo a_0 .

► Calcola il raggio della sesta orbita di Bohr.

[$1,90 \times 10^{-9}$ m]

36 ★★★ L'elettrone di un atomo di idrogeno si trova nel livello corrispondente a $n = 50$.

► Calcola il raggio della sua orbita.

[$1,3 \times 10^{-7}$ m]

37 ★★★ I modelli che descrivono la struttura atomica spiegano la forma e le caratteristiche degli spettri atomici, nei quali ciascuna riga corrisponde alla transizione di un elettrone da un'orbita all'altra.

► Calcola la frequenza corrispondente alla transizione dell'elettrone dalla terza orbita allo stato fondamentale nell'atomo di idrogeno.

► Si tratta di radiazione visibile?

(Suggerimento: $\Delta E = hv$, dove h è la costante di Planck e v è la frequenza dell'onda elettromagnetica emessa.)

[$2,93 \times 10^{15}$ Hz]

38 ★★★ Un elettrone salta dall'orbita con numero quantico $n = 2$ all'orbita con numero quantico $n = 1$, ed emette un fotone che appartiene alla serie di Lyman.

► Calcola la frequenza e la lunghezza d'onda del fotone.

► Indica la banda dello spettro elettromagnetico a cui appartiene la radiazione emessa.

[$2,45 \times 10^{15}$ Hz; $1,22 \times 10^{-7}$ m]

39 ★★★ Un atomo di idrogeno, inizialmente fermo, salta

dall'orbita con $n = 3$ a quella con $n = 1$. Calcola:

► la lunghezza d'onda del fotone emesso.

► la velocità di rinculo dell'atomo.

(Suggerimento: per la conservazione della quantità di moto...)

[$1,03 \times 10^{-7}$ m; 3,86 m/s]

PROBLEMI GENERALI

1 ★★★ Da una superficie sono estratti elettroni che hanno un'energia cinetica massima di 0,70 eV, con il ricorso a una luce di lunghezza d'onda minore o uguale a $5,5 \times 10^{-7}$ m. Da quella stessa superficie si vogliono ora estrarre elettroni con energia cinetica massima pari a 0,20 eV.

► Calcola il valore della frequenza della radiazione in grado di ottenere il risultato richiesto.

[$4,2 \times 10^{14}$ Hz]

2 ★★★ Un fotone dei raggi X è diffuso da un elettrone libero in quiete e procede in una direzione che forma un angolo di 160° rispetto alla propria direzione di incidenza. La lunghezza d'onda del fotone diffuso vale $\lambda_f = 2,90 \times 10^{-10}$ m.

Calcola:

► la lunghezza d'onda del fotone incidente.

► l'energia del fotone incidente.

► l'energia del fotone diffuso.

► l'energia cinetica dell'elettrone dopo l'urto.

[$2,85 \times 10^{-10}$ m; $6,98 \times 10^{-16}$ J;

$6,86 \times 10^{-16}$ J; $0,12 \times 10^{-16}$ J]

3 ★★★ L'esperimento di Rutherford viene ripetuto usando un fascio formato sia da particelle alfa sia da protoni lanciati contro un bersaglio composto da atomi di carbonio 12. La velocità iniziale delle particelle alfa e dei protoni è la stessa ed è pari a $1,8 \times 10^7$ m/s.

► Stabilisci quale delle due particelle ha maggiore energia cinetica.

► In caso di urto frontale quale particella si avvicina maggiormente al nucleo del carbonio?

ESERCIZI

► Una particella alfa viene diffusa ad angolo retto. Calcola il parametro d'impatto b che compare nella formula di diffusione $\text{tg} \frac{\varphi}{2} = \frac{2Ze^2}{4\pi\epsilon_0 mv_0^2} \frac{1}{b}$ (Z è il numero atomico del carbonio).

$$[1,3 \times 10^{-15} \text{ m}]$$

4 ★★★ Sulle gocce di olio usate nell'esperienza di Millikan agisce anche la spinta di Archimede. Le gocce hanno raggio pari a $1,0 \times 10^{-6}$ m. La densità dell'aria vale $1,2928 \text{ kg/m}^3$, quella dell'olio 920 kg/m^3 .

► Determina la spinta di Archimede che agisce sulle gocce d'olio. È trascurabile?

$$[5,3 \times 10^{-17} \text{ N}]$$

5 ★★★ La costante di struttura fine, uno tra i principali parametri della fisica atomica e subatomica, può essere espressa servendosi delle costanti dell'elettromagnetismo come $\alpha = \frac{e^2}{2\epsilon_0 hc}$ (e = carica elementare; ϵ_0 = costante dielettrica del vuoto; h = costante di Planck; c = velocità della luce nel vuoto).

► Scrivi la costante di struttura fine in funzione del raggio di Bohr.

► Calcola il valore di α . Quali sono le sue dimensioni fisiche?

$$[\alpha = \frac{h}{\pi mc a_0}; 7,3 \times 10^{-3}]$$

6 ★★★ L'elettrone di un atomo d'idrogeno si trova sull'orbita con numero quantico 3.

► Calcola il lavoro di estrazione.

► L'energia richiesta per estrarre un elettrone è maggiore o minore se l'elettrone si trova nello stato fondamentale?

$$[2,42 \times 10^{-19} \text{ J}]$$

7 ★★★ In un atomo di idrogeno l'elettrone ha energia di legame $-2,42 \times 10^{-19}$ J.

► Su quale orbita si trova l'elettrone?

► Calcola la differenza di energia rispetto all'orbita immediatamente successiva.

► È possibile collocare stabilmente l'elettrone in posizione intermedia tra le due orbite compiendo un lavoro pari a metà dell'intervallo energetico esistente?

$$[n = 3; 1,06 \times 10^{-19} \text{ J}]$$

8 ★★★ Gli atomi idrogenoidi (He^+ , Li^{++} , Be^{+++} ecc.), analogamente all'idrogeno da cui prendono nome, hanno un solo elettrone, ma diversa carica nucleare Ze .

► Ricava le formule per il raggio atomico e l'energia degli atomi idrogenoidi, secondo il modello di Bohr.

$$[r_n^{Ze} = n^2 \frac{\epsilon_0 h^2}{\pi m Z e^2} = \frac{1}{Z} r_n; E_n^{Ze} = -\frac{Z^2 m}{n^2} \left(\frac{e^2}{\epsilon_0 h} \right)^2 = Z^2 E_n]$$

► Determina il raggio e l'energia dello stato fondamentale dell'elio He^+ , cioè l'atomo di elio a cui è stato strappato un elettrone.

$$[2,65 \times 10^{-11} \text{ m}, -8,72 \times 10^{-18} \text{ J}]$$

9 ★★★ In un atomo di Li^{++} l'elettrone si trova sull'orbita con numero quantico 5.

► Calcola la velocità di rotazione per l'elettrone dell'atomo di Li^{++} , considerato come sistema idrogenoide.

(Suggerimento: risolvi prima il problema 8.)

$$[1,31 \times 10^6 \text{ m/s}]$$

10 ★★★ Considera la distribuzione spettrale dell'irradiazione del corpo nero in funzione della frequenza e della temperatura: $R(f, T) = \frac{2\pi f^4}{c^3} \frac{hf}{e^{\frac{hf}{kT}} - 1}$

$$R(f, T) = \frac{2\pi f^4}{c^3} \frac{hf}{e^{\frac{hf}{kT}} - 1}$$

Come hai visto nel paragrafo 1, la distribuzione spettrale classica è simile a quella sperimentale per grandi lunghezze d'onda, cioè per piccole frequenze.

► Ricava un'espressione approssimata dell'andamento della distribuzione spettrale a piccole frequenze.

(Suggerimento: calcola il limite per f tendente a 0 della frazione $\frac{hf}{e^{\frac{hf}{kT}} - 1}$)

$$[R(f, T) = \frac{2\pi f^4}{c^3} k_B T]$$

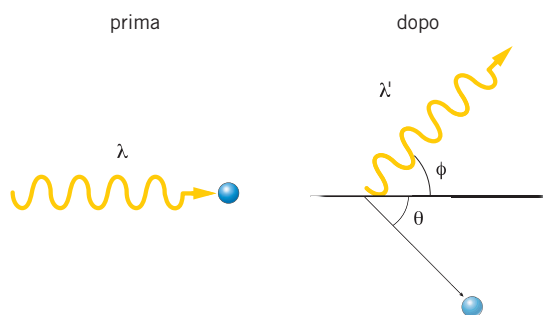
11 ★★★ In questo esercizio ricaverai la legge generale dell'effetto Compton. A questo scopo:

► scrivi le componenti della quantità di moto del fotone e dell'elettrone, inizialmente fermo, prima e dopo l'urto, usando i parametri della figura;

► applica il principio di conservazione della quantità di moto, e ricava due equazioni da cui calcolare v_2 , il quadrato della velocità dell'elettrone dopo l'urto;

► applica la conservazione dell'energia e, nell'equazione così ricavata, sostituisci l'espressione trovata precedentemente per v_2 ;

► infine usa le approssimazioni $\lambda'^2 \approx \lambda^2$ e $\lambda\lambda' \approx \lambda^2$.



12 Una piccola lastra di rame, di massa $m = 20,0$ g e calore specifico $c = 0,092$ kcal/(kg · °C), aumenta la sua temperatura di $2,0$ °C quando è investita dalla radiazione infrarossa proveniente da una stufa. La frequenza della radiazione incidente è di $3,0 \times 10^{13}$ Hz.

► Calcola il numero di fotoni che hanno interagito con il rame provocandone il riscaldamento.

(Dall'Esame di Stato di Liceo Scientifico, Progetto Brocca, 2004)

[$7,7 \times 10^{20}$]

13 Un fotone che possiede un'energia di $0,8$ MeV, perde un terzo della sua energia iniziale per effetto Compton e viene diffuso.

► Calcola l'angolo di diffusione.

(Dall'Esame di Stato di Liceo Scientifico, Progetto Brocca, 2002)

[47°]

14 L'elettrone di un atomo di idrogeno descritto secondo il modello di Thomson oscilla di moto armonico rispetto al centro della distribuzione di

carica positiva, che ha una densità volumica di carica ρ . La distribuzione di carica positiva ha raggio $r = 1,0 \times 10^{-10}$ m.

► Calcola la «costante elastica» dell'oscillazione.

(Suggerimento: la forza che agisce sull'elettrone vale $epr/3\epsilon_0$.)

[$k = 2,3 \times 10^3$ N/m]

15 Considera la formula generale che esprime l'energia totale di un elettrone nell'atomo di idrogeno secondo il modello di Bohr.

► Esprimi questa relazione in funzione del raggio di Bohr.

► Esprimi analogamente la velocità dell'elettrone in funzione del raggio di Bohr.

► Calcola l'energia totale e la velocità dell'elettrone, supponendo che si trovi nell'orbita con numero quantico principale 4.

$$[E_n = -(k/n^2)(1/a_0); k = (e^2/8\pi\epsilon_0);$$

$$v_n = (1/n)(\sqrt{2k/m a_0}); k = (e^2/8\pi\epsilon_0);$$

$$-1,36 \times 10^{-19} \text{ J}; 5,46 \times 10^5 \text{ m/s}]$$

QUESITI PER L'ESAME DI STATO

1 Spiega perché i risultati dell'esperimento di Rutherford, Geiger e Marsden sono incompatibili con il modello atomico di Thomson.

2 Illustra l'effetto fotoelettrico ed evidenziane gli aspetti sperimentali.

3 Descrivi il modello di Bohr per l'atomo di idrogeno, sottolineando quali aspetti sono compatibili con la fisica classica e quali invece non lo sono.

TEST PER L'UNIVERSITÀ

1 Che cos'è un fotone?

A Lo stato energetico di un elettrone legato ad un nucleo.

B La quantità di energia espressa dal prodotto della costante di Planck per la lunghezza d'on-

ESERCIZI

da della radiazione elettromagnetica.

- C** La minima energia di un elettrone legato a un nucleo.
- D** Il quanto di energia associato ad un'onda elettromagnetica.

(Concorso a borse di studio per l'iscrizione ai corsi di laurea della classe «Scienze e Tecnologie Fisiche» della SIF, 2006/2007)

- 2** Un fotone è caratterizzabile con la frequenza ν o con la lunghezza d'onda λ . Detta h la costante di Planck:

- A** $h\nu$ è l'energia del fotone.
- B** λ è direttamente proporzionale a ν .
- C** h dipende dalla frequenza.
- D** la velocità di propagazione nel vuoto è funzione di λ .
- E** se λ supera il centimetro abbiamo a che fare con raggi gamma.

(Prova di ammissione al corso di laurea in Medicina e Chirurgia, 2003/2004)

PROVE D'ESAME ALL'UNIVERSITÀ

- 1** Nel modello di Bohr dell'atomo di idrogeno un elettrone percorre un'orbita circolare attorno ad un protone fermo al centro dell'orbita.

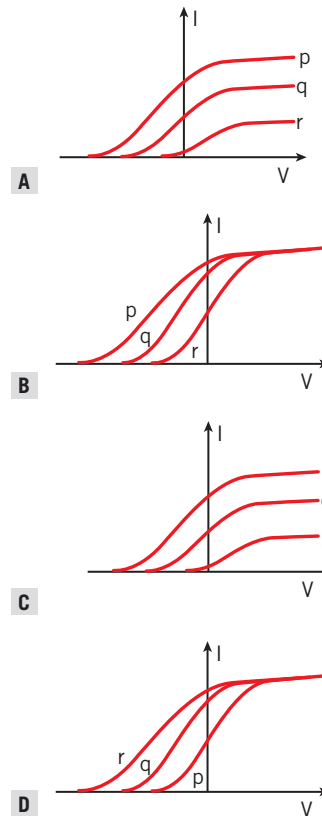
► Dato il raggio dell'orbita $r = 0,53 \times 10^{-8}$ cm e la massa dell'elettrone $m = 9,11 \times 10^{-31}$ kg, calcolare il periodo di rotazione dell'elettrone.

(Esame di Fisica, Corso di laurea in Scienze biologiche, Università di Genova, 1999/2000)

STUDY ABROAD

- 1** Photoelectric effect experiments are performed using three different metal plates p , q and r having work functions $\Phi_p = 2.0$ eV, $\Phi_q = 2.5$ eV and $\Phi_r = 3.0$ eV, respectively. A light beam containing wavelengths of 550 nm, 450 nm and 350 nm with equal intensities illuminates each of

the plates. The correct I - V graph for the experiment is (take $hc = 1240$ eV nm):



(Joint Entrance Examination for Indian Institutes of Technology (JEE), India, 2009/2010)

- 2** Using the Millikan's oil-drop device, we measure electric charge q ($q > 0$) of an oil drop. Mass of the oil drop is m and magnitude of gravitational acceleration is g . Here, when speed of the oil drop is v , magnitude of air resistance is kv .

The oil drop falls at a constant speed v_0 . What is v_0 ? Choose the most appropriate one from the following 1-5.

- 1** $\frac{k}{mg}$
- 2** $\frac{mg}{k}$
- 3** kmg
- 4** $\frac{m}{kg}$
- 5** $\frac{kg}{m}$

When a uniform electric field E is applied to the upward vertical direction, the oil drop goes upward. Speed and acceleration of the oil drop are v and a , respectively. What is the expression of equation of motion? Choose the correct one from the following 1-4.

- 1 $ma = qE - mg + kv$
- 2 $ma = -qE - mg + kv$
- 3 $ma = qE + mg + kv$
- 4 $ma = qE - mg - kv$

Finally, the oil drop has a constant speed v_1 . What is q ? Choose the correct one from the following 1-5.

- 1 $\frac{k}{E}(v_0 - v_1)$
- 2 $\frac{k}{E}(v_0 + v_1)$
- 3 $\frac{k}{E}(v_1 - v_0)$
- 4 $\frac{E}{k}(v_0 + v_1)$
- 5 $\frac{E}{k}(v_0 - v_1)$

(Examination for Japanese University Admission for International Students)

3 Element x is in the second period of the Periodic Table. An atom of element y has six more protons than an atom of element x . Which statement must be correct?

- A Elements x and y are in the same period of the table.
- B Elements x and y have the same number of electrons in the first shell.
- C Element y has six more electrons in its outer shell than does element x .
- D The nucleon number of element y is six more than that of element x .

(BioMedical Admission Test (BMAT), UK, 2008/2009)

4 The table shows the work-function energy (W) for photoelectric effect in three different metals.

Metal	W
Ca	$4.60 \times 10^{-19} \text{ J}$
Li	$4.65 \times 10^{-19} \text{ J}$
Zn	$6.94 \times 10^{-19} \text{ J}$

► Which of these metals will emit electrons when hit by visible light with wavelength 400 nm? Explain your reasoning.

(Trends in International Mathematics and Science Study, 2008/2009)

5 When a stream of helium nuclei moves towards a very thin, gold foil, most of the nuclei pass through the foil. Which hypothesis is supported by this result?

- A The nucleus of the gold atom is very heavy compared to the entire atom.
- B The wave nature of the helium nuclei allows them to penetrate the gold foil.
- C The nucleus of the gold atom is very small compared to the entire atom.
- D A helium nucleus has about the same mass as a gold nucleus.

(Trends in International Mathematics and Science Study, 2008/2009)



mozanni/StockPhoto

1 LE PROPRIETÀ ONDULATORIE DELLA MATERIA

Nel capitolo precedente sono presentati i problemi aperti dalle scoperte sperimentali che, all'inizio del secolo scorso, portarono a un generale ripensamento di quei capitoli della fisica che si occupano delle proprietà microscopiche della materia.

Una caratteristica comune ai diversi fenomeni scoperti è la quantizzazione: dell'energia trasportata dai fotoni, della carica elettrica, dei raggi e dei livelli energetici delle orbite di Bohr. È per questo che la nuova fisica, nata in questo contesto, prese prima il nome di *meccanica quantistica* e poi di **teoria quantistica**.

Tutte le scoperte elencate richiedevano uno schema interpretativo comune, che fu costruito soltanto alla fine degli anni Venti del Novecento. Un importante passo in avanti in questo cammino fu compiuto riflettendo sulla *dualità onda-particella* della luce. Infatti, nei fenomeni di interferenza un fascio di luce ultravioletta si comporta come un'onda elettromagnetica. Invece, negli effetti fotoelettrico e Compton lo stesso fascio di luce si comporta come se fosse costituito da un flusso di fotoni che interagiscono con la materia come particelle singole.

Ma la luce è fatta di onde o di particelle? Sulla base dei fatti osservati, dobbiamo ammettere che a questa domanda non si può dare una risposta univoca:

l'oggetto fisico «luce» si presenta come onda o come particella a seconda delle condizioni sperimentali.

Questa dualità è una proprietà *intrinseca* della luce e di tutte le radiazioni elettromagnetiche, e non una limitazione delle nostre conoscenze; le descrizioni *ondulatoria* e *corpuscolare* della luce sono alternative.

Numero di fotoni

Il numero di fotoni che formano un fascio di luce è enorme. Per esempio, su ogni m^2 arrivano dal Sole circa 5×10^{17} fotoni.

La dualità onda-particella della materia

Negli anni 1923-24 il fisico francese Louis de Broglie (1892-1987), considerando la dualità onda-particella della luce, si chiese se una analoga dualità non potesse esistere anche per la materia. Con considerazioni di tipo relativistico, egli intuì che a ogni particella materiale con quantità di moto \vec{p} si deve associare un'onda di lunghezza d'onda λ (detta **lunghezza d'onda di de Broglie** della particella) tale che

$$\lambda = \frac{h}{p} \quad (1)$$

ESEMPIO

La quantità di moto di un elettrone ha modulo $p = 5,44 \times 10^{-24} \text{ kg} \cdot \text{m/s}$.

► Calcola la lunghezza d'onda di de Broglie λ associata all'elettrone.

Sostituendo il valore di p nella relazione di de Broglie (1) troviamo:

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{6,63 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}}{5,44 \times 10^{-24} \text{ kg} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}}} = 1,22 \times 10^{-10} \frac{\text{kg} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{s}}{\text{s}^2} \cdot \frac{\text{s}}{\text{kg} \cdot \text{m}} = 1,22 \times 10^{-10} \text{ m} .$$

Dal momento che h è una costante molto piccola (in unità S.I.) e che λ è inversamente proporzionale a f , agli oggetti macroscopici corrispondono lunghezze d'onda che sono praticamente nulle e che, quindi, non generano alcun effetto osservabile nella vita quotidiana. Invece, elettroni e altre particelle subatomiche hanno lunghezze d'onda di de Broglie relativamente grandi (rispetto alle dimensioni degli atomi) e ne determinano i comportamenti fisici.

La relazione di de Broglie:

(a) ingloba la relazione di Planck per i fotoni $E = hf$

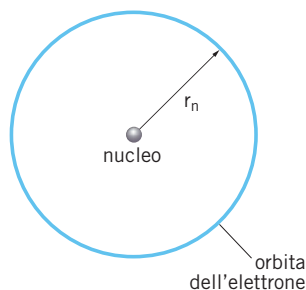
(b) permette di giustificare la condizione di quantizzazione di Bohr per l'atomo di idrogeno.

Per quanto riguarda il punto (a), basta ricordare che per i fotoni vale $p = E/c$, per cui dalla (1) si ha:

$$\lambda = \frac{h}{p} = h \frac{c}{E} \quad \Rightarrow \quad E = h \frac{c}{\lambda} = hf.$$

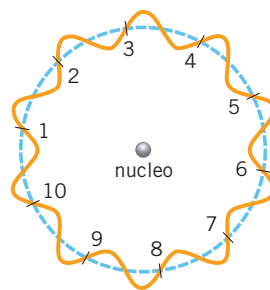
In relazione al punto (b), vediamo a cosa corrisponde, nel modello ondulatorio, il moto circolare di un elettrone atomico.

► Nel modello corpuscolare l'elettrone gira continuamente lungo una traiettoria circolare di raggio r_n senza irraggiare.



A

► Nel modello ondulatorio l'elettrone è un'onda *stazionaria* che deve «richiudersi su se stessa».



B

IN LABORATORIO



Diffrazione di un fascio di elettroni

- Video (2 minuti)
- Test (3 domande)



Perché l'onda «si richiuda», la lunghezza $2\pi r_n$ dell'orbita non può essere arbitraria, ma deve essere un multiplo della lunghezza d'onda dell'elettrone:

$$2\pi r_n = n\lambda.$$

Nella figura a pagina precedente è stato scelto $n = 10$.

Sostituendo la (1) nella formula precedente, si ottiene

$$2\pi r_n p_n = nh,$$

che è proprio la condizione di quantizzazione di Bohr per un'orbita circolare dell'atomo di idrogeno, scritta nella formula (24) del capitolo «La crisi della fisica classica».

Quindi la condizione di Bohr, così misteriosa dal punto di vista corpuscolare, secondo il modello ondulatorio di de Broglie è dovuta alla natura ondulatoria degli elettroni: le proprietà degli atomi, e in particolare la quantizzazione delle loro energie, sono determinate dal fatto che gli elettroni atomici si comportano come onde di de Broglie.

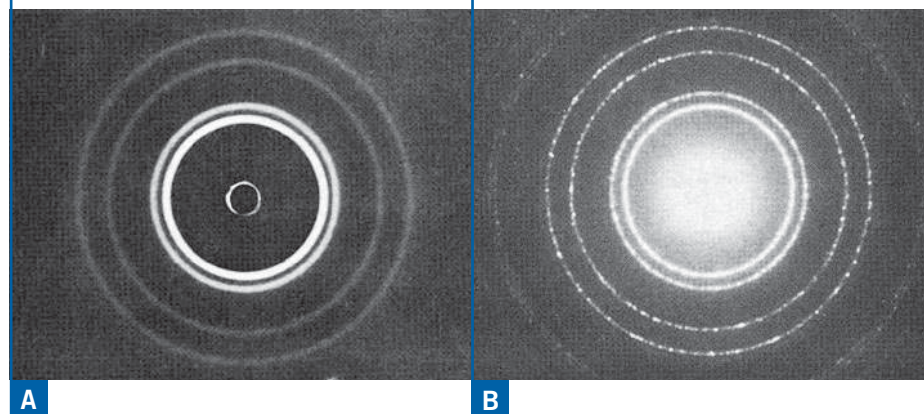
Vi è grande analogia tra il comportamento della radiazione elettromagnetica e quello dei corpuscoli che costituiscono la materia.

Sia la radiazione elettromagnetica, sia le particelle subatomiche mostrano in alcuni fenomeni natura ondulatoria, in altri natura corpuscolare. Questa proprietà è chiamata **dualismo onda-particella**.

Nel 1927 i fisici statunitensi Clinton J. Davisson e Lester H. Germer confermarono sperimentalmente il modello di de Broglie: essi inviarono contro un bersaglio metallico un fascio di elettroni la cui lunghezza d'onda, calcolata con la formula (1), era dello stesso ordine di grandezza del passo reticolare, cioè della distanza tra gli atomi del cristallo.

► Gli elettroni diffusi dal reticolo e analizzati da opportuni rivelatori formarono una figura di diffrazione,

► proprio come i raggi X della stessa lunghezza d'onda inviati sullo stesso bersaglio.



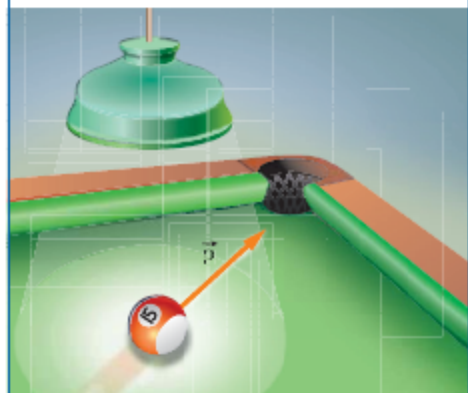
Questo risultato, del tutto incomprensibile per la fisica classica, non lasciava dubbi: particelle materiali (per esempio elettroni) si comportano, in determinate circostanze, come onde.

2 IL PRINCIPIO DI INDETERMINAZIONE

La *fisica quantistica*, sviluppata tra il 1920 e il 1930, riesce a inquadrare in una sola teoria coerente gli aspetti ondulatorio e corpuscolare della materia. Non potendo affrontare nei dettagli questa teoria, che matematicamente è molto complicata, ne esaminiamo ora il principio fondamentale.

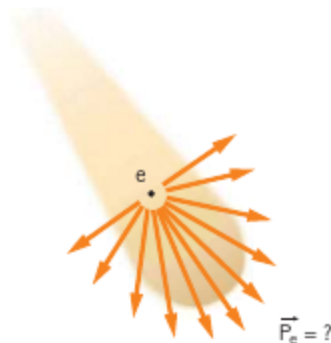
Tale principio, enunciato dal fisico tedesco Werner Heisenberg (1901-1976), è conseguenza dell'osservazione, apparentemente ovvia, che la fisica prende in esame soltanto entità e fenomeni che possono essere misurati. Nel mondo microscopico questa osservazione ha conseguenze impensabili per chi è abituato a osservare e descrivere soltanto fenomeni macroscopici.

La pallina da biliardo, illuminata per essere osservata, riceve quantità di moto dal fascio di luce. Però questa quantità di moto non ha rilevanza, perché non esercita una forza apprezzabile sulla pallina.



A

Il moto di un elettrone è invece perturbato in modo imprevedibile dai fotoni con i quali si vuole determinare la sua posizione e, dopo l'osservazione, la quantità di moto dell'elettrone è indeterminata.



B

Non è quindi possibile conoscere con precisione dove l'elettrone si trova, senza impartirgli una quantità di moto non determinabile.

È quindi impossibile sapere con precisione e contemporaneamente dove l'elettrone si trova e che velocità ha. Anche il concetto di traiettoria perde senso, perché si può parlare di traiettoria di un corpo soltanto se si può osservare il suo moto senza perturbarlo.

Prima forma del principio di indeterminazione

Il *principio di indeterminazione* rende quantitative le precedenti considerazioni qualitative. Indicando con Δx e Δp le indeterminazioni della posizione x e della quantità di moto p di un corpo materiale, Heisenberg ricavò dalla natura ondulatoria di tutte le particelle il **principio di indeterminazione**, espresso dalla formula

$$\Delta x \Delta p \simeq \hbar \quad \hbar \simeq 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}. \quad (2)$$

ESPERIMENTO VIRTUALE

Onde e particelle

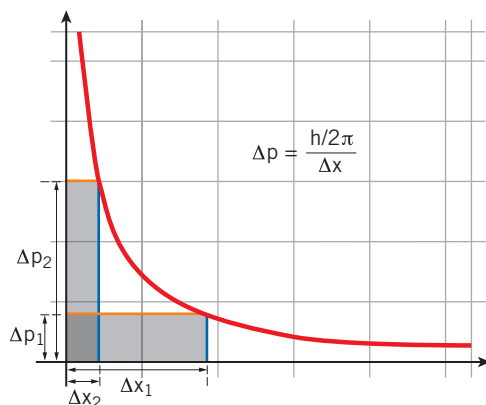
- Gioca
- Misura
- Esercitati



La costante di Planck ridotta

Il simbolo \hbar (che si legge «acca tagliato») è il rapporto $\hbar/2\pi$ tra la costante di Planck e 2π . Si chiama «costante di Planck ridotta».

Figura 1 Secondo il principio di indeterminazione di Heisenberg, l'indeterminazione sulla posizione e quella sulla quantità di moto sono inversamente proporzionali.



Se un corpo si muove lungo una retta, non è possibile misurare con precisione grande quanto si vuole sia la sua posizione x , sia la sua quantità di moto p . Il meglio che si può fare è determinare Δx e Δp in modo che siano in accordo con la formula (2).

Il principio di indeterminazione implica che quanto più piccolo è Δx (ossia più è accurata la misura di x), tanto più grande è Δp (cioè la misura di p è più imprecisa) e viceversa (figura 1).

Per ragioni di principio, non è possibile affermare, quindi, che un corpo si trova fermo (cioè con quantità di moto esattamente uguale a zero) in una certa posizione.

Il principio di indeterminazione vale per tutti i corpi, sia macroscopici che microscopici. Però, per gli oggetti che ci circondano esso ha conseguenze pratiche del tutto irrilevanti: poiché la costante di Planck è molto piccola su scala macroscopica, le indeterminazioni Δx e Δp sono trascurabili rispetto agli errori di misura. Così

la fisica quantistica, applicata ai corpi macroscopici, dà risultati in perfetto accordo con la fisica classica.

ESEMPIO

La posizione di un elettrone in un atomo è conosciuta con un'indeterminazione $\Delta x \simeq 10^{-11}$ m.

► Determina la corrispondente indeterminazione Δp sulla quantità di moto.

Dall'espressione (2) possiamo isolare Δp :

$$\Delta p \simeq \frac{\hbar}{\Delta x} \simeq \frac{10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}}{10^{-11} \text{ m}} \simeq 10^{-23} \text{ kg} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

«Piccolo» e «grande»

Come per le misure di posizione e di quantità di moto, che compaiono nella prima forma del principio di Heisenberg, anche qui il significato degli aggettivi «grande» e «piccolo» è fissato dal valore della costante di Planck ridotta \hbar .

Seconda forma del principio di indeterminazione

Accanto alla (2), che contiene le indeterminazioni Δx e Δp , vale una seconda forma del principio di indeterminazione:

$$\Delta t \Delta E \simeq \hbar \quad (3)$$

che riguarda l'incertezza sul tempo, Δt , e quella sulla misura dell'energia, ΔE .

La (3) afferma che, se su un sistema si esegue una misura di energia, la precisione intrinseca ΔE con la quale è possibile ottenere il risultato è determinata dalla durata della misurazione: più breve è la misura, più impreciso è il valore trovato dell'energia.

Viceversa, se si vuole conoscere ciò che accade in un intervallo di tempo molto piccolo, il comportamento quantistico dei sistemi impone che si debbano impartire energie grandi: così, dopo la misura, l'energia del sistema è molto indeterminata.

3 LE ONDE DI PROBABILITÀ

A partire dal 1924 diversi fisici di grande valore rielaborarono e completarono la proposta di de Broglie, chiarendo i numerosi punti oscuri che riguardavano il significato fisico delle sue «onde di materia» e il modo con cui dovevano essere calcolate per via teorica.

Due contributi fondamentali furono dati da Erwin Schrödinger (1887-1961) e Max Born (1882-1970). Il primo di essi formulò l'equazione che permette di calcolare la forma matematica dell'onda che è associata a ogni particolare particella soggetta a una forza nota. Il secondo fornì l'interpretazione fisica corretta delle onde di materia.

L'equazione di Schrödinger

Indichiamo con il simbolo $\Psi(x, y, z, t)$ la funzione delle tre coordinate spaziali (x, y e z) e della coordinata temporale t che descrive una determinata onda di de Broglie. Nel 1926 Schrödinger, partendo dalla formula che fornisce l'energia totale di un sistema fisico classico S , scrisse un'equazione (detta poi equazione di Schrödinger) che descrive il sistema fisico quantistico analogo a S .

Per esempio, consideriamo come sistema S l'atomo di idrogeno. Come è spiegato nel capitolo precedente, dal punto di vista classico lo stato del sistema può essere determinato conoscendo l'energia totale $E_{tot} = K + U$ del sistema.

Partendo da questa conoscenza, seguendo il metodo di Schrödinger è possibile scrivere la particolare equazione che descrive l'atomo di idrogeno quantistico.

In tutti i casi si ottiene un'equazione differenziale (cioè un particolare tipo di equazione dove compaiono la funzione incognita e le sue derivate) che è troppo complicata per la matematica che si studia al liceo. È però importante sapere che, secondo la teoria quantistica,

le soluzioni $\Psi(x, y, z, t)$ dell'equazione di Schrödinger, dette **funzioni d'onda**, forniscono le proprietà quantistiche del sistema in esame.

Per esempio, le funzioni d'onda che sono soluzioni dell'equazione di Schrödinger per l'atomo di idrogeno non relativistico prevedono che l'atomo abbia esattamente i livelli energetici ottenuti con il modello di Bohr (formula (26) del capitolo precedente).

L'interpretazione fisica della funzione d'onda

Schrödinger immaginava che l'elettrone dell'atomo di idrogeno non si comportasse come un punto materiale ma che, per così dire, si distribuisse su un volume relativamente ampio (su scala atomica).

Da questo punto di vista, la funzione d'onda $\Psi(x, y, z, t)$ non sarebbe altro che la *densità di carica* elettronica nel punto di coordinate (x, y, z) all'istante t . Tale interpretazione, però, non è confermata da alcuna osservazione, in quanto in tutte le misure sperimentali la carica non si trova distribuita, ma concentrata in un punto. Ciò fa sempre pensare all'elettrone come a un corpuscolo puntiforme.

L'interpretazione della funzione d'onda che ora riteniamo corretta (e che fu proposta, sempre nel 1926, da Max Born) fa invece uso di concetti probabilistici.

Equazioni differenziali

Per alcuni esempi di equazione differenziale (molto più semplici di quelle relative all'equazione di Schrödinger) vedi la scheda matematica *L'esponenziale e i circuiti RC* nel capitolo «La corrente elettrica nei metalli».

Infatti, secondo Born la funzione d'onda è una **ampiezza di probabilità**. Questo significa per esempio che, se stiamo studiando il comportamento di un elettrone, la quantità

$$[\Psi(x, y, z, t)]^2 \Delta V \quad (4)$$

Caso generale

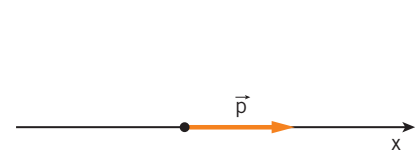
Per sistemi fisici fatti di più particelle l'interpretazione di Ψ^2 può essere più complessa ma, in tutti i casi, la funzione d'onda dà sempre l'ampiezza di probabilità che una data misura, eseguita in una certa zona di spazio e a un istante di tempo ben determinato, fornisca un certo risultato.

fornisce la probabilità che l'elettrone si trovi, a un istante di tempo t , in un volume ΔV il cui centro è posto nel punto di coordinate (x, y, z) .

Nell'espressione precedente, ΔV deve essere abbastanza piccolo da fare sì che la funzione $\Psi(x, y, z, t)$ non vari in modo apprezzabile al suo interno.

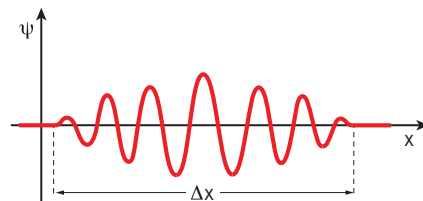
L'introduzione della funzione d'onda comporta un cambiamento radicale nel modo in cui la fisica modella la realtà.

► Per esempio, nel modello corpuscolare una particella è pensata come un punto materiale che si muove con quantità di moto \vec{p} lungo una direzione, che si può scegliere come asse x .



A

► La fisica quantistica utilizza la funzione Ψ della posizione x , che determina la probabilità di osservare la particella in una zona piuttosto che in un'altra.



B

Nelle zone in cui Ψ oscilla, la probabilità di trovarvi una particella è diversa da zero. Non si trova mai la particella fuori da questa regione, dove Ψ è nulla. Questo gruppo localizzato di oscillazioni si chiama *pacchetto d'onda*.

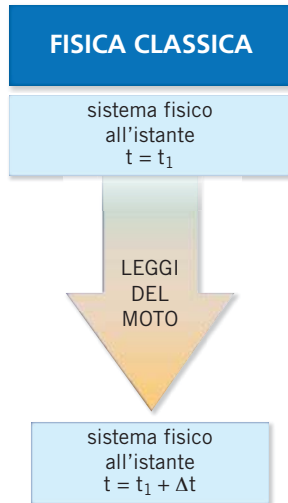
Probabilità da ignoranza e probabilità quantistica

È molto importante notare che la probabilità di cui stiamo parlando è molto diversa da quella che si incontra in altri campi della fisica. Per esempio, in sistemi (come i gas) che contengono un gran numero di particelle è impossibile sia conoscere le proprietà di tutte le componenti del sistema, sia calcolarne l'evoluzione. In tale contesto si deve introdurre una *probabilità da ignoranza*: non sapendo fare di meglio, ci limitiamo a calcolare, per esempio, la probabilità che, presa una molecola, essa abbia una certa velocità. Ciò non toglie che, almeno in linea di principio, avendo a disposizione più informazioni e capacità di calcolo rispetto a quelle che abbiamo, la soluzione esatta del problema sarebbe possibile.

Le probabilità calcolate a partire dalla $\Psi(x, y, z, t)$ sono invece le informazioni più dettagliate che è *in via di principio* possibile avere sul sistema fisico quantistico in esame.

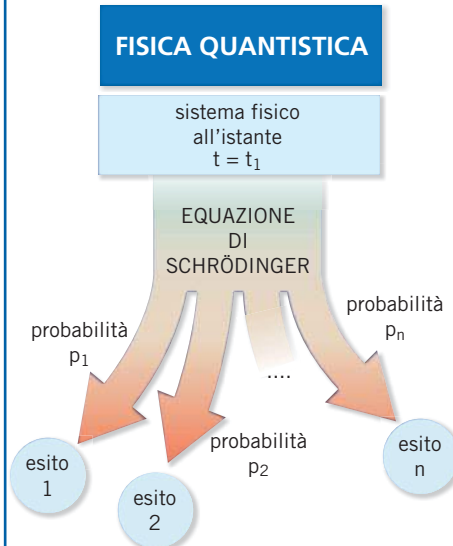
Fino a ora, tutti i risultati sperimentali sono in accordo con questa visione probabilistica cosicché, alla luce delle conoscenze odierne, dobbiamo rinunciare al *determinismo* che era tipico della fisica classica.

► In generale, non possiamo più «prevedere» di prevedere in dettaglio l'evoluzione di un sistema fisico o il risultato di una misura sperimentale utilizzando le leggi del moto della fisica classica.



A

► Possiamo solo sapere con quali probabilità avranno luogo le possibili evoluzioni di uno stesso stato fisico, oppure con quali probabilità, eseguendo un esperimento, otterremo uno dei risultati possibili piuttosto che un altro.



B

Le due componenti della funzione d'onda

Abbiamo detto che la probabilità di trovare una particella nell'intorno di un punto dello spazio è proporzionale al quadrato dell'ampiezza di probabilità secondo l'equazione (4). In realtà le cose sono un po' più complicate, anche se la sostanza dell'interpretazione probabilistica non cambia.

L'ampiezza di probabilità Ψ non è rappresentata da una funzione sola, ma da una coppia di funzioni, che insieme sono soluzioni dell'equazione di Schrödinger scritta per il particolare sistema fisico a cui la particella appartiene.

Conosciamo già un caso nel quale la grandezza che conta è determinata da due altre: la distanza vettoriale \vec{r} di un punto dall'origine di due assi coordinati è fissata una volta note le sue componenti x_1 e x_2 . In questo caso si scrive $\vec{r} = (x_1, x_2)$ e il modulo al quadrato del vettore \vec{r} è dato, secondo il teorema di Pitagora, da $r^2 = x_1^2 + x_2^2$. Analogamente (figura 2), l'ampiezza di probabilità Ψ è determinata da due funzioni Ψ_1 e Ψ_2 , e si può scrivere

$$\Psi = (\Psi_1, \Psi_2).$$

Come per il vettore \vec{r} , il modulo al quadrato dell'ampiezza di probabilità che compare nella (4) ha la forma

$$(\Psi)^2 = \Psi_1^2 + \Psi_2^2; \quad (5)$$

dove Ψ_1 e Ψ_2 sono a loro volta funzioni dell'istante t e delle coordinate (x, y, z) del punto in cui si vuole calcolare la probabilità di trovare la particella.

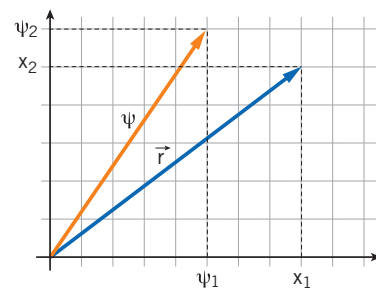


Figura 2 Come il vettore posizione nel piano, anche la funzione d'onda ha due componenti.

Funzione complessa

In modo equivalente si può dire che Ψ è un numero complesso e che Ψ_1 e Ψ_2 sono, rispettivamente, la sua parte reale e la sua parte immaginaria. In questo caso si ha $\Psi_1^2 + \Psi_2^2 = |\Psi|^2 = \Psi \bar{\Psi}$

4 L'AMPIEZZA DI PROBABILITÀ E IL PRINCIPIO DI HEISENBERG

La rappresentazione delle proprietà di un sistema quantistico attraverso la funzione d'onda e il principio di Heisenberg sono strettamente collegati; infatti

facendo uso dell'ampiezza di probabilità Ψ , la fisica quantistica spiega il principio di indeterminazione di Heisenberg.

Caso della particella libera

Per fare un primo esempio, consideriamo una particella *libera*, cioè non soggetta ad alcuna forza. Per il primo principio della dinamica, la sua quantità di moto \vec{p} e la sua energia E si conservano per un tempo indefinito.

Per questa particella, l'equazione di Schrödinger fornisce le seguenti funzioni d'onda:

$$\Psi_1 = a \cos\left(2\pi\left(\frac{Et}{h} - \frac{px}{h}\right)\right); \quad \Psi_2 = a \sin\left(2\pi\left(\frac{Et}{h} - \frac{px}{h}\right)\right). \quad (6)$$

Per queste funzioni d'onda è facile calcolare Ψ^2 che, ricordando l'identità trigonometrica $\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha = 1$, risulta:

$$\Psi^2 = \Psi_1^2 + \Psi_2^2 = a^2 \left[\cos^2\left(2\pi\left(\frac{Et}{h} - \frac{px}{h}\right)\right) + \sin^2\left(2\pi\left(\frac{Et}{h} - \frac{px}{h}\right)\right) \right] = a^2.$$

Quindi vale

$$[\Psi(x, y, z, t)]^2 \Delta V = a^2 \Delta V:$$

per la funzione d'onda (6), a cui corrisponde un valore di p perfettamente definito, la probabilità di trovare la particella in un volume ΔV all'istante t è la stessa per ogni ΔV e per ogni t , per cui la particella potrebbe essere ovunque:

alla massima determinazione sulla quantità di moto di una particella corrisponde la massima incertezza sulla sua posizione.

Osserviamo che le equazioni (6) sono matematicamente analoghe a quelle delle onde armoniche. Infatti le formule (3) e (5) del capitolo «Le onde elastiche», che sono

$$y = a \cos\left(\frac{2\pi}{T}t + \varphi_0\right) \quad \text{e} \quad y = a \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda}x + \varphi_0\right)$$

si ottengono dalle (6) fissando rispettivamente il valore di x o quello di t e introducendo l'identificazione

$$T = \frac{h}{E} \quad \text{e} \quad \lambda = \frac{h}{p}.$$

La seconda delle uguaglianze precedenti non è altro che la relazione (1), scritta da

de Broglie prima che Schrödinger introducesse la sua equazione; essa è, quindi, una conseguenza della descrizione ondulatoria e probabilistica del moto di una particella di quantità di moto p e non un'aggiunta arbitraria alla teoria quantistica.

Caso del pacchetto d'onda

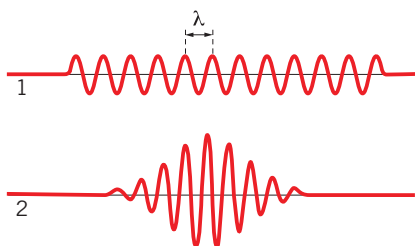
Come è detto nel paragrafo precedente, in fisica quantistica di solito una particella è descritta non da un'onda piana come quella delle formule (6), ma come un pacchetto d'onde che è diverso da zero soltanto in una zona limitata di spazio.

Dal punto di vista matematico, l'equazione di un pacchetto d'onda si ottiene sommando un grande numero di onde piane con diversi valori della lunghezza d'onda λ e quindi anche della quantità di moto $p = h/\lambda$. Anzi, minore è la zona occupata dal pacchetto d'onda, maggiore è l'ampiezza dell'intervallo di valori di λ necessario per ottenerlo.

Cosa si può dire della quantità di moto della stessa particella? Nel caso estremo di un'onda sinusoidale che si estende *a tutto lo spazio*, la lunghezza d'onda λ è una e ben definita e lo stesso accade per la quantità di moto $p = h/\lambda$. Quindi l'indeterminazione Δp è nulla e, contemporaneamente, l'indeterminazione Δx è massima (infinita), dato che la particella si può trovare ovunque.

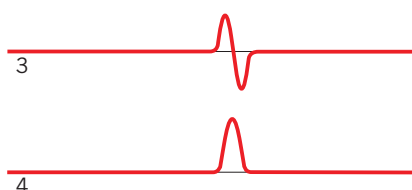
Così, quando Δx è grandissimo l'indeterminazione Δp tende a zero, come è previsto dal principio di Heisenberg: $\Delta p \simeq \hbar/\Delta x$. Reciprocamente, più il pacchetto d'onda è corto (Δx piccolo), maggiore è l'incertezza $\Delta \lambda$ e quindi maggiore è Δp .

► Nel primo esempio la posizione è mal definita e la quantità di moto è definita bene; nel secondo, a una posizione meglio definita corrisponde una maggiore incertezza sul valore di λ e quindi su p .



A

► Nei casi in cui la posizione x è nota con precisione (caso 3), il pacchetto contiene meno oscillazioni e la sua λ è molto mal definita. Per questo la quantità di moto $p = h/\lambda$ ha una grande incertezza Δp .



B

Quando, come nell'esempio 4, il pacchetto d'onda è concentrato in un punto ($\Delta x \simeq 0$), il concetto di «lunghezza d'onda» perde senso ($\Delta \lambda \rightarrow \infty$) e la quantità di moto $p = h/\lambda$ è completamente indeterminata ($\Delta p \rightarrow \infty$).

Consideriamo un insieme di elettroni o fotoni che, propagandosi nello spazio, trasportano energia e costituiscono una «radiazione». Alla domanda: «in *realtà* si tratta di onde o corpuscoli?» la risposta corretta è che non si può rispondere.

- Quando si propaga nello spazio, ogni radiazione va pensata come costituita da pacchetti d'onda delle ampiezze di probabilità di tutte le particelle del sistema.
- Quando la si osserva interagire con qualche dispositivo, essa si comporta come onda (diffusa nello spazio) o come corpuscolo (concentrato in un punto) a seconda del tipo di misura che su di essa si esegue.

Acca tagliato

La grandezza \hbar compare nel principio di indeterminazione perché nelle (6) i prodotti (px) ed (Et) sono divisi per $h/2\pi$.

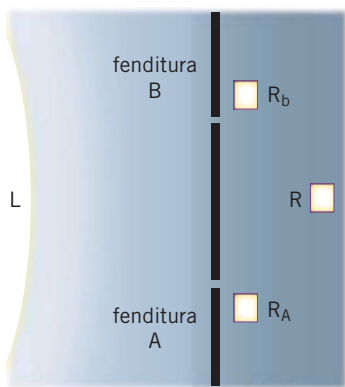


Figura 3 Apparato sperimentale per studiare le proprietà della sovrapposizione di stati quantici.

5 IL PRINCIPIO DI SOVRAPPOSIZIONE

Se un certo sistema quantistico S è descritto da due funzioni d'onda Ψ_a e Ψ_b , che descrivono due possibili stati del sistema, allora esso è descritto anche dalla funzione d'onda

$$\Psi = a\Psi_a + b\Psi_b,$$

dove a e b sono, in generale, numeri relativi.

Per capire cosa ciò comporta, consideriamo il caso idealizzato della **figura 3**, in cui il sistema S è costituito da un elettrone emesso dalla sorgente L , da uno schermo opaco in cui sono praticate due fenditure e da un rivelatore R posto al di là di tale schermo.

Rispetto a questo sistema, un elettrone che giunge sul rivelatore può essere descritto da due funzioni d'onda fondamentali: la prima, che chiameremo Ψ_a , descrive un elettrone che è passato dalla fenditura A ; la seconda, Ψ_b , descrive un elettrone che è passato dalla fenditura B .

Entrambe queste situazioni (questi *stati quantici*) sono ben chiare dal punto di vista della fisica classica e, anche, della nostra esperienza quotidiana. Ma cosa significa dire, in meccanica quantistica, che lo stato dell'elettrone è descritto dalla funzione d'onda $\Psi = a\Psi_a + b\Psi_b$? Non significa che esso è passato per entrambe le fenditure né, se la cosa può avere senso, che è passato un po' attraverso la prima e un po' attraverso la seconda.

Significa soltanto che, per esso, la domanda «qual è la fenditura attraversata dall'elettrone?» non ha una risposta definita.

Se facciamo in modo che la sorgente L emetta in successione soltanto elettroni descritti dalla funzione d'onda $\Psi = a\Psi_a + b\Psi_b$ possiamo mettere altri due rivelatori R_A e R_B in corrispondenza delle due fenditure per verificare se gli elettroni passano attraverso la fenditura A oppure attraverso la B .

In questo caso, qualche volta un elettrone è rivelato da R_A e altre volte da R_B , ma mai due elettroni sono rivelati contemporaneamente. Quindi l'esperimento mostra che, su N elettroni che attraversano lo schermo, N_a passano per la fenditura A e i rimanenti ($N - N_a$) risultano passare attraverso la B . Il risultato di ogni singola misurazione non è in alcun modo prevedibile a priori, ma le due probabilità

$$p_A = \frac{N_a}{N} \quad \text{e} \quad p_B = \frac{N - N_a}{N}$$

che l'elettrone passi, rispettivamente, attraverso la prima o la seconda fenditura sono in accordo con i valori che si possono calcolare teoricamente conoscendo i coefficienti a e b :

$$p_A = \frac{a^2}{a^2 + b^2}; \quad p_B = \frac{b^2}{a^2 + b^2}. \quad (7)$$

Quando si esegue questo tipo di misura l'elettrone è certamente passato per una fenditura determinata e, quindi, non è più descritto dallo stato $\Psi = a\Psi_a + b\Psi_b$ ma da uno dei due stati fondamentali Ψ_a e Ψ_b (a seconda di qual è la fenditura da cui risulta passato).

Secondo la concezione classica della fisica quantistica, detta «interpretazione di Copenhagen», l'atto di compiere una misura (nel nostro esempio l'attivazione di uno

Calcolo delle probabilità

Per la probabilità di un evento vedi la scheda matematica «Le distribuzioni di probabilità» nel capitolo «Il modello microscopico della materia».

dei due rilevatori R_A o R_B) fa «collassare» la funzione d'onda dallo stato di sovrapposizione a uno dei due stati fondamentali. I coefficienti numerici che compaiono nella sovrapposizione delle funzioni d'onda determinano le probabilità dei diversi eventi e quindi del fatto che la funzione d'onda Ψ collassi nello stato Ψ_a piuttosto che nello stato Ψ_b ; secondo la fisica quantistica questo è il massimo di informazione che si può avere sul sistema.

La logica a tre valori

Come si vede, l'introduzione della funzione d'onda cambia in modo radicale il modo con cui si ragiona sulle caratteristiche di un sistema: infatti, spesso non è possibile applicare la normale logica a due valori, secondo la quale una proposizione o è «vera», o è «falsa».

In teoria quantistica vi sono molte condizioni, anche semplici, nelle quali si deve rispondere «né vero, né falso, ma indefinito».

Nel caso della doppia fenditura, quando lo stato dell'elettrone è descritto dall'ampiezza di probabilità $\Psi = a\Psi_a + b\Psi_b$, alla domanda tipica della descrizione corpuscolare: «l'elettrone è passato per la fenditura A?» questa logica a tre valori ci obbliga a rispondere «né vero, né falso: indefinito».

La condizione di «indefinito» non è equivalente alla condizione che si aveva nella logica classica quando non si sapeva rispondere: affermare «non so» implica che si potrebbe rispondere, se si avessero più informazioni. Invece, nel caso che stiamo esaminando non è logicamente possibile rispondere alla domanda precedente.

Il gatto di Schrödinger

Per mettere in evidenza le difficoltà concettuali legate all'interpretazione di Copenhagen, nel 1935 il fisico Erwin Schrödinger propose, come esperimento concettuale, la seguente «situazione abbastanza comica», come egli stesso la definì: «un perfido scienziato pone un gatto, un atomo radioattivo e una fiala di veleno in una scatola perfettamente isolata dall'esterno. Nel corso di un'ora, l'atomo può, con la stessa probabilità, decadere o non decadere. Il fisico collega l'atomo alla fiala di cianuro in modo che il veleno sia liberato nel momento in cui l'atomo decade. Il veleno è abbastanza tossico da uccidere immediatamente il gatto.»

Dopo un'ora lo scienziato apre la scatola e, nel caso che trovi il gatto morto, si chiede se, durante l'ora trascorsa, il gatto era vivo oppure era morto.

Al paradosso del gatto di Schrödinger, la meccanica classica e la meccanica quantistica danno risposte diverse.

- Per la fisica classica, indipendentemente dall'osservatore, il gatto è per una certa frazione di quell'ora del tutto vivo e, per il resto del tempo, del tutto morto.
- Secondo il punto di vista della meccanica quantistica, invece, i due stati «gatto vivo» e «gatto morto» nel sistema totale della scatola sono sovrapposti fino al momento in cui il fisico compie l'osservazione. Egli stabilisce così il destino del gatto in quanto, in quell'istante, lo stato misto «collassa» e il gatto deve essere necessariamente vivo o morto.

L'origine del paradosso del gatto di Schrödinger risiede nel fatto che la teoria quantistica assegna delle probabilità ai possibili esiti di un esperimento, mentre ogni esperimento ha, in effetti, uno e un solo risultato reale.

Principio del terzo escluso

Nella logica classica di Aristotele si esclude la possibilità di una terza risposta con l'affermazione «*tertius non datur*».

Un istante prima di aprire la scatola, lo stato fisico che descrive il sistema della scatola (con tutto ciò che essa contiene) è, con la probabilità del 50%, la sovrapposizione di due configurazioni:

- atomo non decaduto, fiala intatta, gatto vivo.
- atomo decaduto, fiala aperta, gatto morto.

Quindi, finché non viene osservato, il gatto si trova in uno stato di sovrapposizione tra lo stato «vivo» e quello «morto». In altre parole, per tutta l'ora il gatto è «vivo a metà» e «morto a metà».

Quando apre la scatola, lo scienziato effettua una misura, e ciò obbliga il sistema, per così dire, a scegliere fra le due possibili configurazioni: solo in quel momento, uno dei due possibili stati del sistema diventa reale.

Schrödinger, con il suo paradosso, mise in evidenza i due aspetti controversi dell'interpretazione di Copenhagen:

- uno, di natura propriamente fisica: una indeterminazione a livello microscopico (la sovrapposizione di due stati di un atomo) genera conseguenze paradossali quando è trasferita al livello macroscopico (il gatto);
- uno, di natura propriamente filosofica, legato al ruolo centrale dell'osservatore: lo scienziato che effettua la misura diventa l'agente che obbliga la natura a scegliere. Possiamo accettare, si chiedono con Schrödinger molti fisici, che «la mente dello sperimentatore» abbia un ruolo privilegiato nell'universo?

Una via d'uscita soddisfacente è stata suggerita, ma non è accettata da tutti gli esperti. Secondo il modello della «decoerenza dinamica», sono le continue interazioni del sistema quantistico con l'ambiente esterno che, fungendo da misura, distruggono la sovrapposizione dei due stati. E ciò accade tanto più rapidamente quanto più grande è il sistema.

Per questo, pur chiuso nella sua scatola e non osservato dal di fuori, il gatto è ad ogni istante o «tutto vivo» o «tutto morto»: l'aria e le superfici interne della scatola non smettono mai di «osservarlo».

6 STABILITÀ DEGLI ATOMI E ORBITALI ATOMICI

Spesso non è conveniente far uso della fisica quantistica, che unifica in una sola descrizione gli aspetti ondulatorio e corpuscolare della radiazione ma richiede un apparato matematico complesso, e si preferisce fare ricorso a modelli specifici.

A seconda del fenomeno, si usa il «modello corpuscolare» oppure il «modello ondulatorio», sapendo che si tratta di due descrizioni diverse ma non contraddittorie.

Il più lontano dalla realtà è il modello corpuscolare; fortunatamente, il principio di indeterminazione ci aiuta a introdurre nelle sue applicazioni le correzioni necessarie. Per esempio, esso ci aiuta a capire la *stabilità degli atomi*.

La stabilità degli atomi non è spiegata dal modello corpuscolare di Bohr, ma è richiesta dal principio di indeterminazione. Si stabilisce infatti una situazione di equilibrio: la forza di Coulomb agisce sugli elettroni, che irraggiando cadrebbero sul nucleo; però un elettrone prossimo al nucleo sarebbe molto localizzato e avrebbe quindi una quantità di moto eccessiva e, di conseguenza, un'energia cinetica troppo grande. Rendiamo quantitativo questo ragionamento.

Nel modello corpuscolare dell'atomo di idrogeno, l'energia potenziale del sistema formato da un elettrone che ruota attorno al nucleo, a distanza r da esso, vale

$$\text{energia potenziale} = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{r}.$$

Se l'elettrone si trova in una sferetta di raggio r , la sua quantità di moto p non può essere inferiore all'incertezza dovuta al principio di indeterminazione:

$$p \geq \frac{\hbar}{r}.$$

Quindi anche l'energia cinetica dell'elettrone ha un limite inferiore:

$$\text{energia cinetica} = \frac{1}{2m_e} p^2 \geq \frac{1}{2m_e} \frac{\hbar^2}{(2\pi)^2 r^2}.$$

Il raggio r di equilibrio è quello per cui queste due energie sono all'incirca uguali in valore assoluto. Si ottiene

$$r \simeq \frac{\epsilon_0 \hbar^2}{2\pi m_e e^2} = 2,65 \times 10^{-11} \text{ m}.$$

Con questo semplice argomento si ricava quindi, entro un fattore 2, il raggio della prima orbita dell'atomo di Bohr (equazione (25) del capitolo «La crisi della fisica classica»).

Questo ragionamento non è però sufficiente se si vuole spiegare la struttura di un atomo, con un nucleo di carica $+Ze$, attorno a cui «ruotano» Z elettroni.

Poiché *non* si possono pensare gli elettroni come minuscoli pallini, bisogna usare il modello ondulatorio: gli elettroni sono descritti dalla loro ampiezza di probabilità.

Non ci sono elettroni che «girano» attorno al nucleo. Secondo la fisica quantistica, al posto delle orbite bisogna immaginare delle nuvole sottili in cui l'elettrone è disperso. Si tratta di nuvole *stazionarie*, in modo che la probabilità di trovare un elettrone a una certa distanza dal nucleo non cambia nel tempo.

La nuvola degli elettroni più legati è vicina al nucleo, quelle degli elettroni meno legati sono più lontane. Le nuvole elettroniche della **figura 4** (dette in chimica *orbitali*) descrivono gli stati di un solo elettrone legato a un nucleo di numero atomico Z .

Nel guscio definito dal «numero quantico principale» $n = 1$ è contenuta una sola oscillazione dell'ampiezza di probabilità, in quanto si ha $\lambda = 2\pi r$. Nel secondo guscio vi sono due oscillazioni (numero principale = 2) e nel terzo guscio tre oscillazioni ($n = 3$).

Per completare il quadro bisogna ancora rispondere a una domanda: come mai gli elettroni atomici, che nel modello corpuscolare ruotano attorno al nucleo, non irradiano? La risposta è implicita nel concetto di «onda elettronica stazionaria». Gli elettroni *non* ruotano in realtà attorno al nucleo: la loro ampiezza di probabilità è diversa da zero, ma non si ha un flusso circolare di carica elettrica.

In questa situazione stazionaria, è naturale che gli elettroni non irradiano.

Anche questa apparente contraddizione del modello di Bohr è risolta come conseguenza della natura ondulatoria degli elettroni.

Valore di \hbar

Se la costante di Planck fosse dieci volte più grande, il volume di ogni atomo crescerebbe un milione di volte!

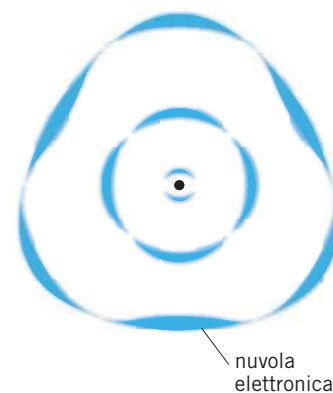


Figura 4 Rappresentazione schematica delle nuvole elettroniche che circondano il nucleo di un atomo.

TEORIA QUANTISTICA E REALTÀ

La teoria quantistica ha modificato profondamente la visione del mondo fisico ereditata dalla fisica classica. Questa avventura intellettuale iniziò cento anni fa quando i fisici scoprirono che non solo un pezzo di materia ma anche un fascio di onde elettromagnetiche ha natura granulare: ciascuno di questi «granuli» (detti «pacchetti di energia» o «fotoni») è diffuso nello spazio e trasporta una quantità di moto $p = h/\lambda$, dove λ è la lunghezza d'onda. Analogamente, un fascio di elettroni di quantità di moto p si comporta come un'onda «elettronica» di lunghezza d'onda λ calcolabile con la stessa relazione di De Broglie $p = h/\lambda$.

UN'ONDA E DUE FENDITURE

Nel famoso esperimento delle due fenditure, i minimi e massimi, osservati ponendo una lastra fotografica al di là dello schermo, sono dimostrazione inequivocabile della natura ondulatoria sia del fascio di onde elettromagnetiche sia del fascio di elettroni, fenomeni che si manifestano quando le fenditure distano non molto più della lunghezza d'onda λ . Se si riduce l'intensità della sorgente, di modo che sia emesso un fotone (oppure un elettrone) alla volta, un solo granellino di bromuro d'argento della lastra viene colpito e, dopo lo sviluppo, indica il punto ove è arrivato il fotone (oppure l'elettrone). Nei due casi la disposizione dei minimi e dei massimi è la stessa.

In entrambi i casi l'ente fisico che trasporta l'impulso p è onda mentre viaggia, investendo entrambe le fenditure, ma si manifesta, quando arriva in un punto ben definito, come particella. Per via di questo dualismo onda-particella è opportuno introdurre un nuovo termine: diciamo che i fasci usati nei due esperimenti sono costituiti di «ondelle», enti fisici submicroscopici che trasportano quantità di moto ed energia. La propagazione delle ondelle

nello spazio è determinato dalle equazioni di Maxwell nel caso delle ondelle elettromagnetiche e dall'equazione di Schrödinger nel caso delle ondelle elettroniche.

DETERMINISMO E PROBABILISMO

Queste equazioni sono *deterministiche*, nel senso che le condizioni iniziali e le forze in gioco determinano esattamente le distribuzioni nello spazio dei vettori «campo elettrico» e «campo magnetico» \vec{E} e \vec{B} (nel caso dei fotoni) e della grandezza scalare «funzione d'onda elettronica» Ψ (nel caso degli elettroni). Poiché la probabilità di osservare l'arrivo dell'ondella in un punto specifico dipende dal valore di queste funzioni in quel punto, all'arrivo sulla lastra il comportamento dell'ondella è invece *probabilistico*. È questo il nocciolo dell'interpretazione della teoria quantistica detta «di Copenhagen», perché lì viveva e insegnava Niels Bohr.

IL COLLASSO DELL'ONDA

Per descrivere meglio ciò che succede, consideriamo un corto pacchetto d'onda elettronico e una lastra posta a grande distanza dallo schermo. L'interferenza tra le porzioni del pacchetto che passano attraverso le due fenditure produce, al di là dello schermo e poco prima dell'arrivo sulla lastra, la tipica sequenza di massimi e minimi della funzione d'onda. Per questa parte del fenomeno non ha evidentemente senso parlare di «traiettoria» dell'ondella. Allorché l'ondella colpisce la lastra e interagisce con i numerosissimi granuli di bromuro d'argento, uno solo di essi viene attivato e la funzione d'onda, che prima si propagava con continuità, fa un salto e «collassa» in un solo punto. Non si può sapere a priori dove questo accadrà e l'osservatore non può influenzare il processo. Invece per il buon senso comune, e anche per la fisica classica, ogni particella

si muove con continuità lungo una sequenza definita di posizioni, che costituiscono la sua traiettoria, e colpisce sempre una lastra nel punto in cui la traiettoria la interseca.

Va sottolineato che Schrödinger, con il paradosso del gatto mezzo vivo e mezzo morto, volle proprio mettere in luce le assurdità in cui si incappa quando il collasso di una funzione d'onda si manifesta a livello macroscopico. Per questo egli cercò in tutti i modi di eliminare il collasso dalla teoria e finì col dire a Bohr: «Se avessi saputo che non saremmo riusciti a liberarci di questi dannati salti, non mi sarei mai occupato di questa questione».

Se, come pensavano Bohr e Heisenberg, la funzione d'onda codifica soltanto la conoscenza che un osservatore ha del sistema, il collasso corrisponde abbastanza naturalmente all'aggiunta di nuova informazione. Se però – come la maggior parte dei fisici oggi ritiene – la funzione d'onda è più che semplice informazione, tanto che interferisce con se stessa, anche il collasso deve essere, in qualche modo, fisicamente reale, nonostante si tratti di un fenomeno più veloce della luce, causato da un atto di osservazione.

Il fenomeno probabilistico del «collasso della funzione d'onda» è la prima vera sorprendente novità introdotta dalla meccanica quantistica. Ancora più strano è il fenomeno detto in inglese «entanglement», la cui migliore traduzione italiana è «ingarbugliamento». Si tratta di un insospettabile legame che si stabilisce tra due ondelle anche quando esse si trovano lontanissime l'una dall'altra.

LE ONDELLE INGARBUGLIATE

Il problema fu posto in un famoso lavoro pubblicato nel 1935 da Einstein con due colleghi fisici, Podolski e Rosen. Essi descrissero quello che è da allora noto come il «paradosso EPR». L'esperimento concettuale consiste, in buona sostanza, nel decadimento di una ondella subatomica (per esempio un pione neutro) in due ondelle (per esempio un elettrone e un positone) che si allontanano l'una dall'altra lungo una retta che possiamo assumere essere l'asse x . Le due quantità di moto sono identiche in modulo e hanno verso opposto. Anche i moduli delle velocità sono uguali, di modo che, a ogni istante, se l'elettrone si trova nel punto di coordinata x , il positone si trova esattamente nel punto $-x$. Se lo spazio è vuoto, e quindi non vi sono altre interazioni, dopo molto tempo si può

eseguire sul positone, lasciandone completamente indeterminata la quantità di moto, una misura infinitamente precisa di posizione, ottenendo $-x_e$. Allo stesso modo si può eseguire sull'elettrone una misura infinitamente precisa della quantità di moto p_e . Si giunge così alla conclusione che l'elettrone si trova esattamente nel punto x_e con, esattamente, la quantità di moto p_e , il che contraddice il principio di indeterminazione.

L'unica possibile soluzione è che in qualche modo elettrone e positone rimangano sempre e comunque in comunicazione, di modo che, agendo sull'uno, si agisca anche sull'altro, qualsiasi sia la distanza che separa le due ondelle. Einstein era convinto che questo fosse impossibile perché avrebbe violato la «sua» teoria della relatività e per questo usò il paradosso per concludere che la teoria quantistica non poteva essere corretta.

Ma, nonostante fiumi di inchiostro, il paradosso è ancora lì. Gli esperimenti sull'orientazione degli spin di due ondelle originate nello stesso decadimento, pubblicati nel 1981 da Alain Aspect e collaboratori – e molti altri successivi nei quali si sono eseguite misure su ondelle distanti decine di chilometri – hanno confermato le previsioni della teoria quantistica nel caso di ondelle «ingarbugliate». Bisogna accettare il fatto che due ondelle, che si allontanano indefinitamente, non possono essere descritte da due funzioni d'onda separate, ma sono necessariamente rappresentate da una sola funzione d'onda che non può essere «sgarbugliata» in due componenti; essa è una, reagisce a ogni misura come un tutt'uno e la distanza è assolutamente irrilevante.

Questo risultato mina alla radice uno dei principi di base del pensiero filosofico occidentale e della fisica classica: ogni sistema fisico può essere isolato allontanandolo sufficientemente dagli altri sistemi, di modo che ha senso parlare di una realtà esterna costituita da «elementi di realtà» separati. Fortunatamente si può dimostrare che le azioni a distanza, dovute all'ingarbugliamento delle funzioni d'onda, si trasmettono istantaneamente, ma non violano i principi della relatività perché con esse non è possibile trasmettere alcuna informazione. Einstein aveva quindi allo stesso tempo ragione e torto.

In conclusione, non si può non essere d'accordo con la frase di Bohr: «Coloro che non restano sconcertati quando vengono in contatto per la prima volta con la teoria quantistica sicuramente non l'hanno capita.»

7 ORBITE ELLITTICHE IN UN CAMPO MAGNETICO

Il modello di Bohr considera soltanto orbite circolari; per questo, nel modello ondulatorio della figura precedente, le «nuvole» elettroniche hanno forma circolare.

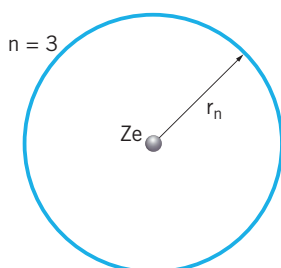
Le orbite ellittiche

Nulla però impedisce che, nel campo di forza coulombiano prodotto dal nucleo, gli elettroni percorrano traiettorie ellittiche, come fanno i pianeti attorno al Sole.

L'estensione del modello di Bohr alle orbite ellittiche fu fatta nel 1915 dal fisico tedesco Arnold Sommerfeld (1868-1951).

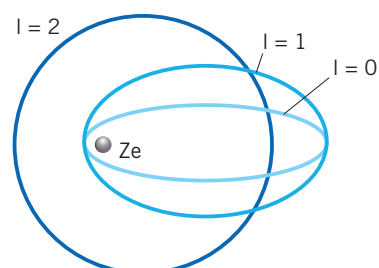
Sommerfeld dimostrò che il livello energetico numero n dell'atomo di idrogeno si può realizzare in n modi diversi.

► Nel modello originale di Bohr, le orbite circolari sono definite dal numero quantico principale n .



A

► Nell'estensione di Sommerfeld, a un numero principale n corrispondono n orbite ellittiche.



B

Le orbite ellittiche sono caratterizzate da un numero quantico azimutale l che varia tra 0 e $(n - 1)$.

Tutte le orbite ellittiche hanno il semiasse maggiore a_n uguale al raggio r_n dell'orbita circolare data dalla formula (25) del capitolo «La crisi della fisica classica». Il semiasse minore vale, invece,

$$b_l = \frac{l+1}{n} a_n. \quad (8)$$

Quantizzazione del momento angolare

Il momento angolare di un elettrone che percorre, con velocità v_n , un'orbita circolare di raggio r_n è $L_n = m_e r_n v_n$. Il suo valore può essere calcolato a partire dalla condizione di quantizzazione postulata da Bohr (formula (24) del capitolo precedente):

$$L_n = m_e r_n v_n = n \frac{h}{2\pi} = n\hbar \quad (9)$$

La formula (9) mostra che

nel modello di Bohr il momento angolare di un elettrone atomico è **quantizzato**, essendo sempre multiplo di una stessa quantità: il momento angolare \hbar .

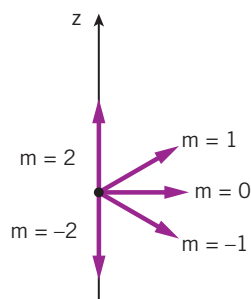
La grandezza \hbar (che si legge «acca tagliata») è quindi l'unità *naturale* per misurare i momenti angolari delle particelle atomiche. Anche gli elettroni che percorrono le orbite ellittiche di Sommerfeld, caratterizzate dal numero quantico azimutale l ($0 \leq l \leq n - 1$), hanno momenti angolari che sono multipli interi di \hbar :

$$L = (l + 1)\hbar. \quad (10)$$

Quantizzazione spaziale

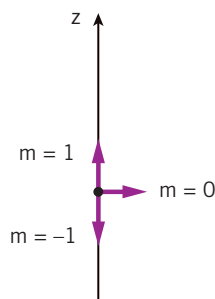
Non soltanto il modulo del momento angolare è quantizzato, lo sono anche i possibili valori delle sue componenti lungo una direzione fissata.

► Un vettore momento angolare di lunghezza $2\hbar$ può essere rivolto soltanto lungo 5 direzioni.



A

► Un vettore momento angolare di lunghezza \hbar può disporsi soltanto lungo 3 direzioni.



B

La quantizzazione spaziale è conseguenza del principio fondamentale che ha portato Bohr alla regola di quantizzazione delle orbite e quindi alla quantizzazione delle energie: in un sistema legato non tutte le energie sono permesse.

Per vederlo osserviamo che, quando l'atomo è immerso in un campo magnetico, si devono applicare correzioni alla formula del modello di Bohr

$$E_n = -\frac{Z^2 m_e e^4}{8\epsilon_0^2 h^2} \frac{1}{n^2}. \quad (11)$$

che vale per un atomo formato da un nucleo di carica $+Ze$ e da un solo elettrone.

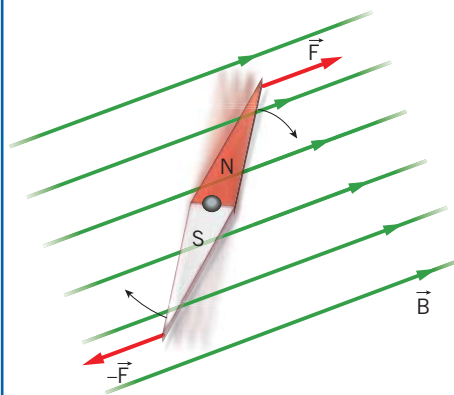
Nucleo con carica Ze

In questo caso la forza di Coulomb tra elettrone e nucleo è Z volte più grande di quella dell'atomo di idrogeno, così che il fattore $(e^2)^2$ della formula (26) del capitolo precedente è sostituito da $(Ze^2)^2$.

Momento magnetico orbitale di un elettrone

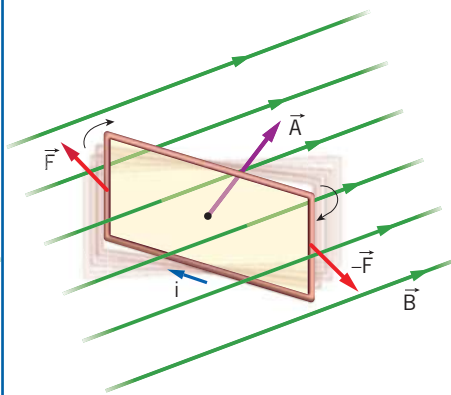
Un elettrone che percorre un'orbita chiusa equivale a una spira percorsa da corrente.

► Un ago magnetico, immerso in un campo \vec{B} , tende a ruotare fino a essere parallelo al vettore campo magnetico.



A

► Analogamente, una spira percorsa da corrente si orienta in modo che il suo vettore superficie risulti parallelo a \vec{B} .



B

Come è dimostrato nel capitolo «Fenomeni magnetici fondamentali», una spira che racchiude una superficie descritta dal vettore \vec{A} , percorsa da una corrente i e immersa in un campo \vec{B} è soggetta a un momento della forza

$$\vec{M} = \vec{\mu}_m \times \vec{B},$$

dove il momento magnetico $\vec{\mu}_m$ della spira è definito dalla relazione $\vec{\mu}_m = i\vec{A}$.

Nel modello di Bohr, la corrente prodotta da un elettrone che segue un'orbita di raggio r con velocità v si ottiene dividendo la carica $-e$ per il tempo $T = 2\pi r/v$ che essa impiega a percorrere un giro completo:

$$i = \frac{\Delta Q}{\Delta t} = \frac{-e}{T} = -\frac{ev}{2\pi r}.$$

L'area racchiusa dall'orbita dell'elettrone vale $A = \pi r^2$, per cui il valore del **momento magnetico orbitale** dell'elettrone risulta

$$\mu_m = iA = -\frac{ev}{2\pi r} \pi r^2 = -\frac{evr}{2} = -\frac{1}{2} \frac{e}{m_e} m_e vr = -\frac{1}{2} \frac{e}{m_e} L.$$

Visto che il vettore \vec{L} è perpendicolare alla spira (figura 5), proprio come \vec{A} , la formula precedente si può scrivere in notazione vettoriale come

$$\vec{\mu}_m = -\frac{1}{2} \frac{e}{m_e} \vec{L} \tag{12}$$

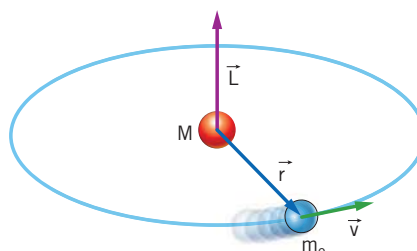


Figura 5 Nel modello di Bohr, il momento angolare dell'elettrone è perpendicolare al piano della sua orbita.

Se l'atomo è immerso in un campo magnetico, per il fatto che l'elettrone orbitante ha un momento magnetico, alla sua energia (11) si aggiunge o si sottrae l'energia

$$\Delta E = - \vec{\mu}_m \cdot \vec{B}.$$

Per il principio generale detto prima, questa energia magnetica aggiuntiva non può assumere valori arbitrari, ma deve essere quantizzata. Ne consegue che sono permesse soltanto alcune direzioni di $\vec{\mu}_m$ e, quindi, di \vec{L} .

Calcoli dettagliati e il confronto con i dati sperimentali portano alla conclusione che, data un'orbita ellittica di numero quantico azimutale l , gli stati permessi sono soltanto quelli in cui L ha componenti lungo l'asse z (che è scelto parallelo al campo magnetico esterno) definite dalla sequenza di $(2l + 1)$ valori del **numero quantico magnetico** m_l :

$$m_l = -l, -l + 1, \dots, 0, \dots, l - 1, l.$$

Quindi, per $l = 2$ si hanno cinque valori di m_l : $-2, -1, 0, 1, 2$, come mostrato nella figura che apre questo paragrafo.

La proiezione di $\vec{\mu}_m$ lungo \vec{B} è $-m_l \frac{eh}{4\pi m_e}$ e quindi l'energia aggiuntiva dovuta alla presenza di un campo magnetico vale:

$$\Delta E_m = m_l \frac{ehB}{4\pi m_e} \quad (m_l = -l, \dots, 0, \dots, l) \quad (13)$$

8 I NUMERI QUANTICI DEGLI ELETTRONI ATOMICI

Nel modello di Sommerfeld tre numeri quantici (n, l, m_l) determinano l'orbita ellittica e la sua orientazione.

Tre numeri quantici

Con l'introduzione dell'equazione di Schrödinger non si parla più di orbite ma di «ampiezze di probabilità» di trovare l'elettrone in determinate zone dello spazio che circondano il nucleo. Queste nuvole elettroniche sono onde stazionarie complicate, orbitali chiusi su se stessi, che sono completamente definiti da tre numeri quantici.

Numeri quantici	
n = numero principale	Definisce il guscio in cui si trova l'elettrone.
l = numero orbitale o azimutale	Definisce il momento angolare orbitale in unità \hbar .
m_l = numero magnetico	Determina l'energia dovuta all'allineamento del momento orbitale con un campo magnetico esterno.

I numeri n e l definiscono il *guscio* e il *sottoguscio* nel quale si trova l'elettrone.

Energia in un campo magnetico

Usando il calcolo integrale si dimostra che $\vec{\mu}_m \cdot \vec{B}$ è il lavoro fatto dal campo \vec{B} per ruotare il momento $\vec{\mu}_m$ dalla posizione perpendicolare a \vec{B} a quella allineata con \vec{B} .

Momento angolare

Le soluzioni dell'equazione di Schrödinger correggono alcuni risultati del modello di Sommerfeld. In particolare, il momento angolare di uno stato con numero azimutale l diviene, per esempio:

$$L_l = \sqrt{l(l+1)} \hbar$$

Ne deriva che i sottogusci, a cui corrisponde $l = 0$ e che hanno simmetria sferica, possiedono momento angolare nullo.

Gli n valori del numero l ($l = 0, 1, 2, \dots, n - 1$) corrispondono a n sottogusci di diverso momento angolare. Poiché il numero m_l può assumere gli $(2l + 1)$ valori da $-l$ a $+l$, a ogni l corrispondono, per l'elettrone, $(2l + 1)$ stati possibili.

Combinando queste due osservazioni, si vede che in un guscio definito dal numero quantico principale n vi sono n^2 stati che hanno numeri quantici diversi: per esempio, nel caso $n = 3$ la tabella a lato mostra che ci sono $1 + 3 + 5 = 9 = 3^2$ stati diversi.

Sembrerebbe quindi che, quando si considerano atomi con molti elettroni, ogni guscio possa essere occupato al massimo da n^2 elettroni, visto che, per il **principio di Pauli**,

due elettroni dello stesso atomo non possono avere gli stessi numeri quantici.

L'esperienza mostra invece che un guscio con numero principale n può ospitare $2n^2$ elettroni. In fisica quantistica ciò è possibile soltanto se esiste un nuovo numero quantico che, aggiungendosi ai tre già noti, assume soltanto due valori.

Lo spin dell'elettrone

Si giunge così all'ipotesi (formulata nel 1925 da Samuel Goudsmit e George Uhlenbeck) secondo la quale l'elettrone possiede un momento angolare intrinseco \vec{S} tale che le possibili proiezioni di \vec{S} lungo un asse z arbitrario possono essere soltanto due. Le proiezioni del momento angolare sono due vettori, uguali e opposti, di intensità pari a $\pm 1/2 \hbar$.

Questo porta ad aggiungere il numero quantico «di spin» $s = \pm 1/2$ ai tre già noti: $s = + 1/2$ dice che l'elettrone ha il momento angolare \vec{S} rivolto in un verso scelto come riferimento e $s = - 1/2$ indica che il verso di \vec{S} è opposto a quello di riferimento.

Il momento angolare \vec{S} è detto comunemente **spin** dell'elettrone. Dati i valori possibili del momento angolare orbitale L (che per la (10) sono multipli di \hbar), si dice che

l'elettrone ha spin $\frac{1}{2}$

«Spin», in inglese, significa «trottola». Il termine deriva dall'idea intuitiva che il momento angolare intrinseco dell'elettrone (e il suo momento magnetico) sia dovuto alla rotazione della sua massa (e della sua carica) attorno a un asse, come se l'elettrone fosse una piccola trottola.

In realtà, tale interpretazione è in disaccordo con tutti i dati sperimentali, secondo cui l'elettrone si comporta come un oggetto puntiforme e non come un corpo esteso, che può ruotare su se stesso. Quindi

lo spin dell'elettrone non è una grandezza legata allo stato di moto dell'elettrone, come la velocità o l'energia cinetica, ma è una caratteristica intrinseca dell'elettrone, come la sua massa o la sua carica.

Introdotta in modo apparentemente arbitrario, quasi «per fare tornare i conti», lo spin dell'elettrone e delle altre particelle si è rivelato per la fisica subatomica una caratteristica fisica addirittura più importante della massa e della carica.

$n = 3$	
l	m_l
0	0
1	-1, 0, 1
2	-2, -1, 0, 1, 2

Come accade per il momento angolare \vec{L} , al momento angolare intrinseco corrisponde il *momento magnetico intrinseco*

$$\vec{\mu}_s = -\frac{e}{m_e} \vec{S} \quad (14)$$

Il momento magnetico dell'elettrone ha, come il vettore \vec{S} , soltanto due possibili orientazioni, a cui corrispondono dei livelli di energia diversi.

Nota che la costante di proporzionalità tra momento angolare e momento magnetico è uguale al doppio di quella che compare nella formula (12).

Nella teoria quantistica completa, che tiene conto dell'esistenza delle antiparticelle, il rapporto e/m della formula (14) è moltiplicato per il fattore $g/2$. Il valore numerico di g , previsto teoricamente e confermato dagli esperimenti, è 2,002 319 304 362.

TriplICE record

Il valore di g , calcolato con la teoria quantistica e misurato in una lunga serie di esperimenti, rappresenta un triplice «record»: di precisione nella determinazione teorica di una grandezza fisica; di precisione in una misura sperimentale; di accordo tra teoria ed esperimento.

9 GLI ATOMI CON MOLTI ELETTRONI

Gli stati possibili per un elettrone che si trova nel campo elettrico prodotto da una carica $+Ze$ sono definiti dai quattro numeri quantici:

- n
- l
- m_l
- s

Per ogni n (cioè, nel guscio numero n) vi sono $2n^2$ stati possibili, raggruppati in n sottogusci. Il guscio è «pieno» quando tutti questi stati sono occupati.

La presenza degli altri elettroni modifica l'energia di ciascuno di essi, perché la carica positiva del nucleo è parzialmente schermata dalle cariche negative degli altri elettroni e gli elettroni si respingono. Quindi non si possono applicare le formule (11) e (13), ma ciò non cambia le proprietà degli orbitali, che sono sempre definibili con i quattro numeri quantici che conosciamo.

La situazione è particolarmente semplice per l'elettrone esterno di un atomo con Z elettroni, in quanto le nuvole dei restanti $(Z - 1)$ elettroni sono all'interno della zona di spazio ove è grande la probabilità di trovarlo.

Così l'effetto sull'elettrone meno legato delle loro cariche $-(Z - 1)e$ è essenzialmente quello di schermare la carica $+Ze$ del nucleo (figura 6). Praticamente, l'elettrone meno legato subisce l'attrazione di una carica complessiva uguale a $+e$, quasi come accade all'unico elettrone dell'atomo di idrogeno.

Se si suppone di aumentare la carica del nucleo a passi di $+e$ e di aggiungere contemporaneamente un elettrone all'atomo, quando Z è piccolo vengono occupati per primi gli stati che hanno i valori più piccoli possibile di n e di l .

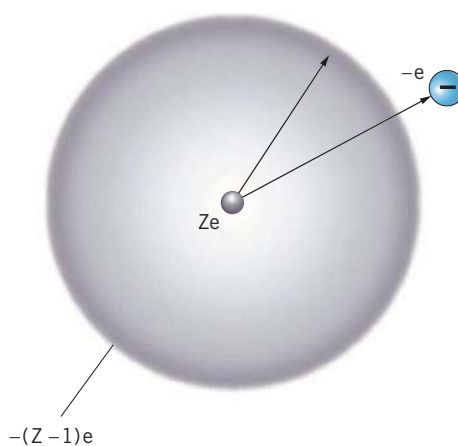


Figura 6 Per l'elettrone più esterno di un atomo, la carica Ze del nucleo è schermata dalle cariche negative degli altri $(Z - 1)$ elettroni.

Come mostrato nella tabella a pagina seguente, questa regolarità cambia quando si aggiunge un elettrone all'argon per passare al potassio: invece di occupare lo stato con $n = 3$ e $l = 2$, l'elettrone occupa lo stato con $n = 4$ e $l = 0$, che ha energia inferiore a causa del fatto che gli altri otto elettroni (dell'*ottetto* con $l = 0$ e $l = 1$), formano un sistema compatto e particolarmente legato.

Nome Simbolo			n=1	n=2		n=3			n=4				n=5					n=6	
<i>l</i>			0	0	1	0	1	2	0	1	2	3	0	1	2	3	4	0	1
Z																			
1	Idrogeno	H	1																
2	Elio	He	2																
3	Litio	Li	2	1															
4	Berillio	Be	2	2															
5	Boro	B	2	2	1														
10	Neon	Ne	2	2	6														
11	Sodio	Na	2	2	6	1													
12	Magnesio	Mg	2	2	6	2													
13	Alluminio	Al	2	2	6	2	1												
18	Argon	Ar	2	2	6	2	6												
19	Potassio	K	2	2	6	2	6		1										
20	Calcio	Ca	2	2	6	2	6		2										
29	Rame	Cu	2	2	6	2	6	10	1										
30	Zinco	Zn	2	2	6	2	6	10	2										
31	Gallio	Gn	2	2	6	2	6	10	2	1									
36	Krypton	Kr	2	2	6	2	6	10	2	6									
47	Argento	Ag	2	2	6	2	6	10	2	6	10		1						
54	Xenon	Xe	2	2	6	2	6	10	2	6	10		2	6					
79	Oro	Au	2	2	6	2	6	10	2	6	10	14	2	6	10				1
86	Radon	Rn	2	2	6	2	6	10	2	6	10	14	2	6	10				2 6

Gli elementi che hanno lo stesso comportamento chimico hanno lo stesso numero di elettroni nei sottogusci più esterni.

Energia di legame

In tutti gli atomi l'elettrone esterno è soggetto alla forza di una carica $+e$ (figura 6) ed è quindi legato con un'energia di circa 10 eV, che è l'ordine di grandezza dell'energia di legame dell'elettrone nell'atomo di idrogeno.

Così, i metalli alcalini sodio e potassio, e gli elementi analoghi rame, gallio, argento e oro, contengono nel sottoguscio esterno un elettrone con $l = 0$.

I gas nobili neon, argon, krypton, xenon e radon hanno un guscio esterno costituito da un ottetto estremamente stabile: due elettroni con $l = 0$ e sei elettroni con $l = 1$.

Caratterizzando gli orbitali atomici mediante quattro numeri quantici, la fisica atomica giustifica nei dettagli il sistema periodico degli elementi e le loro proprietà chimiche.

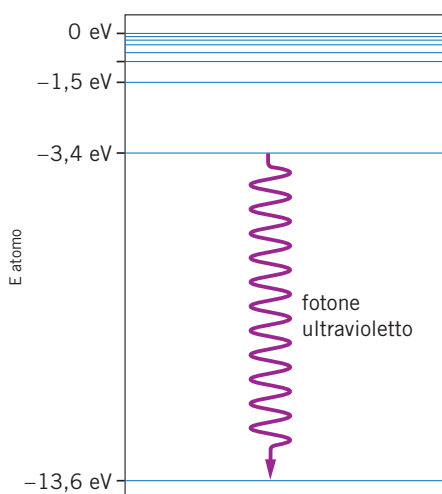
Negli ultimi vent'anni, l'uso di potenti calcolatori ha permesso di risolvere numericamente l'equazione di Schrödinger che fornisce le ampiezze di probabilità degli Z elettroni di un atomo. Questi calcoli hanno fornito non soltanto le energie complessive dei vari stati atomici, ma anche le energie di legame e le strutture spaziali dei più complessi composti chimici.

Emissione e assorbimento di fotoni

Gli atomi complessi assorbono ed emettono fotoni quando un elettrone passa da uno stato permesso a un altro, proprio come si è già visto per l'atomo di idrogeno.

Per porre l'accento sull'energia degli stati permessi, si parla di *livelli energetici* dell'atomo. Il *livello energetico fondamentale* è quello di energia complessiva minima. I *livelli energetici eccitati* hanno energie maggiori.

Si usa rappresentare i livelli energetici di un atomo come segmenti orizzontali che, lungo la verticale, hanno altezze proporzionali alla loro energia. Nella **figura 7** sono rappresentati i livelli energetici dell'atomo di idrogeno.



Spettro discreto e spettro continuo

I livelli energetici sono quantizzati (spettro discreto) fino allo stato in cui un elettrone e il nucleo sono separati. Per energie più grandi il sistema non è legato e tutte le energie sono possibili (spettro continuo).

Figura 7 Emissione di un fotone quando un atomo passa da un livello energetico eccitato al livello fondamentale.

Quando un sistema quantizzato, che contiene cariche elettriche, passa da un livello energetico più alto a uno più basso, emette contemporaneamente un fotone di energia E uguale alla differenza di energia tra i due stati tra cui avviene la transizione.

Di conseguenza, anche la frequenza $f = E/h$ del fotone è quantizzata. Così la natura ondulatoria degli elettroni atomici spiega l'osservazione degli spettri di righe emessi dagli atomi.

Viceversa, quando un atomo è colpito da una particella, esso può assorbire soltanto le energie corrispondenti alle differenze dei suoi livelli energetici. Così si spiegano i picchi di assorbimento nell'esperienza di Franck e Hertz.

10 I FERMIONI E I BOSONI

Nel mondo macroscopico ci capita di incontrare due oggetti così simili tra loro da non saperli distinguere a prima vista.

► Se qualcuno ci mostra due monete, le nasconde e poi le mostra di nuovo, non sappiamo se sono state scambiate.



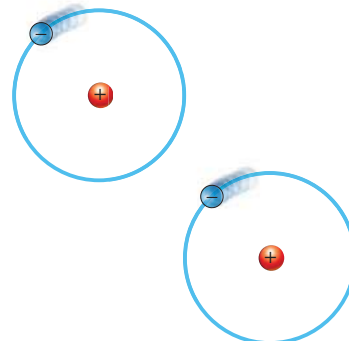
A

► Basta però un piccolo solco su una di esse per riuscire a distinguerle con grande facilità.



B

► Invece, i due elettroni di due atomi possono scambiarsi di posto e non si può fare nulla per metterlo in evidenza.



C

Lo stesso si può dire per due dei tre elettroni di un atomo di litio. Dire che l'unico elettrone del secondo guscio si è scambiato di posto con uno di quelli del primo guscio è una affermazione priva di significato.

Nello studiare le proprietà del mondo microscopico dobbiamo quindi tenere a mente che

gli elettroni e tutte le particelle subatomiche (come i fotoni e i nuclei), sono *indistinguibili* tra loro, cioè non hanno una propria identità «personale».

Le statistiche quantistiche

In termodinamica uno *stato microscopico*, o *microstato*, è una delle moltissime configurazioni che possono essere assunte dall'insieme di particelle che costituiscono il sistema in esame.

In meccanica classica le particelle, anche dello stesso tipo, sono considerate distinguibili tra loro e, così, se due di esse si scambiano di posto, il risultato è un microstato diverso dal precedente. Dal punto di vista quantistico, invece, i diversi «microstati» ottenuti scambiando tra loro particelle identiche devono essere contati come un unico stato microscopico.

Ciò conduce a una trattazione statistica dei sistemi a molte particelle completamente diversa da quella classica. Nel corso degli anni si è scoperto che

la teoria quantistica ammette due (e soltanto due) tipi di distribuzioni statistiche: quella di Bose-Einstein e quella di Fermi-Dirac.

Lo spin delle particelle subatomiche

Gli elettroni hanno spin $1/2$, cioè il loro momento angolare intrinseco \vec{S} (di modulo $\hbar/2$) può assumere, rispetto a un'orientazione esterna, due sole orientazioni: parallela e antiparallela. *Tutte* le particelle subatomiche sono caratterizzate da uno specifico valore dello spin. Per esempio, il fotone ha spin 1. I protoni e i neutroni, che compongono i nuclei degli atomi, hanno entrambi spin $1/2$, come gli elettroni.

I bosoni

Le due possibili statistiche quantistiche sono collegate in modo molto stretto allo spin delle particelle a cui si riferiscono.

La prima a essere scoperta, quella di Bose-Einstein, si applica a tutte le particelle subatomiche di spin intero (0, 1, 2, ...). A tali particelle è stato assegnato il nome collettivo di **bosoni**. La loro caratteristica è che

in un sistema è possibile trovare un numero arbitrariamente grande di bosoni che, occupando lo stesso stato microscopico, sono caratterizzati dagli stessi numeri quantici.

Per così dire, i bosoni sono «socievoli» e tendono a stare tutti insieme producendo un «condensato» di bosoni.

I fotoni sono i bosoni più noti. Ma vi sono anche atomi che, avendo momento angolare uguale a zero, si comportano da bosoni; è questo il caso degli atomi di elio che, nel fenomeno della superfluidità (in cui la viscosità dell'elio liquido si annulla), si associano a milioni sovrapponendo le proprie ampiezze di probabilità.

Un altro esempio sono i gas quantistici vicini allo zero assoluto, realizzati per la prima volta nel 1955 dai fisici statunitensi Cornell e Wieman, che per questo esperimento ricevettero il premio Nobel nel 2001.

La statistica di Bose-Einstein prende il nome da Albert Einstein e dal fisico indiano Satyendra Nath Bose (1894-1974). Quest'ultimo, allora sconosciuto, scrisse una lettera a Einstein proponendo l'idea dell'indistinguibilità dei fotoni. Einstein fece tradurre e pubblicare la lettera di Bose, estendendone l'idea alle particelle materiali in una pubblicazione apparsa nel 1924.

I fermioni e il principio di esclusione di Pauli

Nel 1926 E. Fermi e P.A.M. Dirac mostrarono, indipendentemente, che esiste un secondo tipo di statistica quantistica che, da allora, è detta statistica di Fermi-Dirac. Essa descrive sistemi statistici composti da particelle subatomiche con spin semidisparsi ($1/2, 3/2, 5/2, \dots$). Tali particelle sono dette **fermioni**.

Queste particelle sono tutt'altro che «socievoli», tanto che non è possibile avere due fermioni dello stesso tipo nello stesso stato, definito dagli stessi numeri quantici.

Numeri quantici magnetici

Rispetto a un asse esterno, una particella di spin $3/2$ può avere numeri quantici magnetici $m_l = -3/2, -1/2, 1/2, 3/2$. Relazioni analoghe valgono per gli altri valori dello spin.

Il principio di Pauli è una conseguenza del fatto che gli elettroni sono fermioni, per cui essi seguono la statistica di Fermi-Dirac.

11 IL LASER

Il fatto che il fotone sia un bosone permette di costruire un dispositivo, il *laser*, in cui vengono prodotti moltissimi fotoni che hanno caratteristiche identiche. Il primo laser fu costruito nel 1960 dal fisico statunitense Theodore H. Maiman (1927-2007).

L'emissione stimolata

L'emissione di un fotone da parte di un sistema quantizzato può essere indotta da un evento esterno: per esempio nell'esperimento di Franck e Hertz, un atomo che si trova in uno stato di energia E_1 riceve energia dall'esterno (mediante un urto) e si porta in un altro stato, a cui compete l'energia $E_2 > E_1$.

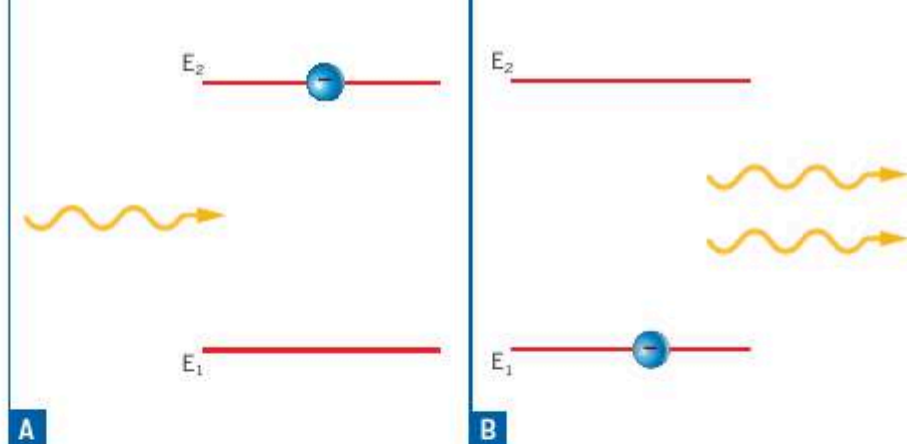
A questo punto l'atomo può tornare spontaneamente allo stato di partenza (o a un altro stato di energia inferiore E_2), emettendo un fotone di energia hf , dove f è la sua frequenza, tale da conservare l'energia totale:

$$hf = E_2 - E_1. \quad (15)$$

Di solito l'atomo rimane nello stato di energia superiore per un intervallo di tempo dell'ordine di 10^{-8} s. Esistono però casi in cui la durata di tale permanenza può allungarsi fino a 10^{-3} s. Quando ciò accade si dice che lo stato di energia E_2 è **metastabile**, cioè quasi stabile.

Supponiamo di avere un atomo, che si trova nello stato di energia E_2 , e che nelle sue vicinanze si trovi un fotone che ha proprio la frequenza f data dalla formula (15).

La presenza di questo fotone *provoca* la *transizione* dell'atomo stesso nello stato di energia E_1 , con l'emissione di un secondo fotone identico al primo.



Il fotone emesso ha la stessa energia del fotone che ha causato la transizione e il fenomeno si chiama **emissione stimolata**.

L'idea dell'emissione stimolata fu introdotta nel 1917 da Einstein. Il fenomeno accade negli atomi e in tutti i sistemi quantizzati.

Il laser

Nel **laser** (acronimo di *Light Amplification by Stimulated Emission of Radiation*, cioè «amplificazione della luce mediante l'emissione stimolata di radiazione») il meccanismo dell'emissione stimolata è utilizzato per ottenere un intenso fascio di luce composto da fotoni tutti identici tra loro.

Ciò è possibile grazie a una specie di «reazione a catena» per la quale un fotone casualmente presente ne fa emettere un altro che ha la stessa lunghezza d'onda e che si muove nella stessa direzione. I due fotoni risultanti stimolano l'emissione di altri due fotoni identici e così via.

Questo fenomeno a valanga è possibile perché i fotoni sono bosoni e tendono a occupare lo stesso stato.

Perché ciò avvenga è necessario che un livello di energia E_2 sia occupato da elettroni provenienti da uno stato di energia E_1 . Così, quest'ultimo risulta semivuoto. Visto che, in condizioni normali, accade il contrario (con lo stato di energia inferiore molto popolato e quello di energia superiore semivuoto), tale condizione è detta **inversione di popolazione**.

Come si può ottenere un'inversione di popolazione? La **figura 8** illustra il meccanismo che si realizza, tra l'altro, nei laser a rubino.

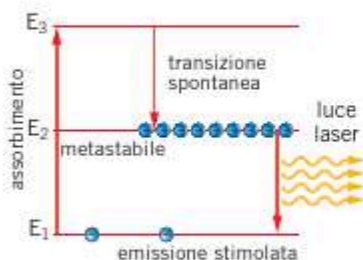


Figura 8 Schema delle transizioni di elettroni tra livelli energetici che permettono il funzionamento del laser.

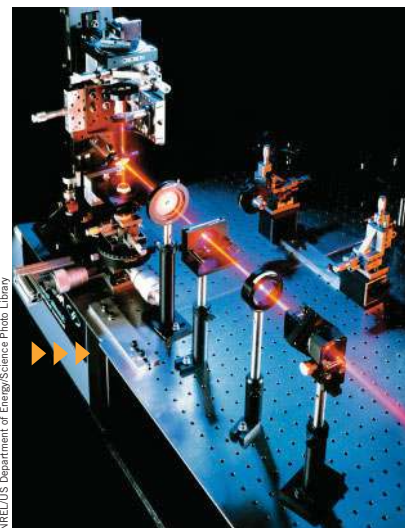
In condizioni normali la banda di energia E_1 è popolata, mentre sono vuoti gli stati con energia E_2 ed E_3 . Per ottenere l'inversione di popolazione, il livello E_2 deve essere metastabile.

Inviando un intenso fascio di luce convenzionale con spettro continuo, i fotoni di frequenza $(E_3 - E_1)/h$ provocano il passaggio di elettroni dagli stati di energia E_1 a quelli di energia E_3 . Da questi ultimi gli elettroni passano velocemente a quelli di energia E_2 dove, invece, rimangono per tempi relativamente lunghi.

Il primo fotone di energia $(E_2 - E_1)/h$, che si trova nella zona di spazio interessata, innesca la catena delle emissioni stimolate tra i livelli E_2 ed E_1 e causa la produzione del fascio laser.

Si ottiene in questo modo un **fascio luminoso** con caratteristiche uniche. Infatti tale fascio risulta:

- *estremamente monocromatico*: la lunghezza d'onda della luce emessa può essere precisa a meno di una parte su un miliardo;
- *estremamente coerente*: la fase iniziale dell'onda emessa può essere costante su una distanza (detta «lunghezza di coerenza») dell'ordine di diverse centinaia di chilometri;
- *estremamente direzionale*: proprio perché i fotoni che compongono il fascio laser, essendo bosoni, sono tutti identici tra loro, il fascio ha un parallelismo che non si può ottenere mediante gli usuali sistemi di focalizzazione della luce.



NREL/US Department of Energy/Science Photo Library

12 LE BANDE DI ENERGIA NEI SOLIDI

Per spiegare l'origine delle bande di energia nei solidi, partiamo dalla descrizione quantistica del legame tra due atomi di idrogeno. Si tratta di un legame *covalente*, in cui gli elettroni non appartengono più a un singolo atomo, ma all'intera molecola.

Tale legame non può essere compreso con la fisica classica, ma richiede lo studio dell'ampiezza di probabilità Ψ .

La molecola di idrogeno

I nuclei dei due atomi di idrogeno che formano la molecola sono indistinguibili. Perciò il sistema che essi formano è simmetrico rispetto al piano equidistante da essi (figura 9).

Consideriamo ora il sistema formato dai due nuclei e da un solo elettrone. Per la simmetria tra i nuclei, la probabilità di trovare l'elettrone in una piccola regione di spazio ΔV , posta da un lato del piano di simmetria, è la stessa di quella che si ha nella regione corrispondente $\Delta V'$, posta dall'altra parte del piano.

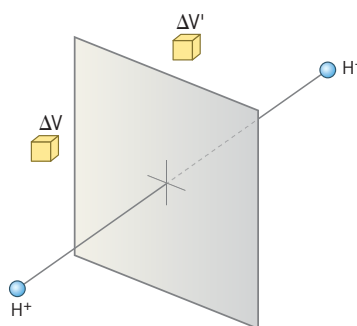


Figura 9 In una molecola di idrogeno esiste un piano di simmetria.

Dato che la probabilità è proporzionale al *quadrato* di Ψ , l'ampiezza di probabilità può essere soltanto di due tipi. Infatti, lo stesso quadrato si ottiene soltanto in due casi:

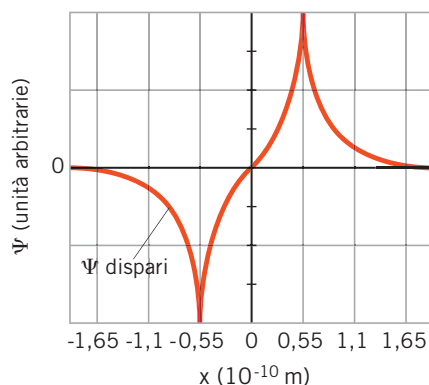
- con una Ψ **pari**, che in punti simmetrici ha lo stesso modulo e lo stesso segno; oppure
- con una Ψ **dispari**, che in punti simmetrici ha lo stesso modulo e segno opposto.

Rappresentiamo le due ampiezze di probabilità, che indichiamo rispettivamente con i simboli Ψ_{pari} e Ψ_{dispari} in modo che l'origine degli assi sia posta nel punto medio tra i nuclei dei due atomi.

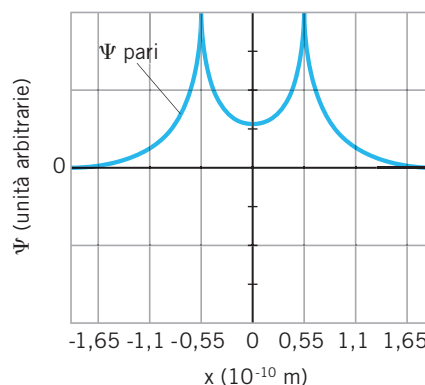
Funzioni dispari

Nel centro di simmetria una funzione dispari deve essere sia uguale a se stessa, sia uguale al proprio opposto. Quindi il suo valore deve essere nullo.

► La funzione Ψ_{dispari} si deve annullare nell'origine. Un elettrone descritto da essa ha una probabilità molto piccola di trovarsi nella regione centrale della molecola, dove l'ampiezza di probabilità è prossima a zero.

**A**

► Al contrario, un elettrone descritto dalla funzione Ψ_{pari} ha una probabilità elevata di trovarsi nella regione centrale, dove l'attrazione esercitata dalle cariche positive dei protoni sull'elettrone negativo è intensa.

**B**

A questa differenza corrispondono *due diversi livelli di energia totale* per l'elettrone:

l'energia più bassa è quella della funzione pari; essa descrive un elettrone, che passa più tempo vicino al centro della molecola, dove il potenziale elettrico è più negativo e, quindi, più legato al sistema.

La molecola neutra di idrogeno ha due elettroni, ma la situazione è simile a quella di un solo elettrone in quanto il secondo elettrone va a occupare, con spin opposto, lo stesso stato; anzi, l'energia diminuisce ulteriormente perché le forze attrattive tra il secondo elettrone e i nuclei prevalgono sulla repulsione tra i due elettroni.

Il legame covalente**Molecole e legame covalente**

Moltissime altre molecole, come quella di ossigeno (O_2) o quella del diossido di carbonio (CO_2) sono legate da legami covalenti. Per comprendere il legame covalente è necessario applicare la teoria quantistica considerando, come abbiamo fatto, le funzioni d'onda degli elettroni condivisi.

Riesaminiamo quanto detto dal punto di vista energetico. Quando due atomi di idrogeno sono nel loro stato fondamentale e molto lontani l'uno dall'altro, ciascuno dei due elettroni è descritto da una funzione d'onda che circonda il nucleo; l'energia dell'elettrone nell'atomo ($-13,6$ eV) può essere calcolata con la formula dedotta da Bohr.

I due elettroni occupano due livelli energetici coincidenti, che sono però separati nello spazio.

Partendo da questa situazione, avviciniamo i due atomi.

L'avvicinamento produce uno *sdoppiamento* dei livelli di energia.

Al posto dei due stati fondamentali degli atomi lontani tra loro, compaiono due livelli energetici, corrispondenti al caso di una funzione d'onda Ψ_{pari} , che ha energia

minore, e di una funzione d'onda Ψ_{dispari} , di energia maggiore.

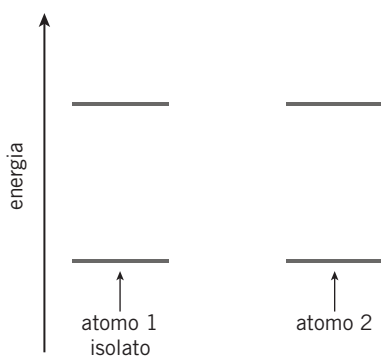
Nello stato fondamentale, i due elettroni vanno a occupare con spin opposti lo stato di energia minore, e cioè quello descritto da Ψ_{pari} . L'energia calcolata per gli elettroni nella molecola di idrogeno è $-31,7$ eV, di modo che l'energia del legame covalente tra i due atomi di idrogeno è $[2 \times (-13,6) - (-31,7)]$ eV = $4,5$ eV, in buon accordo con il valore sperimentale.

I solidi e le bande di energia

Ora estendiamo le considerazioni, appena fatte per la molecola di idrogeno, al caso di un cristallo.

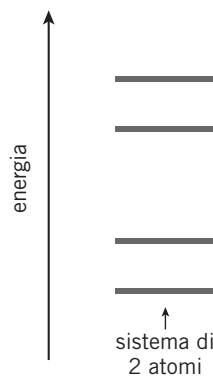
Un cristallo è formato da una disposizione regolare di atomi nello spazio (figura 10): immaginiamo, allora, di avvicinare tra loro più atomi identici cominciando con due soli atomi, inizialmente molto distanti. Anche per essi valgono le considerazioni di simmetria viste per l'atomo di idrogeno, per cui:

▶ due atomi dello stesso tipo, quando sono molto lontani tra loro, hanno gli stessi livelli energetici;



A

▶ avvicinandoli, ogni livello energetico si sdoppia in due livelli di energie simili ma non identiche.



B

Se avviciniamo tre atomi uguali, da ogni livello energetico dell'atomo singolo derivano tre livelli distinti per il sistema; per N atomi, ogni livello si scinde in un insieme di N livelli vicinissimi gli uni agli altri. Un cristallo è formato da un numero enorme di atomi (dell'ordine di 10^{23}); in tal caso:

ciascuno degli stati meno legati dell'atomo singolo dà luogo a un insieme di livelli così vicini da costituire una «banda» di energia praticamente continua.

La scissione in bande dei livelli di energia di legame minore fa sì che si generino intervalli energetici permessi agli elettroni del cristallo (bande permesse), e intervalli vietati (bande proibite); questi intervalli energetici, nei quali non vi sono livelli di energia accessibili agli elettroni, sono detti in inglese **gap** e separano i livelli di una banda permessa da quelli della banda permessa successiva (figura 11).

In un conduttore metallico l'ampiezza di probabilità degli elettroni di conduzione è diffusa su dimensioni macroscopiche, diversamente da ciò che accade quando gli atomi sono separati l'uno dall'altro. Per questo, in linguaggio corpuscolare, si può dire che gli elettroni di conduzione sono *condivisi* da tutti gli atomi del reticolo e, quindi, sono liberi di muoversi attraverso l'intero cristallo.

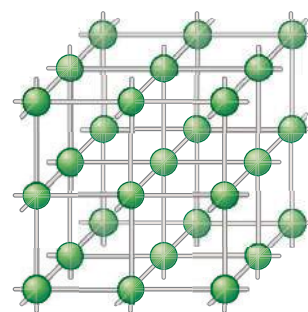


Figura 10 In un cristallo gli atomi sono disposti ai vertici di un reticolo regolare.

Elettroni esterni

La formazione di bande d'energia coinvolge soltanto gli elettroni esterni degli atomi, che sono meno legati. Infatti, gli elettroni più interni sono molto legati e risentono poco della presenza degli atomi vicini.

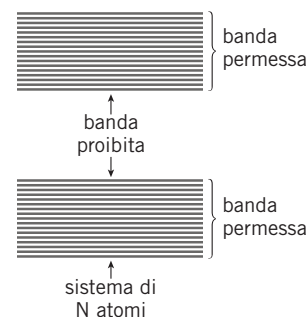


Figura 11 In un cristallo i livelli energetici che possono essere occupati dagli elettroni sono raggruppati in bande.

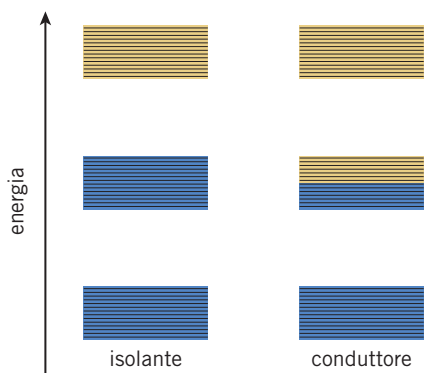
È la condivisione di questi elettroni che dà luogo al «legame metallico», con il quale gli atomi sono tenuti legati a formare il reticolo cristallino.

Il reticolo di ioni e gli elettroni costituiscono, nel loro insieme, un sistema legato. Per questo motivo, per estrarre un elettrone da un metallo (per esempio nell'effetto fotoelettrico) occorre spendere energia.

Isolanti e conduttori

Immaginiamo di applicare al cristallo un campo elettrico; per il principio di esclusione di Pauli, gli elettroni possono acquistare energia dal campo soltanto se vi sono a disposizione livelli di energia poco superiore e non occupati.

Se tutti i livelli contigui sono già occupati da altri elettroni, nessun elettrone può accrescere la propria energia per effetto del campo applicato e il solido si comporta come se non contenesse elettroni liberi di muoversi, e cioè come un *isolante*.



Viceversa, se la banda occupata più alta, detta «banda di valenza» non è completamente piena, alcuni elettroni acquistano energia dal campo elettrico esterno e, muovendosi in direzione opposta al campo, si portano in uno dei livelli vuoti di poco più alti. Si ha così un moto collettivo degli elettroni di valenza e il cristallo si comporta da *conduttore*. Nella **figura 12** i livelli energetici occupati sono colorati in blu, mentre quelli vuoti sono in giallo.

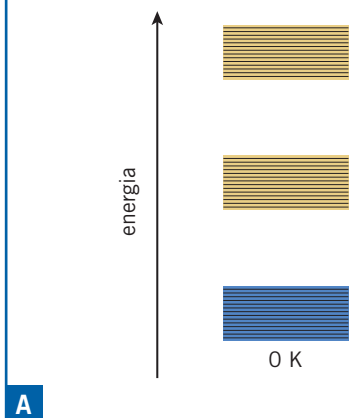
Figura 12 Isolanti e conduttori differiscono per la diversa occupazione della banda di energia più elevata.

13 I SEMICONDUTTORI

I semiconduttori (per esempio, il silicio e il germanio) sono materiali solidi con una resistività intermedia tra quella dei conduttori e quella degli isolanti.

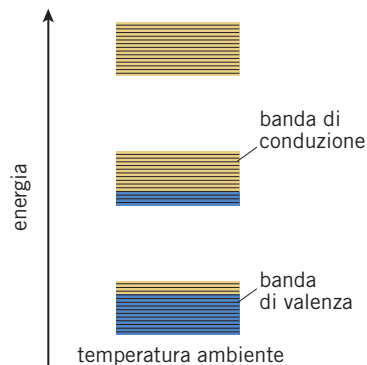
La teoria quantistica delle bande di energia permette di spiegare questa caratteristica.

► Vicino alla temperatura $T = 0$ K, un cristallo perfetto di silicio è un isolante che ha un *piccolo gap* tra la più alta banda energetica occupata e la successiva banda vuota.



A

► A temperatura ambiente, però, alcuni elettroni acquistano energia per agitazione termica e raggiungono i livelli inferiori della banda più alta, superando il gap.



B

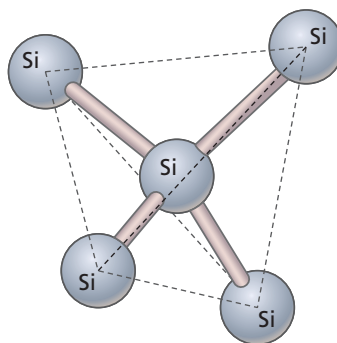
Invece di una banda piena e una banda vuota, in un semiconduttore si ha una banda quasi piena, la **banda di valenza**, e una banda quasi vuota, la **banda di conduzione**.

La densità dei *portatori* di carica, che possono dar luogo a una corrente elettrica nel solido semiconduttore, è circa un miliardesimo di quella che si ha nei metalli, cosicché la conduzione elettrica di un semiconduttore è più bassa di quella di un metallo.

I semiconduttori drogati

Si può aumentare la conduzione nei semiconduttori introducendo impurezze all'interno della loro struttura cristallina. Un semiconduttore così modificato si dice **drogato**.

Poiché l'elemento Si ha quattro elettroni nello stato atomico più esterno, nel cristallo di silicio puro (o **intrinseco**) ciascun atomo forma quattro legami covalenti, uno con ciascuno degli atomi che si trovano più vicini (figura 13), formando una struttura di forma tetraedrica.



Portatori di carica

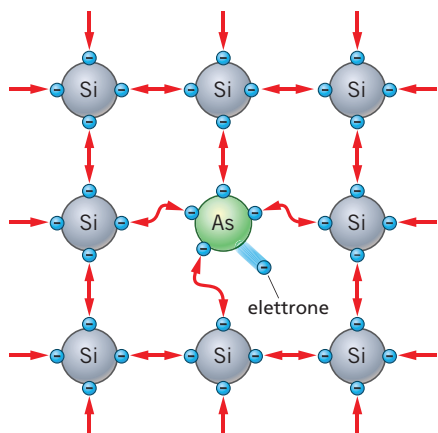
Il numero di elettroni nella banda di conduzione è dell'ordine di 10^{14} in un centimetro cubo di germanio, e di 10^{23} in uno di rame.

Figura 13 Un atomo di silicio, come un atomo di carbonio, è caratterizzato da quattro legami covalenti.

Consideriamo ora un cristallo di silicio in cui siano contenuti atomi di un altro elemento in proporzione di uno su un milione. Supponiamo che questi atomi estranei siano distribuiti uniformemente in tutto il cristallo di modo che al suo interno vi sia, ogni tanto, un atomo diverso al posto di uno di silicio.

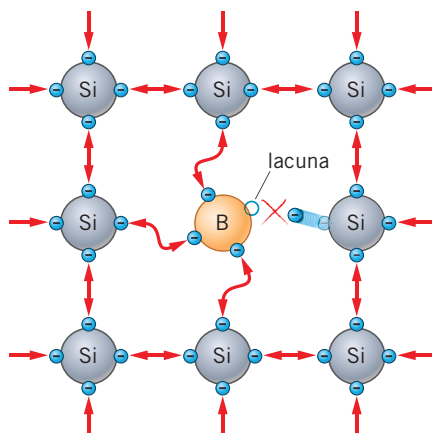
Tra gli elementi che si usano più comunemente per drogare i cristalli di silicio vi sono l'arsenico (As) e il boro (B). L'arsenico ha cinque elettroni nel guscio più esterno e, quindi, può formare *cinque* legami covalenti; invece il boro può formare *tre* legami perché ha tre elettroni nel guscio più esterno.

► Se si sostituisce un atomo di Si con uno di As, quattro legami si saturano con gli atomi vicini e rimane ancora libero un elettrone



A

► Un atomo di B forma tre legami, ma un atomo di Si adiacente ha un elettrone che non può formare un legame.



B

Rappresentazione ideale

Nelle figure a lato, il reticolo cristallino è disegnato planare per chiarezza. In realtà gli atomi sono legati tra loro come è mostrato nella figura precedente.

L'elettrone libero dell'arsenico aumenta il numero di portatori di carica disponibili nella banda di conduzione: l'arsenico svolge il ruolo di **donatore** di elettroni.

Un semiconduttore arricchito in elettroni tramite questo tipo di drogaggio viene detto di **tipo-n** (n come negativo).

Nel caso del boro, il quarto legame non formato fornisce al cristallo un «posto» libero (o vacante), che è detto **buca** o **lacuna**.

Una lacuna si comporta come un portatore di carica positiva.

Un cristallo preparato in questo modo è detto semiconduttore di **tipo-p** (p come positivo) e gli atomi che, come il boro, forniscono lacune sono chiamati **accettori**.

I portatori positivi di carica

Movimento delle lacune

Una lacuna si muove a causa dello spostamento di un elettrone da un legame a un altro. Gli elettroni di conduzione non intervengono nel fenomeno.

Le lacune si spostano nel reticolo e, quando è applicato un campo elettrico, contribuiscono al processo di conduzione come se fossero, esse stesse, cariche positive in moto.

Il moto della lacuna è, in realtà, un complesso fenomeno dovuto agli atomi di silicio e agli elettroni: non c'è nessuna particella positiva che si sposti attraverso il reticolo.

Per agitazione termica, si può rompere il legame di un elettrone che si trova vicino a una lacuna. Allora l'elettrone «spaiato» può legarsi allo ione silicio che ha un posto libero e la lacuna si sposta in senso opposto all'elettrone.

Il moto delle lacune in un semiconduttore è simile a quello del posto libero che rimane nel gioco del «Quindici»: le pedine numerate rappresentano gli elettroni, che si muovono nel verso opposto a quello del campo elettrico \vec{E} .

Ogni moto di una pedina provoca lo spostamento nel verso opposto del posto vuoto (lacuna).

Come si vede nella **figura 14**, alla fine la lacuna si è spostata nel verso di \vec{E} , comportandosi come una carica positiva.

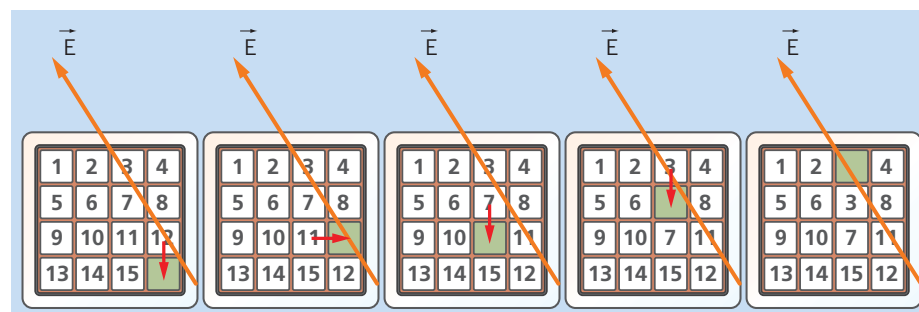


Figura 14 Esempio macroscopico del moto di una lacuna in un cristallo.

Il complesso meccanismo che provoca il moto delle lacune fa sì che in un dato solido, a parità di valore del campo \vec{E} applicato, la velocità di deriva degli elettroni sia maggiore della velocità di deriva delle lacune.

14 IL DIODO E IL TRANSISTORE

Il diodo

Un medesimo cristallo semiconduttore può essere drogato in modo da avere una parte di tipo- n e l'altra di tipo- p . In questo modo si ottiene un dispositivo detto **diodo a giunzione** o **diodo a semiconduttore**. Da una parte i portatori di carica sono prevalentemente elettroni, dall'altra lacune. A causa dell'agitazione termica, alcuni elettroni di conduzione passano dalla parte n alla parte p , attraversando la superficie di contatto; contemporaneamente alcune lacune si spostano in senso contrario.

Un elettrone che passa nel semiconduttore di tipo- p trova presto una lacuna con cui combinarsi e lo stesso accade a una lacuna che passa nel semiconduttore di tipo- n : il processo per il quale un elettrone di conduzione occupa la posizione vacante corrispondente a una buca è detto **ricombinazione**.

La ricombinazione degli elettroni e delle lacune forma sui due lati della giunzione un sottile strato privo di portatori mobili, detto **strato di svuotamento** (figura 15). Nello stesso tempo, la diffusione delle lacune dal semiconduttore di tipo- p a quello di tipo- n lascia alle proprie spalle delle cariche negative fisse (gli ioni dell'accettore); analogamente, nel cristallo di tipo- n restano cariche positive fisse sugli ioni del donatore.

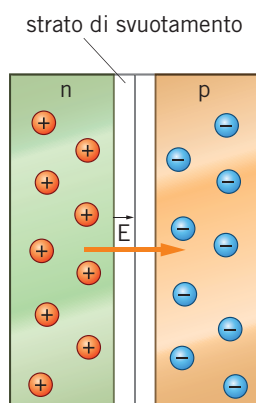


Figura 15 Nello strato di svuotamento di un diodo non vi sono portatori di carica mobili.

Si crea una separazione di carica che, nello strato di svuotamento, genera un campo elettrico diretto dal cristallo n (ora positivo) al cristallo p .

Al campo elettrico corrisponde una *differenza di potenziale di barriera*, che si oppone a ogni ulteriore diffusione dei portatori di carica: il valore tipico di questa differenza di potenziale è 0,6-0,7 V per il silicio e circa la metà per il germanio.

La polarizzazione del diodo

Il diodo a giunzione agisce da *raddrizzatore*, consentendo il passaggio della corrente elettrica in un verso, ma non nel verso opposto.

Connettendo il polo positivo di un generatore di tensione alla regione n e quello negativo alla regione p (figura 16), si applica una **polarizzazione inversa**.

Il campo elettrico esterno estrae altre lacune dalla regione p e altri elettroni dalla regione n , per cui lo strato di svuotamento si estende e attraverso la giunzione può passare soltanto una corrente molto debole (*corrente di saturazione inversa*).

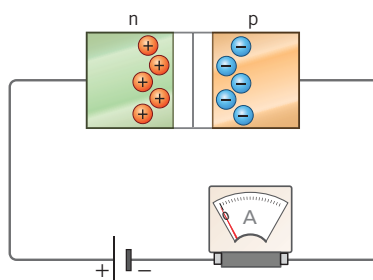
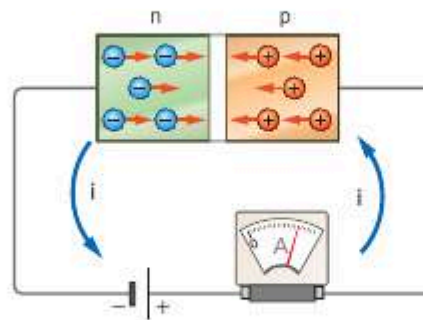


Figura 16 Nel caso di polarizzazione inversa lo stato di svuotamento si estende.

Figura 17 Nel caso di polarizzazione diretta lo stato di svuotamento non esiste.



Se si applica una **polarizzazione diretta**, collegando il cristallo *n* al polo negativo del generatore e il cristallo *p* a quello positivo (**figura 17**), nel circuito fluisce corrente elettrica.

Il generatore crea un campo elettrico diretto in verso opposto a quello preesistente nella giunzione, fornendo elettroni alla regione *n* e formando lacune nella zona di tipo-*p*.

Mentre gli elettroni risalgono la differenza di potenziale, incontrano le lacune che la discendono e può avvenire la ricombinazione dei portatori. Ma questa perdita è compensata dall'afflusso di nuovi elettroni e nuove lacune forniti dal generatore, per cui la corrente fluisce nel circuito con continuità.

Il transistor

Il **transistore** è un dispositivo a semiconduttore, che consente di controllare l'intensità della corrente elettrica. Esso è costituito da un cristallo suddiviso in *tre* regioni, che possono essere disposte in due modi diversi.

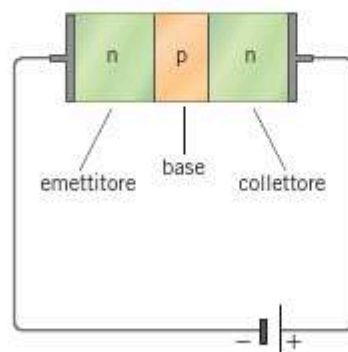


Figura 18 In un transistor *n-p-n* la base è di tipo *p*.

Nel transistor *n-p-n*, una regione di tipo-*p* è collocata fra due regioni di cristallo *n*, mentre nel transistor *p-n-p* una regione *n* è inserita fra due regioni *p*. In entrambi i tipi di transistor si succedono due giunzioni *p-n* di polarità opposta. La regione centrale si chiama *base* e ha sempre uno spessore molto piccolo. Le altre due regioni si chiamano, rispettivamente, *emettitore* e *collettore*.

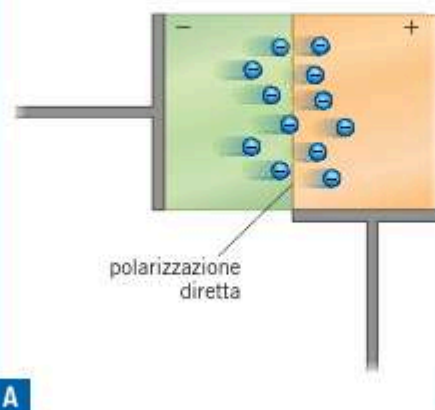
Per descrivere il funzionamento di questo importante dispositivo elettronico, prendiamo in considerazione il transistor *n-p-n*. Nella **figura 18** il collettore è mantenuto a un potenziale maggiore dell'emettitore. In questo caso:

L'invenzione del transistor

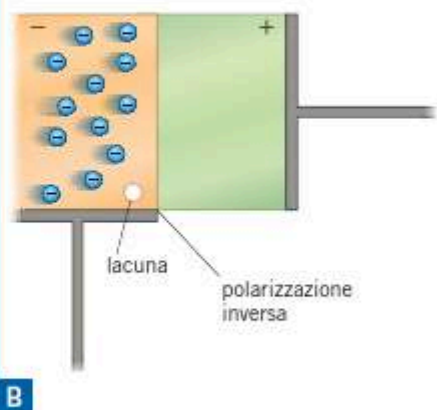
Il primo transistor a *punta di contatto* fu costruito nel 1947 dagli americani John Bardeen (1908-1991) e Walter Houser Brattain (1902-1987).

Nel 1956 essi ricevettero il premio Nobel. Insieme a William Bradford Shockley (1910-1989), che costruì il primo transistor a giunzione.

Gli elettroni della zona di tipo-*n* oltrepassano la giunzione emettitore-base, che è polarizzata direttamente.



Ma si ricombinano con le lacune della base e non superano la giunzione *p-n* fra base e collettore (polarizzata in maniera inversa).



Attraverso la giunzione fra base e collettore circola soltanto la piccola corrente inversa e, quindi, la corrente totale nel circuito tra emettitore e collettore è molto debole: il transistor non conduce in modo significativo.

Si ha una corrente attraverso il transistor quando la base si trova a un potenziale elettrico intermedio fra quelli dell'emettitore e del collettore, ma più elevato di quello del caso precedente.

Ciò può essere ottenuto utilizzando due generatori di tensione, come è schematizzato nella **figura 19**.

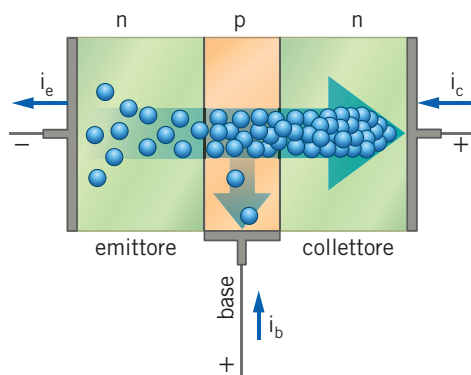


Figura 19 In un transistor di tipo *n-p-n* la base è mantenuta a un potenziale positivo rispetto all'emettitore e il collettore è ancora più positivo.

In questa situazione, la corrente tra emettitore e base porta un maggior numero di elettroni nella regione *p*. Poiché la base è costituita da una regione molto sottile (da qualche decimo di micrometro a 1 mm), una frazione consistente di questi elettroni riesce a diffondere oltre la barriera della giunzione base-collettore *prima* di ricombinarsi con le lacune della base (**figura 20**).

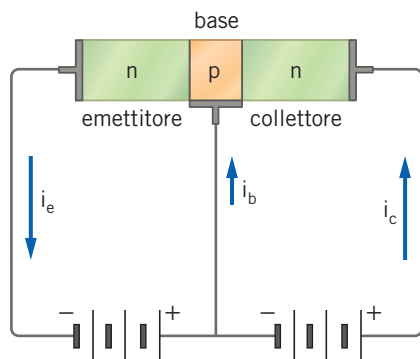


Figura 20 La corrente di collettore i_c è molto maggiore della corrente di base i_b perché la base ha uno spessore molto sottile.

Una volta passati nel collettore, gli elettroni risentono soltanto della forza elettrica dovuta alla differenza di potenziale applicata fra base e collettore e, quindi, fluiscono senza problemi nel circuito esterno. In questo modo si creano le correnti di emettitore e di collettore i_e e i_c , oltre alla piccola corrente di base i_b .

Se il potenziale di base viene abbassato, la corrente base-emettitore diviene più piccola e quindi anche la corrente i_c risulta minore. Dunque:

variando la tensione V_{be} tra base ed emettitore, si controlla la corrente di collettore entro limiti piuttosto ampi.

Per esempio, se la corrente di base passa da 0,20 mA a 0,25 mA, la corrente di collettore passa da 50 mA a 60 mA, con una variazione 200 volte più grande.

Il regime di interdizione

Se anche la giunzione emettitore-base è polarizzata inversamente, il transistor non conduce affatto (si trova in regime di *interdizione*).

Rapidità di transizione

Un transistor passa da uno stato all'altro in un tempo dell'ordine di 10^{-9} s. Un dispositivo meccanico impiegherebbe un tempo almeno un milione di volte maggiore.

Nel regime di **interdizione**, il transistor funziona come un *interruttore*, con il quale si può aprire o chiudere un circuito, a seconda del valore della tensione applicata fra base ed emettitore.

APPROFONDIMENTO



Circuiti integrati e calcolatori
(4 pagine)

Questo comportamento non lineare dei transistori è sfruttato nei computer. In essi si usano circuiti di tipo binario o, come si dice dall'inglese, digitali; ciò significa che i segnali di differenza di potenziale prodotti sono interpretati come rappresentanti due soli valori numerici: 0 e 1.

15 FISICA CLASSICA E FISICA MODERNA

Per riuscire a descrivere la struttura degli atomi, rendere comprensibile l'origine dei legami chimici e descrivere il funzionamento dei transistori è stato necessario rinunciare, con le teorie relativistica e quantistica, a due idee «classiche» fondamentali: il tempo assoluto e la natura corpuscolare delle particelle subatomiche.

Ora sappiamo che lo scorrere del tempo e la simultaneità sono concetti relativi, che la massa è una delle tante forme di energia e che gli elettroni e i fotoni (che sono, rispettivamente, fermioni e bosoni) hanno una duplice natura, ondulatoria e corpuscolare.

Essi si propagano sotto forma di onde. Le grandezze che oscillano sono, nel caso dei fotoni, il campo elettrico \vec{E} e il campo magnetico \vec{B} . L'ampiezza di probabilità Ψ è la grandezza che oscilla nel caso degli elettroni. La struttura degli atomi e delle molecole, le proprietà dei solidi, l'emissione di fotoni e la loro interazione con la materia sono determinate dalle proprietà ondulatorie delle particelle subatomiche.

Ma allora è necessario rigettare tutto quello che la fisica classica ha insegnato? Certamente no, perché le leggi della fisica classica sono più che sufficienti per spiegare il moto dei corpi ordinari, come gli oggetti che cadono oppure i satelliti lanciati in orbita con i razzi.

La fisica classica è applicabile, e dà risultati in perfetto accordo con l'esperienza, quando si considerano corpi le cui velocità sono piccole rispetto alla velocità della luce e le cui dimensioni non sono submicroscopiche. Adesso siamo in grado di specificare con più precisione che cosa si intende con questa affermazione.

Poiché la teoria della relatività contiene come grandezza caratteristica la velocità delle onde elettromagnetiche, $c = 3 \times 10^8$ m/s e la fisica quantistica contiene la costante di Planck ridotta, $\hbar \simeq 10^{-34}$ J · s, possiamo dire che le condizioni che devono essere soddisfatte perché a un sistema di corpi si possano applicare le leggi della fisica classica sono *due*:

- le velocità dei corpi devono essere *piccole* rispetto alla velocità c ;
- i prodotti delle quantità di moto per le dimensioni caratteristiche dei corpi devono essere *grandi* rispetto a \hbar .

DUALITÀ ONDA-CORPUSCOLO E PRINCIPIO DI INDETERMINAZIONE

La fisica quantistica è la teoria rigorosa delle proprietà del mondo microscopico, sviluppata negli anni Venti: applicata ai corpi macroscopici, dà risultati in perfetto accordo con la fisica classica.

Dualità onda-particella della radiazione

- L'oggetto fisico «luce» si presenta come onda o come particella a seconda delle condizioni sperimentali.
- Nei fenomeni di interferenza un fascio di luce si comporta come un'onda elettromagnetica; negli effetti fotoelettrico e Compton lo stesso fascio di luce si comporta come se fosse formato da un flusso di fotoni.

Relazione di De Broglie

- A una particella con quantità di moto p è associata una lunghezza d'onda $\lambda = \frac{h}{p}$.

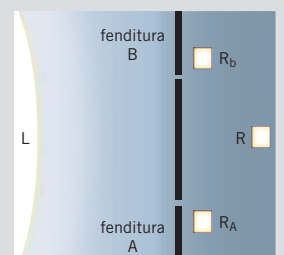
$$\text{lunghezza d'onda} = \frac{\text{costante di Planck}}{\text{quantità di moto}}$$
- Anche le particelle subatomiche, come la radiazione, mostrano in certi fenomeni natura ondulatoria, in altri natura corpuscolare.
- Davisson e Germer con un esperimento nel 1927 confermano il modello di de Broglie: elettroni diffusi da un reticolo formano una figura di diffrazione, comportandosi così come onde.

Pacchetti d'onda e radiazione

- Dal punto di vista matematico, l'equazione di un pacchetto d'onda si ottiene sommando un grande numero di onde piane con diversi valori della lunghezza d'onda λ , e quindi anche della quantità di moto $p = h/\lambda$.
- Quando si propaga nello spazio, ogni radiazione va pensata come costituita da pacchetti d'onda delle ampiezze di probabilità di tutte le particelle del sistema.
- Quando si osserva una radiazione interagire con qualche dispositivo, essa si comporta come onda (diffusa nello spazio) o come corpuscolo (concentrato in un punto) a seconda del tipo di misura che su di essa si esegue.

Principio di sovrapposizione

- Un sistema quantistico S definito da due possibili stati del sistema Ψ_a e Ψ_b è descritto dalla funzione d'onda $\Psi = a\Psi_a + b\Psi_b$ dove a e b sono, in generale, numeri relativi.
- Quando si esegue la misura il sistema S non è più descritto dallo stato $\Psi = a\Psi_a + b\Psi_b$, ma da uno dei due stati fondamentali Ψ_a o Ψ_b .
- Secondo la concezione classica della fisica quantistica, l'atto di compiere una misura fa «collassare» la funzione d'onda dallo stato di sovrapposizione a uno dei due stati fondamentali.
- I coefficienti numerici a e b determinano le probabilità che la funzione d'onda collassi nello stato Ψ_a piuttosto che nello stato Ψ_b .



Principio di indeterminazione di Heisenberg

Prima forma: $\Delta x \Delta p \simeq \hbar$

indeterminazione posizione \times indeterminazione quantità di moto = costante di Planck ridotta

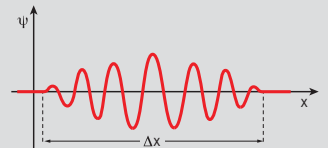
Seconda forma: $\Delta t \Delta E \simeq \hbar$

indeterminazione tempo \times indeterminazione energia = costante di Planck ridotta

- $\hbar = \frac{h}{2\pi} \simeq 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}$ è la costante di Planck ridotta.
- Non è possibile conoscere con precisione dove l'elettrone si trova, senza impartirgli una quantità di moto non determinabile; inoltre, più breve è la misura dell'energia effettuata su un sistema, più impreciso è il valore trovato dell'energia.

Funzione d'onda

- Si tratta della soluzione dell'equazione di Schrödinger del sistema in esame.
- Fornisce le proprietà quantistiche del sistema in esame.
- Esprime un'ampiezza di probabilità: dipende da x , y , z e t e serve per calcolare la probabilità che la particella alla quale è associata si trovi in un volume di spazio in un certo intervallo di tempo.
- La probabilità di osservare la particella è proporzionale al quadrato di Ψ .
- Nelle zone in cui Ψ oscilla, la probabilità di trovarvi la particella è diversa da zero; al di fuori di questa regione, dove Ψ è nulla, la particella non può essere osservata.

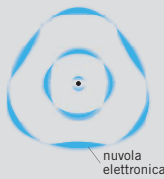


I NUMERI QUANTICI

La fisica atomica descrive gli orbitali atomici mediante quattro numeri quantici e giustifica nei dettagli il sistema periodico degli elementi e le loro proprietà chimiche. Negli ultimi vent'anni, l'uso di potenti calcolatori ha fornito non soltanto le energie complessive dei vari stati atomici, ma anche le energie di legame e le strutture spaziali dei più complessi composti chimici.

Stabilità degli atomi

Secondo il modello ondulatorio, gli elettroni *non* ruotano in realtà attorno al nucleo: la loro ampiezza di probabilità è stazionaria (non varia nel tempo), quindi gli atomi sono stabili.



Spin dell'elettrone

Esiste un momento angolare intrinseco \vec{S} , detto **spin**, dell'elettrone, le cui componenti lungo un asse esterno possono avere soltanto i due valori $\pm 1/2 \hbar$: il **numero quantico di spin** è $s = \pm 1/2$.

- Lo spin non è legato allo stato di moto dell'elettrone, ma è una sua caratteristica intrinseca, come la sua massa o la sua carica.
- Caratterizzando gli orbitali atomici mediante quattro numeri quantici (n , l , m_l e s), la fisica atomica giustifica nei dettagli il sistema periodico degli elementi e le loro proprietà chimiche.

Numeri quantici

Le nuvole elettroniche in cui si può trovare un elettrone intorno al nucleo sono definite da tre numeri quantici: n , l , m_l .

- Per il *principio di Pauli*, due elettroni dello stesso atomo non possono avere gli stessi numeri quantici.

Numero principale n

Definisce il guscio in cui si trova l'elettrone (con $n = 1, 2, 3, \dots$).

Numero orbitale l

Definisce il momento magnetico orbitale in unità \hbar (con $0 \leq l \leq n - 1$), cioè il sottoguscio in cui si trova l'elettrone.

Numero magnetico m_l

Determina l'energia dovuta all'allineamento del momento orbitale con un campo magnetico esterno con ($m_l = -l, \dots, 0, \dots, l$)

Bosoni

- Sono le particelle che seguono la distribuzione statistica di Bose-Einstein.
- È possibile trovare un numero arbitrariamente grande di *bosoni* che, occupando lo stesso stato microscopico, sono caratterizzati dagli stessi numeri quantici.

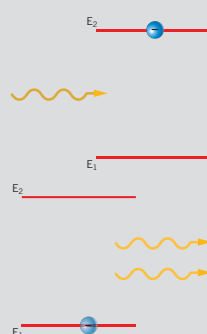
Fermioni

- Sono le particelle che seguono la distribuzione statistica di Fermi-Dirac.
- Non è possibile avere due fermioni dello stesso tipo nello stesso stato, definito dagli stessi numeri quantici.

- Tutte le particelle subatomiche sono indistinguibili tra loro, cioè non hanno una propria identità «personale».
- La teoria quantistica ammette due (e soltanto due) tipi di distribuzioni statistiche: quella di Bose-Einstein e quella di Fermi-Dirac.

Emissione stimolata

- Emissione di un fotone da parte di un atomo, stimolata dalla presenza di un altro fotone: il fotone emesso nella transizione ha la stessa energia di quello che la provoca.
- Un elettrone in uno stato metastabile di energia E_2 compie una transizione allo stato inferiore di energia E_1 se nelle vicinanze si trova un fotone di energia $E_2 - E_1$.
- Uno stato è metastabile se l'elettrone vi rimane un tempo molto più lungo (10^{-3} s) di quello normale.



Laser

- Acronimo di *Light Amplification by Stimulated Emission of Radiation*, cioè «amplificazione della luce mediante l'emissione stimolata di radiazione».
- Un fascio laser è composto da fotoni tutti uguali, grazie a una emissione stimolata «a catena»: i fotoni sono bosoni, quindi tendono a occupare lo stesso stato.
- Per ottenerlo, è necessario un livello di energia superiore molto popolato.
- È estremamente coerente, direzionale e monocromatico.

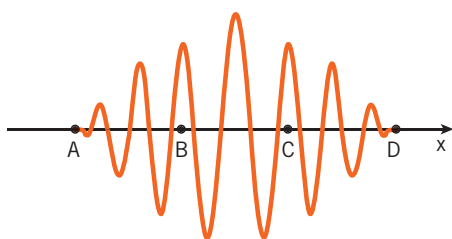


DOMANDE SUI CONCETTI

- 1** Perché in fisica classica non è possibile pensare a una particella come un'onda?
- 2** Anche in fisica classica le misure delle grandezze sono accompagnate da incertezze dovute a varie cause (sensibilità di uno strumento di misura, errori casuali e sistematici, ecc.). Per quale motivo allora il principio di indeterminazione rappresenta una novità rispetto alla fisica classica?
- 3** Il principio di indeterminazione di Heisenberg impedisce di misurare la posizione di una particella con precisione arbitraria?
- 4** La funzione d'onda è una grandezza fisica? In altre parole, è misurabile?
- 5** Supponi che $\Psi_1 = (\Psi_{1,1}, \Psi_{1,2})$ e $\Psi_2 = (\Psi_{2,1}, \Psi_{2,2})$ siano due possibili funzioni d'onda per una particella (per esempio, l'elettrone dell'atomo di idrogeno). Come si sommano queste due funzioni d'onda? Qual è il risultato di $\Psi_1 + \Psi_2$?

(Suggerimento: ricorda l'analogia con i vettori)

- 6** La funzione d'onda di una particella ha la forma indicata nella figura a lato.



► In quale zona (AB, BC o CD) è maggiore la probabilità di trovare la particella?

- 7** Il principio di sovrapposizione si può applicare solo a una coppia di funzioni d'onda?
- 8** Secondo il modello corpuscolare, un elettrone atomico dovrebbe irraggiare energia sotto forma di radiazione elettromagnetica, perché soggetto a una accelerazione centripeta dovuta alla sua rotazione intorno al nucleo. La perdita di energia

porterebbe l'elettrone a cadere sul nucleo e, quindi, l'atomo non sarebbe più stabile.

► Il concetto di onda stazionaria può dare una risposta diversa a questa contraddizione?

- 9** Poniamo un atomo di idrogeno in un campo magnetico: il suo spettro di emissione cambia?
- 10** Il modello di Sommerfeld consente orbite circolari? Se sì, in quale caso?
- 11** Il momento angolare dell'elettrone dell'atomo di idrogeno è un vettore che punta in una determinata direzione, come il momento angolare di un oggetto classico?

- 12** Il primo esperimento che ha mostrato l'esistenza dello spin è stato condotto da due fisici tedeschi, Stern e Gerlach. I due volevano mostrare la quantizzazione del momento angolare L_z lungo una direzione z dell'elettrone di un atomo. A questo scopo, predisposero un campo magnetico fortemente non omogeneo e lo fecero attraversare da un fascio di atomi. Atomi con diversi valori di L_z subiscono forze differenti dal campo magnetico e si separano. Stern e Gerlach rilevarono nel loro esperimento 2 fasci separati. Spiega perché questi due fasci sono dovuti allo spin dell'elettrone e non al suo momento angolare L_z .

- 13** Si vogliono condurre esperimenti che coinvolgono un solo elettrone di un atomo: quali elementi chimici conviene usare?

- 14** In molti materiali conduttori a bassissime temperature, vicine allo zero assoluto, si formano coppie di elettroni, dette *coppie di Cooper*, che sono responsabili della superconduttività. Le coppie di Cooper sono fermioni o bosoni?

- 15** Ogni tipo di particella subatomica possiede un numero definito di proprietà intrinseche (massa, carica, spin ...).

► Puoi distinguere due elettroni (o due fotoni, o due particelle subatomiche) conoscendo le proprietà intrinseche di ognuno dei due?

ESERCIZI

16 Attraverso il fenomeno dell'emissione stimolata si ottiene un fascio di luce composto da fotoni identici tra loro.

► Perché i fotoni «accettano» di occupare tutti lo stesso stato energetico?

17 Un laser è un generatore di luce, ma la luce che produce è diversa da quella di una lampadina qualsiasi.

► Quali sono le caratteristiche che distinguono la

luce prodotta da un laser rispetto a quella di una lampadina a incandescenza?

PROBLEMI

Nei seguenti problemi, per semplicità di notazione, si omette la rappresentazione della funzione d'onda per componenti ogni volta che la seconda componente è nulla.

1 LE PROPRIETÀ ONDULATORIE DELLA MATERIA

1 PROBLEMA SVOLTO

★★★

Un modellino di automobile, la cui massa è 230 g, si muove in linea retta e percorre una distanza di 1,8 m in un intervallo di tempo di 4,5 s.

► Quanto vale la sua lunghezza d'onda di de Broglie?

$$m = 230 \text{ g}$$

$$\Delta t = 4,5 \text{ s}$$

$$\lambda = ?$$



■ Strategia e soluzione

• Il modulo medio della quantità di moto della macchinina è

$$p = mv = m \frac{\Delta s}{\Delta t} = (0,230 \text{ kg}) \times \frac{1,8 \text{ m}}{4,5 \text{ s}} = 0,092 \text{ kg} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

• Quindi la sua lunghezza d'onda di de Broglie risulta

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{6,63 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}}{9,2 \times 10^{-2} \text{ kg} \cdot \text{m/s}} = 7,2 \times 10^{-33} \text{ kg} \cdot \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2} \cdot \frac{\text{s}^2}{\text{kg} \cdot \text{m}} = 7,2 \times 10^{-33} \text{ m}$$

■ Discussione

La lunghezza d'onda trovata è 31 ordini di grandezza più piccola dell'estensione dell'oggetto a cui si riferisce: essa non può avere alcun effetto fisico apprezzabile sul comportamento dell'automobilina che, quindi, segue le leggi della fisica classica.

2 Una particella di massa 1,0 μg possiede un'energia cinetica di 0,50 nJ.

★★★

► Calcola la lunghezza d'onda di de Broglie della particella.

$$[6,6 \times 10^{-25} \text{ m}]$$

3 Una palla ha una massa di 0,145 kg ed è lanciata a una velocità di 40,0 m/s.

★★★

► Quanto vale la lunghezza d'onda di de Broglie della palla?

► Da questo risultato, puoi dire perché non è possibile osservare le proprietà ondulatorie degli oggetti del mondo macroscopico?

$$[1,14 \times 10^{-34} \text{ m}]$$

4 ★★★ La lunghezza d'onda di de Broglie associata a un protone vale $7,0 \times 10^{-12}$ m.

► Calcola il valore della differenza di potenziale che ha accelerato il protone.

[17 V]

5 ★★★ Un fotone possiede un'energia di 1,0 keV. Un elettrone possiede un'energia cinetica di 1,0 keV.

► Calcola il rapporto tra la lunghezza d'onda di de Broglie associata al fotone e quella associata all'elettrone.

[32]

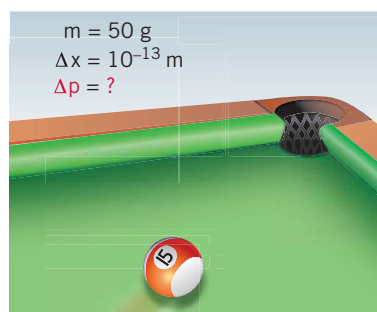
2 IL PRINCIPIO DI INDETERMINAZIONE

6 PROBLEMA SVOLTO

★★★

Una palla da biliardo ha una massa di 50 g. Supponi di potere misurare la sua posizione con una indeterminazione di 10^{-13} cm (pari circa alle dimensioni di un nucleo atomico).

► Calcola l'incertezza che, secondo il principio di Heisenberg, si ha sulla determinazione della quantità di moto della palla.



■ Strategia e soluzione

• Dalla formula (22) otteniamo

$$\Delta p \simeq \frac{h}{2\pi\Delta x} = \frac{6,6 \times 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}}{2 \times 3,14 \times 10^{-15} \text{ m}} \simeq 10^{-19} \text{ kg}\cdot\frac{\text{m}}{\text{s}}$$

■ Discussione

L'indeterminazione trovata è dello stesso ordine della quantità di moto che la palla avrebbe se percorresse le dimensioni di un atomo (10^{-10} m) in un anno. Su scala macroscopica, quindi, si tratta di un valore talmente piccolo da essere trascurabile.

Per confronto, la quantità di moto p_e di un elettrone che si muove a una velocità pari al 99% di c è $p_e = m_e \gamma v = 1,9 \times 10^{-21} \text{ kg}\cdot\text{m/s}$. L'indeterminazione di $10^{-19} \text{ kg}\cdot\text{m/s}$ è cinquanta volte maggiore di questo valore e, quindi, enorme.

7 ★★★ L'elettrone in un atomo di idrogeno si trova su un livello con $n > 1$, e finisce per tornare al livello più basso che ha $n = 1$. Se per esempio $n = 2$, il tempo che in media l'elettrone impiega per tornare al livello con $n = 1$ è $1,595 \times 10^{-9}$ s.

► Calcola la minima incertezza che ne deriva sulla misura dell'energia del livello con $n = 2$.

[$6,6 \times 10^{-26}$ J]

8 ★★★ La posizione di una pallina di massa $1 \mu\text{g}$ è conosciuta con un'incertezza di $1 \mu\text{m}$. Calcola:

► il limite teorico dell'incertezza sulla velocità della pallina.

[1×10^{-19} m/s]

9 ★★★ Un elettrone è confinato a muoversi in uno spazio delle dimensioni di $2,5 \times 10^{-10}$ m.

► Calcola l'energia cinetica di un protone che ha

ESERCIZI

una quantità di moto uguale all'incertezza sulla quantità di moto dell'elettrone.

(Suggerimento: ricava l'espressione dell'energia cinetica in funzione della quantità di moto.)

[$3,3 \times 10^{-4}$ eV]

- 10** ★★★ La vita media di un elettrone in uno stato eccitato di un atomo è di circa 10 ns e, quando ritorna allo stato fondamentale, l'atomo emette un fotone. Calcola:

- ▶ il minimo valore teorico dell'incertezza con cui si può conoscere l'energia del fotone emesso.
- ▶ il corrispondente allargamento della riga spettrale, cioè l'intervallo di frequenza nel quale può essere emesso il fotone.

[10^{-26} J; 10^7 Hz]

3 LE ONDE DI PROBABILITÀ

- 11** ★★★ Una particella di massa $m = 8,0 \times 10^{-25}$ kg si trova in una «scatola unidimensionale» di lunghezza $L = 2,0 \times 10^{-6}$ m, ed è costretta cioè a muoversi lungo una linea, la cui posizione x è limitata dalla condizione $0 < x < L$. L'energia della particella è una grandezza quantizzata e a ogni valore di energia corrisponde una funzione d'onda Ψ_n la cui espressione è

$$\Psi_n = \sqrt{\frac{2}{L}} \sin \frac{n\pi}{L} x, \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

- ▶ Determina la probabilità di trovare la particella in un intervallo $\Delta l = 10^{-8}$ m intorno al centro, $x = L/2$, per ogni valore di n .

(Suggerimento: in questo caso il volume ΔV della formula (4) va sostituito con l'intervallo Δl).

[0 se n è pari; 1,0% se n è dispari]

- 12** ★★★ Considera la stessa particella dell'esercizio precedente.

- ▶ Disegna in un grafico la quantità $\Psi_n^2(x)$ per $n = 1$ e $n = 2$.
- ▶ Qual è la probabilità di trovare la particella nella regione $0 < x < L/2$ nei due casi?

[50% in entrambi i casi]

5 IL PRINCIPIO DI SOVRAPPOSIZIONE

- 13** ★★★ Un elettrone che passa attraverso uno schermo con due fenditure è descritto dallo stato

$$\Psi = \frac{1}{2} \Psi_a + \frac{\sqrt{3}}{2} \Psi_b$$

dove Ψ_a è la funzione d'onda dell'elettrone quando sullo schermo è aperta solo la fenditura A e Ψ_b è la funzione d'onda dell'elettrone quando sullo schermo è aperta solo la fenditura B.

- ▶ Qual è la probabilità che l'elettrone passi da ciascuna fenditura quando sono entrambe aperte?

[25%; 75%]

- 14** ★★★ Un milione di elettroni viene inviato contro uno schermo che contiene due fenditure A e B. Gli elettroni sono inviati uno alla volta. Ogni elettrone è descritto dalla funzione d'onda

$$\Psi = \sqrt{\frac{2}{5}} \Psi_a + \sqrt{\frac{3}{5}} \Psi_b$$

dove Ψ_a e Ψ_b sono funzioni d'onda che descrivono l'elettrone che passa, rispettivamente, dalla fenditura A o dalla fenditura B. Un rivelatore è posto dietro ciascuna fenditura.

- ▶ Dai una stima di quanti elettroni vengono rilevati dietro la fenditura A e quanti dietro la fenditura B.

[4×10^5 ; 6×10^5]

- 15** ★★★ Un elettrone passa attraverso uno schermo con tre fenditure A, B, e C. Quando sullo schermo è aperta una sola di ciascuna di queste fenditure l'elettrone è descritto, rispettivamente, dagli stati Ψ_a , Ψ_b e Ψ_c . La funzione d'onda $\Psi = a\Psi_a + b\Psi_b + c\Psi_c$ descrive l'elettrone quando sono aperte tutte e tre le fenditure.

- ▶ Determina i coefficienti a , b e c della funzione d'onda nel caso in cui la probabilità di passaggio attraverso ciascuna fenditura è la stessa per tutte le fenditure (assumi $a^2 + b^2 + c^2 = 1$) e scrivi la funzione d'onda corrispondente a questo caso.

[$a = b = c = \sqrt{1/3} \approx 0,58$]

6 STABILITÀ DEGLI ATOMI E ORBITALI ATOMICI

16

★★★

PROBLEMA SVOLTO

Le funzioni d'onda corrispondenti a un valore preciso di energia giocano un ruolo fondamentale in meccanica quantistica, in quanto descrivono stati stazionari. Se in un determinato istante $t = 0$ s la funzione d'onda di una particella ha la seconda componente nulla $\Psi(x, y, z, 0) = (\Psi_1(x, y, z), 0)$ e energia E ben determinata, allora la funzione d'onda in qualsiasi istante successivo $t > 0$ è espressa da

$$\Psi(x, y, z, t) = \left(\Psi_1(x, y, z) \cos\left(\frac{E}{\hbar}t\right), \Psi_1(x, y, z) \sin\left(\frac{E}{\hbar}t\right) \right).$$

► Dimostra che in questo caso $[\Psi(x, y, z, t)]^2 = [\Psi(x, y, z, 0)]^2$

■ Strategia e soluzione

- Sfruttando la relazione fondamentale della goniometria $\sin^2\varphi + \cos^2\varphi = 1$, il modulo al quadrato dell'ampiezza di probabilità risulta costante:

$$\begin{aligned} [\Psi(x, y, z, t)]^2 &= [\Psi_1(x, y, z, t)]^2 + [\Psi_2(x, y, z, t)]^2 = [\Psi(x, y, z)]^2 \left[\cos^2\left(\frac{E}{\hbar}t\right) + \sin^2\left(\frac{E}{\hbar}t\right) \right] = \\ &= [\Psi(x, y, z)]^2 = [\Psi(x, y, z, 0)]^2. \end{aligned}$$

■ Discussione

La proprietà che abbiamo esaminato in questo esercizio, cioè che la funzione d'onda al tempo t è $\Psi(x, y, z, t) = \left(\Psi_1(x, y, z) \cos\left(\frac{E}{\hbar}t\right), \Psi_1(x, y, z) \sin\left(\frac{E}{\hbar}t\right) \right)$ vale se (e solo se) sono valide le due condizioni riportate nel testo del problema: al tempo iniziale $t = 0$ s la seconda componente della funzione d'onda dev'essere nulla e l'energia della particella dev'essere ben determinata. Se queste condizioni non sono soddisfatte, l'espressione della funzione d'onda è più complicata.

17 Il nucleo di un atomo ha un raggio dell'ordine di 10^{-15} m.

★★★

- Calcola il valore dell'energia cinetica minima di un elettrone localizzato all'interno di un nucleo.
- Secondo la meccanica classica, quale sarebbe la velocità di un elettrone con tale energia cinetica?

7 ORBITE ELLITTICHE IN UN CAMPO MAGNETICO

18 Un elettrone ha momento angolare lungo la direzione z di modulo $L_z = 3\hbar$.

★★★

- Calcola il modulo del momento magnetico orbitale dell'elettrone.

$$[2,8 \times 10^{-23} \text{ m}^2 \cdot \text{A}]$$

19 Un atomo di idrogeno il cui elettrone ha numero quantico magnetico $m_l = 2$ è posto in una regione in cui è presente un campo magnetico di intensità 1,8 T diretto lungo z .

★★★

- Calcola la variazione dell'energia dell'elettrone in J e in eV.
- Quanto differisce, in ordini di grandezza, dall'energia dello stato con $n = 1$?

$$[3,3 \times 10^{-23} \text{ J} = 2,0 \times 10^{-4} \text{ eV}; 5 \text{ ordini di grandezza inferiore}]$$

20 Il momento magnetico orbitale di un elettrone è diretto lungo z e ha modulo $1,02 \times 10^{-22} \text{ m}^2 \cdot \text{A}$.

★★★

- Determina il momento angolare dell'elettrone e il numero quantico magnetico m_l .

$$[1,2 \times 10^{-33} \text{ J} \cdot \text{s}; 11]$$

ESERCIZI

8 I NUMERI QUANTICI DEGLI ELETTRONI ATOMICI

21 Quanti elettroni possono essere contenuti nel guscio con numero quantico principale $n = 4$?
★★★

22 L'elettrone dell'atomo di idrogeno si trova in uno stato che è la sovrapposizione di tre funzioni d'onda,
★★★

$$\Psi(x, y, z) = \sqrt{\frac{1}{4}} \Psi_{2,1,1}(x, y, z) + \sqrt{\frac{1}{4}} \Psi_{2,1,0}(x, y, z) + \sqrt{\frac{1}{2}} \Psi_{2,1,-1}(x, y, z)$$

dove gli indici delle funzioni d'onda sono, nell'ordine, il numero quantico principale n , il numero quantico orbitale l e il numero quantico magnetico m_l .

► Qual è la probabilità che la misurazione del modulo del momento angolare dell'elettrone dia $\sqrt{2} \hbar$?

► Quali sono i possibili risultati della misurazione di L_z , la componente lungo z del momento angolare?

[100%; $-\hbar, 0, e \hbar$]

PROBLEMI GENERALI

1 Un elettrone è costretto a muoversi in uno spazio unidimensionale lungo $0,1 \text{ nm}$.
★★★

► Calcola, in eV, la minima energia cinetica che l'elettrone può possedere.

(Dall'Esame di Stato di Liceo Scientifico, Progetto Brocca, 2000)

[4 eV]

2 Un neutrone che viaggia alla velocità di $1,78 \times 10^3 \text{ m/s}$ incide sulla superficie di un cristallo e subisce una diffrazione.
★★★

► Calcola la lunghezza d'onda di de Broglie del neutrone.

[$2,23 \times 10^{-10} \text{ m}$]

3 L'elettrone dell'atomo di idrogeno nell'orbitale atomico con numero quantico principale $n = 1$ è descritto dalla funzione d'onda
★★★

$$\Psi_{(1,0,0)}(r) = \frac{1}{\sqrt{\pi a_0^3}} e^{-r/a_0}$$

dove $a_0 = 5,29 \times 10^{-11} \text{ m}$ è il raggio di Bohr (cioè il raggio della prima orbita di Bohr) e r è la distanza dal nucleo.

► Giustifica il fatto che la probabilità di trovare l'elettrone a distanza compresa tra r e $r + \Delta r$ dal nucleo è data da $[\Psi_{(1,0,0)}(r)]^2 4\pi r^2 \Delta r$.

4 L'elettrone dell'atomo di idrogeno nell'orbitale atomico con numero quantico principale $n = 2$ e numero quantico orbitale $l = 0$ è descritto dalla funzione d'onda
★★★

$$\Psi_{2,0,0}(r) = \frac{1}{8\pi a_0^3} \left(1 - \frac{r}{2a_0}\right) e^{-r/2a_0}$$

dove $a_0 = 5,29 \times 10^{-11} \text{ m}$ è il raggio di Bohr e r è la distanza dal nucleo.

► A che distanza dal nucleo è nulla la probabilità di trovarvi l'elettrone?

► Calcola la probabilità di trovare l'elettrone entro un intervallo $\Delta r = 10^{-11} \text{ m}$ a distanza $r = 8a_0$ dal nucleo (la probabilità è data da $[\Psi_{2,0,0}(r)]^2 4\pi r^2 \Delta r$).

[$2a_0$; 1,8%]

5 La presenza di un campo magnetico modifica l'energia degli orbitali atomici e quindi anche le frequenze dei fotoni emessi nella transizione verso orbitali di energia inferiore. Indica con f_0 la frequenza di emissione di una particolare transizione in assenza di campo magnetico e con f quella in presenza di un campo magnetico.
★★★

► Ricava la corrispondente variazione $\Delta\lambda = \lambda - \lambda_0$ della lunghezza d'onda del fotone emesso in funzione della variazione della frequenza $\Delta f = f - f_0$.

(Suggerimento: puoi usare l'approssimazione $\lambda\lambda_0 \approx \lambda_0^2$.)

$$[\Delta\lambda \approx -\frac{\lambda_0^2}{c} \Delta f]$$

6 Considera le righe della serie di Lyman, dovute all'emissione di radiazione da parte dell'atomo di idrogeno quando l'elettrone passa dallo stato con numero quantico principale $n > 1$ allo stato con numero quantico principale $n = 1$.

★★★

► Spiega per quale motivo, in presenza di un campo magnetico \vec{B} uniforme, ogni riga di emissione si suddivide in più righe.

► Esamina ora l'emissione di radiazione da parte dell'atomo di idrogeno quando l'elettrone passa dallo stato con numero quantico principale $n = 2$ e numero quantico orbitale $l = 1$ allo stato con numero quantico principale $n = 1$. Quante righe vengono rilevate sperimentalmente?

► Calcola la differenza delle lunghezze d'onda tra le righe adiacenti quando il campo magnetico ha intensità 3 T.

(Suggerimento: fai uso del risultato del problema numero 5.)

[3 righe; $2,1 \times 10^{-12}$ m]

7 Un pennello di luce monocromatica emessa da un laser illumina perpendicolarmente una doppia fenditura praticata in uno schermo A . Le due fenditure distano fra loro 0,10 mm. Al di là della doppia fenditura, a una distanza di 2,00 m dallo schermo A e parallelamente allo stesso schermo, è disposto uno schermo B su cui si raccoglie la luce proveniente dalle due fenditure. Il primo massimo laterale è situato a una distanza di 10,0 mm dal massimo centrale. La luce emessa dallo stesso laser colpisce, successivamente, una placca di cesio, la cui minima frequenza per produrre l'effetto fotoelettrico vale $4,34 \times 10^{14}$ Hz.

★★★

► Calcola la lunghezza d'onda della luce emessa dal laser.

► Determina se dalla placca di cesio ci sarà emissione di elettroni.

(Dalla Maturità Scientifica sperimentale, Progetto Brocca, 1998)

(Suggerimento: per il calcolo di λ supponi che la distanza tra i due schermi sia molto maggiore della distanza tra le due fenditure.)

[0,50 μm]

QUESITI PER L'ESAME DI STATO

Rispondi ai quesiti in un massimo di 10 righe.

- 1 Spiega perché il principio di indeterminazione rappresenta una novità rispetto alla fisica classica.
- 2 Spiega qual è il significato fisico della funzione d'onda.
- 3 Descrivi il paradosso detto «gatto di Schrödinger», mettendone in evidenza gli aspetti contrari alla logica comune (cioè, alla fisica classica).

TEST PER L'UNIVERSITÀ

- 1 Un laser emette un fascio di luce più intenso rispetto a quello di un laser apparentemente identico; ciò vuol dire che

- A emette fotoni di frequenza più elevata.
- B emette un maggior numero di fotoni al secondo.
- C emette fotoni il cui spettro di frequenza è più ampio.
- D emette fotoni di frequenza minore.

(Concorso a borse di studio per l'iscrizione ai corsi di laurea della classe «Scienze e Tecnologie Fisiche» della SIF, 2006/2007)

STUDY ABROAD

1	n	Energy Above Ground State
	3	7 eV
	2	3 eV
	1	0 eV

The three lowest energy levels of an atom are shown above. An atom in the $n = 3$ state can, in a single transition, spontaneously emit a photon having an energy of

- A 3 eV only
- B 4 eV only
- C 7 eV only
- D 4 eV or 7 eV only
- E 3 eV or 4 eV only

(Scholastic Aptitude Test (SAT), USA)

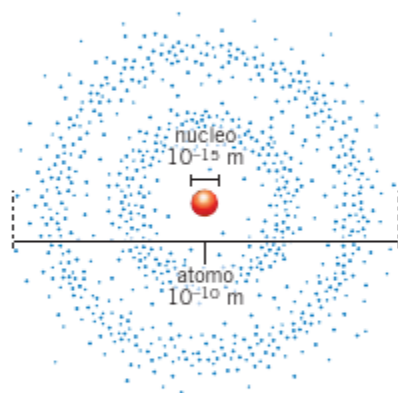


Sebastian Duda/Shutterstock

1 I NUCLEI DEGLI ATOMI

Come ha scoperto Rutherford, l'atomo è composto da un nucleo di carica positiva abbracciato dalla «nuvola» di probabilità degli elettroni carichi negativamente.

L'ordine di grandezza del diametro del nucleo è 10^{-15} m. Il diametro dell'atomo è circa 100 000 volte più grande, dell'ordine di 10^{-10} m.



A

L'atomo è praticamente vuoto. Se il nucleo occupasse il centro di un campo di calcio a Roma, la nuvola degli elettroni coprirebbe l'intera Italia.



B

Nel 1925 lo stesso Rutherford e l'inglese James Chadwick (1891-1974) studiarono la diffusione delle particelle alfa che, inviate contro un bersaglio fisso, risultavano deviate a grandi angoli.

Come è spiegato nel capitolo «La crisi della fisica classica», queste particelle giungevano alla minima distanza dal nucleo dell'atomo.

I dati sperimentali mostrarono che:

a piccole distanze dal nucleo le particelle alfa sono soggette, oltre che alla forza di Coulomb, anche ad altre forze che agiscono soltanto nell'ambito nucleare.

L'esistenza di queste forze si riconosce perché la traiettoria delle particelle alfa che giungono molto vicine al nucleo è diversa da quella osservata per le particelle che ne rimangono più distanti e, quindi, avvertono la sola forza repulsiva di Coulomb.

I protoni e i neutroni

Ancora Rutherford, nel 1919, riuscì a ottenere per la prima volta la **trasmutazione** di un nucleo, cioè la trasformazione di un elemento in un altro. Dirigendo delle particelle alfa su uno strato di azoto gassoso, osservò che talvolta un nucleo di azoto, colpito da una particella α , la assorbe e si trasforma in un nucleo di ossigeno. In questa trasformazione viene emessa una particella diversa da quella incidente, un *protone*.

Il **protone** ha carica $+e$ (opposta a quella dell'elettrone) e massa $m_p = 1,6726 \times 10^{-27}$ kg.

Nel 1932 Chadwick scoprì l'esistenza di un'altra particella neutra ma di massa simile a quella del protone. Essa fu chiamata *neutrone*.

Il **neutrone** ha carica 0 e massa $m_n = 1,6749 \times 10^{-27}$ kg.

Gli esperimenti mostrano che ogni nucleo è formato da un certo numero di protoni e neutroni (figura 1). Per questa ragione queste particelle sono chiamate, collettivamente, **nucleoni**. Esse hanno spin 1/2 e sono quindi dei fermioni.

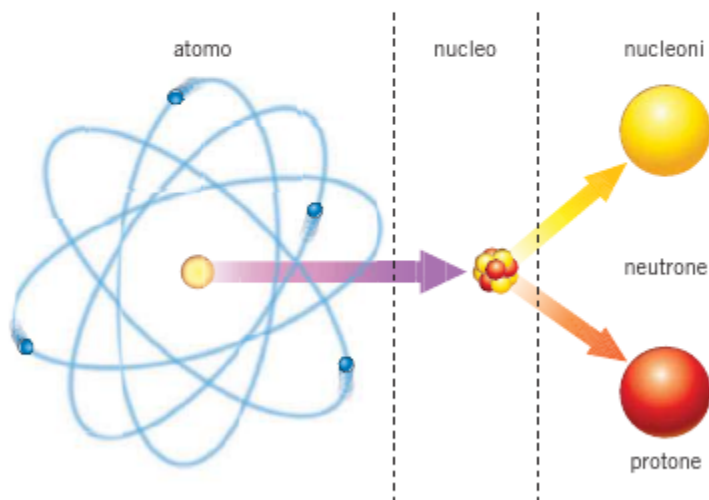


Figura 1 L'atomo contiene un nucleo che, a sua volta, è composto da protoni e neutroni.

Numero atomico e numero di massa

Ogni nucleo è caratterizzato da:

- **numero atomico** (Z) uguale al numero di protoni nel nucleo;
- **numero di neutroni** (N) contenuti nel nucleo;
- **numero di massa** (A) uguale al numero totale di protoni e neutroni nel nucleo:

$$A = Z + N \quad (1)$$

Per esempio, il nucleo dell'atomo di alluminio ($Z = 13$, $A = 27$) è costituito da $Z = 13$ protoni e $N = (27 - 13) = 14$ neutroni. Esso viene indicato con una particolare notazione:



Protone
($A = 1$, $Z = 1$) ${}^1_1\text{p}$

Neutrone
($A = 1$, $Z = 0$) ${}^1_0\text{n}$

Particella alfa
($A = 4$, $Z = 2$) ${}^4_2\text{He}$

Con lo stesso simbolismo il protone, il neutrone e la particella alfa (nucleo di elio emesso da un nucleo radioattivo) sono indicati come è mostrato nella tabella a lato.

In condizioni normali, gli atomi sono neutri. Ciò significa che

il numero atomico Z di un nucleo è anche il numero di elettroni contenuti nell'atomo corrispondente, quando esso non è ionizzato.

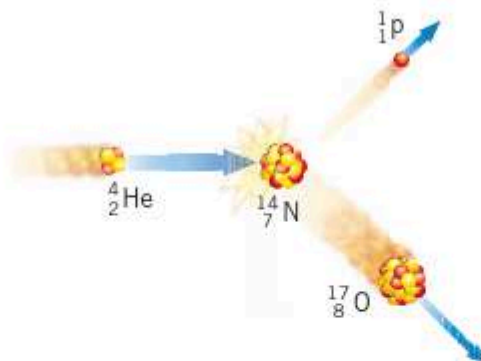
Le reazioni nucleari

La notazione della formula (2) permette di rappresentare sinteticamente le *reazioni nucleari*.

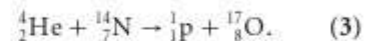
Nelle **reazioni nucleari** i nuclei reagenti si scambiano protoni e neutroni per formare altri nuclei (prodotti della reazione).

Come indicare il protone

Poiché un protone è il nucleo di un atomo di idrogeno, al posto di ${}^1_1\text{p}$ si può scrivere ${}^1_1\text{H}$.



Per esempio, la trasformazione dell'azoto (${}^{14}_7\text{N}$) in ossigeno (${}^{17}_8\text{O}$), scoperta da Rutherford e illustrata nella **figura 2**, si scrive:



Nelle reazioni nucleari il numero di protoni si conserva e lo stesso vale per il numero di neutroni. Quindi:

le somme dei numeri scritti in alto e di quelli scritti in basso sono uguali dalle due parti della freccia.

Figura 2 Rappresentazione grafica della reazione nucleare della formula (3).

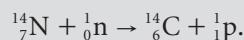
Per esempio, nella formula (3) si trova:

$$\text{per } A: 4 + 14 = 1 + 17; \quad \text{per } Z: 2 + 7 = 1 + 8.$$

ESEMPIO

Un neutrone che colpisce un nucleo di azoto-14 provoca una reazione nucleare in cui si genera un nuovo nucleo e viene emesso anche un protone.

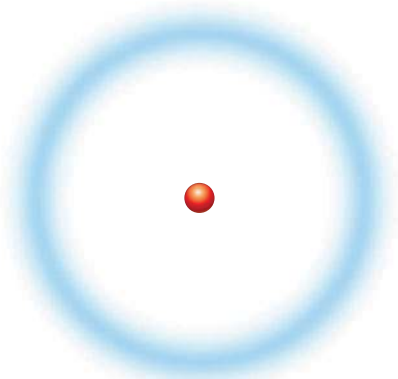
- ▶ Determina qual è il nuovo nucleo generato nella reazione e scrivi la reazione nucleare corrispondente.
- L'azoto-14, il neutrone e il protone si indicano rispettivamente come ${}^{14}_7\text{N}$ (l'azoto ha numero atomico $Z = 7$), ${}_0^1\text{n}$ e ${}_1^1\text{p}$.
- Il sistema dei reagenti (azoto-14 e neutrone) ha un numero di massa totale $A_{\text{tot}} = 14 + 1 = 15$; il numero atomico totale è $Z_{\text{tot}} = 7 + 0 = 7$.
- Visto che il protone possiede $A_p = 1$ e $Z_p = 1$, il nucleo generato nella reazione possiede numero di massa $A = A_{\text{tot}} - A_p = 15 - 1 = 14$ e numero atomico $Z = Z_{\text{tot}} - Z_p = 7 - 1 = 6$.
- La tavola periodica degli elementi mostra che l'elemento con $Z = 6$ è il carbonio; quindi il nucleo generato è il carbonio-14 e la reazione nucleare in esame si scrive come



Gli isotopi

Il numero atomico Z è la carta di identità di un atomo: tutti gli atomi di idrogeno hanno un nucleo con un protone, tutti gli atomi di elio hanno un nucleo con due protoni e così via. Il numero di neutroni, invece, può variare.

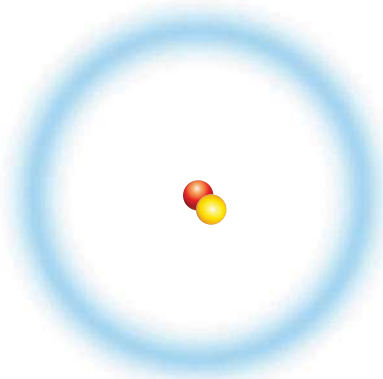
▶ Il nucleo di idrogeno più comune ha un protone e nessun neutrone.



idrogeno «normale» ${}_1^1\text{H}$

A

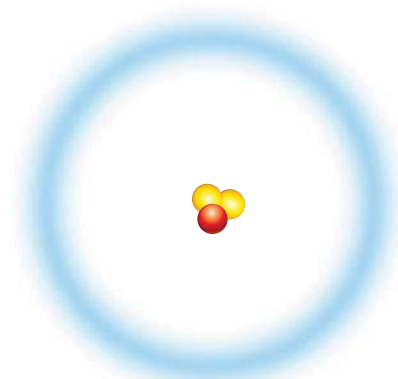
▶ Il nucleo di idrogeno che contiene un protone e un neutrone è chiamato *deuterio*.



deuterio ${}_1^2\text{H}$

B

▶ Il nucleo di idrogeno che contiene un protone e due neutroni è chiamato *trizio*.



trizio ${}_1^3\text{H}$

C

I tre nuclei di idrogeno hanno lo stesso valore di $Z (= 1)$ ma diversi valori di A , perché hanno un diverso valore del numero di neutroni N .

Quando due nuclei hanno lo stesso valore di Z ma diversi valori di A si dice che essi sono **isòtopi** dell'elemento di numero atomico Z .

Il termine «isòtopo» deriva dal greco *isos topos*, che significa «stesso posto», perché i nuclei con lo stesso Z occupano lo stesso posto nella tavola periodica degli elementi.

Per esempio, l'uranio-238 (${}^{238}_{92}\text{U}$) e l'uranio-235 (${}^{235}_{92}\text{U}$) sono due isòtopi dell'elemento uranio. Dal punto di vista chimico si comportano nello stesso modo, perché le proprietà chimiche sono determinate soltanto dal numero di elettroni e non dalla massa del nucleo.

2 LE FORZE NUCLEARI E L'ENERGIA DI LEGAME DEI NUCLEI

Se tra i nucleoni si esercitasse soltanto la forza elettrica, nessun nucleo potrebbe esistere, a causa della forza repulsiva tra particelle di carica positiva. L'esistenza stessa dei nuclei indica quindi che, come è stato verificato sperimentalmente da Rutherford e Chadwick,

tra i nucleoni agisce una **forza nucleare attrattiva** che, all'interno del nucleo, prevale su quella elettrica repulsiva.

I neutroni risentono quindi di una forza nucleare che li porta ad attrarre gli altri neutroni e i protoni, mentre non sono responsabili della repulsione coulombiana. Quindi essi contribuiscono a rendere il nucleo stabile, ed è per questa ragione che i nuclei con carica maggiore (e, di conseguenza, una repulsione elettrostatica più intensa tra i protoni) contengono una grande percentuale di neutroni.

La forza nucleare è molto intensa alle piccole distanze e diminuisce rapidamente quando i due nucleoni si allontanano.

Come mostra la **figura 3**, due protoni che si trovano a una distanza:

- inferiore a $0,5 \times 10^{-15}$ m, si respingono;
- compresa tra $0,5 \times 10^{-15}$ m e 3×10^{-15} m, si attraggono con una forza nucleare di modulo maggiore della forza elettrica con cui si respingono, per cui restano vicini;
- maggiore di 3×10^{-15} m, non risentono più della forza nucleare, per cui si respingono elettricamente.

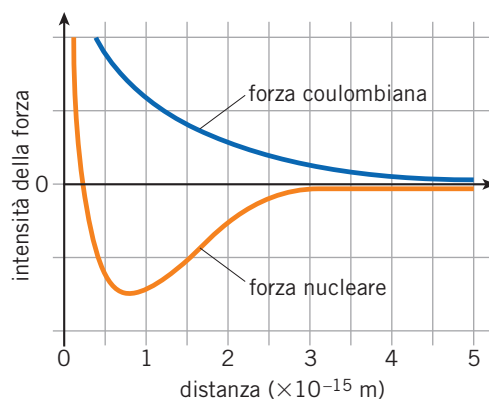


Figura 3 Andamento della forza nucleare e della forza di Coulomb tra due protoni in funzione della loro distanza.

Il difetto di massa e l'energia di legame

Misurando la massa di un nucleo si scopre che

la massa di un nucleo è sempre minore della somma delle masse delle particelle che lo compongono. La differenza così calcolata si chiama **difetto di massa**.

Per esempio, la massa del deuterio (indicato con D o con ${}^2_1\text{H}$) è

$$m_D = 3,3436 \times 10^{-27} \text{ kg},$$

mentre la somma delle masse del protone e del neutrone è

$$m_p + m_n = (1,6726 + 1,6749) \times 10^{-27} \text{ kg} = 3,3475 \times 10^{-27} \text{ kg}.$$

Quindi la massa del nucleo di deuterio è inferiore a quella dei suoi costituenti della quantità

$$\begin{aligned} \Delta m &= m_p + m_n - m_D = (3,3475 - 3,3436) \times 10^{-27} \text{ kg} = \\ &= 0,0039 \times 10^{-27} \text{ kg} = 3,9 \times 10^{-30} \text{ kg}. \end{aligned}$$

Per capire come mai ciò accade, immaginiamo di esercitare una forza esterna per allontanare tra loro il protone e il neutrone che formano il nucleo di deuterio. Visto che la forza nucleare è attrattiva, durante l'allontanamento la forza esterna compie un lavoro positivo (figura 4).

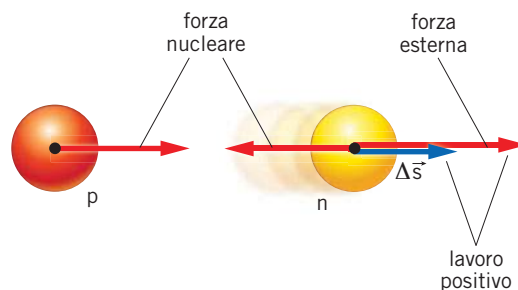


Figura 4 Per allontanare un neutrone da un protone occorre compiere un lavoro positivo.

Quindi, il sistema formato dai due nucleoni legati nel nucleo di deuterio ha un'energia minore di quello dato dagli stessi due nucleoni lontani tra loro. Questo argomento vale per ogni nucleo.

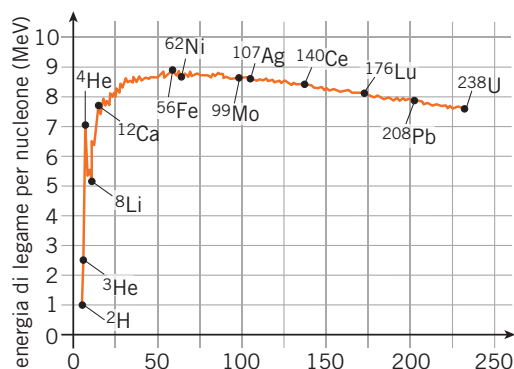
Per la relazione massa-energia di Einstein, a questa differenza (negativa) di energia corrisponde una differenza di massa, cioè il difetto di massa misurato sperimentalmente.

Il difetto di massa corrisponde all'**energia di legame** del nucleo, cioè alla minima energia necessaria per separare i costituenti del nucleo portandoli molto lontani tra loro.

Per esempio, l'energia di legame E_L del deuterio può quindi essere calcolata, a partire dal difetto di massa Δm , come:

$$E_L = \Delta mc^2 = (3,9 \times 10^{-30} \text{ kg}) \times (3,0 \times 10^8 \text{ m/s})^2 = 3,5 \times 10^{-13} \text{ J} = 2,2 \text{ MeV}.$$

Figura 5 Grafico dell'energia di legame per nucleone in funzione del numero di massa del nucleo.



La **figura 5** mostra l'andamento dell'energia di legame per nucleone, cioè l'energia di legame del nucleo divisa per il numero di massa A , in funzione di A . Come si vede, nella maggior parte dei casi questa grandezza ha un valore che si aggira attorno agli 8 MeV per nucleone. Nella figura sono evidenziati alcuni nuclei.

Nella reazione nucleare rappresentata dalla formula (3) la somma delle masse dei nuclei reagenti ($2,9899 \times 10^{-26}$ kg) è minore di quella delle masse dei nuclei finali ($2,9901 \times 10^{-26}$ kg). Secondo la relatività, questa maggiore massa è compensata da una parziale scomparsa dell'energia cinetica dei nuclei che, urtandosi, reagiscono.

La relatività prevede che deve esistere una differenza tra masse dei reagenti e masse dei prodotti anche nelle reazioni chimiche, nelle quali si libera oppure scompare energia. Però nei processi chimici entrano in gioco energie dell'ordine di grandezza delle energie di legame degli elettroni negli atomi, pari ad alcuni elettronvolt (e non alcuni MeV, come nel caso delle reazioni nucleari): il difetto di massa legato a tali scambi di energia non è misurabile neppure con le bilance più precise.

ESEMPIO

La massa del nucleo di litio-8 è $m = 13,3189 \times 10^{-27}$ kg.

- Determina il difetto di massa Δm e l'energia di legame per nucleone w (in MeV) del litio-8.
- Il litio ha $Z = 3$ e, quindi, il litio-8 ha $N = A - Z = 5$ neutroni. Con i valori riportati in questo paragrafo per la massa del protone m_p e per la massa m_n del neutrone possiamo calcolare il difetto di massa del litio-8, che risulta:

$$\begin{aligned} \Delta m &= 3m_p + 5m_n - m = \\ &= 3 \times (1,6726 \times 10^{-27} \text{ kg}) + 5 \times (1,6749 \times 10^{-27} \text{ kg}) - 13,3189 \times 10^{-27} \text{ kg} = \\ &= (13,3923 - 13,3189) \times 10^{-27} \text{ kg} = 0,0734 \times 10^{-27} \text{ kg} = \\ &= 7,34 \times 10^{-29} \text{ kg}. \end{aligned}$$

- Ora possiamo calcolare l'energia di legame per nucleone w come

$$w = \frac{\Delta m \cdot c^2}{A} = \frac{(7,34 \times 10^{-29} \text{ kg}) \times \left(3,00 \times 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2}{8} = 8,26 \times 10^{-13} \text{ J}.$$

- Visto che 1 MeV corrisponde a $1,60 \times 10^{-13}$ J, il valore di w espresso in MeV risulta:

$$w = \frac{8,26 \times 10^{-13} \text{ J}}{1,60 \times 10^{-13} \frac{\text{J}}{\text{MeV}}} = 5,16 \text{ MeV}.$$

Notiamo che il valore ottenuto è in accordo con quello indicato nel grafico della figura precedente.

Gli stati energetici dei nuclei

Anche i protoni e i neutroni legati in un nucleo hanno, come tutte le particelle subatomiche, natura ondulatoria. Di conseguenza, come accade agli atomi,

i nuclei possono trovarsi soltanto in un insieme definito di **stati**, ciascuno dotato di uno specifico valore dell'energia.

Ogni stato permesso è determinato dal fatto che le onde di tutti i nucleoni che lo formano devono essere chiuse su se stesse.

Di solito i nuclei si trovano nello *stato fondamentale*, cioè quello con energia più bassa. Ma i nuclei finali di reazioni nucleari o di decadimenti radioattivi (illustrati nel paragrafo successivo) possono essere prodotti in uno *stato eccitato* di energia superiore. Tale situazione è però instabile e, in un tempo brevissimo, il nucleo subisce, per effetto delle forze elettromagnetiche, una transizione allo stato fondamentale, con l'emissione di un fotone che ha energia pari alla differenza tra l'energia dello stato iniziale e quella dello stato finale (figura 6).

Dal momento che le energie di legame dei nuclei sono di diversi MeV, le energie dei fotoni emessi sono anch'esse dell'ordine del MeV e, quindi, molto maggiori di quelle emesse nelle transizioni atomiche. Questi pacchetti di energia elettromagnetica di altissima energia sono detti **fotoni gamma** (γ).

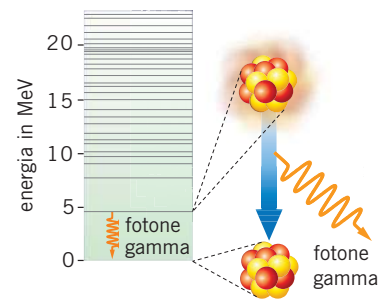


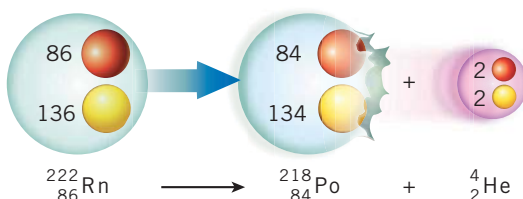
Figura 6 Emissione di un fotone gamma nella transizione tra due livelli energetici di un nucleo.

3 LA RADIOATTIVITÀ

Alla fine dell'Ottocento fu scoperto che molti dei nuclei che esistono in natura hanno la proprietà di essere instabili: a un certo istante emettono un corpuscolo e si trasformano o, come si dice, *decadono* nel nucleo di un altro elemento.

I nuclei che decadono spontaneamente sono detti **radioattivi**.

La radioattività è un fenomeno naturale. Per esempio il radon-222 ($^{222}_{86}\text{Rn}$), un gas radioattivo emesso dal suolo, è presente da sempre nell'aria che respiriamo. Esso decade spontaneamente in un nucleo di polonio-218 ($^{218}_{84}\text{Po}$), emettendo anche una particella alfa. Questo fenomeno, illustrato nella figura 7, si descrive in simboli come:



IN LABORATORIO

Radioattività e contatore Geiger

- Video (2 minuti)
- Test (3 domande)



Figura 7 Schema grafico dell'emissione di una particella alfa da parte di un nucleo di radon-222.

Poiché la particella alfa ha $Z = 2$ e $A = 4$, il numero atomico del nucleo figlio è diminuito di 2 (nell'esempio precedente, da 86 a 84) e il numero di massa è diminuito di 4 unità (nell'esempio, da 222 a 218).

Decadimento alfa e decadimento beta

La trasformazione (4) è un esempio di *decadimento alfa*.

Nel **decadimento alfa** la trasformazione del nucleo è accompagnata dall'emissione di una particella alfa, cioè di un nucleo di elio ${}^4_2\text{He}$.

I due tipi di trasformazione nucleare più comune in natura sono il decadimento alfa e il *decadimento beta*.

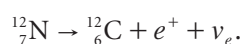
Nel **decadimento beta** la trasformazione del nucleo è accompagnata dall'emissione di un elettrone.

L'elettrone veloce emesso nel decadimento beta è anche detto, per ragioni storiche, **particella beta**. Un esempio di decadimento beta è quello in cui un nucleo di piombo-210 (${}^{210}_{82}\text{Pb}$) si trasforma in uno di bismuto-210 (${}^{210}_{83}\text{Bi}$) emettendo un elettrone e un *neutrino-elettrone* (ν_e):



Il **neutrino-elettrone** è una particella di carica nulla e con massa praticamente nulla che si muove quasi a velocità c . Lo si può pensare come un elettrone neutro. Come si vede nella formula (5), nel decadimento beta il numero di massa dei due nuclei non cambia. Invece, passando dal nucleo padre al nucleo figlio, il numero atomico aumenta di una unità perché un neutrone si è trasformato in un protone.

Esiste anche il **decadimento beta inverso**, in cui un protone del nucleo si trasforma in un neutrone con emissione di un positone e^+ (l'antiparticella dell'elettrone) e di un neutrino-elettrone. Per esempio, l'azoto-12 (${}^{12}_7\text{N}$) decade in un nucleo di carbonio-12 (${}^{12}_6\text{C}$) con l'emissione di un positone e di un neutrino:



A seguito del decadimento beta inverso il numero di massa rimane invariato e il numero atomico del nucleo diminuisce di uno.

Le famiglie radioattive

Abbiamo visto che un nucleo di radon-222 emette una particella alfa e decade in un nucleo di polonio-218. A sua volta, il polonio-218 emette una particella alfa e si trasforma in un altro elemento radioattivo, il piombo-214, il quale subisce un altro decadimento, e così via, fino a ottenere alla fine un nucleo stabile. In altre parole,

esistono vere e proprie **famiglie radioattive**, nelle quali si susseguono elementi radioattivi (alcuni per decadimento alfa, altri per decadimento beta) finché si giunge a un nucleo stabile.

In natura esistono tre grandi famiglie radioattive, indicate con i nomi dei loro «capostipiti»:

- la famiglia dell'uranio;
- la famiglia del torio;
- la famiglia dell'attinio.

La **figura 8** mostra la famiglia radioattiva dell'uranio. La catena inizia con l'uranio-238 e termina con il piombo-206, che è l'elemento stabile della famiglia.

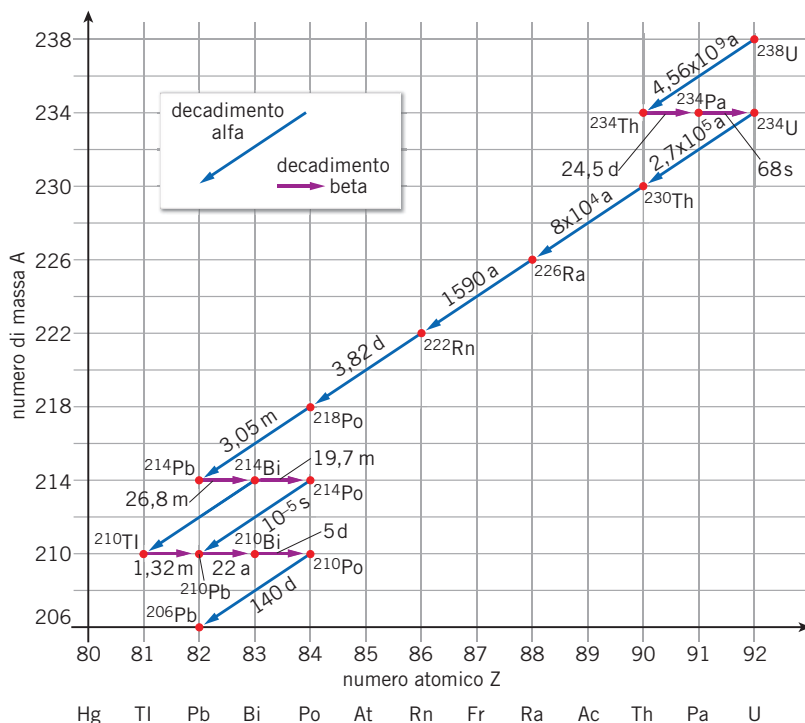


Figura 8 La famiglia radioattiva dell'uranio. Le frecce colorate indicano i decadimenti che fanno passare da un nucleo all'altro. I numeri sono i periodi di dimezzamento dei nuclei.

4 LA LEGGE DEL DECADIMENTO RADIOATTIVO

Una certa quantità di sostanza radioattiva diminuisce al passare del tempo come conseguenza del decadimento spontaneo dei suoi nuclei. Per esempio, consideriamo una certa massa di radon-222:

- dopo 3,8 giorni, la quantità iniziale di radon si è ridotta alla metà;
- dopo un intervallo di tempo doppio, cioè 7,6 giorni, la massa di radon si è dimezzata ulteriormente, riducendosi a un quarto del valore iniziale;
- dopo un intervallo triplo, cioè 11,4 giorni, il radon si è ridotto a un ottavo, e così via.

L'intervallo di tempo necessario perché la massa di un materiale radioattivo si dimezzi viene indicato con $T_{1/2}$ e si chiama **periodo di dimezzamento**.

La tabella a lato mostra i periodi di dimezzamento di alcuni nuclei radioattivi.

Se indichiamo con N_0 il numero di nuclei radioattivi presenti all'istante $t = 0$ s, il numero $N(t)$ di nuclei «sopravvissuti» all'istante t è dato dall'equazione

$$N(t) = N_0 e^{-\frac{t}{\tau}} \quad (6)$$

τ è una costante tipica di ogni tipo di nucleo, che è detta **vita media** del nucleo ed è legata al periodo di dimezzamento attraverso la relazione

Elemento	$T_{1/2}$
radon-222	3,8 giorni
piombo-210	22 anni
radio-226	1600 anni
carbonio-14	5730 anni
uranio-238	4,47 miliardi di anni

Vita media

La «vita media» è l'intervallo di tempo dopo il quale il numero di nuclei si è ridotto del fattore $1/e$. Per ricavare la relazione tra τ e $T_{1/2}$ basta porre $e^{-t/\tau} = 1/2$.

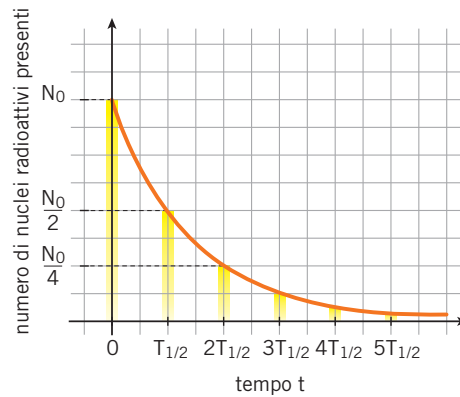
$$T_{1/2} = \tau \ln 2. \quad (7)$$

ESPERIMENTO VIRTUALE

- Decadimenti
- Gioca
 - Misura
 - Esercitati



Rappresentando in un grafico la legge (6) si ottiene la **curva di decadimento** della **figura 9**.



La legge di decadimento dei nuclei radioattivi è conseguenza del fatto che la probabilità di decadimento di un nucleo è costante nel tempo. Infatti i nuclei non hanno memoria del tempo trascorso e si comportano sempre nello stesso modo: la probabilità di decadere nel prossimo secondo non dipende da quanto tempo hanno sopravvissuto e, quindi, il loro numero si dimezza in intervalli di tempo sempre uguali.

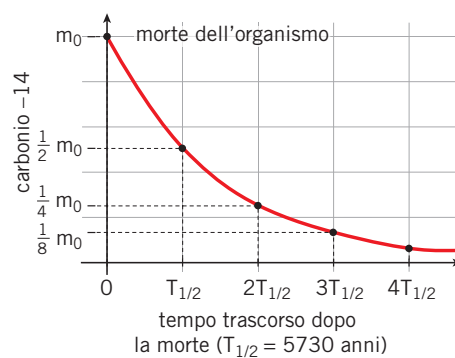
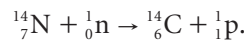
Figura 9 Grafico del numero di nuclei radioattivi presenti in un campione in funzione del tempo.

La datazione con il carbonio-14

Il periodo di dimezzamento è tipico di ogni tipo di nucleo radioattivo, e rimane invariato qualunque sia la pressione, la temperatura o lo stato di aggregazione del composto chimico di cui fa parte l'elemento. Per questo motivo, il decadimento radioattivo è utilizzato oggi come «orologio nucleare».

Per esempio, la quantità residua di carbonio-14 presente nei resti di organismi morti permette di stabilire a che età risalgono.

Tutti gli organismi viventi scambiano continuamente carbonio con l'ambiente circostante. Nell'atmosfera, il carbonio è presente sotto forma di carbonio-12 e di un suo isotopo radioattivo, il carbonio-14. Un nucleo di questo carbonio è prodotto nella collisione di un neutrone dei raggi cosmici con un nucleo di azoto-14 secondo la reazione:



Quando un organismo (pianta, animale, uomo) muore, però, lo scambio di carbonio cessa e il carbonio-14, presente nell'organismo, decade.

La concentrazione del carbonio-14 in un essere umano è costante fino a quando muore; da quel momento, decresce esponenzialmente con un periodo di dimezzamento pari a 5730 anni (**figura 10**).

Gli archeologi, per esempio, utilizzano il metodo di datazione col carbonio-14 per stabilire l'età di reperti quali ossa e denti delle **mummie egizie**.

Con questo metodo, è possibile datare campioni fino a circa 50 000 anni: per reperti più antichi, la concentrazione di carbonio-14 è troppo bassa per poter essere misurata in modo sufficientemente assicurato.

Figura 10 Grafico della presenza di carbonio-14 in un organismo in funzione del tempo dopo la sua morte.



Attività di una sorgente radioattiva

La grandezza fisica che descrive l'intensità con cui avvengono i decadimenti si chiama attività A del campione radioattivo. Questa grandezza misura il numero di decadimenti che avvengono nell'unità di tempo; quindi l'attività media A_m è data dalla formula

$$A_m = \left| \frac{\Delta N}{\Delta t} \right|, \quad (8)$$

dove ΔN è la variazione del numero di nuclei radioattivi presenti nel campione e Δt è l'intervallo di tempo necessario perché abbia luogo la variazione ΔN .

Come conseguenza della (8) e ricordando la legge del decadimento radioattivo (6), il valore istantaneo dell'attività è dato dalla relazione

$$A = \left| \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta N}{\Delta t} \right| = \left| \frac{dN(t)}{dt} \right| = \left| \frac{d(N(0)e^{-t/\tau})}{dt} \right| = \left| -\frac{1}{\tau} N(0)e^{-t/\tau} \right| = \frac{N(t)}{\tau}. \quad (9)$$

La formula appena ottenuta dice che

l'attività cresce all'aumentare del numero di nuclei radioattivi presenti e diminuisce all'aumentare della vita media del nuclide (cioè del suo periodo di dimezzamento).

Infatti, più grande è il valore di $T_{1/2}$, più rari sono i decadimenti e quindi minore è l'attività.

Nel sistema S.I. l'unità di misura dell'attività è il becquerel (simbolo Bq): 1 Bq è l'attività di un campione radioattivo che subisce un decadimento al secondo. Una vecchia unità di misura per l'attività è il curie (simbolo Ci), definito sulla base dell'attività di un grammo di radio-226. La relazione tra le due unità di misura è $1 \text{ Ci} = 3,7 \times 10^{10} \text{ Bq}$.

ESEMPIO

Una sorgente radioattiva contiene $N(0) = 5,86 \times 10^{12}$ nuclei di polonio-218 all'istante iniziale $t_0 = 0$ s. Il polonio-218 ha un decadimento alfa con una vita media $\tau = 264$ s.

► Calcola l'attività A di tale sorgente dopo un quarto d'ora.

Considerando l'istante $t = 15 \text{ min} = 900$ s, l'attività si calcola dalla formula (9):

$$\begin{aligned} A &= \frac{N(t)}{\tau} = \frac{N(0)e^{-t/\tau}}{\tau} = \frac{(5,86 \times 10^{12}) \times e^{-\frac{900 \text{ s}}{264 \text{ s}}}}{264 \text{ s}} = \\ &= (2,22 \times 10^{10} \text{ s}^{-1}) \times (3,31 \times 10^{-2}) = 7,35 \times 10^8 \text{ Bq}. \end{aligned}$$

Il segno di ΔN

Visto che il numero di nuclei radioattivi nel campione diminuisce con il tempo, la variazione ΔN di tale numero è negativa. Così il numero di decadimenti è uguale al modulo di ΔN .

5 GRANDEZZE DOSIMETRICHE

L'effetto della radiazione su un organismo dipende da molti fattori: di che tipo si tratta, dalla sua intensità e dall'energia trasportata dalle singole particelle che la compongono. Per rendere quantitativa questa affermazione, esistono due grandezze fondamentali che descrivono l'assorbimento di radiazione: la dose assorbita e la dose equivalente.

Ionizzazione ed eccitazioni

Le radiazioni cedono energia alla materia strappando elettroni alle molecole («ionizzazione») e portandole a stati di energia più elevata («eccitazione»).

Se la radiazione rilascia una quantità di energia ΔE in un corpo di massa m , la **dose assorbita** D è definita come

$$D = \frac{\Delta E}{m} \quad (10)$$

e misura la quantità di energia assorbita per radiazione dall'unità di massa del corpo. Nel sistema S.I. la dose assorbita si misura in J/kg o gray (simbolo Gy). La dose di 1 Gy corrisponde a 1 J di energia assorbita da una massa di 1 kg.

L'**intensità di dose assorbita** misura la dose assorbita in un dato intervallo di tempo e si misura in Gy/s o, spesso, in gray all'anno (Gy/a).

Però la stessa dose assorbita D , dovuta a radiazioni diverse, provoca danni biologici diversi. Per tener conto di questo, quando si calcola la quantità di radiazione assorbita da un individuo, si fa uso di una nuova grandezza, la *dose equivalente* H :

la **dose equivalente** si ottiene moltiplicando la dose assorbita D per un fattore numerico w_R che dipende dalla gravità degli effetti che le diverse radiazioni hanno sugli organismi.

Per definizione, il fattore moltiplicativo è posto uguale a 1 per la radiazione elettromagnetica (raggi X e raggi gamma) e per gli elettroni; è maggiore invece per gli altri tipi di radiazione, fino a essere uguale a 20 per le particelle alfa.

Nel Sistema Internazionale l'unità di misura della dose equivalente è il sievert (simbolo Sv). L'**intensità di dose equivalente** misura la dose equivalente in un dato intervallo di tempo e si misura in Sv/s o spesso in sievert all'anno (Sv/a).

Fondo naturale di radioattività e valori di H

Esiste un *fondo naturale* di radioattività che non è possibile eliminare nella vita quotidiana. Esso è dovuto a diversi fattori tra cui i raggi cosmici, la radioattività naturale del suolo e dei materiali da costruzione (tra cui il gas radon), e anche la presenza di nuclidi radioattivi nel corpo umano: per esempio, circa l'uno per cento del potassio presente in natura è costituito da potassio-40, che decade beta (con l'emissione di un fotone gamma) con un periodo di dimezzamento pari a 1,28 miliardi di anni.

Il fondo naturale di radioattività varia da luogo a luogo ma a esso corrisponde un'intensità di dose equivalente che di solito vale 1-2 mSv/a. Ciò fornisce un criterio per valutare se l'esposizione a una data sorgente di radiazione è rilevante o meno per la nostra salute: di solito si considera trascurabile una quantità di radiazione che non aumenta in modo significativo quella che ciascuno di noi già riceve dal fondo naturale.

Per fare un esempio, la diagnostica medica comporta spesso l'assorbimento di radiazioni; valori esemplificativi sono i seguenti:

Radiografia dentale	0,1 mSv
Mammografia	1 mSv
TAC	10 mSv
Radioterapia	fino a 40 mSv

Quindi la dose equivalente di una mammografia corrisponde a sei mesi/un anno di esposizione alla radioattività naturale, una TAC equivale a 5/10 anni di esposizione e a un ciclo di radioterapia corrisponde una dose equivalente ancora maggiore.

Per questa ragione è sempre necessario valutare la necessità di questi tipi di esami e terapie, in modo da considerarne il rapporto rischi/benefici. Per la stessa ragione c'è uno sviluppo continuo della ricerca nel campo della diagnostica per immagini e della radioterapia, in modo da diminuire le dosi di radiazione necessarie.

Altre attività umane espongono a un assorbimento di radiazioni ionizzanti. Per esempio, un viaggio aereo comporta una dose equivalente attorno a 0,05 mSv all'ora; la permanenza ad alte quote comporta un aumento di esposizione ai raggi cosmici di 1-1,5 mSv/a.

Inoltre, nel tabacco delle sigarette sono presenti piombo-210 e polonio-210, che sono nuclei radioattivi; la loro presenza nel tabacco è dovuta sia alle caratteristiche geologiche della zona in cui la pianta è coltivata, sia alla composizione dei fertilizzanti utilizzati. Anche se la concentrazione di questi inquinanti varia molto da caso a caso, è stato stimato che chi fuma venti sigarette al giorno è esposto in media a un'intensità di dose equivalente pari a 10 mSv/a (pari, quindi, a decine o centinaia di radiografie al torace). Ovviamente, nel caso del tabacco l'effetto delle radiazioni si somma a tutte le altre fonti di rischio legate al fumo e interagisce con esse.

6 L'INTERAZIONE DEBOLE

Il *decadimento alfa* è descrivibile come una semplice successione di eventi:

- due protoni e due neutroni di un nucleo, che ne contiene diversi, si trovano vicini e formano una particella alfa;
- questo sottosistema del nucleo, può uscire dal nucleo stesso se ha una velocità rivolta verso l'esterno e l'energia totale del nucleo è sufficiente.

Il *decadimento beta*, invece, non può essere spiegato mediante un meccanismo di questo genere, perché gli elettroni emessi *non* preesistono all'interno del nucleo radioattivo.

Consideriamo un neutrone isolato, che è *instabile* e decade, trasformandosi in un protone, secondo il processo (figura 11)



L'elettrone e il neutrino-elettrone non esistevano prima del decadimento; essi rivelano l'esistenza di un fenomeno nuovo, la *creazione di particelle*.

Il fenomeno della **creazione di particelle** permette di produrre l'elettrone e il neutrino a spese di una parte dell'eccesso di energia di riposo del neutrone rispetto al protone.

Anche in un atomo, quando un fotone è emesso, a causa della forza elettromagnetica, nel passaggio da un livello eccitato a uno di energia minore, il fotone non preesisteva, ma è creato nel momento della transizione. Nel 1933 Enrico Fermi propose una teoria del decadimento beta partendo proprio da questa analogia.

La forza responsabile dell'emissione beta è chiamata **interazione debole**.

Nei nuclei che mostrano radioattività beta simile alla (11) il decadimento del neutrone avviene con un periodo di dimezzamento diverso da quello del neutrone libero, a causa della presenza degli altri nucleoni.

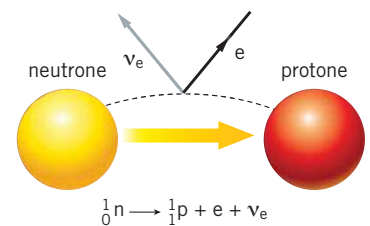


Figura 11 Decadimento di un neutrone.

Energia di un neutrone

Un neutrone ha più energia di un protone perché ha massa maggiore:

$$m_n = 1,6749 \times 10^{-27} \text{ kg e} \\ m_p = 1,6729 \times 10^{-27} \text{ kg.}$$

Per esempio, il nichel-63 decade in un nucleo di rame-63, con un periodo di dimezzamento di 85 anni, secondo la reazione:



Antiparticelle

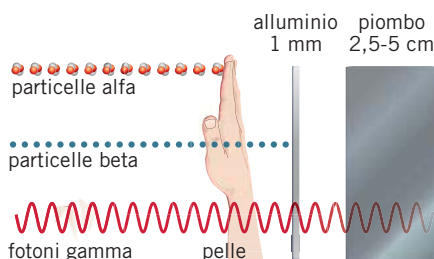
Un protone che in un nucleo si trasforma in un neutrone emette un positone (antiparticella dell'elettrone) e un «neutrino-elettrone» ν_e .

Esistono isotopi *naturali* che sono radioattivi beta; sono però molto più numerosi gli isotopi *artificiali* che emettono elettroni o, in molti casi, le loro *antiparticelle* positive, i positoni.

Forze e tipi di decadimento

Riassumiamo qui quanto si è detto sui diversi tipi di decadimento radioattivo.

- **Decadimento alfa:** è dovuto all'azione della forza nucleare che tiene legati neutroni e protoni a formare un nucleo. Il corpuscolo emesso è una *particella alfa*, di carica $+2e$ perché formata da due protoni e due neutroni.
- **Decadimento beta:** è effetto della forza debole che fa decadere il neutrone isolato e anche neutroni o protoni legati in alcuni nuclei. Sono emessi un elettrone e un antineutrino oppure un positone e un neutrino, che sono creati nel momento del decadimento del neutrone.
- **Emissione gamma:** è effetto della forza elettromagnetica e avviene dopo un decadimento alfa, un decadimento beta o una reazione nucleare, quando un nucleo, prodotto in uno stato eccitato, si porta in uno stato più legato.



Le particelle alfa penetrano pochissimo nella materia (figura 12). Gli elettroni (e i positoni) emessi da nuclei radioattivi beta sono più penetranti. I fotoni gamma, invece, possono attraversare vari centimetri di materia molto densa prima di essere assorbiti.

Figura 12 Differente penetrazione nella materia dei diversi tipi di radiazione.

7 LA MEDICINA NUCLEARE

I radioisotopi hanno trovato negli ultimi decenni moltissime applicazioni in campo medico-sanitario e biologico. Vogliamo concentrare la nostra attenzione sull'uso dei *traccianti radioattivi*, sulla *terapia dei tumori* e sulla *tomografia a emissione di positoni*.

I traccianti radioattivi

I **traccianti radioattivi** sono isotopi radioattivi che funzionano come «etichette identificative» per segnalare la presenza e la posizione di una determinata sostanza in un organismo vivente, animale o vegetale.

Altri usi dei traccianti

I traccianti vengono utilizzati anche nelle ricerche in campo agricolo per testare l'azione di un fertilizzante. Si aggiunge al fertilizzante in esame una piccola quantità di un radioisotopo e lo si somministra ad alcune piante. Un contatore misura poi la quantità di fertilizzante radioattivo assunto dalle piante.

Per esempio, un radioisotopo dello iodio prodotto artificialmente, ${}_{53}^{131}\text{I}$, viene adoperato per l'esame della tiroide che, in un soggetto sano sovrintende alla distribuzione nell'organismo dello iodio. Si fa ingerire al paziente un composto chimico a base di iodio, in cui una certa percentuale di atomi di iodio è costituita da atomi radioattivi. Dopo alcune ore, si può determinare in quali punti del corpo si localizza lo iodio. Basta misurare la quantità di fotoni gamma emessi dal radioisotopo con un contatore esterno posto a contatto con le diverse parti del corpo.

La terapia dei tumori

Nella *terapia dei tumori*, le particelle emesse da una sorgente di isotopi radioattivi, oppure da un acceleratore di particelle, sono impiegate per distruggere le cellule maligne.

Per combattere i tumori profondi, negli anni Cinquanta si sono cominciati a utilizzare radioisotopi come il cobalto-60 che, nel decadimento radioattivo, emette fotoni gamma di energia elevata, dell'ordine di 1 MeV, in grado di penetrare nel corpo del paziente. Oggi si usano invece «acceleratori lineari» di elettroni (**linac**) per produrre fotoni gamma più energetici (fino a 20 MeV), e quindi più penetranti di quelli del cobalto.

In Italia, ogni anno quasi la metà dei malati di tumore è trattata con radioterapia mediante fotoni gamma: i pazienti trattati sono circa 120 000 all'anno.

La tomografia a emissione di positoni

Una delle applicazioni più innovative ed efficaci del decadimento radioattivo in campo medico è conosciuta come **tomografia a emissione di positoni** (PET).

La tomografia a emissione di positoni usa farmaci radioattivi per visualizzare il metabolismo dei tessuti nel corpo umano.

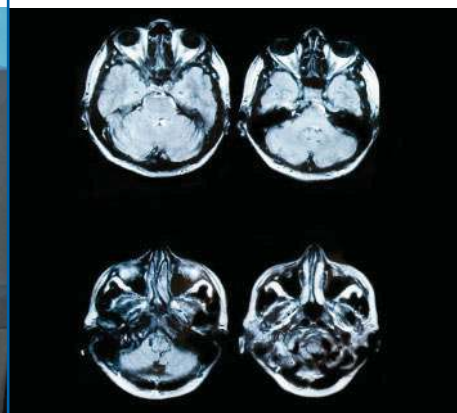
Al paziente viene somministrato un farmaco radioattivo contenente in genere un *radioisotopo* del fluoro, il fluoro-18. Si tratta di uno zucchero che si concentra in tessuti ad alto metabolismo, come i tessuti cancerosi e quelli infiammati. I nuclei radioattivi decadono all'interno del corpo, emettendo positoni che, nell'incontro con un elettrone, generano due fotoni gamma molto energetici.

► Questi due fotoni emergono dal corpo in direzioni opposte e vengono rilevati da piccoli «cristalli» che circondano il paziente.

► Misurando la radiazione prodotta, si ha un'immagine computerizzata della parte in esame, per esempio il cervello.

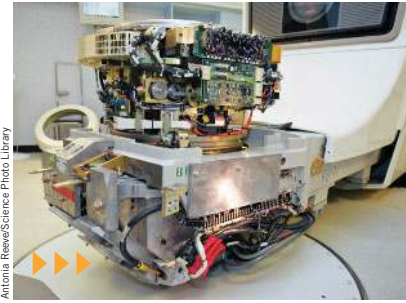


A



B

La tomografia a emissione di positoni è una delle più spettacolari applicazioni, alla diagnostica delle malattie, della fisica subatomica e degli strumenti sviluppati per rivelare le radiazioni.



Antonia Reeve/Science Photo Library

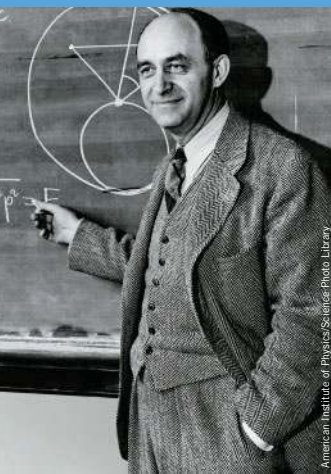
Adroterapia

Nuove tecniche più precise ed efficaci dei raggi X utilizzano fasci di protoni e di ioni carbonio. Nel 2010 è entrato in funzione a Pavia il Centro Nazionale di Adroterapia Oncologica progettato negli anni Novanta dalla Fondazione TERA.

Henk Morgan/Science Photo Library

xpavel/Shutterstock

ENRICO FERMI



American Institute of Physics/Enciclopedia Photo Library
Stamatis Moutafis/Corbis



Enrico Fermi nasce a Roma il 29 settembre 1901. Impara presto a leggere e scrivere e dimostra una memoria eccezionale. Da ragazzo studia per suo conto testi scientifici, sotto la guida di un amico del padre, Adolfo Amidei, e compie esperimenti con Enrico Persico, al quale si lega dopo la morte del fratello Giulio. Amidei convince la famiglia a mandarlo alla Scuola Normale di Pisa, dove Enrico, all'esame d'ammissione, stupisce gli esaminatori con la sua preparazione.

Fermi conosce già gran parte delle materie e ha tempo per approfondire le conoscenze di teoria dei quanti e relatività, allora in Italia poco note. A Pisa stringe amicizia con Franco Rasetti. Nel luglio 1922 si laurea con una tesi sui raggi X e in quel periodo pubblica i primi lavori teorici sulla relatività. Dopo due soggiorni all'estero, nell'autunno del 1924 va a Firenze come professore incaricato di fisica-matematica. Sul finire del 1926, venticinquenne, vince la cattedra di fisica teorica a Roma. Pochi mesi prima ha pubblicato la sua fondamentale statistica, detta di Fermi-Dirac, che descrive il comportamento delle particelle con spin semintero. Al congresso di Como del 1927, dove intervengono i maggiori scienziati, Fermi è già una star.

I «RAGAZZI DI VIA PANISPERNA»

Con la regia di Orso Mario Corbino, nel 1927-8 si forma il gruppo di via Panisperna: viene chiamato Rasetti e si aggiungono Emilio Segrè, Edoardo Amaldi ed Ettore Majorana (e nel 1931 Bruno Pontecorvo). Nel 1928 Fermi sposa Laura Capon; i figli Nella e Giulio nascono nel 1931 e nel 1936. Oltre ai corsi regolari, Fermi è solito riunire gli allievi nel suo studio e spiegare loro i più disparati argomenti di fisica.

Nel 1927-32 il gruppo lavora sulla fisica atomica e molecolare, ricco campo di studi che si va sistematizzando dopo l'avvento della meccanica quantistica. Alla fine degli anni Venti è però chiaro che il nucleo atomico sarà la prossima sfida per i fisici, e il gruppo Fermi vi si prepara con scrupolo. Nell'ottobre 1931 viene organizzato a Roma un importante convegno di fisica nucleare e, poco dopo, il britannico Chadwick scopre il neutrone.

Sul finire del 1933 Fermi enuncia la sua teoria del decadimento beta, costruita come una teoria quantistica di campo, in analogia all'elettrodinamica quantistica proposta da Dirac nel 1927. Con la teoria di Fermi nasce la fisica della cosiddetta «interazione debole», una delle quattro forze fondamentali (le altre sono la forza di gravità, la forza elettromagnetica e la

forza forte, che tiene insieme i nuclei).

All'inizio del 1934, a Parigi, i coniugi Joliot-Curie annunciano la scoperta della radioattività artificiale indotta da particelle alfa. Fermi pensa di riprodurre l'effetto con i neutroni, elettricamente neutri e più idonei a penetrare nel nucleo.

Il successo giunge quasi subito: vengono scoperti molti isotopi radioattivi nuovi e, nel gruppo, si difonde la sensazione, che si rivelerà erronea, d'aver prodotto anche elementi transuranici. Nell'ottobre 1934 il gruppo di giovani scienziati guidati da Fermi scopre che il potere dei neutroni d'innescare la radioattività artificiale aumenta fortemente se questi vengono fatti passare in sostanze come l'acqua o la paraffina dove gli urti contro i protoni fanno loro perdere energia. È la scoperta del potere dei «neutroni lenti».

EMIGRAZIONE E ANNI DI GUERRA

Dal 1935 la situazione internazionale si fa pesante, dapprima con la guerra d'Etiopia e poi con la guerra civile spagnola. Fermi resta a Roma con Amaldi a lavorare sulle proprietà dei neutroni. Per stare al passo con i grandi laboratori servono però maggiori finanziamenti. Nel 1937 muoiono Corbino e Marconi, numi tutelari del gruppo. La proposta di Fermi di costituire un Istituto Nazionale di Radioattività viene rifiutata nel maggio 1938. Poco prima c'è stata l'annessione dell'Austria alla Germania nazista, e nel settembre, all'annuncio delle leggi razziali, i Fermi decidono di emigrare negli Stati Uniti, paese che Enrico conosce e ammira. Dopo aver ritirato il Nobel, conferitogli per le scoperte nel campo della radioattività artificiale, Fermi si reca a insegnare alla Columbia University di New York, dove giunge il 2 gennaio 1939.

Poco dopo si diffonde la notizia che bombardando l'uranio con neutroni si è in grado di scindere il nucleo, liberando un'enorme quantità di energia. È la scoperta della fissione, mancata a suo tempo dal gruppo Fermi e realizzata grazie agli esperimenti di Otto Hahn e Fritz Strassmann. In breve Fermi e altri dimostrano che nella fissione vengono emessi altri neutroni, cosa che rende teoricamente possibile una reazione a catena, la produzione di energia e anche le esplosioni nucleari.

Il 1° settembre 1939 scoppia la Seconda guerra mondiale. Einstein, il più celebre tra i fisici viventi, scrive al presidente Roosevelt per attirarne l'attenzione sulle ricerche nucleari. Fermi riceve un modesto finanziamento che gli consente di proseguire gli studi.

Con l'entrata in guerra degli Stati Uniti (7 dicembre 1941) le ricerche nucleari vengono militarizzate. Fermi si trasferisce a Chicago, dove il 2

dicembre 1942 realizza la prima reazione a catena. Si trasferisce poi a Los Alamos, dove un'imponente comunità di scienziati sta lavorando alla bomba atomica. Il 16 luglio 1945 una bomba al plutonio è fatta esplodere nel deserto; meno di un mese dopo due ordigni distruggono le città di Hiroshima e Nagasaki. Il 15 agosto il Giappone si arrende.

LA «SCUOLA DI CHICAGO»

Nel dopoguerra Fermi si dedica alla fisica delle particelle fondamentali, pur continuando a dare contributi fondamentali in altri campi (ottica neutronica, astrofisica, sistemi non-lineari). Con l'allievo Chen-Ning Yang propone nel 1949 che la particella portatrice dell'interazione nucleare forte sia composta da un nucleone (protone o neutrone) e da un antinucleone. È il cosiddetto modello di Fermi-Yang, che giocherà un ruolo importante negli anni a venire.

Fermi torna a insegnare e in breve nasce la «scuola di Chicago», da dove usciranno premi Nobel e scienziati di primo piano, che influenzeranno grandemente la fisica della seconda metà del Novecento. Anche in Italia i suoi allievi, primo tra tutti Amaldi, saranno dopo la guerra tra gli autori della rinascita scientifica del Paese e dell'Europa.

Nel 1951 il sincrociclotrone di Chicago entra in funzione e con esso Fermi e il suo gruppo giungono a intuire l'esistenza di una «risonanza nucleare», una particella dalla vita brevissima. È l'ultima grande scoperta sperimentale, per la quale Fermi usa con grande abilità il MANIAC, il computer di Los Alamos.

Sono gli anni della Guerra Fredda. Nel 1947-50 Fermi, cittadino americano dal 1944, è consulente del Governo degli Stati Uniti per le politiche nucleari. Nel 1949 i sovietici fanno esplodere la loro prima bomba atomica e la commissione di cui fa parte Fermi discute se consigliare di proseguire le ricerche sulla bomba all'idrogeno, ben più potente di quella di Hiroshima. Fermi vota contro, ma la successiva scoperta di una spia a Los Alamos induce il presidente Truman a finanziarne lo sviluppo. Nel periodo della «caccia alle streghe» viene inquisito Julius Oppenheimer, già direttore di Los Alamos. La testimonianza di Fermi al processo (aprile 1954) è improntata a lealtà ed equilibrio.

All'inizio degli anni Cinquanta Fermi è all'apice della fama. Presidente dell'American Physical Society nel 1953, referente di autorità politiche, contestato dalle Università, voce ascoltata in ogni consesso. Compie due viaggi in Italia nel 1949 e nel 1954. Nel secondo soffre già per la malattia che lo porterà alla morte, che giunge a Chicago il 28 novembre 1954.

8 LA FISSIONE NUCLEARE

Nelle reazioni nucleari, come in quelle chimiche, viene liberata (o assorbita) una certa quantità di energia, detta *energia di reazione*.

Nelle reazioni chimiche due o più atomi, o molecole, di sostanze diverse si combinano per dare molecole di una nuova sostanza. In questi processi le ampiezze di probabilità degli elettroni esterni cambiano distribuzione e le energie liberate, o assorbite, sono di *qualche elettronvolt*.

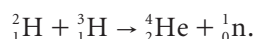
Nelle reazioni nucleari si tratta invece di due nuclei che si combinano e le energie sono dell'ordine di *alcuni milioni di elettronvolt* perchè i legami sono dovuti alle forze nucleari e non a quelle elettriche.

Si chiamano **esoenergetiche** le reazioni nucleari che producono energia, in quanto la massa totale dei nuclei finali è minore di quella dei nuclei iniziali; quelle che, per avvenire, assorbono energia si dicono **endoenergetiche**.

La curva della figura 5 mostra che l'energia di legame per nucleone ha un massimo nella zona del ferro e del nichel. Quindi, se si fondono due nuclei di basso numero atomico per ottenerne un terzo più pesante, questo è più legato dei nuclei di partenza e, di conseguenza, ha un difetto di massa maggiore.

Ciò significa che una simile reazione di fusione riversa nell'ambiente un'energia pari alla differenza di energie di riposo tra i nuclei iniziali e quello finale.

Per esempio, un nucleo di deuterio (${}^2_1\text{H}$) e uno di trizio (${}^3_1\text{H}$) fondono per produrre un nucleo di elio-4 (${}^4_2\text{He}$) e un neutrone secondo la reazione



In essa, i due nuclei iniziali hanno una massa totale di $8,35094 \times 10^{-27}$ kg, mentre la massa complessiva delle particelle finali vale $8,31958 \times 10^{-27}$ kg. Così in ogni fusione sparisce una massa pari a $3,136 \times 10^{-29}$ kg; questa scomparsa di massa determina il rilascio di $2,8181 \times 10^{-12}$ J (cioè 17,59 MeV) di energia.

In modo simmetrico, lo stesso accade nella zona opposta del grafico della figura 5, quando un nucleo molto massivo si suddivide (*fissione*) in nuclei più leggeri.

Per questa ragione

le reazioni nucleari di maggior interesse dal punto di vista della produzione di energia si possono suddividere in due gruppi:

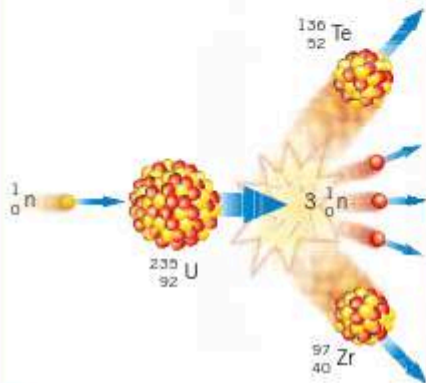
- reazioni di **fusione**, in cui due o più nuclei leggeri si uniscono;
- reazioni di **fissione**, in cui un nucleo pesante si spezza in due o più nuclei.

La fissione nucleare

Nel 1939, Otto Hahn e Fritz Strassmann scoprirono che un nucleo di uranio, colpito da un neutrone, si spezza in due frammenti pressoché uguali, che costituiscono due nuclei più piccoli.

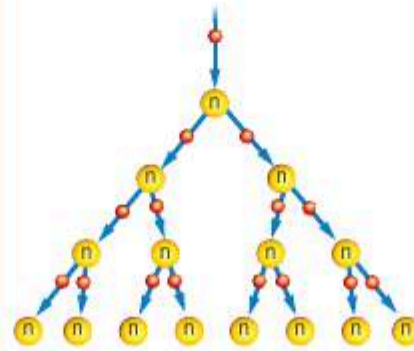
Si ha **fissione nucleare** quando un nucleo di massa elevata cattura un neutrone e si divide, cioè si fissiona, in due nuclei più piccoli.

Il nucleo di uranio-235 è *fissile*. Colpito da un neutrone, si scinde in due nuclei. Il numero totale di protoni e neutroni resta invariato.



A

I due neutroni emessi in media colpiscono e fissionano altri due nuclei di uranio. Allo stadio successivo i nuclei fissionati sono quattro, poi otto, e così via.



B

Arricchimento dell'uranio

Il 99,3% dell'uranio che si trova in natura è uranio-238, che non è fissile. Quindi soltanto lo 0,7% dell'uranio che si estrae è uranio-235, utile per la fissione nucleare. Di qui la necessità di arricchire l'uranio della sua componente fissile prima di poterlo utilizzare.

Quando un neutrone colpisce un nucleo di uranio-235, questo si spezza in molti modi possibili, liberando circa 0,2 GeV di energia e *due* o *tre* neutroni.

I neutroni emessi possiedono energia, e muovendosi attraverso la massa dell'uranio circostante, possono andare a urtare altri nuclei di uranio-235, dando così luogo ad altre fissioni. I nuclei veloci e una parte dei neutroni prodotti nelle reazioni successive sono frenati dalla materia circostante e, poiché le cedono circa 0,2 GeV per ogni fissione, ne aumentano la temperatura.

Questa serie di fissioni successive, una volta innescata, può mantenersi da sé, liberando energia che riscalda la massa di materiale entro cui si svolge la **reazione a catena** mantenuta dai neutroni.

Le centrali nucleari

Se non è controllata, la reazione a catena libera un'enorme quantità di energia e può produrre una violenta esplosione, come accade nelle bombe atomiche, che impiegano neutroni veloci. Invece,

nei reattori nucleari la reazione di fissione nucleare avviene in condizioni controllate.

Il primo reattore nucleare fu messo in funzione a Chicago il 2 dicembre 1942 da un gruppo di scienziati guidato da Enrico Fermi.

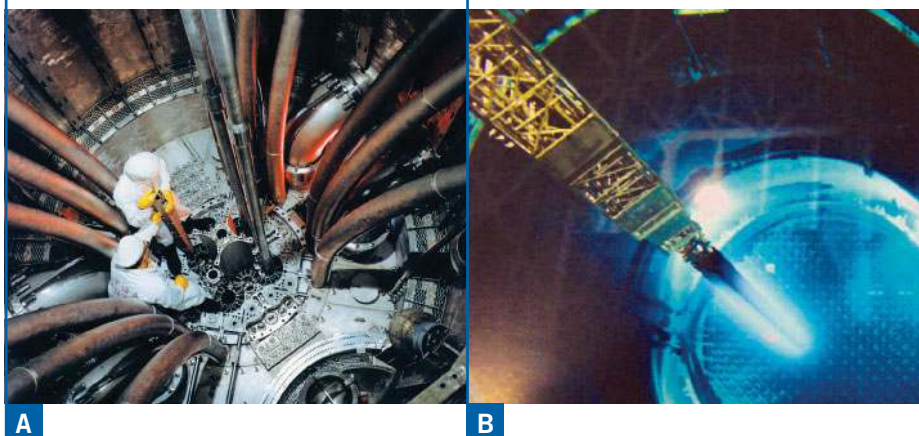
Il reattore originale di Fermi produceva una potenza di 0,5 W, sufficiente per tenere in funzione soltanto la lampadina di una torcia. Da allora la tecnologia dei reattori nucleari ha fatto enormi progressi. Oggi un reattore fornisce di norma 1 GW di potenza elettrica, capace di alimentare un'intera città.

Un reattore a fissione è un generatore di energia prodotta dalla fissione di nuclei pesanti.

Il principio fisico dei generatori nucleari di energia, cioè la reazione a catena delle fissioni, è piuttosto semplice. Tuttavia, per sfruttarli come fonti di energia, è necessario tenere conto di svariati fattori affinché la reazione a catena inizi e si mantenga, ma non diventi incontrollabile.

► Il cuore del reattore, o *nocciolo*, è composto da un *moderatore*, in genere acqua, entro cui sono immerse *barre di uranio* cilindriche, lunghe un paio di metri e di diametro di qualche centimetro.

► Sopra al nocciolo si trova il meccanismo che aziona le *barre di controllo* (in genere di cadmio). Queste, in caso di incidente, servono ad assorbire neutroni e controllare così la reazione a catena.



Neutroni lenti

L'uso dei neutroni lenti è essenziale per il funzionamento controllato degli attuali reattori nucleari. Invece le bombe nucleari utilizzano i neutroni veloci.

Nei reattori nucleari a uranio-235 o plutonio-239, la fissione ha luogo sotto l'azione di *neutroni lenti*, che, come scoperto nel 1934 da Fermi e dai suoi collaboratori, i «ragazzi di via Panisperna», sono i più efficaci per produrre reazioni nucleari. Ecco perché è necessario l'uso di un **moderatore**, in genere acqua o grafite, per rallentare i neutroni. Quando le **barre di controllo** sono inserite fra le barre di uranio, molti neutroni vengono assorbiti e così bloccano la reazione a catena.

In tutti i reattori nucleari, tranne in quelli tipo Chernobyl, in condizioni di funzionamento normale non c'è bisogno di agire con le barre di controllo. Infatti il reattore è progettato in modo tale che, se il flusso di neutroni aumenta, il reattore tende a spegnersi da solo senza alcun intervento esterno. I reattori di nuova generazione sono dotati di più sistemi di sicurezza «intrinseca» come questo.

L'energia liberata dalla fissione scalda l'acqua in cui le barre di uranio sono immerse. L'acqua calda mescolata a vapore che si trova all'interno di un circuito chiuso, entra in uno scambiatore di calore, dove produce vapore ad alta temperatura. Esso mette in rotazione una turbina e infine un alternatore per produrre energia elettrica.

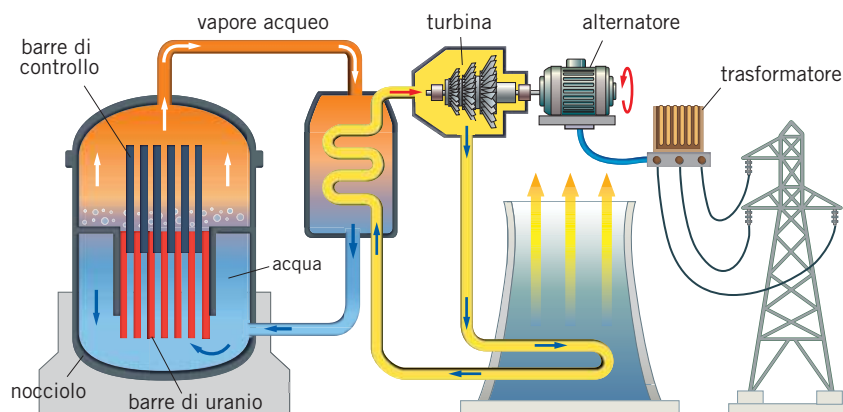


Figura 13 Schema di funzionamento di una centrale elettrica nucleare a fissione.

Gli elementi prodotti nella fissione dell'uranio-235 sono una trentina e molti di essi danneggiano il buon funzionamento del reattore, perché assorbono neutroni interrompendo la reazione a catena. È quindi necessario, dopo un certo periodo di tempo, sottoporre le barre di uranio a un'azione di *ritrattamento chimico*, per purificarle dai prodotti indesiderati della fissione.

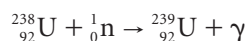
La tabella mostra la diffusione delle centrali nucleari nel mondo.

Produzione di energia elettrica con reattori a fissione nel 2011		
Paese	Numero di reattori nucleari in funzione	Percentuale dell'energia elettrica totale prodotta con reattori nucleari
Belgio	7	51,2%
Canada	17	15,1%
Cina	14	1,9%
Corea del Sud	21	32,3%
Francia	58	74,1%
Germania	9	28,4%
Giappone	55	28,9%
Italia	0	0%
Regno Unito	18	15,7%
Stati Uniti	104	19,6%
Svizzera	5	38,0%

(Dati IAEA 2011)

La produzione di plutonio

Oltre all'uranio-235, le barre di uranio contengono grandi quantità di uranio-238, che non è fissile ma che assorbe neutroni lenti. Assorbendo uno di questi neutroni, un nucleo di uranio-238 si trasforma in uranio-239 ed emette un fotone γ secondo la reazione:



A sua volta, attraverso due decadimenti beta, l'uranio-239 genera spontaneamente il nettunio (Np, $Z = 93$) e il plutonio (Pu, $Z = 94$):



Il plutonio-239 è fissile e può essere utilizzato sia come combustibile nei reattori nucleari, sia per costruire bombe nucleari.

Durante il ritrattamento chimico delle barre di uranio si estrae anche il plutonio che nel frattempo si è formato.

9 LA FUSIONE NUCLEARE

La temperatura del nucleo delle stelle, e in particolare del Sole, è dell'ordine di 10^7 K. A temperature così elevate, gli elettroni sono staccati dai nuclei.

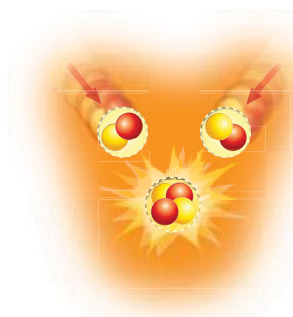


Figura 14 Rappresentazione schematica della fusione di due protoni e due neutroni per formare un nucleo di elio.

Attraverso una serie complessa di reazioni nucleari, due protoni si trasformano in due neutroni. Poi due protoni e due neutroni si **fondono** a formare un nucleo di elio, perché hanno energie sufficienti a superare la repulsione elettrica (**figura 14**).

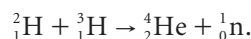
La fusione dell'idrogeno nel Sole dura da circa 5 miliardi di anni e continuerà per altrettanti anni. Genera un'emissione di energia pressoché costante, moderata dall'interazione debole, che interviene nella trasformazione dei protoni in neutroni.

Nel centro del Sole, ove avvengono i processi di fusione nucleare, la materia (essenzialmente idrogeno) è sotto forma di **plasma**. La parola plasma indica un gas che è nel complesso elettricamente neutro ma è formato da particelle dotate di cariche di segno opposto, ioni atomici ed elettroni. Sono formati da plasma le stelle, data la loro elevata temperatura, il vento solare, le aurore boreali e la fiamma di una candela. Si hanno plasmi anche all'interno di un tubo contenente un gas rarefatto attraverso cui si fa passare una scarica elettrica.

I reattori a fusione nucleare

Per produrre energia con reazioni di fusione nucleare occorre realizzare sulla Terra un plasma simile a quello che si ha, per esempio, nella parte interna del Sole e delle stelle.

La reazione nucleare più conveniente che si è pensato di sfruttare è diversa da quella del Sole ed è quella, già vista nel paragrafo precedente, in cui un nucleo di deuterio (${}^2_1\text{H}$) e un nucleo di trizio (${}^3_1\text{H}$) si fondono e danno origine a un nucleo di elio (${}^4_2\text{He}$) e a un neutrone (${}^1_0\text{n}$):



Il deuterio è abbondantissimo e facilmente ottenibile dall'acqua di mare, mentre il trizio può essere prodotto artificialmente. Come abbiamo visto, l'energia liberata è di circa 17 MeV.

La fusione nucleare potrebbe allora fornire energia pulita, economica e quasi «inesauribile». Non sono pochi infatti i vantaggi rispetto alla fissione nucleare. Come mostra la tabella seguente, scomparirebbe il pericolo di incidenti e si ridurrebbe considerevolmente il problema delle scorie radioattive.

Fusione e fissione nucleari

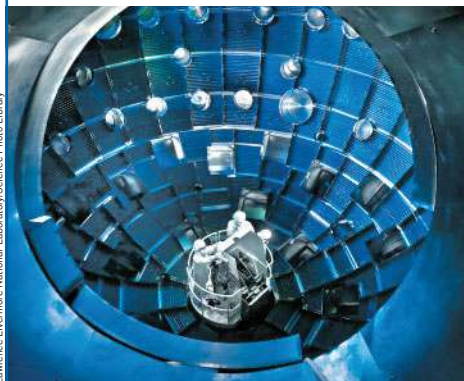
	Fonte rinnovabile	Combustibile	Pericolo di incidenti	Scorie radioattive
Fissione nucleare	no	Uranio-235, che è lo 0,7% dell'uranio in natura	sì	sì
Fusione nucleare	quasi	Deuterio dell'oceano	no	da dieci a cento volte meno

Tuttavia, la possibilità di sfruttare la fusione nucleare si scontra con difficoltà pratiche. I due maggiori problemi tecnici per la sua realizzazione sono:

- il *riscaldamento del gas ad altissime temperature*, dell'ordine di milioni di gradi;
- il *confinamento* del plasma, necessario affinché quest'ultimo non venga a contatto con le pareti o con altre parti solide del contenitore.

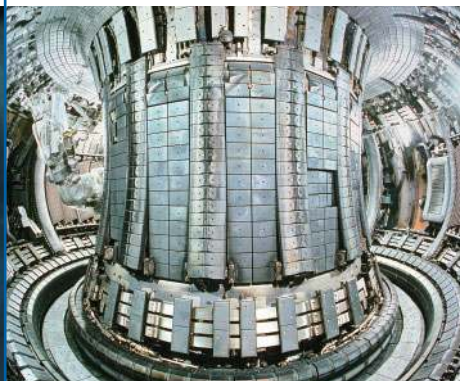
I due metodi attualmente utilizzati per il confinamento del plasma sono:

► il **confinamento inerziale**: una pallottola di deuterio e trizio dentro una camera sferica viene bombardata con intensi fasci laser, o con fasci di ioni energetici, che la fanno passare allo stato di plasma.



A

► il **confinamento magnetico**: tre intensi campi magnetici mantengono il plasma all'interno di una regione a forma di ciambella e lontano dalle pareti. Questo tipo di reattore è detto *tokamak*.



B

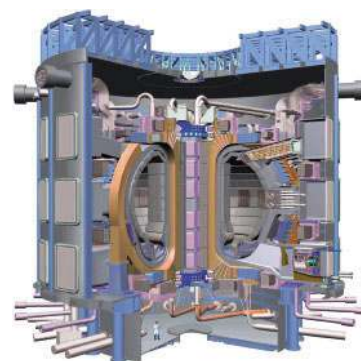


Figura 15 Spaccato del progetto del reattore ITER.

A Cadarache, in Francia, è attualmente in costruzione un reattore a confinamento magnetico detto ITER (figura 15). Tutti i paesi avanzati vi partecipano, compresa l'Italia.

Sito web

Maggiori notizie su questa iniziativa si trovano all'indirizzo <http://www.iter.org>

10 LA SCELTA NUCLEARE

I più diffusi tipi di reattori a fissione per la produzione di energia elettrica in Occidente impiegano acqua normale sia per rallentare i neutroni che per raffreddare il nocciolo. I *Pressurized Water Reactors* (PWR) usano acqua in pressione mentre i *Boiling Water Reactors* (BWR) usano acqua bollente.

Il reattore, anche quando viene interrotta la reazione a catena, continua a produrre calore a causa del decadimento radioattivo dei radioisotopi prodotti nel processo di fissione. Per evitare che questo elevato calore fonda le barre di combustibile, liberando i radioisotopi nell'ambiente, tutti i reattori ad acqua sono dotati di **sistemi di sicurezza**. Questi sistemi agiscono essenzialmente in due modi:

- il nocciolo è contenuto in un doppio recipiente a tenuta stagna, per impedire la fuoriuscita di gas e aerosol radioattivi in caso di incidente;
- in caso di emergenza, apposite pompe iniettano acqua di raffreddamento per impedire alle barre di combustibile di fondere.

Per superare il fondamentale problema della sicurezza, oggi nel mondo si studiano i reattori a «sicurezza intrinseca». Si tratta di reattori più piccoli, che appena spenti riescono a disperdere il calore prodotto dal decadimento dei radioisotopi prodotti nella fissione senza bisogno di pompe esterne.

La produzione di energia nucleare presenta rischi e benefici, che possiamo così riassumere:

Svantaggi:

- *incidenti nucleari*: la sicurezza assoluta non può mai essere garantita;
- *produzione e smaltimento di radioisotopi* a lunga vita (alcuni con periodo di dimezzamento di milioni di anni).
- *pericolo di proliferazione di armi nucleari*: il plutonio-239 (generato come sottoprodotto della fissione dell'uranio) può essere utilizzato per la costruzione di bombe nucleari;
- *pericolo di attacchi terroristici*.

Vantaggi:

- *disponibilità di grandi quantità di energia*: non vi è alcuna altra fonte di energia (Sole, vento, maree...) che permetta la costruzione di centrali con potenze dell'ordine di un gigawatt;
- *preservazione del petrolio e del metano*, che hanno altre applicazioni;
- *eliminazione di emissioni inquinanti*, responsabili dell'effetto serra e rilasciati nell'atmosfera quando si bruciano i combustibili fossili;
- *contenimento dei costi*: il prezzo del petrolio e del metano aumenta continuamente e questo rende più economicamente convenienti le energie alternative.

Incidenti e futuro dell'energia nucleare

In sessant'anni di sviluppo dell'energia nucleare, sui 440 reattori nucleari funzionanti nel mondo si sono avuti cinque gravi incidenti, tutti correlati al mancato funzionamento dei sistemi di raffreddamento di emergenza.

Nel 1979 si fuse parzialmente il nocciolo del reattore di *Three Mile Island* in Pennsylvania perché, a causa di una manovra sbagliata e del malfunzionamento di alcune valvole, non funzionò il sistema di raffreddamento di emergenza. Le conseguenze radiologiche furono in questo caso trascurabili, mentre furono gravi le conseguenze dell'incidente alla centrale ucraina di *Chernobyl*, avvenuto il 26 aprile 1986. In questo caso, esplose il contenitore del nocciolo in seguito a una manovra, non permessa dai regolamenti, di disinnescare di alcuni dei sistemi di sicurezza.

Nella centrale giapponese di Fukushima, l'11 marzo 2011, l'onda di un enorme tsunami mise fuori uso il sistema di raffreddamento di emergenza e altri sistemi di protezione di diversi reattori. Come conseguenza i noccioli di tre dei sei reattori fusero e fu necessario evacuare le popolazioni circostanti.

Gli incidenti nucleari di **Fukushima** hanno avuto un effetto enorme sullo sviluppo dell'energia nucleare da fissione. Mentre il Governo francese ha mantenuto, nonostante le proteste, il suo programma nucleare, in Italia il 13 giugno 2011 si è tenuto un referendum che ha escluso – per la seconda volta dopo il referendum dell'8 novembre 1987 – la costruzione di reattori nucleari a fissione.

La Germania ha deciso di interrompere il funzionamento degli otto reattori nucleari più vecchi e di spegnere definitivamente i restanti nove tra il 2015 e il 2022, mentre il Governo svizzero ha scelto di non costruire nuovi reattori.

Negli Stati Uniti la società NRG Energy ha optato, anche a seguito dei ritardi accumulatisi durante la costruzione, di non completare due impianti nucleari in Texas, ma il Presidente Obama ha continuato a sostenere la realizzazione di altri reattori.

Dopo l'episodio di Fukushima la Cina ha sospeso temporaneamente la costruzione degli impianti e ha imposto regole di sicurezza più severe; tuttavia il Governo non ha rinunciato al piano nucleare nazionale, che ora prevede tra il 2010 e il 2020 l'immissione in rete di altri 60 GW invece dei 90 GW in programma prima dell'incidente. Anche l'India e la Russia hanno grandi piani di sviluppo del nucleare civile per sostenere lo sviluppo economico senza aumentare l'inquinamento atmosferico.

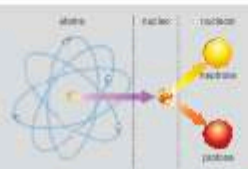


REAZIONI NUCLEARI: FUSIONE E FISSIONE

L'ordine di grandezza del diametro del nucleo è 10^{-15} m, 100 000 volte minore di quello dell'atomo. In una reazione nucleare, i nuclei reagenti si scambiano protoni e neutroni per formare altri nuclei: le energie liberate o assorbite sono dell'ordine di milioni di elettronvolt. Fusione e fissione sono reazioni *esoenergetiche*, cioè emettono energia.

Protone

- Ha carica $+e$ (opposta a quella dell'elettrone) e massa
 $m_p = 1,6726 \times 10^{-27}$ kg.

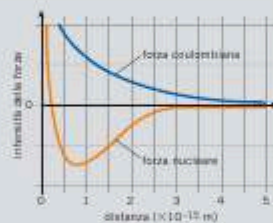


Neutrone

- Ha carica 0 e massa $m_n = 1,6749 \times 10^{-27}$ kg.
- Protoni e neutroni compongono il nucleo, e perciò sono detti collettivamente **nucleoni**.

Forza nucleare

- Si esercita tra i nucleoni, è attrattiva e, all'interno del nucleo, prevale su quella elettrica repulsiva.
- È molto intensa alle piccole distanze e diminuisce rapidamente man mano che i nucleoni si allontanano.



Difetto di massa

- È la differenza (positiva) tra la massa del nucleo e la somma delle masse delle particelle che lo compongono.
- La massa di un nucleo è sempre minore della somma dei suoi costituenti.

Energia di legame

- È la minima energia necessaria per separare i costituenti del nucleo portandoli molto lontani tra loro.
- Si ricava dal valore del difetto di massa attraverso la relazione massa-energia di Einstein $E = mc^2$.

Fusione nucleare

Reazione nucleare in cui due nuclei leggeri si uniscono per formare un nucleo più grande.

- Avviene nel centro delle stelle: le temperature sono così elevate (10^7 K) che gli elettroni sono staccati dai nuclei e la materia è sotto forma di **plasma**.
- Per riuscire a costruire un reattore a fusione nucleare, occorre risolvere due ordini di problemi pratici: riuscire a riscaldare il gas a temperature di milioni di gradi e in seguito a confinare il plasma.



Numero atomico

- È il numero di protoni nel nucleo ed è anche il numero di elettroni contenuti nell'atomo corrispondente.
- Si indica con Z , mentre con N si indica il numero di neutroni.

Numero di massa

- È uguale al numero totale di protoni e neutroni nel nucleo.
- Si indica con A , quindi $A = Z + N$.
- Il nucleo dell'elemento E è indicato con la notazione ${}^A_Z E$: il protone è ${}^1_1 p$, il neutrone ${}^1_0 n$.

Fissione nucleare

Reazione nucleare in cui un nucleo di massa elevata cattura un neutrone e si divide, cioè si fissiona, in due nuclei più piccoli.

- Durante una fissione si liberano circa 0,2 GeV di energia e alcuni neutroni, che possono urtare altri nuclei fissionandoli: questi, a loro volta, emettono altri neutroni che alimentano progressivamente la reazione.
- La serie di fissioni successive, una volta innescata, si alimenta da sola: questo processo si chiama **reazione a catena**.
- Una **centrale nucleare** è un impianto per la produzione di energia che contiene un *reattore a fissione*, cioè un generatore di energia prodotta dalla fissione di nuclei pesanti (uranio-235).



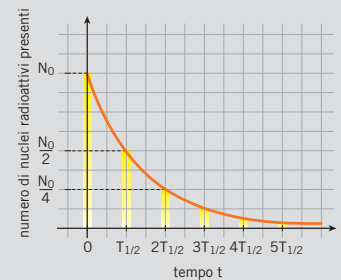
LA RADIOATTIVITÀ

Molti nuclei che esistono in natura sono instabili, cioè a un certo istante emettono una particella e si trasformano nel nucleo di un altro elemento: i nuclei che decadono spontaneamente sono detti *radioattivi*. Esistono tre tipi di decadimento radioattivo: decadimento alfa, decadimento beta ed emissione gamma.

Legge del decadimento radioattivo

$$N(t) = N_0 e^{-\frac{t}{\tau}}$$

- Ogni sostanza radioattiva ha un **periodo di dimezzamento** $T_{1/2}$, cioè l'intervallo di tempo necessario perché la massa di un materiale radioattivo si dimezzi: per esempio per il carbonio-14 si ha $T_{1/2} = 5730$ anni.
- Partendo da N_0 nuclei radioattivi iniziali, questa legge permette di calcolare il numero $N(t)$ di nuclei rimasti all'istante t in seguito al decadimento radioattivo.
- τ è la vita media del nucleo.
- La **curva di decadimento** è il grafico di questa relazione.



Vita media τ di un nucleo radioattivo

- È legata al periodo di dimezzamento dalla relazione $T_{1/2} = \tau \ln 2$.
- È una costante tipica di ogni nucleo e rappresenta l'intervallo di tempo dopo il quale il numero di nuclei si è ridotto di un fattore $1/e$.
- L'**attività** di una sorgente radioattiva cresce al crescere del numero di nuclei radioattivi presenti e diminuisce all'aumentare della vita media del nuclide. La sua formula è $A = \frac{N(t)}{\tau}$

Decadimento alfa

Trasformazione del nucleo accompagnata dall'emissione di una particella alfa.

- Per esempio, il radon-222 decade spontaneamente in polonio-218 emettendo una particella alfa, cioè un nucleo di elio: ${}^{222}_{86}\text{Rn} \rightarrow {}^{218}_{84}\text{Po} + {}^4_2\text{He}$
- Passando da nucleo genitore al nucleo figlio, Z diminuisce di due unità, e A di quattro.
- È dovuto all'azione della forza nucleare.

Decadimento beta

Trasformazione del nucleo accompagnata dall'emissione di un elettrone e di un **neutrino-elettrone** ν_e , una particella neutra e con massa praticamente nulla che si muove quasi a velocità c .

- Per esempio un nucleo di piombo-219 si trasforma in uno di bismuto-219 emettendo un elettrone e un neutrino-elettrone: ${}^{219}_{82}\text{Pb} \rightarrow {}^{219}_{83}\text{Bi} + e + \nu_e$.
- Passando dal nucleo genitore al nucleo figlio, Z aumenta di una unità e A non cambia.

Emissione gamma

Avviene dopo un decadimento alfa, beta o una reazione nucleare, quando un nucleo, prodotto in uno stato eccitato, si porta nello stato fondamentale.

- Lo stato fondamentale è quello di energia minima.

Isotopi

Sono nuclei con lo stesso valore di Z ma diversi valori di A .

Dose assorbita

$$D = \frac{\Delta E}{m}$$

dose assorbita = quantità di energia assorbita/massa del corpo

- Misura la quantità di energia assorbita per radiazione dall'unità di massa di un corpo.
- Nel SI si misura in J/kg o gray (Gy).
- L'intensità di dose assorbita misura la dose assorbita in un dato intervallo di tempo e si misura in Gy/s, o più spesso in Gy/a (gray/anno).

Dose equivalente

$$H = Dw_r = \frac{\Delta E}{m} w_r$$

dose equivalente = dose assorbita \times fattore numerico

- Nel SI si misura in sievert (Sv).
- Il fattore numerico w_r dipende dagli effetti che le diverse radiazioni hanno sugli organismi.
- L'**intensità di dose equivalente** misura la dose equivalente in un dato intervallo di tempo e si misura in Sv/s o in Sv/a (sievert/anno).



DOMANDE SUI CONCETTI

- 1** Qual è la differenza tra una reazione chimica e una reazione nucleare?
- 2** I seguenti isotopi ionizzati: ${}^{14}_7\text{N}^{++}$, ${}^{14}_7\text{N}^+$, ${}^6_3\text{Li}^{++}$, ${}^{12}_6\text{Ca}^{++}$ e ${}^{12}_6\text{Ca}^+$ vengono accelerati dallo stesso campo elettrico uniforme: quale subisce l'accelerazione maggiore?
(Adattato dalle Olimpiadi della Fisica 2002, gara di primo livello)
- 3** Per quale motivo la luce di un laser è in grado di eccitare gli elettroni di un atomo ma non il suo nucleo?
- 4** L'ossigeno-16 (${}^{16}_8\text{O}$) ha un'energia di legame pari a 128 MeV.
▶ Quanto vale il difetto di massa di questo nucleo?
- 5** Un nucleo radioattivo decade emettendo radiazione beta. Come varia il suo numero di protoni?
(Olimpiadi della Fisica 2009, gara di primo livello)
- 6** Il rivelatore di fumo è un dispositivo antincendio che sfrutta il decadimento alfa dell'americio-241. Tra due lastre metalliche, collegate a un generatore, è collocata una piccola quantità di americio. Le particelle alfa emesse dall'americio, ionizzando l'aria, fanno sì che tra le due lastre circoli una corrente elettrica quando l'aria è pulita. Se, come succede in caso di incendio, tra le due lastre entra del fumo, le molecole ionizzate e le particelle di fumo si uniscono.
▶ Secondo te perché scatta l'allarme?
(Suggerimento: come varia l'intensità della corrente fra le lastre?)
- 7** Applicando la legge del decadimento nucleare a due campioni identici, composti dallo stesso numero di atomi dello stesso elemento chimico, si ottengono risultati identici per entrambi i campioni. Per esempio, il tempo necessario perché avvenga il primo decadimento risulta lo stesso per entrambi i campioni.
▶ Come si concilia questa conclusione con il fatto che il processo di decadimento è un evento aleatorio e dunque non prevedibile con certezza? Può verificarsi il caso che a un certo istante t il numero di atomi rimasto nei due campioni sia diverso?
- 8** Applicando la legge del decadimento nucleare, può facilmente risultare che il numero $N(t)$ di atomi non decaduti risulti non intero. Che interpretazione dai di questo risultato?
- 9** È più dannoso assorbire 1 mJ di energia da radiazione β oppure 1 mJ di energia da radiazione α ?
- 10** Le radiazioni alfa, beta e gamma sono le uniche radiazioni pericolose per gli organismi viventi?
- 11** Un neutrone libero è instabile e si trasforma in un protone, con la contemporanea creazione di un elettrone e un (anti)neutrino. Il processo inverso, in cui un protone libero si trasforma in un neutrone, con eventuale creazione di altre particelle, sarebbe possibile?
- 12** Un nucleo in uno stato eccitato può emettere un fotone altamente energetico, un raggio γ , e tornare così allo stato fondamentale.
▶ Un campo magnetico esterno può modificare la traiettoria del raggio γ indirizzandolo verso un determinato obiettivo?
- 13** Nella cobaltoterapia per la cura dei tumori, l'isotopo radioattivo cobalto-60 è utilizzato come sorgente di fotoni gamma di alta energia. I fotoni gamma, infatti, sono preferibili alle particelle alfa e beta per la distruzione di cellule maligne.
▶ Perché?
- 14** I processi di fissione nucleare che rilasciano energia sono quelli che coinvolgono nuclei pesanti. Per quale motivo?
- 15** I processi di fusione di nuclei leggeri sono esoenenergetici, cioè producono energia: perché è così difficile realizzarli?

PROBLEMI

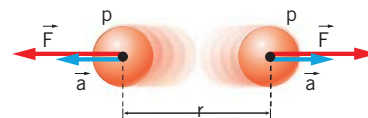
1 I NUCLEI DEGLI ATOMI

1 PROBLEMA SVOLTO

★★★

Considera i due protoni del nucleo di elio, alla distanza tipica di $1,0 \times 10^{-15}$ m tra loro.

- ▶ Calcola il modulo della forza di Coulomb con cui essi si respingono.
- ▶ Determina l'accelerazione che potrebbe essere impressa a ognuno dei protoni da tale forza.



$$r = 1,0 \times 10^{-15} \text{ m}$$

$$F = ?$$

$$a = ?$$

■ Strategia e soluzione

- La forza tra i due protoni vale:

$$F = k_0 \frac{e^2}{r^2} = \left(8,99 \times 10^9 \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{C}^2} \right) \times \frac{(1,6 \times 10^{-19} \text{ C})^2}{(1,0 \times 10^{-15} \text{ m}^2)} = 2,3 \times 10^2 \text{ N}.$$

- Per effetto di questa forza ciascun protone subirebbe un'accelerazione di modulo:

$$a = \frac{F}{m_p} = \frac{2,3 \times 10^2 \text{ N}}{1,67 \times 10^{-27} \text{ kg}} = 1,4 \times 10^{29} \frac{\text{m}}{\text{s}^2}.$$

■ Discussione

La forza di repulsione tra i due protoni è così intensa da essere rilevante anche a livello macroscopico; l'accelerazione che ne consegue sarebbe enorme.

2 La forza di Coulomb con cui si respingono due protoni in un nucleo vale $1,9 \times 10^2$ N.

★★★

- ▶ Calcola la loro distanza.
- ▶ Determina l'accelerazione che questa forza potrebbe imprimere a ognuno dei protoni.

$$[1,1 \times 10^{-15} \text{ m}; 1,1 \times 10^{29} \text{ m/s}^2]$$

3 In fisica nucleare è talvolta comodo esprimere le masse dei nucleoni in una particolare unità di misura, detta *unità di massa atomica unificata* (unità atomiche, d'ora in poi), il cui valore è $1 \text{ u} = 1,660538921 \times 10^{-27} \text{ kg}$, corrispondente alla dodicesima parte dell'atomo di carbonio-12. Le masse del protone e del neutrone sono, rispettivamente, $m_p = 1,6726 \times 10^{-27} \text{ kg}$ e $m_n = 1,6749 \times 10^{-27} \text{ kg}$.

★★★

- ▶ Determina le masse del protone e del neutrone in unità di massa atomica unificata.

$$[1,0073 \text{ u}; 1,0087 \text{ u}]$$

4 I tre protoni di un nucleo di litio sono posti ai vertici di un triangolo equilatero di lato $l = 1,60 \times 10^{-15}$ m.

★★★

- ▶ Calcola la forza di repulsione elettrostatica subita da ciascuno dei tre protoni.

$$[160 \text{ N}]$$

5 Il raggio di un protone è di circa $0,8768 \times 10^{-15}$ m. Immagina di poter porre i protoni in contatto l'uno con l'altro.

★★★

- ▶ Quanto peserebbe un centimetro cubo di protoni?

$$[5,8 \times 10^{12} \text{ N}]$$

2 LE FORZE NUCLEARI E L'ENERGIA DI LEGAME DEI NUCLEI

6 Un nucleo di elio (particella α) è formato a partire da quattro particelle isolate: due protoni e due

★★★

neutroni. La massa del nucleo di elio è $6,645 \times 10^{-27}$ kg. Calcola:

- ▶ il difetto di massa del nucleo di elio.
- ▶ l'energia di legame della particella α .

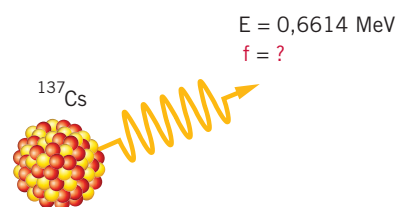
[$5,0 \times 10^{-29}$ kg; $4,5 \times 10^{-12}$ J]

7
★★★

PROBLEMA SVOLTO

Un nucleo di cesio-137 emette un fotone gamma di energia $E = 0,6614$ MeV.

- ▶ Qual è la frequenza f di tale fotone?



Strategia e soluzione

- L'energia del fotone in esame è

$$E = 0,6614 \times 10^6 \text{ eV} = (0,6614 \times 10^6 \text{ eV}) \times \left(1,602 \times 10^{-19} \frac{\text{J}}{\text{eV}}\right) = 1,060 \times 10^{-13} \text{ J.}$$

- Ricordando la relazione di Einstein per l'energia dei fotoni ricaviamo

$$f = \frac{E}{h} = \frac{1,060 \times 10^{-13} \text{ J}}{6,626 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}} = 1,599 \times 10^{20} \text{ Hz.}$$

Discussione

I fotoni della luce visibile hanno frequenze attorno a 5×10^{14} Hz. Quindi la frequenza del fotone emesso dal cesio è quasi un milione di volte maggiore di quella della luce visibile.

8
★★★

Un neutrone e un protone si uniscono per formare un nucleo di deuterio e viene emesso un fotone gamma. L'energia di legame del deuterio è 2,2 MeV.

- ▶ Determina la frequenza del fotone emesso.

[$5,3 \times 10^{20}$ Hz]

9
★★★

La massa di un nucleo di ${}^6_3\text{Li}$, in unità atomiche, è 6,0135. Le masse del protone e del neutrone, sempre in unità atomiche, sono, rispettivamente, $m_p = 1,0073 u$ e $m_n = 1,0087 u$.

- ▶ Qual è l'energia di legame del nucleo di ${}^6_3\text{Li}$?

(Adattato dalle Olimpiadi della Fisica 2006, Gara di primo livello)

[$5,1 \times 10^{-12}$ J]

3 LA RADIOATTIVITÀ

10
★★★

Un nucleo di ${}^{238}_{92}\text{U}$ decade emettendo una particella α .

- ▶ Quale nucleo si produce in questa reazione?

(Suggerimento: per individuare il nucleo prodotto utilizza la tavola degli elementi)

11
★★★

Nella reazione nucleare ${}^7_4\text{Be} + X \rightarrow {}^7_3\text{Li}$, che cosa rappresenta la lettera X?

(Olimpiadi della Fisica 2007, gara di primo livello)

[un elettrone]

12
★★★

L'isotopo ${}^{226}_{88}\text{Ra}$ del radio è instabile e dà luogo a una catena di decadimenti fino a trasformarsi nell'isotopo stabile del piombo ${}^{206}_{82}\text{Pb}$.

ESERCIZI

► Determina quanti processi di decadimento radioattivo α e β sono coinvolti nel processo.

(*Olimpiadi della Fisica 2006, Gara di secondo livello*)

[5 decadimenti α e 4 decadimenti β]

13 Un atomo di ${}^{214}_{83}\text{Bi}$ si trasforma in un suo isotopo attraverso più processi di decadimento, il primo dei quali è di tipo α . Per risolvere l'esercizio, consulta la figura 8 che mostra la famiglia radioattiva dell'uranio.

★★★

► Quante e quali particelle emette?

► In quale isotopo si trasforma?

[una particella α e due particelle β ; ${}^{210}_{83}\text{Bi}$]

4 LA LEGGE DEL DECADIMENTO RADIOATTIVO

14 Determina le dimensioni fisiche del Becquerel, ★★★ l'unità di misura dell'attività.

[t^{-1}]

15 Un campione di materiale radioattivo ha un tempo di dimezzamento di 3 giorni. Dopo 9 giorni, 2 kg di questo campione non sono ancora decaduti.

★★★

► Qual è la massa iniziale del campione radioattivo?

(*Olimpiadi della Fisica 2007, Gara di primo livello*)

[16 kg]

16 Un campione contiene 74×10^{10} atomi di materiale radioattivo e presenta una attività di $1,85 \times 10^5$ Bq.

★★★

► Qual è il tempo di vita medio del radionuclide presente nel campione?

(*Olimpiadi della Fisica 1987, gara locale*)

[$4,0 \times 10^6$ s]

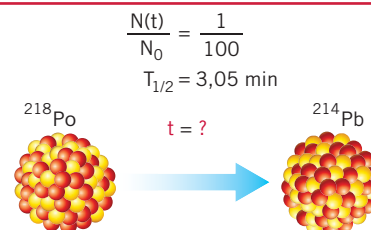
17

★★★

PROBLEMA SVOLTO

Il polonio-218 (${}^{218}\text{Po}$) si trasforma in piombo-214 (${}^{214}\text{Pb}$) con un periodo di dimezzamento $T_{1/2} = 3,05$ min.

► Dopo quanto tempo un campione di polonio-218 si è ridotto a 1/100 della sua consistenza iniziale?



Strategia e soluzione

• Se indichiamo con N_0 il numero di nuclei di ${}^{218}\text{Po}$ presenti all'istante $t = 0$ s, il problema chiede qual è l'istante t in corrispondenza del quale si ha $N(t) = \frac{N_0}{100}$

• Dalla formula (7), la vita media τ del ${}^{218}\text{Po}$ è

$$\tau = \frac{T_{1/2}}{\ln 2} = \frac{3,05 \times 60 \text{ s}}{0,693} = 264 \text{ s.}$$

• Conoscendo il valore di τ possiamo ora utilizzare la formula (6), scritta come

$$\frac{N_0}{100} = N_0 e^{-\frac{t}{\tau}}.$$

• Prendendo il logaritmo dei due membri otteniamo:

$$\frac{t}{\tau} = \ln 100.$$

- Siamo ora in grado di calcolare t , che risulta

$$t = \tau \ln 100 = (264 \text{ s}) \times 4,605 = 1,22 \times 10^3 \text{ s.}$$

■ Discussione

Dopo circa venti minuti, il numero di nuclei di ^{218}Po si è ridotto a un centesimo del valore iniziale.

- 18** ★★★ Durante una spedizione archeologica, viene rinvenuto un frammento di ossa di una tigre dai denti a sciabola. Le analisi rilevano una presenza di carbonio-14 uguale al 20% di quello presente in un organismo vivente. Il tempo di dimezzamento del carbonio-14 è di 5730 anni.

► Stima l'età del reperto.

[13×10^3 a]

5 GRANDEZZE DOSIMETRICHE

- 19** ★★★ Un uomo di 75 kg è investito da una radiazione che rilascia un'energia pari a $6,0 \times 10^6$ GeV.

► Determina la dose assorbita dall'uomo.

[$1,3 \times 10^{-5}$ Gy]

- 20** ★★★ Considera il caso del problema n. 19 e assumi che la radiazione sia costituita da particelle alfa.

► Qual è la dose equivalente assorbita dall'uomo?

[$2,6 \times 10^{-4}$ Sv]

- 21** ★★★ La dose equivalente della radiazione alfa assorbita da un determinato corpo è 1,2 mSv. Se la radiazione fosse costituita da neutroni ad alta energia, la dose equivalente sarebbe 0,3 mSv.

► Qual è il fattore moltiplicativo w_R della radiazione di neutroni?

[5]

- 22** ★★★ Claudia abita in una zona in cui la radiazione di fondo naturale ha intensità di dose equivalente è 1,2 mS/a. Nel corso della sua vita, Claudia è stata sottoposta a 10 radiografie dentali, 3 mammografie e 1 TAC, e ha viaggiato in aereo per un totale di 300 ore.

► A quanti anni di radiazione di fondo corrisponde la radiazione assorbita da questi eventi?

[24 a]

7 LA MEDICINA NUCLEARE

- 23** ★★★ Nella cobaltoterapia per la cura dei tumori, l'isotopo radioattivo cobalto-60 emette due fotoni gamma, perdendo una quantità di energia pari a 2,5 MeV. La frequenza di uno dei due fotoni emessi è $2,8 \times 10^{20}$ Hz.

► Determina la frequenza del secondo fotone emesso.

[$3,2 \times 10^{20}$ Hz]

- 24** ★★★ Il radioisotopo ossigeno-15, una volta iniettato nel sangue, consente di ottenere immagini del flusso sanguigno cerebrale e nel miocardio. Dopo un intervallo di tempo di 406 s la quantità di ossigeno-15 si riduce a 1/10 della quantità iniziale.

► Determina la vita media dell'ossigeno-15 e il tempo di dimezzamento.

[176 s; 122 s]

- 25** ★★★ Per un esame diagnostico della tiroide a un paziente viene somministrata una sostanza contenente 8×10^{-11} g dell'isotopo radioattivo $^{131}_{53}\text{I}$. La metà dello iodio somministrato viene assorbita dalla tiroide, l'altra metà viene espulsa dall'organismo entro 24 ore. Il tempo di dimezzamento dell'isotopo radioattivo è di 8 giorni.

► Quanto iodio rimane nella tiroide dopo 4 giorni?

(*Olimpiadi della Fisica 2007, Gara di secondo livello*)

[$2,8 \times 10^{-11}$ g]

- 26** ★★★ Il fluoro-18, usato nella tomografia a emissione di positoni, ha un periodo di dimezzamento di circa 110 min.

► Quale frazione del fluoro radioattivo somministrato al paziente è ancora presente nel suo organismo dopo 6 h?

[10%]

8 LA FISSIONE NUCLEARE

27 Un processo di fissione dell'uranio-235 produce un'energia pari a 0,20 GeV.

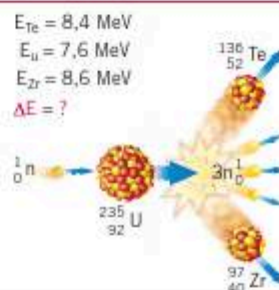
► Quante fissioni sono necessarie per produrre un'energia pari a 25×10^4 J?

[$7,8 \times 10^{11}$]

28 PROBLEMA SVOLTO

Considera la reazione ${}_{92}^{235}\text{U} + {}_0^1\text{n} \rightarrow {}_{52}^{136}\text{Te} + {}_{40}^{97}\text{Zr} + 3{}_0^1\text{n}$. Le energie di legame per nucleone di ${}_{92}^{235}\text{U}$, ${}_{52}^{136}\text{Te}$ e ${}_{40}^{97}\text{Zr}$ valgono, nell'ordine, 7,6 MeV, 8,4 MeV e 8,6 MeV.

► Calcola l'energia emessa dalla reazione.



■ Strategia e soluzione

- L'energia emessa nella reazione è pari alla differenza tra l'energia di riposo dei reagenti e quella dei prodotti. A sua volta, tale differenza è uguale alla differenza tra l'energia di legame totale dei prodotti e l'energia di legame totale dei reagenti.
- I neutroni, essendo liberi, non hanno energia di legame e, quindi, non sono rilevanti per la risoluzione del problema.
- L'energia di legame di un nucleo è pari alla sua energia di legame per nucleone moltiplicata per il suo numero di massa A . Otteniamo così

$$\begin{aligned} \Delta E &= 136 E_{\text{Te}} + 97 E_{\text{Zr}} - 235 E_{\text{U}} = (136 \times 8,4 + 97 \times 8,6 - 235 \times 7,6) \text{ MeV} = \\ &= 2,0 \text{ GeV} - 1,8 \text{ GeV} = 0,2 \text{ GeV}. \end{aligned}$$

■ Discussione

Il risultato ottenuto conferma il valore di 0,2 GeV riportato nel testo.

29 Una massa di 1 kg di ${}^{235}\text{U}$ contiene $2,56 \times 10^{24}$ nuclei e subisce un processo di fissione nucleare. Ogni evento di fissione di ciascuno dei nuclei dell' ${}^{235}\text{U}$ libera un'energia di 208 MeV.

Calcola:

- l'energia liberata nel processo di fissione.
- per quanto tempo questa energia potrebbe alimentare una lampadina da 100 W.

[$8,52 \times 10^{13}$ J; $2,7 \times 10^4$ a]

30 Un neutrone colpisce un nucleo di uranio-235 dando luogo al seguente processo di fissione:



Le masse dei nuclei coinvolti, in unità atomiche, sono $m_{\text{U}} = 235,0439$, $m_{\text{Ba}} = 140,9144$ e $m_{\text{Kr}} = 91,9262$. Assumi che non vi sia emissione di radiazione nel processo di fissione e che le velocità dei nuclei siano trascurabili.

► Determina la velocità media dei neutroni emessi nel processo.

(Suggerimento: assumi che l'energia venga suddivisa in uguale misura tra i tre neutroni sotto forma di energia cinetica.)

[$1,1 \times 10^6$ m/s]

9 LA FUSIONE NUCLEARE

31 ★★★ Le masse dell'elio-4, del carbonio-14 e dell'ossigeno-18, in unità atomiche, sono rispettivamente, 4,0026, 14,00324 e 17,9992.

► Il processo di fusione ${}^4_2\text{He} + {}^{14}_6\text{C} \rightarrow {}^{18}_8\text{O}$ è esoenergetico o endoenergetico? Quanta energia viene scambiata nel processo?

[$1,0 \times 10^{-12}$ J]

32 ★★★ Nel Sole avvengono diversi processi di fusione. In uno di questi, un nucleo di deuterio (${}^2_1\text{H}$), di massa $3,3436 \times 10^{-27}$ kg si unisce a un protone formando un nucleo di elio-3 (${}^3_2\text{H}$), di massa $5,00823 \times 10^{-27}$ kg. Nel processo viene emesso un fotone.

► Determina la frequenza del fotone emesso.

[$1,1 \times 10^{21}$ Hz]

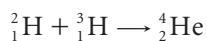
33 ★★★ La reazione di fusione tra due nuclei di silicio ($Z = 14$) avviene con un'energia di innesco di $5,6 \times 10^{-12}$ J.

► Calcola la temperatura alla quale l'energia cinetica media di un atomo di silicio raggiungerebbe il valore dell'energia di innesco.

(Suggerimento: ricorda la relazione tra energia cinetica media e temperatura.)

[$2,7 \times 10^{11}$ K]

34 ★★★ Considera il processo di fusione in cui un nucleo di deuterio e uno di trizio formano un nucleo di elio-4,



Le masse dei nuclei reagenti, in unità atomiche, sono 2,0141 per il deuterio, 3,0160 per il trizio e 4,0026 per l'elio-4.

► Quanti neutroni vengono emessi nel processo?

► Quanta energia viene liberata nel processo?

[uno; $2,8 \times 10^{-12}$ J]

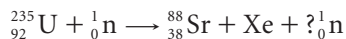
PROBLEMI GENERALI

1 ★★★ Un nucleo si trova in uno stato eccitato e torna allo stato fondamentale emettendo un fotone di energia 1,5 MeV.

► Calcola la frequenza del fotone emesso.

[$3,6 \times 10^{20}$ Hz]

2 ★★★ Un nucleo di uranio-235 ($m = 390,17 \times 10^{-27}$ kg) cattura un neutrone e dà origine alla reazione di fissione:



La massa atomica dello stronzio è di $145,92 \times 10^{-27}$ kg, la massa atomica dello xeno è di $225,61 \times 10^{-27}$ kg. Calcola:

► il numero di neutroni esistenti dopo la reazione di fissione.

► l'energia liberata durante la reazione.

[12; $1,44 \times 10^{-11}$ J]

3 ★★★ Un campione di 24 g un certo radionuclide decade e dopo 36 min rimangono solo 3 g dello stesso radionuclide.

► Dopo i primi 12 min, quanto era rimasto del radionuclide originario?

(Olimpiadi della Fisica 2010, Gara di primo livello)

[12 g]

4 ★★★ Il radionuclide ${}^{201}\text{Tl}$ ($m = 200,97$ in unità atomiche) ha un tempo di dimezzamento di 3,04 giorni. Un campione di questo radionuclide ha un'attività di 62,2 mCi.

► Quanti atomi di ${}^{201}\text{Tl}$ sono presenti nel campione?

► Qual è la massa del campione?

[$8,7 \times 10^{14}$; $2,9 \times 10^{-7}$ g]

5 ★★★ Il 99,28% dell'uranio presente sulla Terra è nella forma di uranio-238 con vita media pari a $4,4683 \times 10^9$ anni. L'uranio-235, la cui vita media è $7,038 \times 10^8$ anni, è presente in quantità pari allo 0,71%. Nessuno di questi due isotopi è il prodotto di decadimenti nucleari spontanei.

ESERCIZI

► Determina la percentuale relativa di ${}^{235}_{92}\text{U}$ rispetto a ${}^{238}_{92}\text{U}$ oggi.

► Determina la percentuale relativa di ${}^{235}_{92}\text{U}$ rispetto a ${}^{238}_{92}\text{U}$ 2,4 miliardi di anni fa.

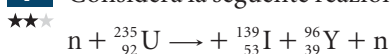
[0,72%; 13%]

6 Un campione radioattivo contiene inizialmente $3,6 \times 10^{22}$ atomi con vita media di 12 anni. A ogni decadimento vengono rilasciati 2,3 MeV di energia.

► Quanta energia viene rilasciata in 42 anni?

[$1,3 \times 10^{10}$ J]

7 Considera la seguente reazione di fissione:



In unità atomiche, le masse dei nuclei coinvolti nel processo sono $m_{\text{U}} = 235,044$, $m_{\text{I}} = 138,926$, $m_{\text{Y}} = 95,916$.

► Quanta energia viene liberata in questo processo?

► Quanti processi di questo tipo sono necessari per produrre una potenza di 20 MW? Quanto uranio viene consumato?

[$3,0 \times 10^{-11}$ J; $6,6 \times 10^{17}$; $2,6 \times 10^{-7}$ kg]

8 Il fosforo radioattivo ha un tempo di dimezzamento uguale a $1,7 \times 10^6$ s. Un campione di fosforo radioattivo contiene inizialmente $5,3 \times 10^5$ atomi.

► Calcola il numero di atomi residui dopo il decimo giorno.

► Dimostra che il numero di atomi residui dopo un periodo di tempo pari alla metà del tempo di dimezzamento è uguale a $N_0/\sqrt{2}$.

► Verifica la coerenza numerica tra le due risposte precedenti.

[$3,7 \times 10^5$]

9 Un reattore a uranio-235 ha una potenza di 10 MW. Ogni processo di fissione all'interno del reattore produce un'energia di 0,20 GeV. Calcola:

► quante fissioni al secondo avvengono nel reattore.

► quanti grammi di uranio si trasformano, ogni secondo, in altri elementi.

► quanto petrolio si dovrebbe bruciare ogni se-

condo per produrre la stessa potenza.

(Ricorda che il potere calorifico del petrolio è di $4,6 \times 10^7$ J/kg.)

[$3,1 \times 10^{17}$; $1,1 \times 10^{-7}$ g; 0,22 kg/s]

10 Considera il processo di fissione in cui un nucleo di uranio-236, la cui massa in unità atomiche è $m_{\text{U}} = 236,046$, si divide in due nuclei più leggeri, identici, senza rilasciare neutroni o fotoni.

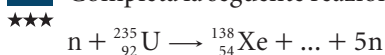
► Di che specie sono i nuclei prodotti?

► Qual è la velocità dei due nuclei prodotti?

(Suggerimento: il processo esaminato è un urto elastico. La massa dei nuclei prodotti, in unità atomiche, è $m = 117,919$)

[Pd; $1,3 \times 10^7$ m/s]

11 Completa la seguente reazione nucleare



in cui si verifica un difetto di massa pari a 4,2 unità di massa atomiche. Inoltre, $m_{\text{U}} = 235,044$ u, $m_{\text{Xe}} = 137,914$ u, $m_{\text{n}} = 1,0087$ u, sempre espresse in unità di massa atomiche.

► Determina la massa del nucleo mancante.

[${}^{93}_{38}\text{Sr}$; 88,90 u]

12 Un campione è composto da due radionuclidi A e B. Del primo sono inizialmente presenti $N_{\text{A},0} = 3,0 \times 10^{12}$ atomi ed esso ha tempo di dimezzamento $T_{\text{A}} = 28,8$ anni, del secondo sono presenti inizialmente $N_{\text{B},0} = 5,4 \times 10^{12}$ atomi e il suo tempo di dimezzamento è $T_{\text{B}} = 17,7$ anni.

► Determina l'attività iniziale del campione.

► Dopo quanto tempo le attività dei due radionuclidi saranno uguali?

[$9,0 \times 10^3$ Bq; 71 anni]

QUESITI PER L'ESAME DI STATO

Rispondi ai quesiti in un massimo di 10 righe.

1 Spiega in che cosa consiste il difetto di massa di un nucleo atomico e illustra la sua relazione con l'energia di legame dei nuclei.

2 Descrivi i processi fisici che danno luogo ai tre decadimenti alfa, beta e gamma, sottolineando le loro differenze.

3 Descrivi alcuni usi delle sostanze radioattive in medicina.

4 Delinea, nelle linee essenziali, i principi fisici e lo schema di funzionamento di un reattore a fissione nucleare.

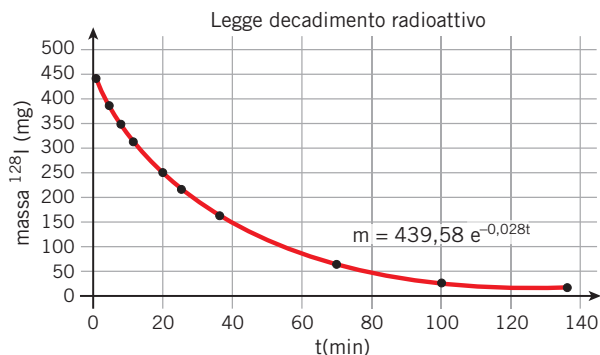
TEST PER L'UNIVERSITÀ

1 Una sostanza radioattiva ha un tempo di dimezzamento di 10 anni. Qual è la percentuale restante dopo 30 anni?

- A** 30%
- B** 75%
- C** 10%
- D** 12,5%

(Concorso a borse di studio per l'iscrizione ai corsi di laurea della classe «Scienze e Tecnologie Fisiche» della SIF, 2008/2009)

2 Lo ^{128}I è un nucleo radioattivo normalmente impiegato in medicina come tracciante. La quantità di nuclei di ^{128}I diminuisce nel tempo, nel corpo del paziente, in accordo con la curva presentata in figura. Il tempo di dimezzamento è definito come l'intervallo di tempo necessario affinché il numero di nuclei radioattivi si dimezzi. Il tempo di dimezzamento dello ^{128}I è:



A Non è determinabile con i dati in possesso.

B 220 mg

C 24,8 min

D 35,7 min

(Concorso a borse di studio per l'iscrizione ai corsi di laurea della classe «Scienze e Tecnologie Fisiche» della SIF, 2006/2007)

STUDY ABROAD

1 The half-life of one isotope of radium is about 1,600 years. In a given sample of this isotope, 15/16 of the radium atoms will decay in a time most nearly equal to:

- A** 1,000 years
- B** 1,500 years
- C** 1,600 years
- D** 3,200 years
- E** 6,400 years

(Scholastic Aptitude Test (SAT), USA)

2 The following descriptions refer to radiant rays. Choose one from the following 1-4.

- 1** α ray is composed of nuclei of He and each element has positive charge of two units. After α decay, atomic number decreases by 2 and mass number decreases by 4.
- 2** β ray is composed of electrons and each element has negative charge of one unit. After β decay, atomic number decreases by 1 but mass number does not change.
- 3** β ray is composed of electrons and each element has negative charge of one unit. After β decay, atomic number decreases by 1 but mass number increases by 1.
- 4** γ ray is electromagnetic wave with a small wave length and does not have electric charge. After γ decay, both atomic number and mass number decrease by 1.

(Examination for Japanese University Admission for International Students)

ESERCIZI

3 The following descriptions refer to atomic number and mass number. Choose the most appropriate one from the following 1-4.

- 1** Mass number is equal to the number of protons in nucleus.
- 2** Mass number is equal to the number of neutrons in nucleus.
- 3** Atomic number is equal to the number of protons in nucleus.
- 4** Atomic number is equal to the number of neutrons in nucleus.

(*Examination for Japanese University Admission for International Students*)

4 When nuclear fission occurs in a commercial nuclear reactor the mass of the products compared with the mass of the reactants is

- A** increased.
- B** decreased.
- C** stays the same.
- D** it depends on the reaction.

(*PAT, Oxford University, 2008/2009*)

5 The position of cobalt in the periodic table is as follows:

55 Mn	56 Fe	59 Co	59 Ni	63,5 Cu
25	26	27	28	29

Cobalt 60 is a radioactive isotope that decays with the emission of beta and gamma radiation. A beam of radiation from a cobalt 60 source is directed towards a malignant tumour in a patient's abdomen. Which of the following is/are correct when cobalt 60 is used in this way?

- 1) The cobalt (${}_{27}\text{Co}$) is being converted into nickel (${}_{28}\text{Ni}$) as it decays.
 - 2) The tumour is attacked by the gamma radiation.
 - 3) The radiation attacks only the malignant cells.
- A** 1 only

- B** 2 only
- C** 3 only
- D** 1 and 2
- E** 2 and 3
- F** 1 and 3

(*BioMedical Admission Test (BMAT), UK, 2008/2009*)

6 A detector of radioactivity shows background radiation to be 20 counts per minute with no radioactive sources nearby. A radioactive source which emits alpha particles and beta particles is brought very close to the detector and the detector reading increases to 280 counts per minute. A sheet of paper is then placed between the source and the detector, and the detector reading drops to 60 counts per minute. How many counts per minute were caused by alpha particles and by beta particles from the source?

(*BioMedical Admission Test (BMAT), UK, 2008/2009*)

7 Which is the BEST description of an atomic nucleus?

- A** A tight group of electrons, protons, and neutrons.
- B** Electrons and protons moving around a core of neutrons.
- C** A tight group of protons and neutrons.
- D** Protons moving around a core of neutrons.

(*Trends in International Mathematics and Science Study, 2008/2009*)

8 A 2.0 g mass of radioactive thorium decays over 72 days, leaving 0.25 g of thorium unchanged. What is the half-life of thorium?

- A** 12 days
- B** 24 days
- C** 48 days
- D** 72 days

(*Trends in International Mathematics and Science Study, 2008/2009*)

- 9** A particular atomic nucleus is represented by a symbol that includes three labels. What is the correct symbol for a nucleus consisting of six protons and eight neutrons?

(The first elements according to mass are hydrogen, helium, lithium, beryllium, boron, carbon, nitrogen, and oxygen.)

(*Trends in International Mathematics and Science Study, 2008/2009*)

- 10** $X \rightarrow y + e$ The beta (β) decay of a radioactive isotope can be represented by a general reaction, as shown above. The electron emerges at high speed and may completely leave the material containing X and Y . What is the BEST explanation of the origin of the emitted electron?

- A** A transition from a higher to a lower internal electron energy level of X .
- B** A proton and neutron combining in the nucleus of Y .
- C** An electron knocked out of X by collision with another atom.
- D** A neutron changing to a proton and an electron in the nucleus of X .

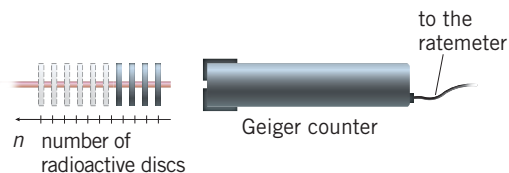
(*Trends in International Mathematics and Science Study, 2008/2009*)

- 11** How many neutrons are there in the nucleus of the atom ${}_{92}^{238}\text{U}$?

- A** 0
- B** 92
- C** 146
- D** 238

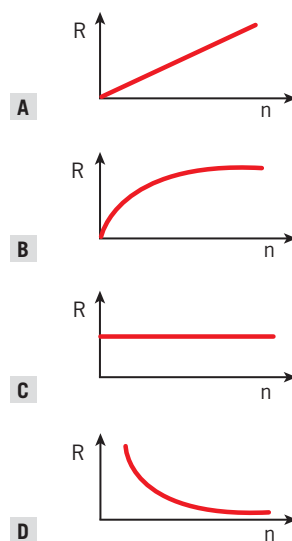
(*Trends in International Mathematics and Science Study, 2008/2009*)

- 12** Small very thin metallic discs of an alloy of ${}^{90}\text{Sr}$ are mounted on a rod a small distance from a Geiger counter, as shown in the figure.



${}^{90}\text{Sr}$ is a radioactive isotope producing only beta radiation.

- Which one of the following graphs best shows how the reading R of the Geiger counter ratemeter varies with n , the number of the discs on the rod?



(*Trends in International Mathematics and Science Study, 2008/2009*)



Joel Shawn/Shutterstock

1 LE FRONTIERE

Gli argomenti trattati in questo corso di fisica coprono, con qualche eccezione, le conoscenze che si avevano alla metà degli anni quaranta, appena dopo la fine della Seconda Guerra Mondiale.

Fu costruito allora il primo calcolatore a valvole e, nei successivi settant'anni, lo sviluppo di computer sempre più potenti ha aperto, in tutti i campi della scienza e dell'ingegneria, possibilità di calcolo e di predizione una volta impensabili. Nello stesso lasso di tempo, inoltre, *molte* conoscenze di base sono state rivoluzionate da grandi scoperte e invenzioni.

Per completare il quadro degli sviluppi della fisica, è quindi utile passare in rassegna i capitoli della fisica (nell'ordine in cui compaiono in questi volumi), sottolineando gli sviluppi concettuali, i problemi, e anche le applicazioni pratiche più recenti, per i quali l'uso dei computer ha aperto nuovi orizzonti.

Ogni elenco delle frontiere della fisica odierna è lungo e necessariamente incompleto. Gli argomenti che devono comparirvi, e che meritano ciascuno ulteriori approfondimenti, sono almeno una dozzina.

Statica e stabilità delle strutture

Le leggi della statica sono facili da applicare a sistemi semplici, quali una barra di metallo incastrata in un muro per un estremo.

L'uso estensivo dei computer permette oggi di calcolare con grande precisione gli sforzi a cui un materiale di una struttura complicata è sottoposto, applicando l'**analisi agli elementi finiti** (in inglese FEA = *Finite Element Analysis*), cioè suddividendo il corpo in un numero grandissimo di piccoli volumi di forma geometrica semplice.

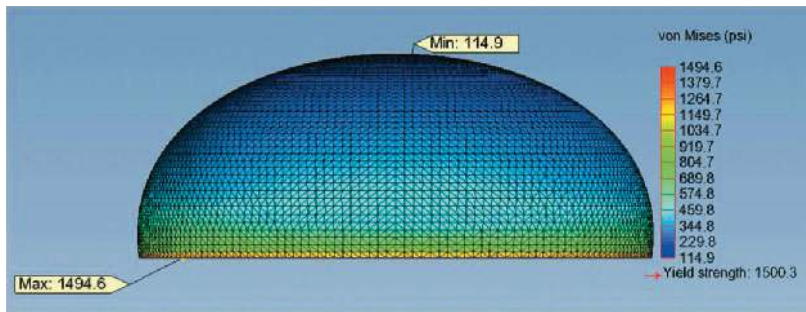


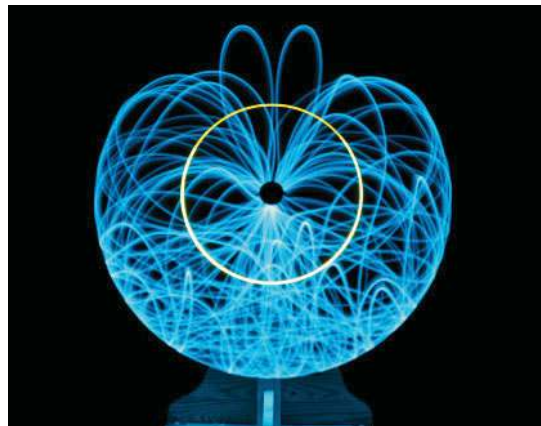
Figura 1 Gli sforzi all'interno di una cupola sono calcolati con un'analisi numerica agli elementi finiti.

Dal punto di vista accademico, questi importantissimi sviluppi sono considerati appartenere all'ingegneria e non alla fisica. Ma le conseguenze le si vedono soprattutto in architettura (**figura 2**).

Dinamica e caos deterministico

Come in tutti i capitoli della fisica, le equazioni di Newton permettono di calcolare analiticamente (cioè con una formula) soltanto i moti di sistemi molto semplici, quali le molle che oscillano e i corpi che scendono lungo un piano inclinato. Ovviamente, i moti dei sistemi più complicati possono essere calcolati numericamente con i computer. Ma così facendo negli anni sessanta ci si è imbattuti in comportamenti inattesi, che hanno dato origine a un nuovo campo della fisica: il **caos deterministico**.

La sorpresa fu causata dalla scoperta che in sistemi anche semplici, il cui moto è descritto da equazioni non lineari, un cambiamento infinitesimale delle condizioni iniziali porta a traiettorie che diventano rapidamente caotiche (**figura 3**). Si parla di *divergenza esponenziale* delle traiettorie. È questo il cosiddetto «effetto farfalla», che rende imprevedibile il futuro dei sistemi meccanici.



Oscillazioni caotiche

Il comportamento caotico di un pendolo doppio si può osservare visitando il sito:

- zink.to/pendolo_doppio.

Figura 3 L'estremità di un «pendolo doppio» percorre una traiettoria caotica, nel senso che un minuscolo cambiamento del punto di partenza dà luogo, dopo un piccolo numero di oscillazioni, a due traiettorie completamente diverse.

La scoperta dell'imprevedibilità dei sistemi meccanici *macroscopici* ha causato un grande cambiamento di prospettiva. Prima degli anni sessanta, la quasi totalità dei ricercatori pensava che in fisica le sole imprevedibilità derivassero dalla teoria quantistica, che si applica ai sistemi *atomici e subatomici*.

Termodinamica del non equilibrio

I sistemi termodinamici presi in considerazione in questo corso di fisica sono «uniformi»: la composizione chimica non cambia con il tempo e il loro stato è descritto da quantità macroscopiche (temperatura, pressione ecc.) che hanno dappertutto lo stesso valore. D'altra parte i **sistemi lontani dall'equilibrio** sono quelli più comuni e più importanti in natura. In una cellula, ad esempio, materiali di diversa composizione chimica entrano ed escono e la temperatura varia da un punto all'altro.

La termodinamica dei sistemi lontani dall'equilibrio ha avuto i suoi principali sviluppi a partire dal dopoguerra. Tuttavia le difficoltà dei problemi trattati sono così tante che le conclusioni certe sono, ancora oggi, poche e controverse.

Fisica della Terra solida

Per spiegare tutti i fenomeni che accadono nella crosta terrestre, quando la si osserva su grande scala, si usa il modello della **tettonica delle placche** (o **tettonica a zolle**, dal greco *τέκτων*, *tektōn* = costruttore). Si spiegano così l'orogenesi, cioè l'origine delle montagne, l'attività sismica e la distribuzione dei vulcani.

Come è mostrato nella **figura 4**, quando due placche continentali entrano in collisione, o si comprimono a vicenda oppure una delle due viene subdotta con la conseguente formazione di catene montuose. Così, per esempio, è nata la catena dell'Himalaya.



Figura 4 Formazione di una catena montuosa nella collisione di due placche continentali.

La previsione dei terremoti è un altro tema su cui i geofisici lavorano da molti decenni, ma le difficoltà sono molte e nella maggior parte dei casi conoscere in anticipo tempi ed epicentri è ancora impossibile.

Meteorologia e climatologia



Figura 5 Previsione su una settimana della traiettoria dell'uragano Irene (mercoledì 24 agosto 2011). In questo caso i danni furono inferiori al previsto.

Questi sono argomenti familiari: all'avvicinarsi di ogni weekend le **previsioni meteorologiche** interessano tutti, mentre della climatologia si parla molto a causa del **riscaldamento globale**.

Le equazioni dell'atmosfera terrestre sono note ma complicatissime, tanto che in questo corso non se ne è parlato. I più potenti calcolatori del mondo le elaborano giorno e notte a Reading, a sessanta chilometri da Londra, dove ha sede lo *European Centre for Medium-Range Weather Forecasts* (ECMWF). Le previsioni sono continuamente controllate e migliorate, confrontando i risultati dei calcoli con le immagini prese dai satelliti.

Anche le traiettorie degli uragani (**figura 5**) possono essere calcolate mediante i computer: la previsione è essenziale per dare alle autorità il tempo di avvertire le popolazioni in pericolo, senza generare panico inutile.

Biofisica

Visitando il sito web della Società americana dei biofisici (*Biophysics Society*) si legge: «la biofisica accetta la sfida di colmare la distanza tra **la complessità della vita e la semplicità delle leggi fisiche**».

L'esperienza ha mostrato che, studiando le strutture dei viventi e analizzandole con i metodi della fisica e della matematica, si possono compiere straordinarie sintesi di pensiero. L'esempio citato più frequentemente è la scoperta della struttura a doppia elica del DNA, fatta nel 1953 applicando la tecnica di diffrazione dei raggi X.

Oggi con i grandi acceleratori di elettroni, che producono fasci di raggi X molto più potenti e precisi, si ricostruisce la struttura spaziale delle proteine e di organelli ancora più complicati (figura 6). Poi, mediante i computer, si cerca di determinare come questa struttura si realizzi, a partire da una catena unidimensionale di amminoacidi, risolvendo il problema fisico che porta il nome inglese di «**protein folding**».

La biofisica studia, oltre all'architettura delle molecole e delle strutture biologiche, il flusso di energia nei sistemi biologici, le applicazioni della termodinamica e della fisica quantistica ai viventi, le interazioni delle radiazioni con i sistemi biologici, ecc. I risultati ottenuti su quest'ultima frontiera, la **radiobiologia**, sono essenziali per la radioterapia dei tumori.

Fisica medica

Per la diagnostica medica e la terapia dei tumori si usano molti strumenti che sono applicazioni dirette dei principi della fisica. Basti pensare agli acceleratori lineari, i linac, che in Italia sono utilizzati per trattare con **fasci di raggi X** circa 120 000 pazienti all'anno. Oppure i piccoli ciclotroni che quotidianamente producono il fluoro-18 radioattivo che, legato a uno zucchero, è immesso nelle vene di un paziente e permette di determinare i contorni di un tumore solido con la **tecnica PET** (*Positron Emission Tomography*).

Sono due esempi del fatto che i nuovi e sempre più sofisticati strumenti sviluppati per la ricerca in fisica fondamentale (per esempio, la fisica degli acceleratori, figura 7) trovano spesso applicazione in campo medico, a conferma del motto: «la fisica è una, bella e *utile*».

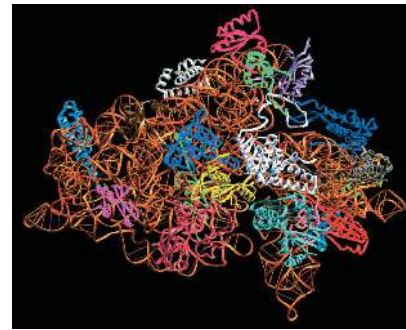


Figura 6 La struttura di un ribosoma, la fabbrica delle proteine presente in molte copie in ogni cellula animale, è stata ricostruita con la diffrazione di un fascio di raggi X prodotto dal sincrotrone per elettroni di HASYLAB, ad Amburgo.

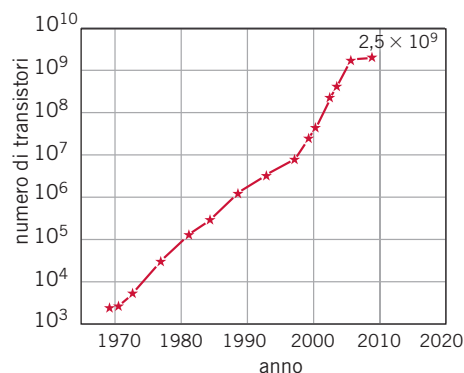
Figura 7 Il sincrotrone del Centro Nazionale di Adroterapia Oncologica di Pavia, progettato dalla fondazione TERA e costruito dalla fondazione CNAO e dall'INFN, è utilizzato per trattare tumori solidi profondi, anche radioresistenti, con fasci di protoni e di ioni carbonio.

Fisica dello stato solido

Senza la meccanica quantistica non sarebbe possibile spiegare i legami chimici, la struttura dei metalli, la superconduttività, la superfluidità ecc.

Le applicazioni pratiche della fisica dello stato solido sono innumerevoli: dalla produzione di materiali superconduttori alla costruzione di treni che viaggiano senza toccare le rotaie, alla produzione di processori di silicio contenenti molti miliardi di transistori.

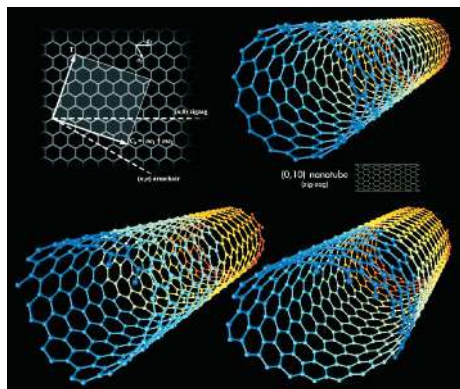
Figura 8 Numero medio di transistori al silicio di un singolo processore in funzione dell'anno di costruzione. Le dimensioni sono tanto piccole che la tecnica è giunta al suo limite naturale e l'aumento esponenziale non potrà continuare a lungo.



La **figura 8** mostra che il numero di **transistori** presenti in un processore è aumentato in modo quasi esponenziale tra il 1970 e il 2010 a seguito della riduzione delle loro dimensioni.

Negli ultimi anni hanno acquistato grande rilievo le **nanotecnologie**, in particolare la produzione di materiali con speciali proprietà, come i nanotubi di carbonio – scoperti in Russia negli anni Cinquanta – e il grafene – ottenuto per la prima volta nel 2005 in Gran Bretagna dai fisici di origine russa Andrej Gejm e Konstantin Novosëlov.

Figura 9 Nanotubi di carbonio con una o più pareti sono prodotti industrialmente in grandi quantità.



I nanotubi (**figura 9**) hanno trovato un gran numero di utilizzazioni perché, a parità di dimensioni (dell'ordine del nanometro), sono più resistenti, più elastici, più flessibili e migliori conduttori del calore di tutti gli altri materiali. Sono anche impiegati in campo medico per produrre contenitori di dimensioni nanometriche che, attraverso il flusso sanguigno, sono in grado di trasportare una sostanza curativa alle cellule che ne hanno bisogno.

Il grafene

Il grafene si ottiene in laboratorio dai cristalli di grafite ed è costituito da atomi di carbonio disposti in un piano, a formare piccole celle esagonali. Il suo spessore equivale quindi a quello di un atomo di carbonio.

Il grafene, un'inattesa scoperta scientifica che ha portato il premio Nobel nel 2010 ai due scopritori, ha subito trovato un'applicazione pratica nella riduzione delle dimensioni dei transistori. Molti esperti sono convinti che sarà così possibile continuare ad aumentare esponenzialmente il numero di transistori di un processore, una possibilità che non è più data – come mostra la **figura 7** – dai transistori in silicio.

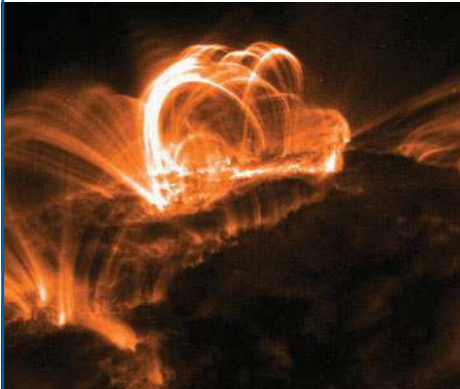
Fisica del plasma

Si ottiene un plasma scaldando un gas a temperature abbastanza elevate da strappare una certa frazione degli elettroni dagli atomi. Questo *gas ionizzato* è globalmente neutro ma conduttore, perché gli elettroni e gli ioni positivi sono liberi di muoversi sotto l'effetto di un campo elettrico e, muovendosi, generano a loro volta campi elettrici e magnetici. Inoltre, il loro moto è fortemente influenzato dai campi magnetici esterni.

All'aumentare della temperatura di un corpo si passa attraverso gli stati solido, liquido e gassoso e si giunge a questo **quarto stato della materia**, il più diffuso nell'Universo pur essendo l'ultimo a essere stato studiato dai fisici.

Per sottolineare l'importanza teorica e pratica dello studio del plasma, o meglio dei plasmi, basta qualche esempio: sono plasmi l'interno delle stelle, la superficie del Sole, le nebulose interstellari, le molecole della stratosfera dove si formano le aurore boreali.

► Un tipico «solar flare» osservato nel settembre del 2005, alle lunghezze d'onda dei raggi X, dal satellite americano TRACE.



A

► I flussi di particelle emessi dalla superficie del Sole, in particolare nei periodi di attività, producono le aurore boreali.



B

Le applicazioni pratiche sono poi numerosissime: il taglio al plasma, tecnica per tagliare lastre di acciaio e di altri metalli con speciali *torce al plasma*; la produzione di energia da fusione nucleare nel gas deuterio-trizio contenuto in un tokamak; il trattamento al plasma di superfici, per modificarne diverse caratteristiche (adesività, permeabilità, ecc.) e prepararle a trattamenti successivi; i tubi al neon; la propulsione spaziale; gli schermi al plasma dei televisori.

Astrofisica

L'osservazione e lo studio degli astri ha affascinato gli uomini fin dall'inizio della sua storia. Negli ultimi cinquant'anni all'osservazione del cielo notturno con telescopi di diametro sempre maggiore – in grado di determinare la costituzione chimica di astri lontani miliardi di anni-luce – si è aggiunta una serie molto lunga di nuovi strumenti. Questi innovativi «telescopi» permettono di osservare tutte le radiazioni elettromagnetiche che ci giungono dallo spazio, a partire dalla luce infrarossa, passando per le microonde fino alle onde radio.

Abbiamo così appreso che i cento miliardi di stelle, che costituiscono i cento miliardi di galassie dell'Universo osservabile con gli strumenti più potenti, sono in continuo divenire. I fenomeni più spettacolari sono i buchi neri e le supernove (figura 10).

Durante queste esplosioni sono prodotte particelle veloci di altissima energia, alcune delle quali giungono sulla Terra come «raggi cosmici».

Fisica delle particelle fondamentali

Alla fine della Seconda Guerra Mondiale i fisici conoscevano soltanto tre tipi di particelle fondamentali: i protoni, i neutroni e gli elettroni. Subito dopo, negli eventi di collisione dei raggi cosmici con la materia, furono scoperte le prime particelle instabili, quali il pione e il muone.

Il tokamak

Il tokamak è un apparato utilizzato dai ricercatori per la sperimentazione sulla futura produzione di energia nucleare a partire dalla fusione, invece che dalla fissione. Gli isotopi dell'idrogeno deuterio e trizio sono confinati da campi magnetici a formare un plasma a più di dieci milioni di gradi, in cui possa avvenire la reazione di fusione dei nuclei.

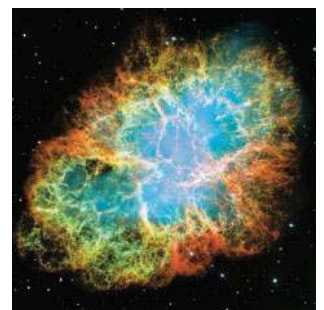


Figura 10 Simulazione al computer dell'esplosione di una supernova.

A partire dagli anni sessanta, nelle collisioni tra particelle rese possibili dalla costruzione di acceleratori di particelle sempre più potenti, ne sono state scoperte molte altre centinaia con masse maggiori e vite medie brevissime.

Attualmente tutte queste particelle e le forze con cui interagiscono tra loro sono descritte dal cosiddetto Modello Standard, in cui compaiono 25 particelle «fondamentali» e dove la fisica quantistica si fonde con la relatività ristretta.

Fisica cosmoparticellare

Negli ultimi dieci anni è stato possibile misurare con precisione l'età dell'Universo: esso ha ben 13,7 miliardi di anni. Inoltre, grazie ai nuovi «telescopi», capaci di captare radiazioni elettromagnetiche di tutte le lunghezze d'onda, è stato possibile osservare come l'Universo si è evoluto a partire da 370 000 anni dopo il Big Bang.

Prima di questo tempo il cosmo era un plasma atomico fatto essenzialmente di idrogeno (al 96%) e di elio, una «zuppa primordiale» quasi completamente omogenea, che si espandeva raffreddandosi. I fenomeni osservati negli acceleratori di particelle di energia crescente riproducono le condizioni che si avevano in questa zuppa a temperature sempre maggiori e quindi a tempi sempre anteriori. La regola è semplice: a un aumento dell'energia delle collisioni di un fattore 10 corrisponde un balzo indietro nel tempo di un fattore 100. Le collisioni nell'LHC – simili a quelle della [figura 11](#) – permettono di conoscere cosa succedeva nella zuppa cosmica 10^{-12} secondi dopo il Big Bang.

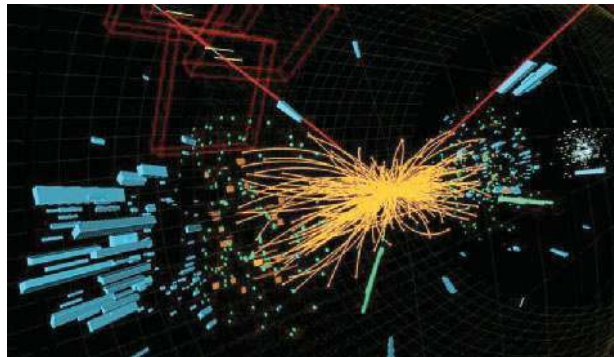


Figura 11 Evento osservato dal rivelatore CMS al Large Hadron Collider (LHC) del CERN: è il frutto di una collisione protone-protone a 7000 GeV di energia.

Proprio per questa stretta relazione tra lo studio dei primi secondi di vita del Cosmo e la fisica delle particelle si parla di «**fisica cosmoparticellare**».

Dei dodici campi di ricerca fin qui descritti, parleremo con maggior dettaglio solo di uno: la fisica delle particelle. Si apre così la strada a considerazioni globali sulle prospettive future di unificazione delle nostre conoscenze fisiche e sulla scienza in generale; a questi argomenti è dedicato l'ultimo capitolo del corso.

2

L'INIZIO DELLA FISICA DELLE PARTICELLE: IL POSITONE E IL MUONE

Le antiparticelle e l'antimateria

Esiste un flusso continuo di particelle che dallo spazio giunge fino alla superficie della Terra. Queste particelle, nel loro complesso, sono dette **raggi cosmici**.

Proprio osservando i raggi cosmici, nel 1932 il fisico statunitense Carl D. Anderson (1905-1991) rilevò la presenza di una particella della stessa massa dell'elettrone, ma carica di segno opposto. Egli utilizzò una *camera a nebbia* (un dispositivo che permette di visualizzare il passaggio di particelle elettricamente cariche) posta all'interno di un campo magnetico. Quest'ultimo, curvando la traiettoria della particella, serviva a determinare il segno della sua carica e la sua energia (figura 12).

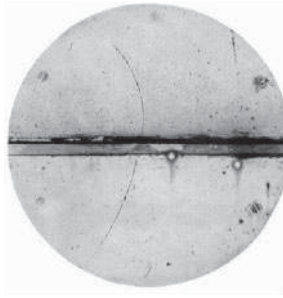


Figura 12 Foto con cui Carl Anderson provò sperimentalmente che i raggi cosmici producono particelle di carica positiva e massa prossima a quella di un elettrone.

Immagini analoghe, ottenute con camere a nebbia o con emulsioni fotografiche, mostrarono che la nuova particella viene sempre creata in coppia con un elettrone. La *creazione* avviene a spese di un fotone gamma, che deve fornire l'energia corrispondente alla massa delle due particelle, più la loro energia cinetica (figura 13).

Fu chiaro così che

la particella individuata da Anderson era l'antiparticella dell'elettrone, cioè una particella con la stessa massa dell'elettrone, ma carica opposta.

Questa particella in italiano si chiama **positone** e in inglese «positron».

In seguito sono state osservate sperimentalmente anche le antiparticelle del protone e del neutrone: nel 1955 l'antiprotone, da Owe Chamberlain ed Emilio Segrè; nel 1956 l'antineutrone, da Bruce Cork e collaboratori.

Nel 1936 lo stesso Carl Anderson identificò nella radiazione cosmica un'altra particella (ora chiamata **muone** e indicata con il simbolo μ^-), che ha massa circa 200 volte maggiore di quella dell'elettrone e stessa carica. Visto che le masse dell'elettrone e del muone sono decisamente minori di quelle dei neutroni e dei protoni, queste particelle vennero indicate collettivamente come **leptoni**, dalla parola greca *leptos* che significa «sottile, leggero».

Si dovettero attendere quarant'anni perché Martin Lewis Perl e i suoi collaboratori dello Stanford Linear Accelerator Center (SLAC) scoprirono (figura 14) una particella con le stesse caratteristiche generali dell'elettrone e del muone, ma con massa decisamente maggiore (circa 3500 volte quella dell'elettrone): il tauone.



Lawrence Berkeley Laboratory/SciencePhotoLibrary

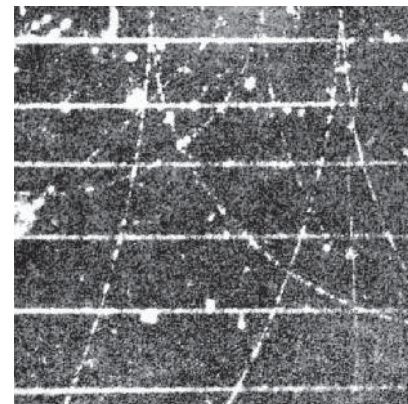


Figura 13 In questa foto di camera a nebbia tre fotoni provenienti dall'alto producono, urtando alcuni nuclei, tre coppie elettrone-positone. Le due particelle di ciascuna coppia hanno cariche opposte: le loro traiettorie sono curvate in versi opposti dal campo magnetico, che è perpendicolare al foglio.

La camera a nebbia

Il passaggio di una particella carica veloce in una miscela di gas, mantenuto in opportune condizioni di temperatura e pressione, produce una serie quasi continua di goccioline di nebbia, che mettono in evidenza la traiettoria percorsa.

Figura 14 La scoperta del tauone fu fatta nel 1975 da Martin Perl e collaboratori, utilizzando il rivelatore MARK I montato sull'anello elettrone-positone SPEAR dello SLAC. I tauoni erano creati nelle annichilazioni elettrone-positone che avvenivano al centro del rivelatore, di forma esagonale.

3 I NEUTRINI

Sin dagli anni Trenta si sapeva che, nel decadimento «beta» radioattivo dei nuclei atomici, venivano emessi spontaneamente un elettrone e una particella neutra, molto più leggera di un elettrone: una sorta di «elettrone neutro».

Fu Enrico Fermi che, a seguito di una battuta scherzosa del suo allievo Edoardo Amaldi, usò per primo in un congresso internazionale la parola «neutrino». Il nome la distingue dall'altra particella neutra e duemila volte più pesante dell'elettrone, scoperta in quegli anni da Chadwick: il neutrone.

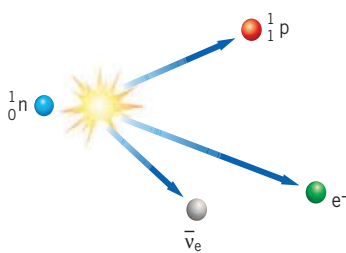


Figura 15 Rappresentazione del decadimento beta di un neutrone.

Antineutrino

Quando sono creati insieme due corpuscoli, in questo caso un elettrone negativo e un elettrone neutro, uno deve essere una particella e l'altra un'antiparticella. Essendo l'elettrone, per definizione, una particella, l'elettrone neutro è quindi un'antiparticella, indicata con il simbolo $\bar{\nu}_e$.

I ragazzi di Via Panisperna

Bruno Pontecorvo era il più giovane di quel gruppo di fisici che – guidato da Enrico Fermi e composto anche da Edoardo Amaldi, Emilio Segrè e Franco Rasetti – aveva scoperto negli anni Trenta la radioattività naturale prodotta dai neutroni.

Oggi descriviamo il decadimento «beta» del neutrone con la reazione:



rappresentata nella **figura 15**, dove $\bar{\nu}_e$ (con una barra sopra) indica un *anti*-neutrino, l'antiparticella del neutrino.

Dopo il 1960 furono scoperti i neutrini che corrispondono ai leptoni carichi muone e tauone e che sono indicati con i simboli ν_τ e ν_μ . Quindi

ai tre leptoni carichi sono associati tre neutrini: il neutrino-elettrone (neutrino- e), il neutrino-muone (neutrino- μ) e il neutrino-tauone (neutrino- τ).

La tabella mostra le proprietà fondamentali dei sei leptoni conosciuti. Nella terza colonna compare l'*energia di riposo* delle particelle – espressa in elettronvolt (eV) – che i fisici chiamano sbrigativamente «massa», dato che l'energia e la massa sono equivalenti secondo la relazione $E = mc^2$.

Proprietà dei leptoni

	Simbolo	Massa (eV)	Carica (e)	Spin (\hbar)	Vita media (s)
elettrone	e	$0,5110 \times 10^6$	-1	$\frac{1}{2}$	$> 10^{32}$
neutrino-elettrone	ν_e	$< 2,2$	0	$\frac{1}{2}$	-
muone	μ	$1,057 \times 10^8$	-1	$\frac{1}{2}$	$2,2 \times 10^{-6}$
neutrino-muone	ν_μ	$< 1,7 \times 10^5$	0	$\frac{1}{2}$	-
tauone	τ	$1,777 \times 10^9$	-1	$\frac{1}{2}$	$2,9 \times 10^{-13}$
neutrino-tauone	ν_τ	$< 1,6 \times 10^7$	0	$\frac{1}{2}$	-

I leptoni hanno spin $S = 1/2$ e sono quindi tutti fermioni, che obbediscono al principio di esclusione di Pauli. Le vite medie sono molto diverse: l'unico leptone stabile è l'elettrone che, essendo il più leggero, non può decadere in altre particelle.

Anche i neutrini, che hanno masse molto – ma molto – più piccole, non possono decadere. La loro vita media non è però infinita perché, mentre si propagano, i neutrini si trasformano continuamente l'uno nell'altro a causa del fenomeno delle «oscillazioni di neutrino», predetto dal fisico italo-russo Bruno Pontecorvo.

La tabella mostra che

i leptoni si raggruppano naturalmente in tre «famiglie», ciascuna delle quali è formata da un leptone carico e da un leptone neutro: la famiglia dell'elettrone, la famiglia del muone e la famiglia del tauone.

4 LE PARTICELLE NUCLEARI INSTABILI

Sin dal 1932, grazie agli esperimenti di Rutherford e di Chadwick, si sapeva che il nucleo dell'atomo è composto di protoni (positivi) e neutroni (neutri), tenuti insieme da una forza nucleare che, alle piccole distanze, è molto più intensa di quella elettromagnetica.

Nel 1947 furono individuate nella radiazione cosmica altre particelle, che sono soggette all'intensa forza nucleare e perciò cambiano direzione di moto quando collidono con i protoni e i neutroni di un nucleo della materia.

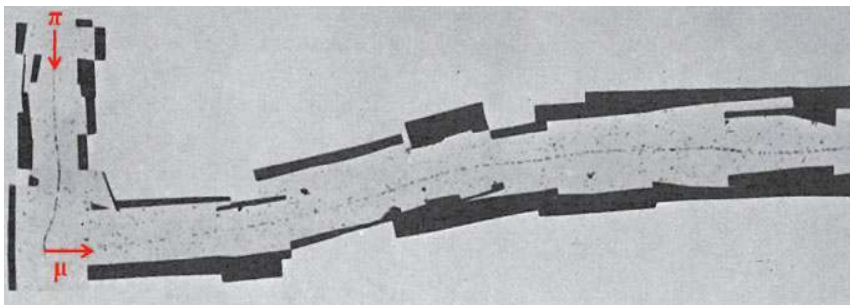
I mesoni

La scoperta, fatta dal fisico britannico Cecil Powell (1903-1969), dal brasiliano César Lattes (1924-2005) e dall'italiano Giuseppe Occhialini (1907-1993) (figura 16), fu resa possibile dall'adozione di una nuova tecnica sperimentale, basata sull'uso di emulsioni fotografiche simili a quelle utilizzate nelle comuni pellicole.

Si era infatti osservato che le particelle cariche della radiazione cosmica, attraversando queste emulsioni, le impressionano e lasciano una traccia del proprio passaggio. Così, pacchi di emulsioni fotografiche furono portati da Occhialini in montagna ad alta quota (per minimizzare l'assorbimento dei raggi cosmici da parte dell'atmosfera) e lasciati a lungo sotto l'azione della radiazione cosmica. Una volta sviluppate, le emulsioni furono studiate al microscopio per individuare i segni lasciati dalle particelle cariche.

Negli anni seguenti, per ridurre ulteriormente l'assorbimento da parte dell'aria, le emulsioni venivano caricate su palloni sonda (figura 17) che passavano molti giorni nella stratosfera.

La figura 18 mostra uno dei risultati sperimentali originali che portarono alla scoperta della prima particella instabile sensibile all'effetto delle forze nucleari. Essa fu chiamata *mesone pi greco* o *pione* ed è indicata con il simbolo π .



Nella foto si vede che il pione percorre un tratto verticale piuttosto breve e che poi decade generando un muone (simbolo μ , traccia orizzontale nella foto) che ha una vita media molto più lunga del π : ciò è testimoniato dal fatto che la traccia lasciata nell'emulsione è tanto lunga da uscire dall'emulsione stessa.

Esistono due pioni di massa uguale e carica opposta: la particella π di carica positiva, indicata con il simbolo π^+ , e la sua antiparticella, indicata come π^- . Esiste inoltre il pione neutro π^0 , che ha vita media circa un miliardo di volte più breve ed è l'antiparticella di se stesso.

Tutti e tre i pioni hanno una massa attorno ai 140 MeV, quindi intermedia tra la massa di 0,51 MeV dell'elettrone e i quasi 1000 MeV dei nucleoni. Altre particelle scoperte in seguito hanno masse analoghe a queste, così

i corpuscoli con massa «a metà strada» tra l'elettrone e i nucleoni vennero chiamati collettivamente dapprima *mesotroni* e poi *mesoni*

dal greco *mesos* = «intermedio». La tabella seguente mostra i mesoni più leggeri oggi noti con le loro principali caratteristiche.



Figura 16 Giuseppe (Beppo) Occhialini scoprì nei raggi cosmici il positone, con Patrick Blackett (a destra nella foto), usando una camera a nebbia e il pione, con Cecil Frank Powell, usando le emulsioni fotografiche.



Figura 17 Lancio di palloni aerostatici per lo studio dei raggi cosmici in quota, effettuato a Cremona nel 1955 dalla sezione dell'INFN (fonte INFN).

Figura 18 Un pione carico decade, con una vita media di $2,6 \times 10^{-8}$ s, in un muone dello stesso segno e un neutrino- μ che, essendo neutro, non lascia traccia.

Proprietà dei mesoni

Nome	Simbolo	Massa (MeV)	Carica (e)	Spin (\hbar)	Vita media (s)
Pione carico	π^\pm	139,6	± 1	0	$2,60 \times 10^{-8}$
Pione neutro	π^0	135,0	0	0	$8,4 \times 10^{-17}$
Kaone carico	K^\pm	493,7	± 1	0	$1,24 \times 10^{-8}$
Kaone neutro	K^0	497,6	0	0	(*)
Mesone eta	η	547,9	0	0	$5,0 \times 10^{-19}$
Mesone eta primo	η'	957,8	0	0	$2,4 \times 10^{-21}$

(*) La vita media del kaone neutro può essere $5,17 \times 10^{-8}$ s oppure $8,94 \times 10^{-11}$ s a seconda delle modalità di decadimento.

I barioni

Studiando le interazioni dei raggi cosmici, nel 1947 fu riconosciuta anche l'esistenza di una particella che ha massa pari a circa 1,2 volte quella del protone, ora chiamata lambda-zero: Λ^0 . Si trattava solo del primo esemplare di una numerosa famiglia di nuove particelle con proprietà analoghe a quelle dei nucleoni.

Il protone, il neutrone, la particella lambda e tutte le altre particelle analoghe – scoperte a partire dagli anni Cinquanta facendo uso degli acceleratori di particelle – sono collettivamente denominate **barioni**, cioè particelle pesanti

dal greco *barys* = «pesante». Nella tabella sono elencati i barioni più leggeri e le loro principali caratteristiche.

Proprietà dei barioni instabili

Nome	Simbolo	Massa (MeV)	Carica (e)	Spin (\hbar)	Vita media (s)
protone	p		+1	$\frac{1}{2}$	
neutrone	n		0	$\frac{1}{2}$	
Lambda-zero	Λ^0	1115,7	0	$\frac{1}{2}$	$2,63 \times 10^{-10}$
Sigma-più	Σ^+	1189,4	+1	$\frac{1}{2}$	$8,02 \times 10^{-11}$
Sigma-zero	Σ^0	1192,6	0	$\frac{1}{2}$	$7,4 \times 10^{-20}$
Sigma-meno	Σ^-	1197,4	-1	$\frac{1}{2}$	$1,48 \times 10^{-10}$
Delta	Δ	1232,0	-1, 0, +1, 2	$\frac{3}{2}$	$5,58 \times 10^{-24}$
Csi-zero	Ξ^0	1314,8	0	$\frac{1}{2}$	$2,90 \times 10^{-10}$
Csi-meno	Ξ^-	1321,7	-1	$\frac{1}{2}$	$1,64 \times 10^{-10}$
Omega-meno	Ω^-	1672,4	-1	$\frac{3}{2}$	$8,21 \times 10^{-11}$

Tutti i barioni, tranne il protone e il neutrone, hanno vite medie molto brevi. Poiché lo spin è sempre frazionario, essi sono fermioni che obbediscono al principio di esclusione di Pauli.

I mesoni e i barioni sono detti collettivamente «adroni»; i primi sono bosoni e i secondi sono fermioni.

Gli adroni

Adrós in greco vuol dire «forte» e il nome «adroni» sta proprio a indicare il tipo di forza con cui queste particelle interagiscono: la forza forte, che è discussa nel paragrafo 6.

5 LE PARTICELLE-MATERIA FONDAMENTALI

I mesoni pi greco e kappa e i primi eventi nei quali venivano prodotti i barioni lambda e sigma furono scoperti esponendo ai raggi cosmici blocchi di emulsioni nucleari sempre più grandi. Ma non sarebbe stato possibile osservare e studiare in dettaglio le proprietà dei leptoni più pesanti e delle particelle elencate nelle ultime due tabelle, se i fisici non avessero inventato e sviluppato acceleratori di particelle sempre più potenti e rivelatori più rapidi e più flessibili delle camere a nebbia e delle emulsioni.

All'inizio degli anni Sessanta entrarono in funzione, in Europa e in USA, due acceleratori di protoni: il PS (*Proton Synchrotron*) al CERN e l'AGS (*Alternating Gradient Synchrotron*) a Brookhaven, su Long Island. Facendo collidere i protoni – estratti da queste macchine con energie dell'ordine dei 30 GeV (30 000 MeV) – con i protoni di un bersaglio di idrogeno, si poté per la prima volta osservare con grande precisione la creazione e il decadimento di nuove particelle.

Da allora sono stati costruiti acceleratori di diametro sempre maggiore (figura 19). L'ultimo è il Large Hadron Collider (LHC), entrato in funzione nel 2009.

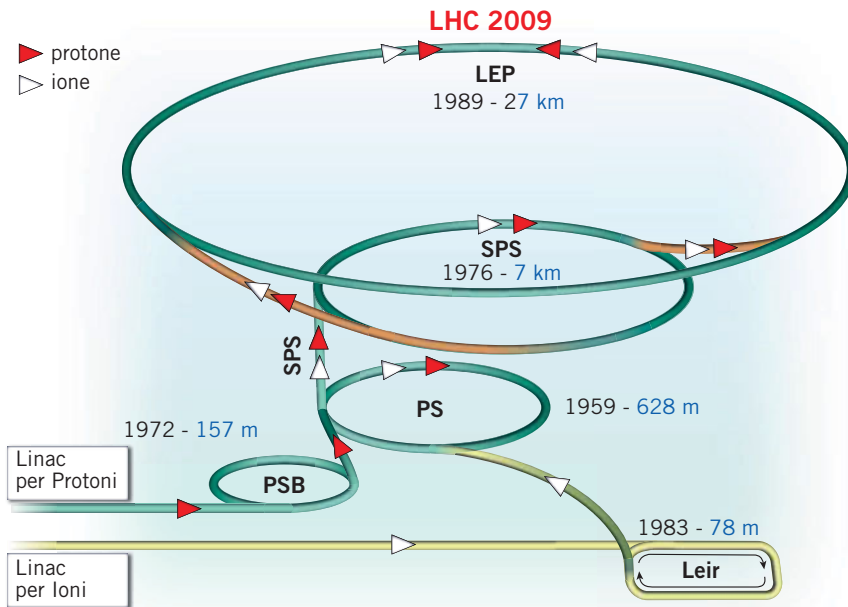


Figura 19 Gli acceleratori del CERN: PSB = PS Booster; LEIR = Low Energy Ion Ring; PS = Proton Synchrotron; SPS = Super Proton Synchrotron; LEP = Large Electron Positron collider; LHC = Large Hadron Collider.

Parallelamente alla costruzione di questi acceleratori, i fisici hanno sviluppato strumenti sempre più precisi e veloci per osservare le traiettorie delle particelle.

Negli anni sessanta dominavano le «camere a bolle», nelle quali un liquido è posto, per un tempo breve, in una condizione instabile di surriscaldamento. Analogamente a quanto avviene nelle camere a nebbia, lungo la traiettoria di una particella carica veloce si forma una serie di piccolissime bollicine, che possono essere fotografate a un tasso di ripetizione di una volta al secondo.

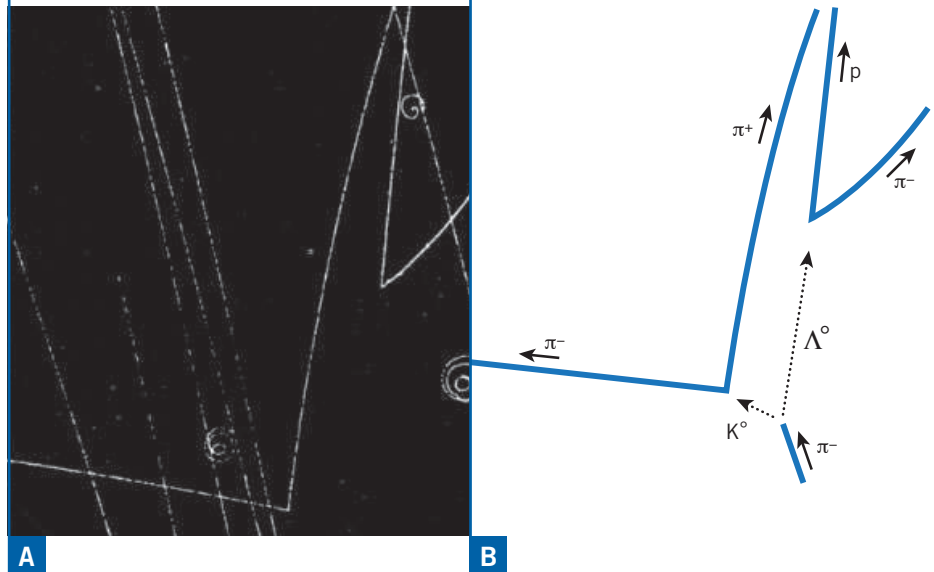
A partire dagli anni settanta, le camere a bolle furono sostituite dalle «camere a fili», nelle quali il passaggio di particelle cariche produce minuscole nuvole di elettroni, strappati alle molecole del gas attraversato. In questo caso la rivelazione è ottenuta non con una fotografia, ma misurando le cariche raccolte su decine di migliaia di fili immersi nel gas. Ancora più recentemente si sono costruiti «rivelatori al silicio», che determinano il punto di passaggio di una particella carica con precisioni della decina di micron. In generale, si può affermare che

i progressi fatti dalla fisica della particelle negli ultimi cinquant'anni sono dovuti allo sviluppo parallelo e sinergico degli acceleratori di particelle e degli strumenti – i «**rivelatori**» – utilizzati per misurare con precisione la traiettoria delle particelle e l'istante del loro passaggio.

Negli anni Sessanta e Settanta furono registrati con le camere a bolle, e poi esaminati, milioni di eventi di collisione e di decadimento di centinaia di particelle diverse. Per esempio

► in questo fotogramma un pione negativo urta un protone dell'idrogeno liquido che riempie la camera a bolle, e crea due particelle neutre che non lasciano traccia: il mesone K^0 e il barione Λ^0 .

► Il K^0 e il Λ^0 , così prodotti, danno luogo alle due « V », poiché decadono dopo un tempo brevissimo rispettivamente in due pioni carichi e in un protone e un pione negativo.



In questo modo furono studiati in dettaglio tutti gli adroni delle tabelle precedenti, molti dei quali erano già stati osservati con i raggi cosmici, e fu scoperto un numero via via crescente di adroni instabili.

Questa proliferazione di particelle indicava che esse non potevano essere particelle «elementari»; doveva trattarsi di corpuscoli composti di altre particelle più propriamente *fondamentali*. Furono così proposti molti modelli, uno dei quali porta ancora il nome di Fermi.

Fu solo nel 1964 che nacque l'ipotesi dei quark, avanzata in modo indipendente dal fisico statunitense Murray Gell-Mann e dal fisico di origine russa George Zweig e in seguito sperimentalmente verificata: i barioni sono costituiti da tre particelle fondamentali, che Gell-Mann chiamò «**quark**» e Zweig «**ace**» (assi) e i mesoni sono fatti di un quark e un antiquark (oppure un ace e un antiace). Come sappiamo, fu il primo di questi due termini a imporsi.

Oggi sappiamo che tutti i barioni delle due tabelle precedenti sono fatti di tre tipi di quark, che hanno carica *frazionaria* – se si misura la carica elettrica nella sua unità naturale, cioè la carica dell'elettrone, che vale $1,6 \times 10^{-19}$ coulomb.

Questi quark sono chiamati quark-*u* (simbolo *u*, che sta per «up»), quark-*d* (simbolo *d*, che sta per «down») e quark-*s* (simbolo *s*, «strange»).

Il nome «quark»

Murray Gell-Mann racconta di avere trovato il termine «quark» a pag. 383 della sua copia di *Finnegans Wake*, di James Joyce. Nel numero di pagina 383, il 3 richiama il numero di quark che costituiscono un barione e il numero 8 il numero dei barioni e mesoni più semplici.

Negli anni settanta e ottanta entrarono in funzione sincrotroni molto più potenti. Prima il PS (il *Proton Synchrotron*) al CERN e l'AGS (l'*Alternated Gradient Synchrotron*) a Brookhaven su Long Island, e poi altri sincrotroni più grandi e «collisori» di particelle, di diametro sempre maggiore, nei quali particelle che circolano in verso opposto collidono venendosi incontro quasi alla velocità della luce. Tra le particelle create in queste collisioni dalla trasformazione di energia in massa ne furono scoperte centinaia di nuove che risentono della forza nucleare; ciò portò alla scoperta di altri tre quark («charm», «beauty» o «bottom» e «truth» o «top»).

Proprietà dei quark					
Nome	Abbreviazione	Simbolo	Massa (GeV)	Carica (e)	Spin (\hbar)
up	quark- <i>u</i>	<i>u</i>	0,0024	2/3	1/2
down	quark- <i>d</i>	<i>d</i>	0,0048	-1/3	1/2
charm	quark- <i>c</i>	<i>c</i>	1,27	2/3	1/2
strange	quark- <i>s</i>	<i>s</i>	0,14	-1/3	1/2
top	quark- <i>t</i>	<i>t</i>	171	2/3	1/2
bottom	quark- <i>b</i>	<i>b</i>	4,2	-1/3	1/2

In natura esistono quindi sei particelle-materia fondamentali, che risentono delle forze nucleari, così come esistono sei leptoni. Inoltre, come mostra la **figura 20**, anche i sei quark sono strutturati, come i leptoni, in tre famiglie di massa crescente.

massa →	2.4 MeV	1.27 GeV	173 GeV
carica →	2/3	2/3	2/3
spin →	1/2	1/2	1/2
quark	u up	c con charme	t top
	d down	s strano	b bello
	4.8 MeV -1/3 1/2	104 MeV -1/3 1/2	4.2 GeV -1/3 1/2
leptoni	< 2.2 eV 0 1/2 ν_e neutrino- elettrone	< 0.17 MeV 0 1/2 ν_μ neutrino- muone	< 15.5 MeV 0 1/2 ν_τ neutrino- tauone
	0.511 MeV -1 1/2 e elettrone	105.7 MeV -1 1/2 μ muone	1.777 GeV -1 1/2 τ tauone
	FAMIGLIA	1 ^a	2 ^a

Figura 20 Le tre famiglie di particelle-materia.

Quindi:

esistono dodici particelle-materia raggruppate in tre famiglie: sei leptoni e sei quark. Sono tutti fermioni di spin $\frac{1}{2}$.

Le centinaia di barioni sono fatti di tre quark, mentre gli antibarioni sono fatti di tre antiquark. Per fare qualche esempio, il protone è costituito da due quark «up» e un «down» (struttura *uud*), mentre il neutrone è formato da un quark «up» e due «down» (struttura *udd*). Sulla base della tabella precedente possiamo infatti calcolare che, in unità di *e*:

- la carica del protone risulta $2 \times \frac{2}{3} + \left(-\frac{1}{3}\right) = 1$;
- la carica del neutrone risulta $\frac{2}{3} + 2 \times \left(-\frac{1}{3}\right) = 0$.

Notazione per le antiparticelle

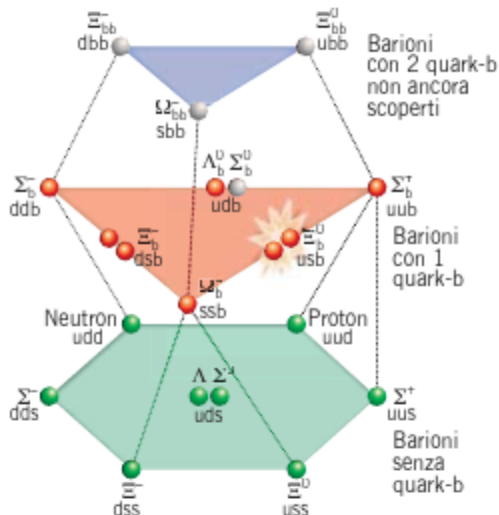
Come per l'antineutrino $\bar{\nu}_e$, tutte le antiparticelle sono indicate con lo stesso simbolo della particella corrispondente, sormontato da un trattino orizzontale.

Come sappiamo, protoni e neutroni si legano a formare i nuclei; con l'aggiunta degli elettroni otteniamo gli atomi. Così, tutta la materia ordinaria che esiste nell'Universo si spiega con tre sole particelle-materia fondamentali: l'elettrone (e^-) e i due quark u e d .

Le altre particelle osservate, così importanti per la comprensione delle leggi della fisica, sono instabili e decadono fino a giungere alle componenti stabili e^- , u e d . Esse possono essere create, grazie alla relazione di Einstein $E = mc^2$, in fenomeni energetici che avvengono nei raggi cosmici e negli acceleratori di particelle.

In sintesi:

i barioni sono formati da tre quark, mentre i mesoni sono formati da un quark e da un antiquark.



Per esempio il pione positivo è formato da un quark «up» e da un «anti-down» (struttura $u\bar{d}$). Il Kaone carico positivamente ha invece struttura $u\bar{s}$ mentre quello negativo, che è l'antiparticella corrispondente, ha struttura $s\bar{u}$.

Nella figura 21 sono riportate le strutture a quark di 19 barioni che contengono 0, 1 e 2 quark-*b*. I tre barioni con due quark-*b* sono predetti dal modello a quark degli adroni, ma non sono stati ancora scoperti. Il barione di composizione usb è stato scoperto nel 2011.

Figura 21 I barioni sono classificati in tripletti, ottetti e decupletti che permettono di costruire figure regolari simili a quelle di questa figura.

Si conoscono centinaia di adroni, la cui struttura è sempre ben spiegata dal modello a quark, e se ne scoprono continuamente di nuovi.

6 LE FORZE ELETTROMAGNETICA E FORTE

Negli anni quaranta del secolo scorso venne portata a compimento l'elettrodinamica quantistica (nota come QED, dall'inglese *Quantum ElectroDynamics*), cioè la teoria che descrive le interazioni tra le cariche elettriche delle particelle subatomiche. Si trattò della prima teoria capace di mettere insieme la fisica quantistica – cioè la descrizione ondulatoria delle particelle e i loro fenomeni di creazione e annichilazione – con la relatività ristretta, che descrive il moto di particelle che hanno velocità prossima a quella della luce.

Scambio della particella-forza fotone

Per comprendere l'argomento che sta alla base della descrizione dei fenomeni di collisione in QED, consideriamo il caso semplice di due elettroni (due «particelle-materia» cariche) che si vengono incontro a velocità prossima alla velocità della luce. Pensando gli elettroni come minuscoli corpuscoli, possiamo rappresentare la collisione con il disegno di **figura 22**: dopo l'urto gli elettroni si muovono in direzioni diverse da quelle iniziali.

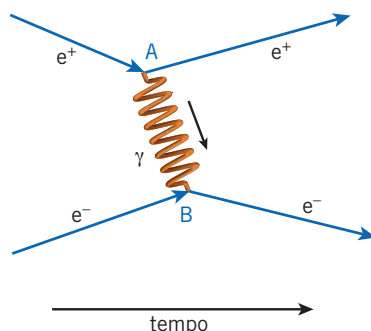


Figura 22 La diffusione di due elettroni è dovuta allo scambio di un fotone, che è il «mediatore» dell'interazione.

Questo cambiamento di direzione è dovuto, secondo la QED, allo scambio di una «particella-forza» che, emessa da uno dei elettroni, è assorbita dall'altro. Questo scambio causa un cambiamento del moto delle particelle coinvolte, così come lo scambio del pallone tra i ragazzi di **figura 23** fa allontanare le barche.

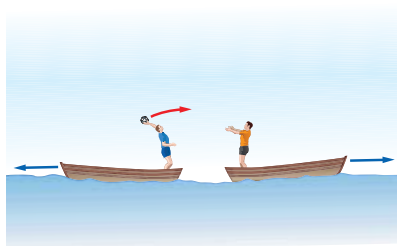


Figura 23 Lo scambio del pallone causa l'allontanamento delle barche, producendo lo stesso effetto di una forza repulsiva.

In generale si può affermare che

ogni forza tra particelle-materia è mediata dallo scambio di un tipo particolare di particella-forza che, per questo, è detta *mediatore* dell'interazione.

La collisione della figura è dovuta alla forza elettromagnetica, che è conseguenza dello scambio di una particella elettricamente neutra chiamata **fotone virtuale**. Questa particella è della stessa natura dei granuli di energia che costituiscono la luce e che sono emessi dagli apparati a raggi X. Pertanto è un bosone di massa nulla e spin 1, che però non è identico a un fotone «reale» emesso, per esempio, da una lampadina.

Particelle-forza virtuali

Qual è la differenza tra un fotone *reale* e un fotone *virtuale*?

Una lampadina emette un fotone reale che, trasportando energia e quantità di moto, può propagarsi fino a grandi distanze dal punto di emissione.

Secondo le leggi della fisica classica, invece, un elettrone singolo, che si muove nello spazio vuoto, non può emettere un fotone per mancanza di energia, come si verifica facilmente osservando il fenomeno dal punto di vista dell'elettrone che sta per emetterlo.

Nel suo sistema di riferimento l'elettrone è fermo e possiede soltanto l'energia dovuta al fatto che la sua massa è lì, presente ma a riposo. Questa è evidentemente l'energia *minima* che l'elettrone può possedere.

Supponiamo che a un certo istante l'elettrone emetta un fotone e, così facendo, rinculi. Dopo l'emissione, nel sistema di riferimento iniziale il sistema elettrone-fotone ha necessariamente un'energia uguale alla somma dell'energia di riposo dell'elettrone *più* le energie cinetiche dell'elettrone (che ora, rinculando, si muove) e del fotone. Quindi l'energia totale finale del sistema elettrone-fotone è *più grande* dell'e-

Forze chimiche

Gli atomi, nel loro complesso neutri, si attraggono a formare molecole complesse, per effetto delle forze elettromagnetiche: l'attrazione elettrica, che tiene insieme il nucleo e gli elettroni, trabocca al di là dei confini alquanto indefiniti dell'atomo stesso, agendo sugli atomi vicini.

Azione a distanza

Secondo l'elettromagnetismo di Maxwell una carica in moto produce un campo elettrico e un campo magnetico i quali, a loro volta, agiscono sulle cariche lontane. La spiegazione della fisica quantistica è più intuitiva: la forza a distanza tra due cariche elettriche non è altro che l'effetto dello scambio di un fotone.

nergia totale dell'elettrone che, da solo, costituiva il sistema di partenza.

In sintesi, l'emissione del fotone comporta una violazione della legge di conservazione dell'energia e, quindi, secondo la fisica classica questa emissione non può avvenire.

Questo argomento sembrerebbe escludere lo scambio del fotone rappresentato nella **figura 21**. Ma non è così perché nel mondo subatomico, dove domina la fisica quantistica, l'emissione di un fotone da parte di un elettrone isolato può avvenire come conseguenza della seconda forma del principio di indeterminazione, che si scrive

$$\Delta t = \frac{\hbar}{\Delta E}. \quad (2)$$

Qui ΔE è l'energia che manca al sistema e Δt è il tempo durante il quale si può verificare tale mancanza. Il fenomeno può aver luogo anche se manca dell'energia, ma è come se l'elettrone prendesse in prestito l'energia ΔE e dovesse restituirla allo scadere di un tempo Δt . Più grande è ΔE più piccolo è Δt .

Dato il piccolo valore numerico di \hbar (10^{-34} J s), quando un elettrone emette un fotone di energia uguale alla sua massa (cioè un fotone da $0,51 \text{ MeV} \approx 10^{-13}$ J), il tempo per il quale ciò può accadere è $\Delta t = 10^{-21}$ s. In questo tempo il fotone si allontana dall'elettrone, alla velocità della luce, percorrendo una distanza $d = c\Delta t = 300$ fermi. La fisica quantistica permette quindi alla forza elettrica di avere fino a distanze piccole, ma non trascurabili, effetti importanti; infatti l'energia portata dal fotone è relativamente grande in quanto è uguale alla massa dell'elettrone.

Dopo 10^{-21} s il «prestito» deve essere restituito e il fotone viene riassorbito dall'elettrone. Soltanto durante questo brevissimo intervallo di tempo, l'elettrone può essere accompagnato da un fotone che ha un'energia grande quanto la sua energia di riposo. Questo fotone ha una natura particolare, in quanto – diversamente dai fotoni di un fascio di luce – ha una vita brevissima, non rivelabile da alcuno strumento: pertanto è chiamato «fotone virtuale».

Fermi

Il *fermi* è un'unità di misura di lunghezza che vale 10^{-15} m ed è comunemente utilizzata in fisica atomica, nucleare e delle particelle elementari. Si indica con il simbolo «fm» che, coerentemente, significa anche «femtometro» (10^{-15} m).

La forza forte

I quark e gli antiquark agiscono tra di loro scambiandosi altre particelle virtuali chiamate **gluoni**.

Il fotone è la particella-forza che fa da mediatore della forza elettromagnetica e i gluoni sono i mediatori della cosiddetta **forza forte**, chiamata in questo modo perché è molto più intensa della forza elettromagnetica.

Come tutte le particelle-forza, gli 8 gluoni, mediatori della forza forte, sono anch'essi bosoni e hanno spin 1.

L'interazione tra quark, mediata dai gluoni, aumenta con la distanza – l'opposto di quello che accade alla forza elettrica – cosicché i quark possono allontanarsi soltanto di qualche fermi. Questo fenomeno di «confinamento» è la ragione per la quale non si è mai osservato un quark isolato.

In sintesi

la forza elettromagnetica tra cariche elettriche è mediata dagli scambi di una particella-forza virtuale, il fotone, mentre la forza forte tra quark è dovuta allo scambio di otto particelle-forza, i gluoni virtuali. Tutti i nove mediatori sono bosoni di massa zero, carica elettrica nulla e spin 1.

La forza elettromagnetica tiene legati gli elettroni ai nuclei e la forza forte tiene insieme tre quark a formare un neutrone o un protone e un quark e un antiquark a fare un mesone.

Gli scambi di fotoni e di gluoni sono la causa delle sottostrutture della materia (figura 24): i cristalli sono fatti di atomi, come la materia organica e il DNA stesso, gli atomi sono fatti di elettroni e nuclei, i nuclei sono fatti di nucleoni e i nucleoni sono fatti di quark. Nell'ultima colonna sono elencate tutte le particelle-materia note.

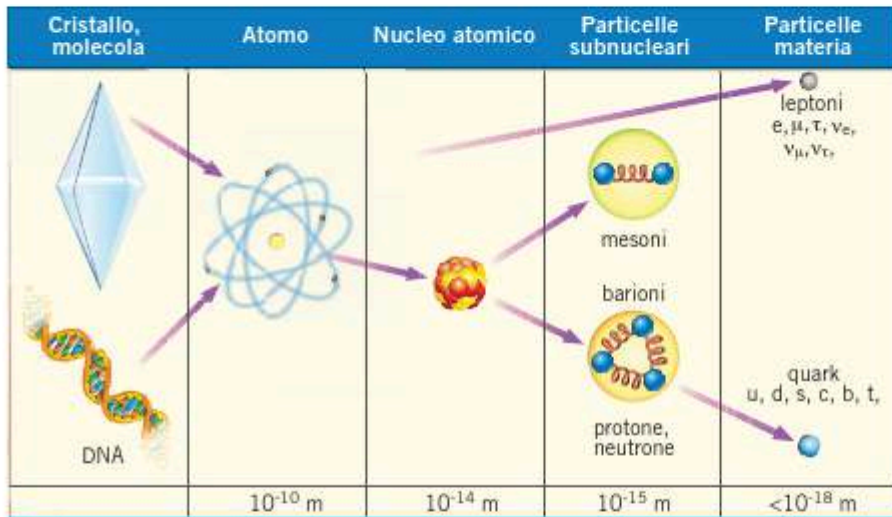


Figura 24 Le piccole spirali, che connettono i tre quark di un barione (nucleone) e il quark e l'antiquark di un mesone, rappresentano gli scambi intensi e continui di gluoni virtuali.

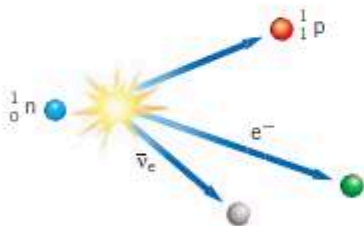
All'interno del nucleo di un atomo i nucleoni sono tenuti insieme dalla forza nucleare; ora sappiamo che tale forza è in realtà una conseguenza della forza forte che agisce tra quark. È come se la forza forte fosse una colla che tracima al di fuori dei confini di ciascun nucleone, così da legarlo, con un'interazione residua, agli altri nucleoni.

7 TRE FORZE E TRE FAMIGLIE DI PARTICELLE-MATERIA

La forza debole

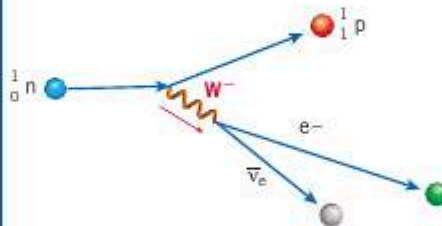
Nel decadimento beta di un neutrone, rappresentato nella figura 15, un neutrone si trasforma in protone, ma la dinamica del processo non è chiara. Lo diventa se si applica l'approccio utilizzato per descrivere l'azione della forza elettromagnetica e della forza forte come scambio di particelle-forza. Da questo punto di vista

l'emissione della coppia elettrone-antineutrino deve essere causata da una nuova forza, determinata dalla breve esistenza di una particella-forza virtuale.



A

Questa particella virtuale (W^-) deve avere carica negativa perché, dopo una brevissima esistenza, si trasforma in un elettrone (negativo) e un antineutrino.

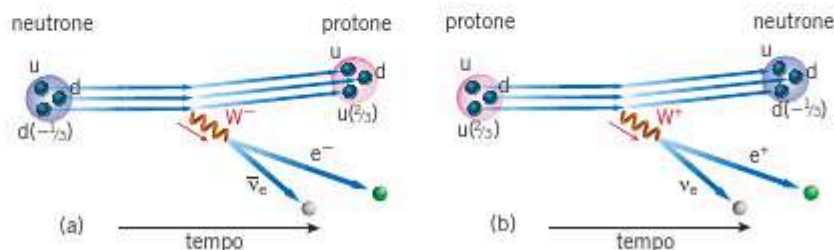


B

Chi emette la particella forza W^- ?

Poiché la particella composta neutrone, che ha la struttura (udd), si trasforma in protone (uud), il processo di base non può essere che la trasformazione di un quark- d in quark- u con l'emissione della particella virtuale W^- (figura 25a).

Figura 25 Talvolta all'interno di un nucleo un neutrone si trasforma in un protone a seguito del processo di emissione, da parte di un quark- d , di una particella-forza W^- (figura a). Accade anche che il quark- u di un protone si trasformi in quark- d , con emissione di una particella-forza W^+ , quindi, di un positone e di un neutrino-elettrone (figura b).



Dunque i quark sono soggetti anche a un *terzo tipo* di forza, diversa sia da quella elettrica sia da quella forte. Essa induce la trasformazione di un quark- d in un quark- u o viceversa, con irraggiamento di una nuova particella virtuale carica che è, come per le altre forze, un bosone di spin 1.

L'emissione e il decadimento delle particelle virtuali cariche W^+ e W^- sono manifestazioni dell'interazione debole, introdotta da Fermi nel 1933 per spiegare il decadimento beta dei nuclei.

Le particelle-forza W^+ e W^- sono una l'antiparticella dell'altra. Esse sono dette di solito **bosoni intermedi carichi**, ma noi le chiameremo **astrenoni carichi**, perché il termine è meno pesante: *asthenès* in greco vuol dire «debole».

Gli astrenoni virtuali carichi producono anche il decadimento dei due leptoni più pesanti dell'elettrone: il muone e il tauone. La figura 26 rappresenta la dinamica del processo nel caso del muone positivo.

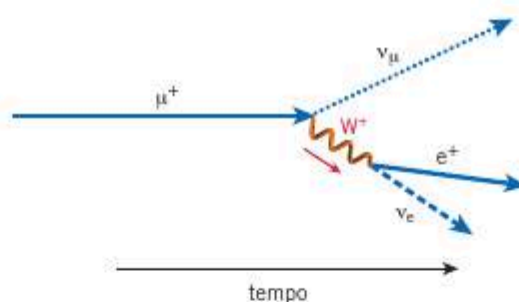


Figura 26 Il decadimento di un muone positivo, come quello che ha lasciato la traccia nell'emulsione della figura 18, è mediato dalla stessa particella-forza che media il decadimento dei quark.

Rappresentazione prospettica delle tre famiglie

Le figure 25 e 26 mostrano che la forza debole, che ha come mediatori gli astrenoni carichi, agisce sia sui quark sia sui leptoni. Dato che la forza elettromagnetica agisce soltanto sulle particelle cariche e quella forte soltanto sui quark, la forza debole è la più universale.

Questo stato di fatto è rappresentato nella figura 27, nella quale il gradino più basso rappresenta la forza debole, che agisce su tutte le particelle-materia.

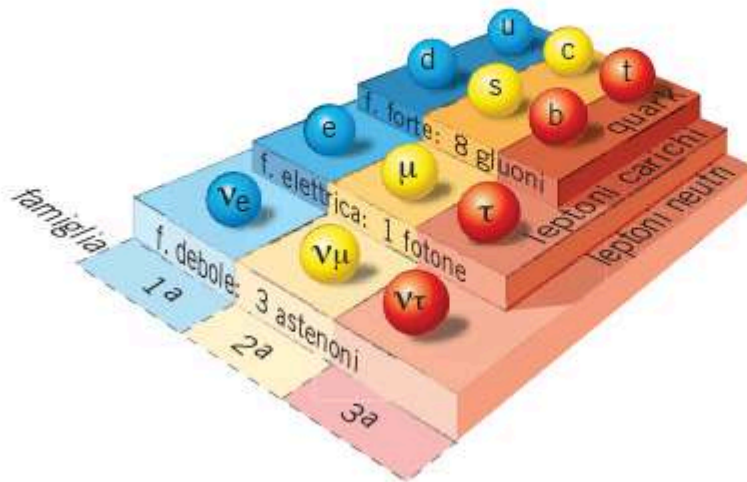


Figura 27 Rappresentazione delle tre famiglie di particelle-materia e delle forze che agiscono su ciascuna di esse. Le particelle-materia sono soggette alle forze rappresentate dai gradini sottostanti.

8 LA FORZA DEBOLE NEUTRA E LA FORZA GRAVITAZIONALE

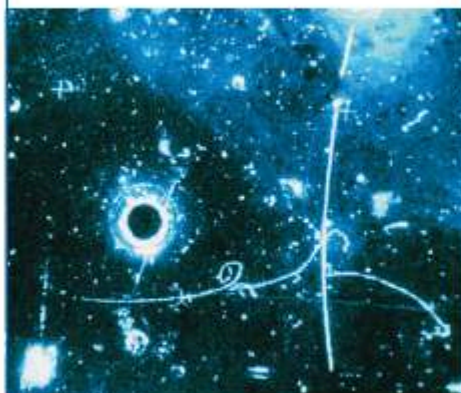
I mediatori della forza elettromagnetica (i fotoni) e di quella forte (i gluoni) sono elettricamente neutri, mentre i mediatori W^+ e W^- della forza debole – la più universale – sono elettricamente carichi. Sin dagli anni cinquanta ci si è chiesti: perché? Esiste, accanto agli astenoni carichi W^+ e W^- , un astenone neutro?

La forza debole neutra

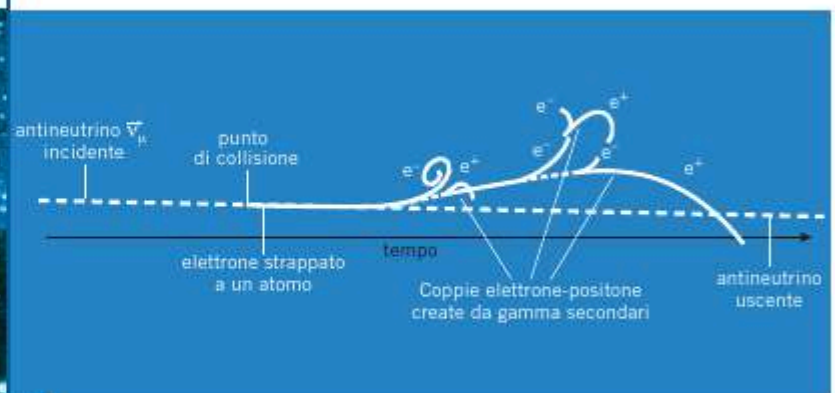
Per decenni i fisici hanno cercato una qualche reazione subatomica causata dallo scambio di un astenone neutro. Finalmente nel 1973 fu osservato nella camera a bolle Gargamelle del CERN, contenente 10 tonnellate di un liquido pesante, un evento straordinario. Nella foto si vede che

un antineutrino- μ , proveniente da sinistra, urta un elettrone atomico e lo mette in moto. Nella camera a bolle appare la traccia dell'elettrone, ma non quella dell'antineutrino.

L'elettrone veloce produce, nel liquido pesante, tre fotoni di alta energia, che non lasciano tracce ma creano tre coppie elettrone-positone, che appaiono come tre V.



A



B

La dinamica del processo non poteva che essere quella rappresentata nella **figura 28a**, molto simile a quella relativa allo scambio di un astenone carico W , ben nota fin dagli anni sessanta e illustrata nella **figura 28b**.

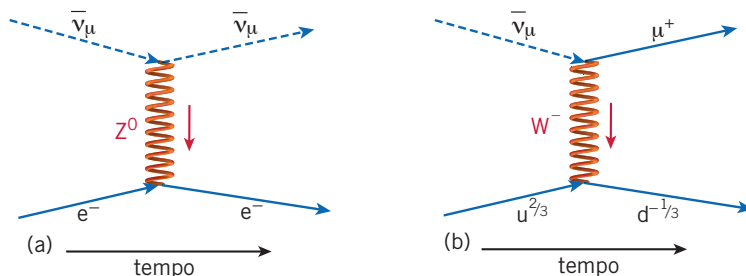


Figura 28 La scoperta delle reazioni subatomiche nelle quali è scambiato un astenone neutro (figura a) ha aperto la strada all'unificazione della forza debole con la forza elettromagnetica.

La scoperta del 1973, che concerneva l'esistenza del processo di scambio di un astenone neutro *virtuale*, fu completata dieci anni dopo quando Carlo Rubbia e i suoi collaboratori osservarono alcune decine di eventi di produzione di astenoni W^+ , W^- e Z^0 *reali*.

Negli anni precedenti, per iniziativa dello stesso Rubbia, il sincrotrone SPS del CERN (lungo 7 chilometri) era stato trasformato in collisore protone-antiprotone. Nello scontro tra queste due particelle-materia, che liberavano circa 500 GeV di energia, accadeva molto raramente che un quark del protone si annichilasse con un antiquark dell'antiprotone e che l'energia si trasformasse nella massa di un W^+ , di un W^- oppure di uno Z^0 .

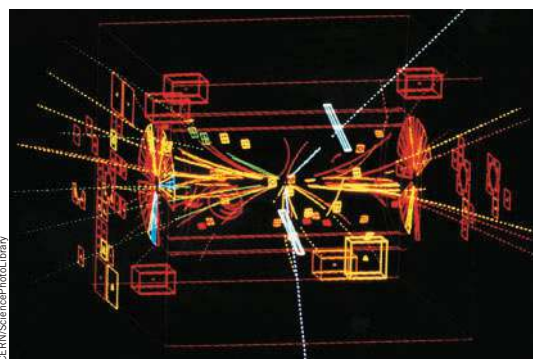


Figura 29 Uno degli eventi di creazione di un astenone Z , osservati con l'apparato UA1.

Con un complesso apparato elettronico di rivelazione – chiamato UA1 – furono registrati una decina di eventi, nei quali alcune particelle-forza W decadevano in un leptone carico e in un neutrino (ad esempio μ^+ e ν_μ) e alcune particelle-forza Z decadevano in una coppia leptone carico e antileptone carico (ad esempio un e^- e un e^+ , come nella **figura 29**).

Gli astenoni W e Z hanno masse pari a 80,4 GeV e 91,2 GeV: per produrli in laboratorio, è necessario che in una collisione si liberino energie molto maggiori di 100 GeV.

Il principio di indeterminazione

Poiché un elettronvolt vale $1,6 \times 10^{-19}$ J, l'energia mancante dovuta alla massa dell'astenone ($\Delta E \approx 100$ GeV) corrisponde a $1,6 \times 10^{-8}$ J e dalla relazione (2) si ricava $\Delta t = \hbar/\Delta E = 10^{-34}$ Js / ($1,6 \times 10^{-8}$ J) = 6×10^{-27} s.

Se questa energia non è disponibile, come accade nei fenomeni di decadimento rappresentati nelle **figure 25** e **26**, la particella è *virtuale* e il principio di indeterminazione ne consente l'emissione per un tempo non più lungo di quello definito dalla relazione (2).

Perché la forza debole è «debole»?

Un astenone virtuale ha una vita non più lunga di 6×10^{-27} secondi. In questo tempo la sua possibilità di interagire si estende fino a un

$$\text{raggio di azione} = c \Delta t = 3 \times 10^{10} \text{cm/s} \times 6 \times 10^{-27} \text{s} = 2 \times 10^{-16} \text{cm} \quad (3)$$

dal momento che un astenone viaggia al massimo alla velocità della luce c .

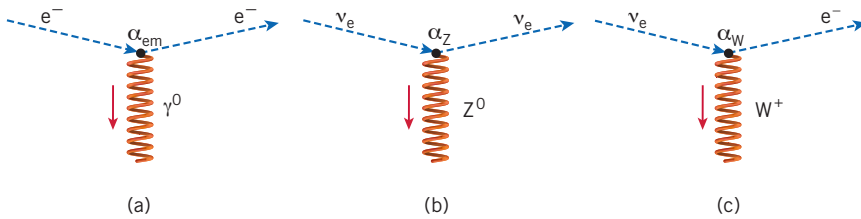
Questa distanza è 500 volte più piccola delle dimensioni di un protone, che sono

dell'ordine di 1 fermi = 10^{-13} cm.

La «debolezza» della forza debole è dovuta proprio alla dimensione ridotta del suo raggio d'azione: tale raggio è così piccolo perché la particella-forza è molto pesante.

L'intensità di una forza dipende da due fattori: dal suo raggio d'azione e dalla probabilità che la particella-materia emetta il mediatore.

Nel caso della forza elettromagnetica, questa probabilità è indicata con il simbolo α_{em} (figura 30a) e vale $\alpha_{em} \approx 0,01$. Questo significa che la probabilità di emettere un fotone virtuale è dell'1%: in altre parole, si deve «osservare» un elettrone 100 volte per trovare nelle sue vicinanze un fotone virtuale.



Cosa vuol dire «osservare»

Una particella virtuale può essere osservata facendole passare vicino un'altra particella, che la assorbe, risente di una forza e così segnala la presenza della particella virtuale.

Figura 30 Il processo elementare è l'emissione di una particella-forza da parte di una particella materia.

Un gran numero di esperimenti hanno mostrato che gli *accoppiamenti deboli* α_Z e α_W al mediatore Z e al mediatore W hanno all'incirca lo stesso valore: come per il fotone, occorre osservare circa cento volte un elettrone o un quark per trovare nelle sue vicinanze un astenone virtuale (figura 30b e 30c).

Dal punto di vista degli accoppiamenti, quindi, la forza debole è tanto intensa quanto la forza elettromagnetica. Ma il suo raggio di azione (3) è piccolissimo, mentre il raggio di azione della forza elettromagnetica è grandissimo, addirittura infinito, se si prende alla lettera il principio di indeterminazione $\Delta t = \hbar/\Delta E$ e vi si introduce il valore $\Delta E = \text{massa del mediatore} = 0$.

In sintesi, la forza debole è molto più flebile della forza elettromagnetica non perché gli accoppiamenti siano diversi, ma perché i suoi due mediatori hanno masse enormi, sulla scala delle masse del mondo subatomico, mentre il fotone ha massa zero.

La forza gravitazionale

Le tre forze che agiscono nel mondo subatomico hanno mediatori di carica nulla: i gluoni, i fotoni, e gli astenoni Z . Esiste una quarta forza che ha un mediatore di carica nulla: la forza gravitazionale. Si tratta di una forza altrettanto universale della forza debole, in quanto tutte le particelle, e tutte le forme di energia, ne risentono. Ma è decine di ordini di grandezza più flebile della già tenue forza debole.

Tuttavia il suo mediatore, il gravitone, ha massa zero e quindi il suo raggio di azione è infinito. Siccome la «carica gravitazionale» è tale che le masse si attirano sempre, questa interazione ha giocato e gioca un ruolo fondamentale nella storia dell'Universo.

Poiché la forza gravitazionale ha effetti molto più deboli sulle particelle subatomiche di quelli dovuti alla carica elettrica, l'emissione di gravitoni non è stata ancora osservata, ma pochi dubitano della loro esistenza. Quindi

in natura tra le particelle-materia agiscono *quattro* forze fondamentali: le forze gravitazionale, debole, elettromagnetica e forte. Esse sono mediate da bosoni, cioè da particelle con spin intero. Con l'eccezione del gravitone, che ha spin 2, tutte le altre particelle-forza hanno spin 1.

I quark sono soggetti a tutte e quattro le forze. Invece, i leptoni carichi sono soggetti alla forza gravitazionale, debole ed elettrica, ma non risentono dell'interazione forte. Ancora meno reattivi sono i neutrini che, essendo leptoni neutri, non risentono neppure della forza elettrica.

9 IL MODELLO STANDARD

12 particelle-materia e 12 particelle-forza

I dati relativi alle particelle-materia e alle particelle-forza sono riportati nella **figura 31**, che estende la **figura 20** includendo i 12 mediatori delle tre forze che agiscono nel mondo subatomico: 1 fotone, 8 gluoni e 3 astenoni. La disposizione delle particelle fondamentali in tre famiglie di fermioni (spin $S = 1/2$) e un gruppo di bosoni (spin $S = 0$) definisce il Modello Standard delle particelle e delle forze

		particelle-materia			particelle-forza	
massa →		2.4 MeV	1.27 GeV	173 GeV	0	
carica →		$\frac{2}{3}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{2}{3}$	0	γ^0
spin →		$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	1	
	quark	u up	c con charme	t top	0	g^0
		4.8 MeV	104 MeV	4.2 GeV	0	
		$-\frac{1}{3}$	$-\frac{1}{3}$	$-\frac{1}{3}$	0	g^0
		$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	1	
		d down	s strano	b bello	0	
		< 2.2 eV	< 0.17 MeV	< 15.5 MeV	91.2 GeV	Z^0
	leptoni	ν_e neutrino- elettrone	ν_μ neutrino- muone	ν_τ neutrino- tauone	0	
		$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	1	
		e elettrone	μ muone	τ tauone	0	Z^0 astenone neutro
		0.511 MeV	105.7 MeV	1.777 GeV	80.4 GeV	W^\pm
		-1	-1	-1	-1	
		$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	1	
					2	astenoni carichi
	FAMIGLIA	1 ^a	2 ^a	3 ^a		

Figura 31 Riassunto delle proprietà – massa, carica e spin – delle 12 particelle-materia (fermioni di spin $S=1/2$) e delle 12 particelle-forza (bosoni di spin $S=1$). A ogni particella-materia corrisponde un' antiparticella, che ha stessa massa e carica opposta e con la quale può essere creata in coppia.

La **figura 27** – con il gioco dei gradini – informa sulle forze che agiscono su ciascuna delle 12 particelle-materia, ma non dice nulla delle masse delle particelle-forza. La **figura 31** riporta le masse di tutte le particelle, ma non dice nulla sulla relazione tra bosone scambiato e tipo di forza.

Nel 1900 – quando Planck introdusse il concetto di quanto di energia del campo elettromagnetico (il fotone) – l'elettrone era l'unica particella nota. Cinquant'anni dopo lo studio del decadimento beta e delle collisioni dei raggi cosmici portarono alla scoperta del neutrino e del muone. Dopo altre cinque decadi, con gli esperimenti condotti agli acceleratori di particelle, si è passati da 4 particelle fondamentali (elettrone, fotone, neutrino-elettrone e muone) alle 24 del Modello Standard.

Nel loro insieme, le informazioni rappresentate nelle **figure 27** e **31** danno una visione completa di ciò che i fisici hanno imparato, nel corso del ventesimo secolo, sulle particelle-materia e sulle particelle-forza.

Il quadro è stato infatti completato nel 1995, quando all'acceleratore protone-antiprotone del Fermilab, vicino a Chicago, fu osservata l'ultima particella mancante: il quark-top.

I leptoni

I 4 leptoni neutri e carichi della seconda e terza famiglia sono fratelli più pesanti dell'elettrone (simbolo: e) e del suo neutrino (simbolo: ν_e). Come illustrato dalla **figura 27**, queste 6 particelle-materia non sono soggette alla forza forte: esse sono in grado di scambiare soltanto astenoni, i mediatori della forza debole, e – nel caso dei leptoni carichi – i fotoni della forza elettromagnetica.

I leptoni carichi più pesanti – muone e tauone e le loro antiparticelle – decadono in quelli più leggeri in tempi più brevi di qualche microsecondo (**figura 26**). Al contrario, gli elettroni non hanno massa sufficiente per decadere e, legati dalla forza elettromagnetica ai nuclei, sono componenti stabili di tutti gli atomi dell'Universo.

Anche i neutrini non possono decadere per mancanza di massa e, risentendo soltanto della forza debole, attraversano l'Universo senza praticamente interagire con la materia di cui sono fatte le stelle e la polvere interstellare. Secondo il modello generalmente accettato della cosmogenesi, che descrive le particelle subatomiche con il Modello Standard, ancora oggi in ogni centimetro cubo di spazio vi sono circa cento neutrini di ogni tipo – cioè circa trecento neutrini in tutto – che, creati subito dopo il Big Bang, sfrecciano in tutte le direzioni muovendosi quasi alla velocità della luce.

In sintesi

gli elettroni sono costituenti stabili della materia, diversamente dai tauoni e dai muoni, che sono instabili, e dai neutrini che - soggetti alla sola forza debole - non si legano ad altre particelle-materia.

Quark e adroni

I 6 quark non si muovono liberamente nello spazio come i leptoni, ma sono *sempre* legati ad altri quark a formare gli adroni, che sono o tripletti di quark oppure coppie quark-antiquark. Questa proprietà – detta «confinamento dei quark» – è conseguenza dello scambio degli otto mediatori della forza forte ed è spiegata nel Paragrafo 10.

La tabella seguente è costruita partendo dalle tabelle del Paragrafo 4. Vi sono riportate le composizioni dei mesoni (sempre fatti di un quark e di *un antiquark*) e dei barioni (sempre fatti di *tre quark*).

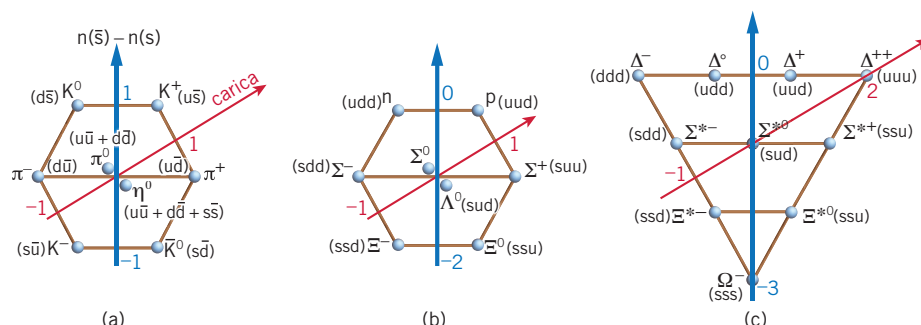
Composizione dei mesoni e dei barioni

Mesoni	Massa (MeV)	Quark	Barione	Massa (MeV)	Quark
pione carico, π^\pm	139,6	$(d\bar{u})$ o $(\mu\bar{d})$	protone, p	938,3	(uud)
pione neutro, π^0	135,0	$(u\bar{u}) + (d\bar{d})$	neutrone, n	939,6	(udd)
kaone carico, K^\pm	493,7	$(u\bar{s})$ o $(s\bar{u})$	lambda-zero, Λ^0	1115,7	(sud)
kaone neutro, K^0	497,6	$(d\bar{s})$	sigma-più, Σ^+	1189,4	(suu)
antikaone neutro, K^0	497,6	$(s\bar{d})$	sigma-zero, Σ^0	1192,6	(sud)
mesone eta zero, η^0	547,9	$(u\bar{u})+(d\bar{d})+(s\bar{s})$	sigma-meno, Σ^-	1197,4	(sdd)
mesone eta primo, η'	957,8	$(u\bar{u})+(d\bar{d})+(s\bar{s})$	delta, Δ^{++}	1232,0	(ssd)
			csi-zero, Ξ^0	1314,8	(ssu)

Il Modello Standard dà informazioni sulla struttura di tutte le centinaia di adroni noti e classifica – quelli che hanno lo stesso spin e masse poco diverse – in tripletti, ottetti e decupletti sulla base della carica e del numero di quark pesanti, quali il quark-*s* e il quark-*b*. La classificazione dei barioni che contengono uno o più quark-*b* è riportata nella **figura 21**.

Nella **figura 32** sono rappresentati i tre multipletti che raggruppano gli adroni della tabella precedente. In un grafico cartesiano non ortogonale sono riportate la carica dell'adrone (*asse rosso*) e la differenza tra il numero $n(s)$ di antiquark- \bar{s} e il numero $n(s)$ di quark-*s* (*asse blu*).

Figura 32 Figura a: ottetto dei mesoni più leggeri (spin $S=0$).
Figura b: ottetto dei barioni più leggeri (spin $S=1/2$).
Figura c: decupletto dei barioni di spin $S=3/2$. Al centro dei due ottetti si trovano due adroni neutri fatti degli stessi quark che però si trovano in stati legati diversi.



Pione neutro ed eta neutro

Per il principio di sovrapposizione degli stati quantistici, osservando un quark π^0 lo si può trovare o nella composizione $(u\bar{u})$ oppure nella composizione $(d\bar{d})$. Un mesone eta è anch'esso neutro – ed è quindi piazzato con il π^0 al centro della figura 32a – ma lo si può trovare in tre forme diverse: $(u\bar{u})$ oppure $(d\bar{d})$ oppure $(s\bar{s})$.

I pioni, i kaoni e l'eta zero formano l'ottetto mesonico della **figura 32a**, mentre i protoni, il neutrone, la lambda, i sigma e gli csi formano l'ottetto barionico della **figura 32b**. Il barione Δ^{++} ha spin $S=3/2$ e pertanto appartiene a un altro multipletto, il decupletto della **figura 32c**, insieme ai barioni Σ^* e Ξ^* .

Va notato che gli adroni Σ^* e Ξ^* del decupletto hanno la stessa composizione in quark dei corrispondenti barioni dell'ottetto, ma massa maggiore. La ragione è che gli stessi tre quark si trovano in due stati legati diversi; analogamente sono diverse le energie di due atomi di idrogeno il cui elettrone è una volta sulla prima orbita permessa e una volta sulla seconda.

Le strutture a multipletti degli adroni non sono soltanto piacevoli da guardare. Esse infatti hanno aperto la strada alla comprensione delle proprietà degli adroni. Oggi, con calcoli che richiedono i più potenti computer,

le equazioni del Modello Standard permettono di spiegare le masse degli adroni di uno stesso multipletto a partire dai valori delle masse dei quark che li compongono.

10 PARTICELLE E PACCHETTI D'ONDA

12 campi-materia e 12 campi-forza

Le **figure 27** e **31** sono sostanzialmente una metafora e, come tutte le metafore, danno una visione molto parziale della struttura del Modello Standard. Il motivo principale è che le particelle sono descritte con l'insoddisfacente modello corpuscolare: nella **figura 27** esse sono addirittura rappresentate come sferette solide.

La fisica quantistica insegna invece che le particelle del mondo subatomico si comportano come pacchetti d'onda, oscillazioni dell'ampiezza di probabilità che – localizzate in piccole regioni dello spazio – si propagano in tutte le direzioni. Questi

pacchetti d'onda possono sovrapporsi e interagire tra loro, cambiando direzione e, talvolta, si legano a formare nuclei, atomi e molecole. Ma perché onde anziché particelle? La ragione profonda è che anziché 12 particelle-materia e 12 particelle-forza

gli enti fondamentali necessari per spiegare il mondo fisico sono 24 campi che si estendono a *tutto* lo spazio e che, in assenza di energia, sono quiescenti.

Iniettando energia in uno di questi campi – per esempio facendo annichilare un elettrone con un positone – si creano pacchetti d'onda di un altro campo – per esempio il campo dei quark-*u* – che, propagandosi trasportano sia energia sia quantità di moto. La lunghezza d'onda dell'oscillazione λ è legata alla quantità di moto p dalla relazione di de Broglie

$$\lambda = h/p. \quad (4)$$

Il campo è il substrato immateriale assolutamente necessario alla propagazione di un pacchetto d'onda che, nella facile ma limitata descrizione corpuscolare, chiamiamo «particella». In fisica quantistica non vi sono particelle senza campo soggiacente e non v'è campo senza eccitazioni localizzate. Per questo motivo la fisica quantistica è oggi detta **teoria quantistica dei campi** (in inglese «*Quantum Field Theory*» o QFT).

Il Modello Standard non è altro che una versione particolare della più generale teoria quantistica dei campi, nella quale si considerano fondamentali i 24 campi della **figura 31** che gli esperimenti del ventesimo secolo hanno scoperto.

Dallo studio dell'elettromagnetismo conosciamo il «campo elettromagnetico». I suoi quanti, cioè le sue oscillazioni, sono i fotoni (simbolo γ). Poiché le onde elettromagnetiche si propagano alla velocità massima possibile per la teoria della relatività, i fotoni fanno lo stesso e sono quindi particelle di massa nulla.

Gli elettroni sono i quanti del campo «elettronico», così come i quark-*u* sono i quanti del campo «*u*-quarkonico». Tutti gli elettroni sono identici tra loro – così come tutti i quark-*u* – perché sono pacchetti d'onda di uno stesso substrato immateriale.

Per creare un pacchetto d'onda muonico è necessario spendere una quantità di energia minima, che corrisponde alla sua massa di riposo e cioè 105,7 MeV (**figura 31**). In realtà occorre almeno un'energia doppia, perché insieme al muone (negativo) deve sempre essere creato anche un antimuone (positivo).

Questo è il fenomeno che accade in un collisore elettrone-positone quando il fotone virtuale, prodotto nell'evento di annichilazione rappresentato nella **figura 33a**, crea due pacchetti d'onda del campo muonico, che si allontanano l'uno dall'altro.

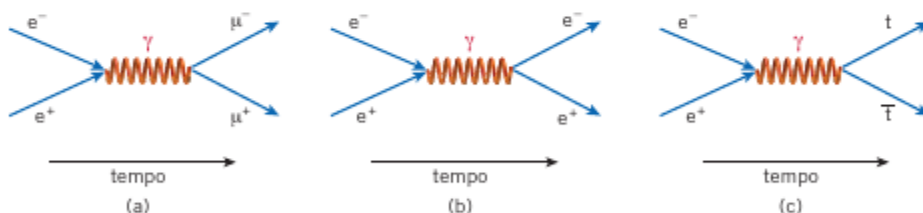


Figura 33 Figura a: il fotone virtuale, prodotto per un tempo brevissimo dall'annichilazione elettrone-positone, inietta energia nel campo muonico e crea quelle due eccitazioni localizzate (pacchetti d'onda) che chiamiamo leptone μ^- e antileptone μ^+ . La stessa dinamica interviene nella creazione di una coppia e^-e^+ (energia minima = 1,02 MeV), come illustrato nella figura b, e di un quark- t e un antiquark- \bar{t} (energia minima = 346 GeV), come in figura c.

In fenomeni analoghi si ha l'eccitazione del campo elettronico con produzione di un pacchetto d'onda e^- e un pacchetto d'onda e^+ (**figura 33b**), oppure – se l'energia è sufficiente – di due pacchetti d'onda del campo t -quarkonico (**figura 33c**).

Un elettrone, una volta creato, non può scomparire – a meno di incontrare un positone con cui annichilarsi. I quanti del campo t -quarkonico, invece, hanno un'energia di riposo di 173 GeV – che è circa la massa di un atomo di tungsteno – e quindi decadono immediatamente in un gran numero di modi diversi.

In sintesi, gli enti fondamentali del Modello Standard non sono le 24 particelle delle figure 27 e 31, ma i corrispondenti 12 campi fermionici e 12 campi bosonici.

I 24 tipi di particelle che, muovendosi, trasportano massa m e quantità di moto p non sono altro che pacchetti d'onda dei 24 campi fondamentali. La relazione di de Broglie (4) permette di calcolare la lunghezza d'onda di un pacchetto a partire dalla sua quantità di moto.

Energia trasportata.

Data la massa m dei quanti del campo e la quantità di moto p del pacchetto d'onda, l'energia totale trasportata si calcola con la formula relativistica

$$E = \sqrt{(cp)^2 + (mc^2)^2}.$$

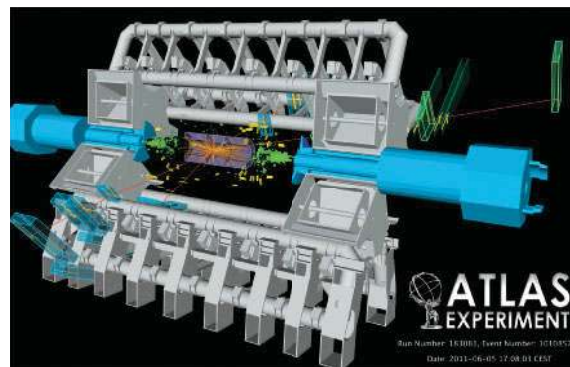
La teoria quantistica dei campi è matematicamente complicata. Fortunatamente è possibile descrivere in modo qualitativo i fenomeni del mondo atomico e subatomico usando il modello corpuscolare, che però deve essere corretto tenendo conto del principio d'indeterminazione riassunto nella relazione (2). Quindi

purché si calcoli il raggio di azione della particella-forza usando la relazione (2), è possibile pensare le particelle-materia come corpuscoli, disegnare grafici simili a quelli delle figure 28 e 33 e affermare che la forza tra due particelle è dovuta allo scambio di un corpuscolo-mediatore.

Il Modello Standard al controllo del Large Hadron Collider

Le figure 27 e 31 danno una visione statica del Modello Standard. I fisici che lavorano agli acceleratori lo vedono invece in azione, come nella figura 34, nella quale è riportato un evento di collisione protone-protone, registrato al Large Hadron Collider dalla collaborazione ATLAS. Nell'urto sono prodotti quattro muoni e molte decine di altre particelle.

Figura 34 Figura a sinistra: in questo evento sono prodotti quattro muoni e molte decine di altre particelle. Figura a destra: una possibile interpretazione della dinamica dell'evento: due quark- u – contenuti nei due protoni che collidono – interagiscono violentemente con lo scambio di un gluone virtuale; le particelle osservate a grandi angoli sono generate da complicati processi virtuali e reali che hanno luogo nei cerchi bianchi.



I quark dei protoni che si urtano trasportano ciascuno energie dell'ordine dei 500 GeV, così l'energia a disposizione nella collisione è pari a 1000 GeV e possono essere prodotte tutte le particelle (e antiparticelle) della figura 31.

Registrandosi miliardi di eventi e studiando le frequenze e le combinazioni con le quali le particelle sono create e decadono, si determinano i valori delle masse dei leptoni.

Si misurano, inoltre, le masse dei barioni (tre quark) e dei mesoni (un quark e un antiquark). Si studiano i moltissimi decadimenti delle particelle pesanti in particelle leggere e si determinano i loro accoppiamenti ai mediatori delle forze.

I dati raccolti al Large Hadron Collider a partire dal 2009 hanno confermato nei dettagli il Modello Standard, quale lo si conosceva nel 2000 alla chiusura del collisore LEP del CERN.

Ma già a due anni dalla loro accensione, i rivelatori del Large Hadron Collider avevano prodotto risultati fondamentali per la comprensione delle asimmetrie presenti nel Modello Standard.

11 ROTTURA DELLA SIMMETRIA ELETTRODEBOLE

Nel Modello Standard si distinguono due componenti: il settore «forte», che comprende gli 8 gluoni e i quark su cui agiscono, e il settore «elettrodebole», che riguarda il fotone e gli astenoni, insieme ai leptoni e ai quark su cui essi hanno effetto.

La teoria del settore forte fu completata nel 1973 dai fisici americani David Gross, David Politzer and Frank Wilczek. Essa integra in un quadro unico gli otto gluoni scambiati con accoppiamenti identici tra i quark delle sei famiglie, e porta il nome un po' astruso di **cromodinamica quantistica** (in inglese *Quantum Chromo Dynamics* – QCD).

La QCD rende anche conto del fatto che lo scambio di gluoni produce una forza che aumenta all'allontanarsi dei quark. Per questo la forza forte lega per sempre un quark ai suoi partner, confinandoli negli adroni e giustificando il fatto che mai si è osservato un quark libero.

Cinque anni prima del completamento della QCD, il fisico statunitense Steven Weinberg e il fisico pakistano Abdus Salam avevano elaborato – in modo indipendente l'uno dall'altro e partendo da basi teoriche gettate dal fisico americano Sheldon Lee Glashow – la teoria del settore elettrodebole. In tale modello, che è descritto nel resto di questo Paragrafo, la forza debole e la forza elettromagnetica risultano essere aspetti diversi di un'unica interazione fondamentale.

La simmetria elettrodebole

Punto di partenza delle ricerche di Glashow, Salam e Weinberg – e di quelle a cui si dedicavano le migliori menti della fisica degli anni sessanta – era l'asimmetria tra il fotone e l'astenone Z^0 , che hanno gli stessi accoppiamenti ma masse diversissime: una è nulla e l'altra è quasi cento volte maggiore della massa del protone.

La massa non nulla del bosone Z^0 pone veramente un problema? Sì, perché non si tratta del semplice confronto con la massa nulla del fotone, ma di una discrepanza grave con un principio molto generale, da cui si deduce che le particelle di *tutti* i campi-forza devono avere massa nulla.

Senza approfondire i concetti matematici di simmetria e di invarianza non è possibile spiegare il principio che, applicato ai campi-materia del Modello Standard, conduce a una conseguenza tanto precisa e univoca.

Questo principio porta il nome inglese di «principle of gauge invariance» – «**principio di invarianza per ricalibratura**» in italiano – ed è estremamente potente. Da esso discende che

- come conseguenza della presenza nello spazio dei dodici campi-materia, devono esistere anche i *dodici campi-forza* del Modello Standard;
- i pacchetti d'onda di questi campi-forza (quindi i fotoni, i gluoni e gli astenoni) devono avere *tutti* massa nulla;
- *tutte* le particelle-materia devono avere massa nulla, come sottolineato dalla lunga serie di zeri rossi che compaiono nella **figura 35**.

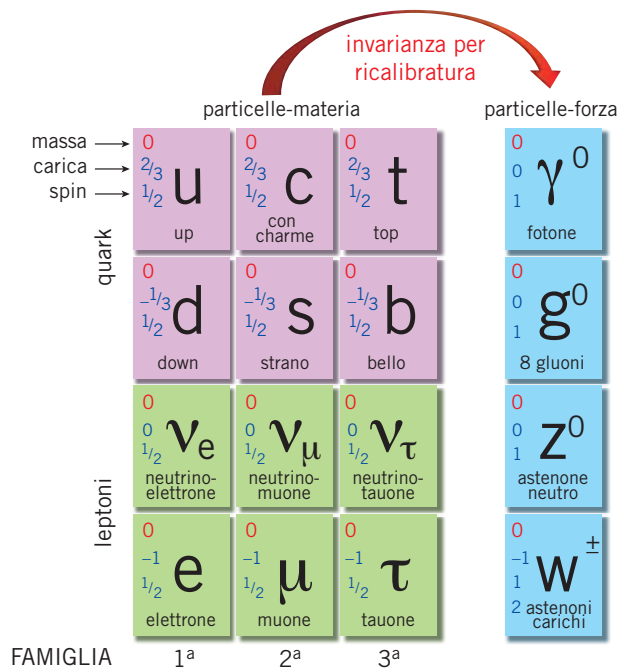


Figura 35 12 particelle-forza e 12 particelle-materia di massa nulla sono la conseguenza necessaria della richiesta che al Modello Standard si applichi l'invarianza per ricalibratura.

Nella figura la freccia esprime la straordinaria relazione che il principio di invarianza per calibratura stabilisce tra le particella-materia e le particelle-forza.

Senza introdurre la cosiddetta *teoria dei gruppi* non si può descrivere né il principio di invarianza per ricalibratura, né l'argomentazione che deduce dall'esistenza dei 12 campi fermionici – organizzati in famiglie fatte ciascuno di due leptoni e due quark – le tre forze fondamentali, descrivendole come scambio di 8 gluoni, 3 bosoni e 1 fotone. È tuttavia possibile intuire la potenza e la bellezza di una logica che mette in relazione le particelle-forza con le particelle-materia, là dove prima apparivano come elementi distinti e scorrelati dalla realtà fisica. In nome di questa logica i fisici accettano una visione che pur contraddice un fatto sperimentalmente indiscutibile: i tre astenoni e le particelle-materia hanno masse diverse da zero.

Lo schema della **figura 35** è *carente*, in quanto richiede una spiegazione al perché le particelle hanno massa, ma è estremamente *simmetrico*. In particolare il fotone γ^0 e l'astenone Z^0 sono entrambi bosoni di massa nulla, che hanno uguali accoppiamenti alle particelle-materia.

Alla carenza è possibile rimediare con il meccanismo discusso nel prossimo paragrafo, mentre la simmetria resta e permette una descrizione *unificata* delle forze elettromagnetica e debole. In una frase:

il principio di invarianza per ricalibratura (gauge invariance) dà origine a una evidente **simmetria elettrodebole**, che non permette di distinguere la forza elettromagnetica dalla forza debole e induce a parlare di una sola forza, la **forza elettrodebole**.

In questa nuova visione resta da spiegare una questione cruciale: perché in natura le masse degli astenoni e di tutte le particelle-materia osservate sono diverse da zero?

Il venticinquesimo campo

Evidentemente, qualcosa deve intervenire per rompere la sostanziale simmetria che esiste tra le masse del fotone e degli astenoni della **figura 35**, così come qualcosa deve causare gli specifici valori delle masse delle particelle-materia.

Nel 1967 Salam e Weinberg proposero che la causa fosse il meccanismo detto oggi «di Higgs», dal nome di uno degli scienziati che l'avevano proposto nel 1964.

Il meccanismo di Higgs richiede la presenza in tutto l'Universo di un nuovo *campo scalare* detto, più frequentemente, **campo di Higgs**.

Secondo il Modello Standard questo campo scalare esiste sin dall'inizio dell'Universo ed è oggi presente ovunque: sulla Terra, nelle galassie più lontane e negli spazi cosmici che separano le galassie. Esso interagisce con se stesso in modo tale che la sua presenza è favorita dal punto di vista energetico: poiché lo spazio senza campo scalare ha un'energia maggiore dello spazio abitato dal campo scalare, all'inizio della storia del nostro Universo la sua comparsa, a partire da una minuscola fluttuazione, è stata favorita dalla liberazione di energia.

Ma come può la presenza in tutto lo spazio di questo campo scalare rompere la simmetria originaria, in base alla quale le masse del fotone e dei bosoni deboli devono essere tutte nulle?

La rottura della simmetria elettrodebole è dovuta al fatto che le quattro particelle forza γ , Z^0 , W^+ e W^- , muovendosi nello spazio, interagiscono *diversamente* con il campo scalare.

A causa dell'interazione con il campo di Higgs, i bosoni Z , W^+ e W^- acquistano le loro masse: essi sono in un certo senso *rallentati* da queste continue interazioni, e perciò non possono muoversi alla velocità della luce, ma solo a velocità inferiori. Il fotone γ , invece, non interagisce affatto con il campo e quindi continua a viaggiare alla velocità della luce, comportandosi da particella di massa nulla.

È quindi il campo scalare che, con la sua presenza, rompe la sostanziale simmetria tra fotone e astenoni e ce li fa apparire come entità ben distinte, mediatrici di forze con accoppiamenti quasi uguali ma con masse completamente diverse.

E ciò accade anche ai leptoni: da soli e in uno spazio veramente vuoto avrebbero massa zero e quindi si muoverebbero sempre alla velocità della luce. Essi sono invece dotati di massa per via del campo scalare, con cui ciascuno di essi interagisce continuamente e con una propria specifica intensità.

Senza campo di Higgs gli elettroni non avrebbero massa e non potrebbero esistere gli atomi e le molecole, che formano il nostro Universo e costituiscono, tra l'altro, la materia di cui è fatto il cervello, il supporto fisico del nostro pensiero e della nostra autocoscienza.

I fisici dicono che «il campo scalare rompe la simmetria elettrodebole e dà massa alle particelle, ma non ai fotoni, ai gluoni e ai gravitoni, che con tale campo non interagiscono».

Perché Higgs?

Molti fisici ritengono che il meccanismo dovrebbe chiamarsi di «Englert-Brout-Higgs-Guralnik-Hagen-Kibble» dai nomi di coloro che, nel 1964, lo proposero contemporaneamente e indipendentemente.

Campo vettoriale e campo scalare

Il campo elettrico – le cui onde sono i fotoni – è un campo «vettoriale», perché è definito in ogni punto dal vettore \vec{E} , che ha tre componenti. La temperatura all'interno della Terra è invece un campo «scalare», perché in ogni punto è definita da un solo numero. Anche il campo di Higgs in un punto dello spazio *vuoto* è definito da un solo numero (complesso).

Masse dei quark

Nel testo si parla di leptoni perché le interazioni forti dei quark con i gluoni fanno sì che la loro massa non sia dovuta soltanto al campo di Higgs.

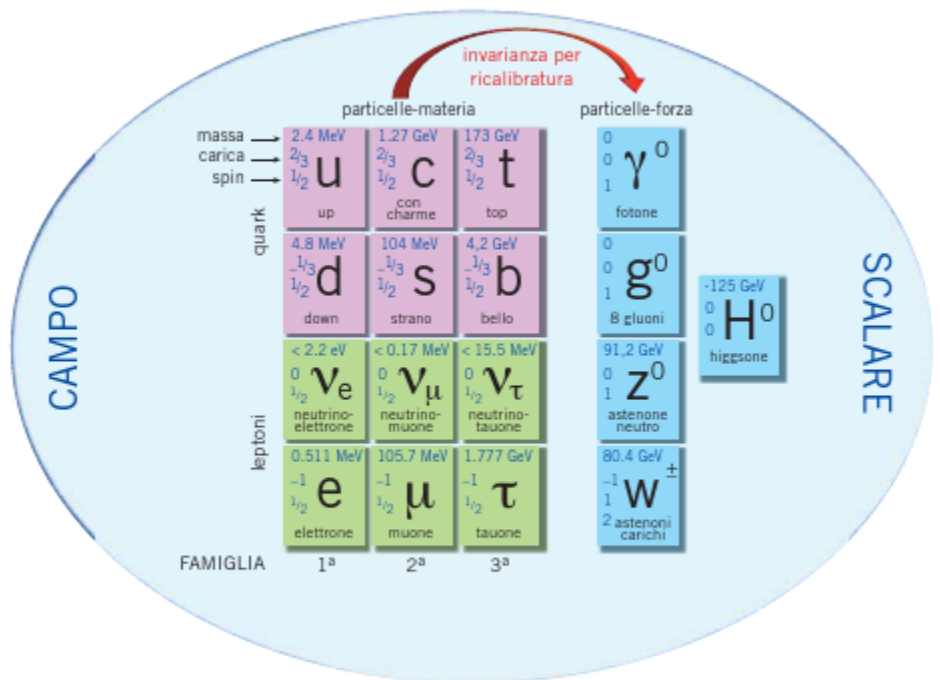


Figura 36 Rappresentazione del campo scalare (in azzurro) che riempie tutto lo spazio e dà origine alla massa delle particelle-materia e dei tre astenoni. I suoi quanti sono le particelle di Higgs.

Per rappresentare visivamente questa affermazione, la figura 35 è stata trasformata nella figura 36. Essa illustra l'effetto del pervasivo campo scalare, che rompe la simmetria e dà massa alle particelle, tranne che al fotone e agli otto gluoni.

I pacchetti d'onda del campo scalare, come quelli di ogni altro campo, appaiono ai nostri strumenti come particelle; ad esse si dà, di solito, il nome di «particelle di Higgs» (simbolo: H^0).

Nella figura – per assonanza con i termini «fermione» e «bosone» derivati dai nomi dei fisici Fermi e Bose – lo si è chiamato «higgsoni».

Per tenere conto dell'onnipresente campo di Higgs, la figura 27 può essere completata disegnando la figura 37.

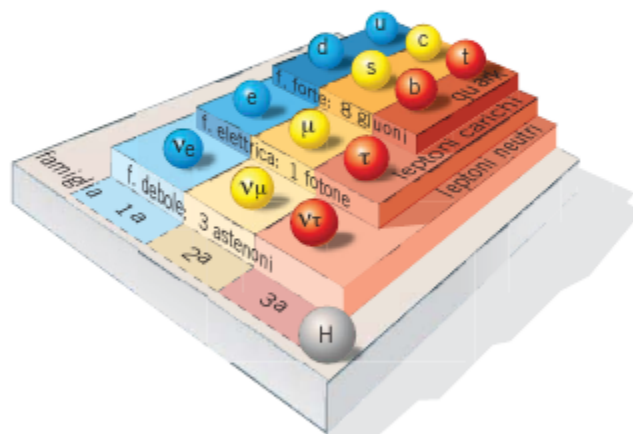


Figura 37 Il campo scalare, detto «di Higgs», è il gradino che sostiene tutte le particelle del Modello Standard, perché dà a ciascuna particella la massa che le è propria. Le oscillazioni localizzate del campo scalare, i suoi «quanti», sono le particelle di Higgs, rappresentate dalla sfera grigia.

Il gradino grigio – che sostiene l'intera costruzione – esprime graficamente l'ipotesi che sta alla base del Modello Standard: il campo-forza scalare, pur essendo il ven-

ticinquesimo, è il più importante, perché interagisce in maniera differenziata con i pacchetti d'onda degli altri campi. Le particelle che interagiscono maggiormente sono più rallentate, come se si muovessero in un mezzo più viscoso, e hanno massa maggiore.

La sferetta grigia, che poggia sul piano della **figura 37**, rappresenta un quanto del campo scalare, un higgstone.

Le **figure 36 e 37** danno una visione panoramica delle principali caratteristiche del Modello Standard, che spiega i fenomeni di collisione e decadimento in cui intervengono la forza elettrodebole e quella forte, ma ne fornisce anche un'accurata interpretazione delle centinaia di adroni osservati.

Nel Modello Standard le forze elettromagnetica e debole sono due aspetti diversi di una stessa forza e il campo scalare non cancella né la simmetria di base della **figura 35** né l'unificazione elettrodebole, ma le *nasconde* all'occhio dell'osservatore.

Cinquant'anni fa si è osservato che la forza debole è milioni di volte meno intensa della forza elettromagnetica e si è stati tentati di attribuire questa differenza a una diversità di accoppiamenti, che starebbe a indicare una natura distinta delle due forze. Ma ulteriori esperimenti hanno dimostrato che gli accoppiamenti degli astenoni sono circa uguali a quello del fotone mentre le masse dei mediatori non potrebbero essere più diverse: circa 100 GeV e 0 GeV!

Nel Modello Standard le masse del fotone e degli astenoni sono diverse per la presenza del campo di Higgs, che *nasconde* la loro uguaglianza di fondo.

Sono le masse dei mediatori a essere diverse, per le loro differenti interazioni con il campo scalare, e a causare la diversità delle forze. Per questo spesso si parla di «*simmetria elettrodebole nascosta*» anziché di «*simmetria rotta*».

Ricerca delle particelle di Higgs

Non è possibile rivelare direttamente il campo scalare, ma si può osservare la produzione di higgsoni nelle collisioni di particelle di energia sufficientemente elevata. Per questo al Large Hadron Collider del CERN la ricerca del bosone di Higgs è uno dei principali campi d'indagine. Un higgstone eventualmente prodotto nelle collisioni decadrebbe immediatamente in particelle più leggere: l'accurata analisi delle particelle emesse consente di stabilire se all'origine del decadimento ci sia stata o meno una particella di Higgs.

Alla fine del 2011 il CERN ha annunciato una prima serie di risultati sperimentali, che sono spiegabili con la produzione di particelle di Higgs con massa pari a circa 125 GeV.

Se ulteriori dati confermeranno questa indicazione, si potrà affermare che la rottura della simmetria elettrodebole è dovuta al campo scalare e il settore elettrodebole unificato del Modello Standard avrà avuto la sua convalida definitiva.



Figura 38 La sede di ATLAS, uno dei rivelatori di particelle posti lungo l'anello di LHC, al CERN. Il grande murale, finito nel 2011, dà un'immagine artistica dell'interno del rivelatore.

UNIFICAZIONE DEI CONCETTI, DELLE FORZE E DEI MODELLI

CERN/SciencePhotoLibrary

1 IL LUNGO CAMMINO VERSO L'UNIFICAZIONE

Per Galileo, all'inizio del 1600, la fisica era essenzialmente osservazione astronomica e studio del moto dei corpi; nel mondo occidentale a queste attività si dedicavano un centinaio di filosofi della natura.

In quattrocento anni i capitoli della fisica si sono moltiplicati e la raccolta e l'organizzazione delle conoscenze, a cui lavorano ogni giorno centinaia di migliaia di scienziati e ingegneri, sono in continua espansione, con scoperte e invenzioni che sono in grado di cambiare la nostra vita, spesso a distanza di molti decenni dal compimento delle ricerche.

Basti pensare alla fisica dei plasmi. Iniziata come studio delle scariche nei gas, è ora la frontiera sulla quale si lavora per giungere alla produzione di energia, attraverso la fusione nucleare di idrogeno e trizio, e risolvere, almeno parzialmente, il problema energetico senza produrre gas serra.

Un filo rosso

I temi della fisica sono molti. È tuttavia possibile individuare un filo rosso che lega tra loro sviluppi della fisica lontani e apparentemente disparati: la ricerca dell'*unificazione* delle grandezze e dei concetti.

La colonna di sinistra della tabella di pagina seguente illustra le progressive unificazioni compiute dagli scienziati nel corso dei secoli; esse misurano l'indubitabile avanzamento della conoscenza del mondo fisico. Le unificazioni a cui oggi si lavora compaiono nelle ultime tre righe.

Tabella delle unificazioni

Unificazione	Protagonisti
1 Mondo celeste e mondo sublunare	Galileo
2 Gravità terrestre e gravità celeste	Newton
3 Forze elettriche e forze magnetiche	Maxwell
4 Spazio e tempo	Einstein
5 Massa ed energia	
6 Spazio-tempo e gravità cosmica	
7 Radiazioni ondulatorie e radiazioni particellari	Bohr, de Broglie, Dirac, Heisenberg, Planck, Schrödinger ...
8 Forza elettromagnetica e forza debole	Glashow, Salam, Weinberg ...
9 Forza forte e forza elettrodebole	Molti, ma non sappiamo esattamente chi e come.
10 Le quattro forze	???

Le prime quattro unificazioni sono dovute a singoli scienziati, grandi tra i grandi. La settima e l'ottava sono opere collettive, come – presumibilmente – la nona e la decima, che non sono ancora compiute.

Scoprendo le macchie del Sole (figura 1), le irregolarità della superficie lunare e i quattro satelliti di Giove, **Galileo** cancellò la differenza tra mondo celeste e mondo sublunare. Ciò ben s'inquadrava nello schema copernicano, che egli difese appassionatamente, talvolta usando argomenti che si rivelarono in seguito sbagliati.

Quasi ottant'anni dopo l'unificazione galileiana, **Newton** scoprì le leggi della dinamica e dimostrò che esse valgono ugualmente sulla Terra e nei cieli. La forza gravitazionale è l'esempio più evidente dell'unificazione newtoniana: la forza che induce una mela a cadere dall'albero è della stessa natura di quella che fa orbitare i pianeti intorno al Sole.

Nel 1873, pubblicando le sue quattro equazioni, **Maxwell** condensò in poche righe un'enorme quantità di risultati sperimentali che riguardavano le forze elettriche e le forze magnetiche. La loro unificazione portò con sé un inaspettato regalo: la scoperta che la luce non è altro che un'onda elettromagnetica.

Albert **Einstein** (figura 2) è il più grande fisico di tutti i tempi perché ha operato – da solo, nel silenzio e usando argomentazioni apparentemente semplici – ben tre unificazioni: lo spazio con il tempo e la massa con l'energia, nella relatività ristretta, e lo spazio-tempo con la gravità cosmica, nella relatività generale.

Alla fine del diciannovesimo secolo, i fisici conoscevano i fasci di elettroni, *particelle* puntiformi in movimento, e i fasci di luce o di raggi X, *onde* elettromagnetiche che trasportano energie. L'unificazione di queste due visioni, una corpuscolare e l'altra ondulatoria, fu completata trent'anni dopo, con i contributi dei grandi intellettuali elencati nella tabella e di alcuni altri.

Nasceva così una nuova fisica in grado di descrivere tutti i fenomeni del mondo atomico e subatomico: la «teoria quantistica». Il cuore della **fisica quantistica**, la settima unificazione della tabella, è che ogni radiazione è sia *particella* sia *onda di probabilità*.

Planck iniziò la rivoluzione con il quanto d'azione h , de Broglie introdusse le onde elettroniche, Schrödinger e Dirac ne scrissero le equazioni. Heisenberg collegò con il principio di indeterminazione le descrizioni corpuscolare e ondulatoria e Bohr si fece paladino dell'interpretazione probabilistica della funzione d'onda proposta da Max Born. Questa interpretazione fu rigettata da Einstein e da Planck, ma è ancora oggi accettata dalla stragrande maggioranza dei fisici.



Figura 1 Disegni fatti da Galileo osservando con il telescopio le macchie solari



Figura 2 Albert Einstein a 26 anni, quando formulò la teoria della relatività ristretta.

2 COLLISIONI AD ALTE ENERGIE DI ELETTRONI E QUARK

Per discutere le tre ultime unificazioni elencate nella tabella, si deve partire dal Modello Standard delle particelle e delle forze, che racchiude tutta la relatività ristretta e la fisica quantistica e, combinandole con alcuni principi di simmetria sconosciuti fino a cinquant'anni fa, ha un vastissimo campo di applicazione.

Si può quindi dire che

il Modello Standard è molto soddisfacente e meriterebbe il titolo di «Teoria Standard» delle particelle e delle forze, almeno quanto la teoria della gravitazione universale merita il suo nome. Ma, sotto altri aspetti, esso è incompleto.

Incompletezza del Modello Standard

Il Modello Standard spiega con precisioni straordinarie – che in alcuni casi sono anche di una parte su un miliardo – molte migliaia di risultati sperimentali. A questo scopo richiede la conoscenza di una ventina di parametri numerici quali, per esempio, i valori della velocità della luce, della carica elettrica elementare, della costante di Planck, delle masse delle 12 particelle-materia, delle masse degli astenoni W e Z e degli accoppiamenti della forza forte e della forza elettrodebole.

I fisici chiamano «costanti di natura» questi parametri numerici, che si possono ricavare soltanto confrontando le previsioni di un modello con i dati sperimentali. Un modello (o una teoria) è considerato tanto più soddisfacente quanto *minore* è il numero di parametri che esso contiene e quanto *più vasto* è il suo campo di applicabilità.

Da questo punto di vista cosa si può dire del Modello Standard?

Innanzitutto venti parametri sono troppi: vorremmo che almeno alcuni di essi potessero essere calcolati a partire dagli assiomi di base.

Inoltre il suo campo di applicabilità, seppure amplissimo, lascia fuori fenomeni molto importanti. Infatti

- l'unificazione elettrodebole mette in stretta relazione la forza elettromagnetica e la forza debole, ma la forza forte non è coinvolta;
- la forza di gravità non è neppure menzionata.

Ovviamente oggi

la frontiera della fisica delle particelle è la costruzione di un nuovo modello più generale, che includa il Modello Standard e prosegua nel cammino delle unificazioni, coinvolgendo non soltanto la forza forte ma anche la forza gravitazionale.

Per discutere in concreto questi possibili sviluppi, prendiamo in esame le collisioni tra particelle-materia a energie tanto elevate da essere raggiunte soltanto negli acceleratori del nuovo millennio.

Collisioni di elettroni di alta energia

Come punto di partenza consideriamo la collisione tra due elettroni, che si scambiano un'energia E (figura 3),

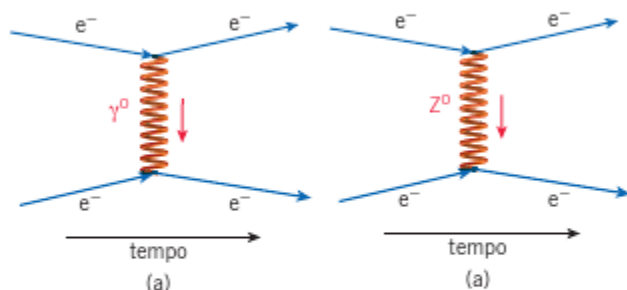


Figura 3 Nelle collisioni tra due elettroni sono scambiati (a) un fotone oppure (b) un astenone neutro.

La dinamica di questi processi è determinata dai due eventi elementari della figura 4: l'emissione di un fotone virtuale o di un astenone neutro virtuale, di energia E .

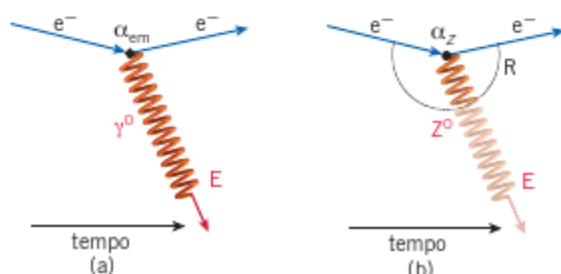


Figura 4 Nei processi elementari di emissione di particelle-forza virtuali – un fotone in (a) e un astenone in (b) – E è l'energia che è scambiata tra la particella-materia che emette il mediatore e la particella che lo assorbe.

Nel Modello Standard la forza elettromagnetica (che ha accoppiamento α_{em}) e la forza debole (che ha accoppiamento α_Z) sono unificate, perché la differenza di intensità tra le due forze è attribuita non a una diversità tra gli accoppiamenti, che sono praticamente uguali, ma al fatto che l'astenone neutro non si può allontanare dalla particella-materia, data la sua grande massa:

$$\alpha_{em} \approx \alpha_Z, \quad (1)$$

Nella figura 4b questo fatto è rappresentato dalla sfumatura della linea ondulata che rappresenta Z^0 .

Come è stato fatto nel paragrafo «Le forze elettromagnetica e forte» del Capitolo precedente, il raggio d'azione R di una forza è calcolato dal principio di indeterminazione

$$\Delta E \Delta t \approx \hbar \approx 10^{-34} \text{ J s}, \quad (2)$$

nel quale basta sostituire a ΔE l'energia scambiata E .

Nell'intervallo di tempo Δt dato dalla (2), il mediatore può allontanarsi dalla particella-forza che l'ha emesso al massimo fino a una distanza

$$R \approx c \Delta t \approx \hbar c / E \approx 0,2 \text{ fm GeV} / E, \quad (3)$$

dove $1 \text{ fm} = 10^{-13} \text{ cm}$ è un'unità adatta al mondo subatomico, perché il raggio di un protone vale circa 1 fermi. L'energia E è misurata in GeV. Va sottolineato che nella relazione (3) l'energia E va misurata in GeV.

Il punto essenziale è che il raggio di azione della forza R è inversamente proporzionale all'energia scambiata.

Energia scambiata

I due elettroni della figura 3 si scambiano una quantità di moto il cui modulo p aumenta al crescere dell'angolo di diffusione e si dovrebbe parlare di «quantità di moto scambiata». Tuttavia, nel discutere i grafici elementari di emissione (o di assorbimento) di un mediatore, si usa il termine «energia E scambiata» dove $E = cp$.

Per un fotone virtuale che, non avendo massa, può trasportare un'energia qualsiasi, il raggio d'azione vale circa 0,2 fm quando $E = 1 \text{ GeV}$. Ma un astenone non può mai avere energia inferiore ai 91,2 GeV – che è la sua massa di riposo espressa in unità di energia – e il massimo raggio di azione vale circa $2 \times 10^{-3} \text{ fm}$: la forza debole è molto più flebile della forza elettromagnetica per la grande diversità dei raggi d'azione.

Nell'ipotetica collisione tra due fasci di elettroni da 10 000 GeV – cioè all'energia totale di 20 000 GeV – accadono eventi in cui l'energia scambiata può valere $E = 10 000 \text{ GeV}$. In questo caso la massa di riposo dell'astenone (91,2 GeV) è trascurabile e le due forze hanno lo stesso raggio di azione: $0,2 \text{ fm GeV} / 10^4 \text{ GeV} = 2 \times 10^{-5} \text{ fm}$ e la stessa intensità. Quindi

quando sono scambiate energie molto maggiori di 100 GeV, forza elettromagnetica e forza debole sono causate dallo scambio di mediatori indistinguibili e sono aspetti diversi di uno stesso fenomeno, tanto che si deve parlare di una sola «forza elettrodebole».

Per comprendere questa affermazione si può ricorrere a un'analogia: gli astenoni carichi W^+ e W^- , avendo la stessa massa e lo stesso accoppiamento alle particelle-materia, sono forme diverse di una stessa particella.

Collisioni tra quark: forze forte ed elettrodebole

Scambio di gravitoni

Il grafico con scambio di un gravitone è molto utile per mettere in luce il parallelismo tra la forza gravitazionale e le altre forze e per introdurre in modo semplice l'unificazione globale ma, da un punto di visto matematicamente rigoroso, non è corretto perché il fenomeno non è descrivibile con la teoria quantistica dei campi, che è invece necessario applicare per inquadrare quantitativamente l'unificazione delle forze.

Consideriamo ora le forze agenti tra i quark- u di due protoni, che circolano in verso opposto nel Large Hadron Collider e collidono con 3500 GeV di energia ciascuno.

L'energia di ognuno di questi protoni è suddivisa tra i tre quark che lo formano e i gluoni, che essi continuamente si scambiano. In media, metà di questa energia è portata dai gluoni e l'altra metà dai quark, che hanno ciascuno – quindi – un'energia media $E_u = 500 \text{ GeV}$. La collisione tra un quark- u del primo protone con un quark- u del secondo avviene, perciò, con 1000 GeV di energia totale.

Le tre forze che agiscono durante l'urto sono descritte dai diagrammi della figura 5 e sono dovute allo scambio di tre gruppi di particelle-forza virtuali neutre:

- (a) gli otto gluoni;
- (b) il fotone e l'astenone neutro, che – nella visione unificata della forza elettrodebole – a questa energia sono aspetti diversi di una stessa particella-forza;
- (c) il gravitone G^0 che, con il suo scambio, descrive la debolissima forza gravitazionale che agisce tra i quark e che introduciamo a questo punto, perché vogliamo discutere la decima unificazione, quella che coinvolge la forza gravitazionale.

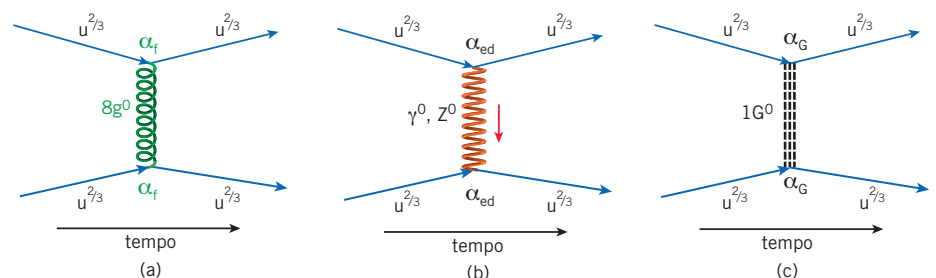


Figura 5 Le forze forte, elettrodebole e gravitazionale, che agiscono tra i quark, sono dovute agli scambi di 11 particelle-forza neutre: 8 gluoni, 2 mediatori elettrodeboli e 1 gravitone. Le probabilità di emissione e assorbimento dei mediatori sono date dagli accoppiamenti α_f , α_{ed} e α_G .

Nelle collisioni tra quark- u del Large Hadron Collider gli accoppiamenti forte (α_f), elettrodebole (α_{ed}) e gravitazionale (α_G) sono molto diversi; quello gravitazionale è addirittura infinitesimale.

3 NONA UNIFICAZIONE: LA FORZA FORTE CON LA FORZA ELETTRODEBOLE

Origine dell'unificazione elettroforte

Consideriamo ora l'accoppiamento forte, cioè il vertice superiore della **figura 5a**, che è ridisegnato nella **figura 6a**.

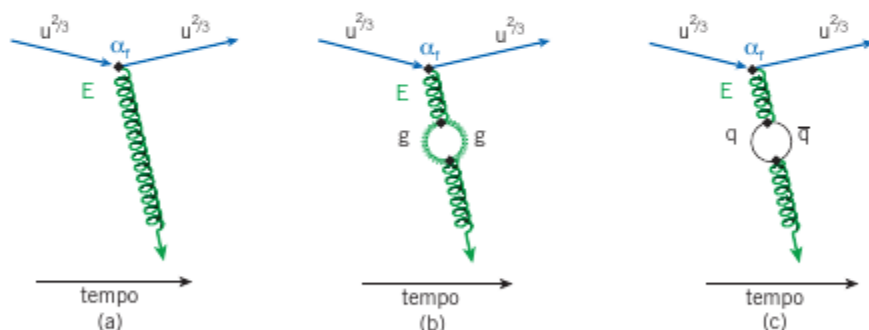


Figura 6 L'accoppiamento del gluone virtuale al quark- u , rappresentato nella figura (a), è modificato dai processi illustrati dalla figura (b) – il gluone si divide in due gluoni – e dalla figura (c) – il gluone crea una coppia quark-antiquark.

Nelle **figure 6b** e **6c** sono messi in evidenza alcuni dei molti processi virtuali che possono avvenire: in (b) il gluone si divide in due gluoni, che poi si ricompongono; in (c) il gluone crea temporaneamente un quark e un antiquark virtuali, che si annichilano dando origine a un gluone identico a quello iniziale.

Nell'ambito del Modello Standard, a ciascuno di questi processi corrisponde una probabilità che è calcolabile con la teoria quantistica dei campi.

Tutti i processi virtuali possibili dipendono dall'energia scambiata E – che è l'energia che hanno a disposizione, anche se per un tempo brevissimo – e in definitiva *modificano* il valore dell'accoppiamento α_f del processo primario,

che è rappresentato nella **figura 6a**.

Tenendo conto di tutti questi possibili processi virtuali e dei risultati sperimentali si conclude che

l'accoppiamento forte effettivo vale

$$\alpha_f \approx 10^{-1} \quad \text{per } E = 1000 \text{ GeV} \quad (4)$$

e *diminuisce* con l'energia E scambiata.

L'opposto accade all'accoppiamento elettrodebole α_{ed} della **figura 5b**:

a causa dei processi virtuali che interessano il fotone e gli astenoni mediatori della forza elettrodebole, α_{em} e α_z *aumentano* con l'energia scambiata, così che anche α_{ed} ha lo stesso andamento.

Confinamento dei quark

Poiché l'accoppiamento forte diminuisce al crescere dell'energia scambiata E , esso *aumenta*, e sempre più rapidamente, quando E *diminuisce*. $\alpha_f \approx 0,01$ per $E = 1000 \text{ GeV}$, $\alpha_f \approx 0,1$ per $E = 250 \text{ GeV}$ e $\alpha_f \approx 1$ per $E = 0,5 \text{ GeV}$. Poiché negli adroni i gluoni si scambiano energie inferiori al GeV, l'accoppiamento è grande e la forza è tanto intensa che i quark non possono mai sfuggire dagli adroni, che sono quindi la loro prigione.

Accoppiamento elettrodebole

L'affermazione che gli accoppiamenti elettromagnetico e debole aumentano con l'energia semplifica la presentazione, ma non è matematicamente corretto.

Accoppiamento elettromagnetico e accoppiamento elettrodebole

L'accoppiamento di un mediatore a una particella-materia esprime la probabilità di emissione della particella-forza virtuale.

In teoria quantistica dei campi, l'espressione matematica dell'accoppiamento elettromagnetico α_{em} è in *corrispondenza diretta* con la formula classica della forza di Coulomb, che si esercita a distanza r tra due elettroni:

$$F_C = \frac{e^2}{(4\pi\epsilon_0)r^2} \leftrightarrow \alpha_{em} = \frac{e^2}{(4\pi\epsilon_0)\hbar c} \quad (5)$$

dove $1/(4\pi\epsilon_0) = 8,988 \text{ N m}^2/\text{C}^2$.

Il controllo dimensionale mostra che α_{em} è un numero puro, come ci si aspetta: $1/\alpha_{em}$ è infatti il *numero* di osservazioni che devono essere compiute su un elettrone, prima di trovare nelle sue vicinanze un fotone virtuale.

Numericamente si ha

$$\alpha_{em} = 1/137,036 = 0,0073 \quad (6)$$

quando si introducono nella (5) i valori sperimentali delle costanti naturali c , \hbar ed e , che intervengono nelle teorie fisiche fondamentali – relatività, fisica quantistica e Modello Standard – e sono misurate con grande precisione:

$$\begin{aligned} c &= 2,99792458 \times 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}} \\ \hbar &= 1,054572 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s} \\ e &= 1,602176 \times 10^{-19} \text{ C.} \end{aligned} \quad (7)$$

Come si è detto, all'opposto di quello che accade per l'accoppiamento forte, l'accoppiamento elettromagnetico aumenta con l'energia. Sperimentalmente si è osservato che

il valore di α_{em} *aumenta* con l'energia passando dal valore 0,0073 – valido quando l'energia scambiata è inferiore a $E = 1 \text{ GeV}$ – fino a 0,0080, quando $E = 1000 \text{ GeV}$.

Per i ragionamenti qualitativi di questo capitolo è sufficiente utilizzare per α_{em} il valore approssimato 0,01. Come si è detto, questo è anche il valore dell'accoppiamento elettrodebole α_{ed} :

$$\alpha_{ed} \approx \alpha_{em} \approx \alpha_Z \approx 0,01 \quad \text{per } E = 1000 \text{ GeV.} \quad (8)$$

La (8) esprime il fatto che a energie scambiate dell'ordine di 1000 GeV un elettrone emette una volta su cento un fotone virtuale e una volta su cento un astenone virtuale.

La possibile unificazione elettroforte

L'unificazione delle forze forte ed elettrodebole è possibile perché l'accoppiamento elettrodebole α_{ed} aumenta con l'energia scambiata E , mentre α_f diminuisce al crescere di E .

Nel quadro del Modello Standard, gli andamenti dei due accoppiamenti possono essere calcolati, in funzione dell'energia E , con le equazioni della teoria quantistica dei campi, a partire dai valori dati dalla (4) e dalla (8):

$$\alpha_f = 10^{-1}, \quad \alpha_{ed} = 10^{-2} \quad \text{per } E = 1000 \text{ GeV.} \quad (9)$$

Nel grafico doppiamente logaritmico della **figura 7** gli andamenti calcolati per i due accoppiamenti sono rappresentati dalle rette verde e rossa, in alto (si noti che le scale della figura sono estremamente compresse: sull'asse orizzontale l'energia aumenta da 10^3 GeV a 10^{20} GeV e, sull'asse verticale, l'accoppiamento aumenta ancora di più, da 10^{-35} a 1!).

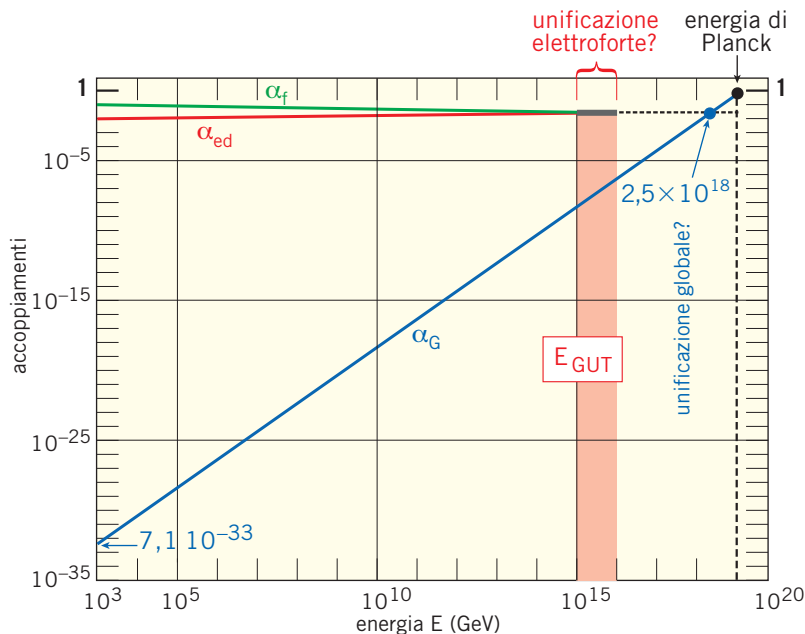


Figura 7 Dipendenza delle costanti di accoppiamento forte, elettrodebole e gravitazionale dall'energia scambiata nella collisione.

Come si vede, al crescere dell'energia scambiata E gli accoppiamenti della forza forte e di quella elettrodebole diventano uguali nell'intervallo di energia $10^{15} \leq E \leq 10^{16}$ GeV, che è indicato nella figura da un tratto nero e dal simbolo E_{GUT} .

L'indice «GUT» sta per «*Grand Unified Theory*», la dizione inglese con cui i fisici chiamano ogni modello teorico che compie l'**unificazione elettroforte**: l'unificazione delle forze elettrodebole e forte ad altissime energie scambiate.

In sintesi si può dire che

gli accoppiamenti forte ed elettromagnetico elettrodebole sono diversi di circa un fattore 10 all'energia $E = 10^3$ GeV, mentre tendono ad avere lo stesso valore nell'intervallo d'energia che va da 10^{15} a 10^{16} GeV.

A queste energie gli accoppiamenti sono praticamente uguali e hanno valore intermedio tra 0,1 e 0,01:

$$\alpha_f = \alpha_{ed} \approx 0,04 = 10^{-1,4} \quad \text{nell'intervallo } 10^{15} - 10^{16} \text{ GeV.} \quad (10)$$

Le «stringhe» quantistiche

L'energia di unificazione elettroforte dipende dall'eventuale esistenza di «superparticelle» che non fanno parte del Modello Standard.

Queste superparticelle hanno masse maggiori di quella del quark-*t* (173 GeV) e quindi non sono ancora state scoperte; se esistono, possono essere create virtualmente in coppia, in processi simili a quelli della [figura 6](#). In collisioni dove le energie scambiate sono maggiori del doppio della loro massa (il «doppio» a causa della produzione in coppia), le superparticelle virtuali *modificano* l'andamento degli accoppiamenti facendoli convergere all'energia $E_{GUT} = 10^{16}$ GeV.

Negli ultimi trent'anni sono stati descritti molti modelli che prevedono l'esistenza delle superparticelle. La proposta che raccoglie i maggiori consensi tra i fisici è la «teoria delle corde quantistiche» detta, più semplicemente e per assonanza con la parola inglese «string», «teoria delle stringhe» oppure «modello delle stringhe».

L'idea alla base di questo modello è schematicamente rappresentata nella [figura 8](#):

le particelle-materia e le particelle-forza sono *anellini* di dimensioni piccolissime, anziché i corpuscoli puntiformi del Modello Standard. Ogni particella corrisponde a un diverso modo di oscillazione di uno stesso tipo di anellino

in analogia con la corda di una chitarra che, a seconda della sua lunghezza, emette note differenti.

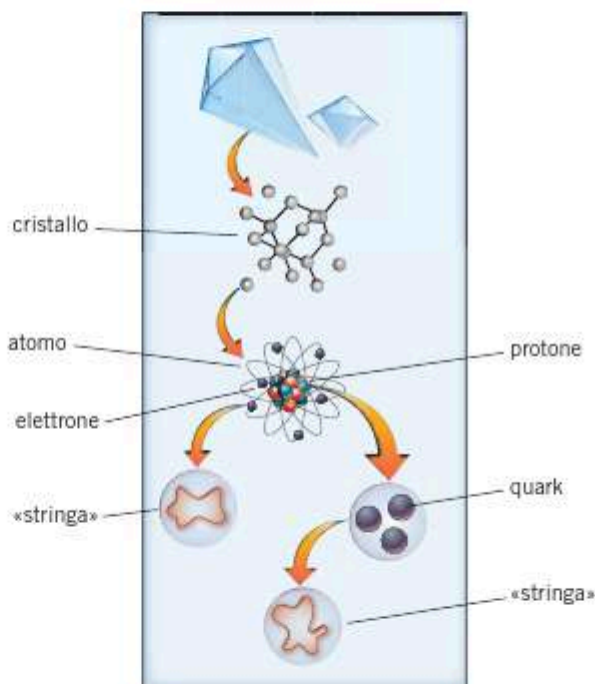


Figura 8 Secondo la teoria delle corde gli elettroni e i quark (e tutte le particella-materia) sono piccolissimi anellini oscillanti. Lo stesso vale per le particelle-forza.

Nonostante la rappresentazione fatta nella [figura 8](#), non si tratta di anellini che obbediscono alle leggi della fisica classica, come se fossero piccolissimi «lazo» continuamente vibranti: le stringhe obbediscono alle leggi dell'indeterminazione quantistica.

Va sottolineato che esistono un'infinità di possibili modelli a corde quantistiche.

I fisici teorici hanno inventato soluzioni astute al problema della riduzione del numero di dimensioni dalle 10, che sono richieste dalle teorie autoconsistenti, alle 4 in cui siamo immersi. Ma resta un fatto fondamentale: ogni modello quantistico delle stringhe rappresenta un drastico cambiamento rispetto alla descrizione usuale del mondo subatomico. La teoria quantistica dei campi alla base del Modello Standard, infatti, considera soltanto particelle che – nella descrizione corpuscolare – sono punti e non corde.

Particelle supersimmetriche

Le teorie delle stringhe godono di una nuova forma di simmetria che è detta **supersimmetria**, in breve SUSY: per ogni tipo di particella-forza nota esiste un (nuovo) tipo di particella-materia e viceversa



Così, a partire dai venticinque tipi di particelle del Modello Standard, SUSY prevede che esistano almeno altri venticinque tipi di «superparticelle».

La Supersimmetria potrebbe essere valida anche senza che le particelle siano corde vibranti e, infatti, sono stati proposti molti modelli che la integrano con altre ipotesi e predicono particelle supersimmetriche di masse molto diverse. Tutti questi modelli portano all'unificazione della forza forte con la forza elettrodebole, all'energia $E_{GUT} \approx 10^{16}$ GeV.

In ogni caso, le particelle supersimmetriche, se esistono, hanno masse tanto grandi che le energie liberate nelle collisioni degli acceleratori di particelle del ventesimo secolo non erano sufficienti a produrle.

Al Large Hadron Collider le collisioni avvengono a energie dieci volte maggiori che in passato e i sostenitori della Supersimmetria sono convinti che qui saranno scoperte le più leggere delle particelle supersimmetriche.

Se saranno osservate sperimentalmente e la Supersimmetria sarà confermata, la nona unificazione della tabella risulterà avviata a compimento.

4 LA FORZA GRAVITAZIONALE E LA DECIMA UNIFICAZIONE

La forza gravitazionale nelle collisioni tra quark

Secondo i dettami della teoria quantistica dei campi, il campo-forza gravitazionale deve, come ogni altro campo, essere sede di oscillazioni localizzate, quei quanti gravitazionali che sono stati chiamati «gravitoni» e che, per le proprietà speciali del

campo gravitazionale, hanno spin $S = 2$.

Nella **figura 5** il simbolo G^0 è usato per individuare il gravitone virtuale scambiato nella collisione di due quark- u nel LHC e il simbolo α_G indica l'accoppiamento gravitazionale. Per calcolarlo ricorriamo a un'analogia.

La forza di Newton tra due masse M ha un'espressione molto simile a quella della forza di Coulomb, che è data dalla (5):

$$F_G = \frac{GM^2}{r^2} \leftrightarrow F_C = \frac{e^2}{(4\pi\epsilon_0)r^2}. \quad (11)$$

Formalmente F_G si può ottenere facendo in F_C la sostituzione di $e^2/(4\pi\epsilon_0)$ con GM^2 . Questa stessa sostituzione permette di ottenere dall'espressione (5) dell'accoppiamento α_{em} , l'accoppiamento gravitazionale

$$\alpha_G = \frac{GM^2}{\hbar c} = \frac{GE^2}{\hbar c^5}. \quad (12)$$

Nell'ultimo passaggio si sono moltiplicati numeratore e denominatore per c^4 e si è identificata l'energia Mc^2 con l'energia scambiata E .

Introducendo nella (12) la costante gravitazionale

$$G = 6,67384 \times 10^{-11} \frac{\text{m}^3}{\text{kg} \cdot \text{s}^2} \rightarrow \text{Relatività generale} \quad (13)$$

e i valori di \hbar e c riportati nelle (7), si calcola l'accoppiamento gravitazionale all'energia $E = 10^3 \text{ GeV} = 1,6 \times 10^{-7} \text{ J}$:

$$\alpha_G = \frac{6,7 \times 10^{-11} (1,6 \times 10^{-7})^2}{10^{-34} (3 \times 10^8)^5} \approx 7,0 \times 10^{-33}, \quad E = 10^3 \text{ GeV}. \quad (14)$$

Si tratta di un accoppiamento veramente infinitesimale: 30 ordini di grandezza inferiore a quello elettrodebole, dato dalla relazione (9).

Risulta quindi confermato che

al Large Hadron Collider la probabilità che un quark emetta un gravitone è 10^{30} volte inferiore alla probabilità di emettere un fotone o un astenone neutro.

Energia dell'unificazione globale

Il comportamento di α_G in funzione di E è completamente diverso da quello di α_f e α_{ed} perché, come si legge dalla (12), questo accoppiamento è proporzionale al *quadrato* dell'energia: quando l'energia scambiata diventa 10 volte più grande, α_G aumenta addirittura di 100 volte. Nel grafico doppiamente logaritmico della **figura 7**, questa proprietà si riflette nella grande pendenza della retta che rappresenta α_G .

Partendo dal valore infinitesimale $7,0 \times 10^{-33} = 10^{-32,2}$ della relazione (14), che vale a $E = 10^3 \text{ GeV}$, α_G può così divenire uguale all'accoppiamento unificato $10^{-1,4}$ dell'equazione (10) a un'energia che è facile calcolare.

L'aumento di ben $32,2 - 1,4 = 30,8$ fattori dieci (cioè di 30,8 ordini di grandezza) richiede un aumento dell'energia di $30,8/2 = 15,4$ fattori dieci rispetto ai 10^3 GeV a cui vale la relazione (14), Quindi

$$\text{energia dell'unificazione globale} = 10^{15,4} 10^3 \text{ GeV} = 10^{18,4} = 2,5 \times 10^{18} \text{ GeV}. \quad (15)$$

Accoppiamento gravitazionale

La proporzionalità al quadrato dell'energia è la proprietà che rende α_G intrinsecamente diverso da α_f e α_{ed} e fa sì che lo scambio di gravitoni non possa essere descritto con la teoria quantistica dei campi.

Si legge in questa relazione, e si vede nella **figura 7**, che l'accoppiamento gravitazionale taglia la retta rappresentativa del valore comune dell'accoppiamento elettroforte, a un'energia che è circa *trecento volte* maggiore di E_{GUT} .

Secondo questa semplice argomentazione

in una collisione tra particelle che si scambiano circa $2,5 \times 10^{18}$ GeV di energia, l'accoppiamento gravitazionale è tanto grande quanto l'accoppiamento forte e quello elettrodebole; si apre la prospettiva di un'unificazione *globale* della forza elettroforte con la forza gravitazionale.

La possibilità esiste, ma ancora oggi non è stata proposta una teoria unica e convincente di questa unificazione – nonostante trent'anni di tentativi – e la sua costruzione rappresenta l'attuale frontiera della fisica delle particelle. All'argomento è dedicato il prossimo paragrafo.

5 LE GRANDEZZE DI PLANCK

Energia e tempo di Planck

La formula (12) è di solito scritta nella forma

$$\alpha_G = (E/E_{\text{Planck}})^2 \quad (16)$$

con

$$E_{\text{Planck}} = \sqrt{\frac{\hbar c^5}{G}} \cong 1,956 \times 10^9 \text{ J} \cong 1,22 \times 10^{19} \text{ GeV}. \quad (17)$$

Il valore numerico è stato calcolato utilizzando le costanti universali date nelle relazioni (7) e (13).

Fu Max Planck a scrivere per primo questa espressione, nel 1899, essendosi posto il problema di combinare le costanti naturali c , \hbar e G in modo da ottenere una grandezza avente le dimensioni di un'energia. La relazione (17) è l'unica soluzione possibile; per questo E_{Planck} prende il nome di «**energia di Planck**».

Max Planck ricavò, con gli stessi metodi dimensionali, anche il **tempo di Planck** t_{Planck} , la lunghezza l_{Planck} e la massa M_{Planck} :

$$\begin{aligned} t_{\text{Planck}} &= \sqrt{\frac{\hbar G}{c^5}} \cong 5,39 \times 10^{-44} \text{ s} \\ l_{\text{Planck}} &= ct_{\text{Planck}} = \sqrt{\frac{\hbar G}{c^3}} \cong 1,62 \times 10^{-35} \text{ m} \\ M_{\text{Planck}} &= E_{\text{Planck}}/c^2 = \sqrt{\frac{\hbar c}{G}} \cong 2,18 \times 10^{-8} \text{ kg}. \end{aligned} \quad (18)$$

Nella seconda relazione, la lunghezza l_{Planck} è ottenuta moltiplicando per c il tempo di Planck, mentre la **massa di Planck** si ricava dalla definizione (17) dell'energia di Planck, dividendola per c^2 .

Il tempo di Planck è infinitesimale rispetto ai tempi del mondo subatomico:

un intervallo di tempo lungo 10^{-43} secondi è 10^{20} volte più breve del tempo già inconcepibilmente piccolo (10^{-23} secondi) che un fotone impiega a percorrere una distanza pari al diametro di un protone ($2 \text{ fermi} = 2 \times 10^{-13} \text{ cm}$). Parallelamente, la lunghezza di Planck è 10^{20} volte più piccola del diametro di un protone.

Invece la massa di Planck non ha dimensioni subatomiche: un uovo di mosca pesa circa 2×10^{-5} grammi! Anche l'energia di Planck non è affatto trascurabile sulla scala del mondo macroscopico, tanto che la paghiamo cara quando facciamo il pieno con 60 litri di benzina, equivalenti al contenuto energetico della formula (17): $2 \times 10^9 \text{ J}$.

Collisioni all'energia di Planck

Dimensioni e tempi piccolissimi, combinati con masse ed energie enormi, definiscono le condizioni eccezionali che si avrebbero in collisioni di particelle all'energia di Planck, che è ben 10^{16} volte più grande dei 1000 GeV di energia totale tipici delle collisioni tra quark del Large Hadron Collider.

Per descrivere queste ipotetiche collisioni non è sufficiente impiegare la teoria quantistica dei campi, né basterebbe il modello supersimmetrico SUSY, in cui la forza forte è unificata con quella elettrodebole all'energia E_{GUT} .

Vediamo perché a quelle impensabili energie è assolutamente necessario utilizzare una teoria che integri la *relatività generale* con la *fisica quantistica*.

Cominciamo con il calcolare la velocità di fuga v_f di una piccola massa di prova m da una zona di spazio, di diametro pari a l_{Planck} , che contiene una massa uguale a M_{Planck} :

$$v_f = \sqrt{\frac{2GM_{\text{Planck}}}{l_{\text{Planck}}}} = \sqrt{2} c. \quad (19)$$

Poiché questa velocità è maggiore della velocità della luce, la zona della collisione si comporta come un buco nero che ha dimensioni dell'ordine di l_{Planck} . Nelle sue vicinanze lo spazio è talmente curvato dall'enorme intensità del campo gravitazionale che, per descriverlo, è assolutamente necessario ricorrere ai principi della relatività generale.

D'altra parte, la fisica quantistica dice che, in un'ipotetica collisione all'energia di Planck, vengono scambiati mediatori che hanno energie dello stesso ordine di grandezza di E_{Planck} . La durata dell'esistenza virtuale di questi mediatori è data allora dal principio di indeterminazione:

$$\Delta t = \hbar / E_{\text{Planck}}. \quad (20)$$

Usando le relazioni (18) e (17) si verifica facilmente che Δt non è altro che il tempo t_{Planck} . Ne segue che le particelle forza scambiate non si allontanano dalle particelle collidenti più di ct_{Planck} , che è la lunghezza di Planck.

In sintesi, la **figura 7** giustifica la speranza che a energie prossime all'energia di Planck si possa avere la *decima* unificazione elencata nella tabella del primo paragrafo: l'unificazione globale dei quattro forze che agiscono in natura. Ma nelle collisioni di energia prossima a E_{Planck} si produrrebbero dei **minibuchi neri** con comportamenti quantistici, su scale dimensionali e temporali che sono dell'ordine di l_{Planck} e t_{Planck} .

Velocità di fuga

È la minima velocità che deve possedere un corpo per sfuggire all'attrazione gravitazionale di un altro. Secondo la meccanica classica, la velocità di fuga di un corpo di massa m da un corpo di massa M e raggio R , si ottiene uguagliando l'energia cinetica $mv^2/2$ e l'energia potenziale GmM/R^2 .

Unificazioni globali

Per descrivere la dinamica dei processi reali e virtuali che avrebbero luogo a energie prossime a quella di Planck, deve essere costruita una *nuova teoria*.

Questa teoria deve necessariamente ridursi:

- alla teoria quantistica dei campi, quando si considerano le collisioni tra particelle subatomiche che hanno le energie del Large Hadron Collider;
- alla teoria della relatività generale, quando la si applichi alle grandi dimensioni dello spazio curvo dell'Universo e ai primi istanti del Big Bang.

Oggi tra i fisici teorici non c'è accordo unanime su quale sia la più promettente linea d'attacco a questo problema di frontiera della fisica cosmoparticellare.

Ma la maggioranza di questi scienziati ha dedicato e ancora dedica anni della propria vita professionale a sviluppare la teoria delle corde quantistiche (in 10 o più dimensioni). Essa è infatti considerata la candidata più attendibile a divenire la tanto ambita *Teoria Del Tutto* (TDT), quella che in inglese è chiamata «Theory Of Everything» (TOE).

Va tuttavia sottolineato che

i progressi nella costruzione di una soddisfacente teoria delle supercorde sono lenti, anche perché essa è tanto complicata che, per darle una veste rigorosa, è stato necessario sviluppare una nuova matematica. Inoltre non si è ancora trovato un modo per dedurre dalla teoria delle corde il Modello Standard, che sappiamo valido alle energie del LHC.

La teoria delle corde è preferita da molti perché ha la particolarità di *predire*:

- le particelle supersimmetriche;
- almeno un campo scalare – in grado di dare massa alle particelle del Modello Standard e alle loro superparticelle;
- il gravitone, il mediatore della forza gravitazionale, che viene posto sullo stesso piano dei mediatori delle altre tre forze.

Inoltre, questa teoria globalmente unificata diviene una teoria quantistica dei campi – come il Modello Standard – quando si guardano «da lontano» i suoi enti fondamentali, le corde oscillanti, che hanno dimensioni dell'ordine della lunghezza di Planck (dal punto di vista del modello corpuscolare non desta meraviglia il fatto che un anellino oscillante, con un diametro di 10^{-35} m, appaia come un punto materiale quando lo si osservi su distanze di 10^{-17} m, come accade con le energie scambiate al Large Hadron Collider).

Il futuro dirà quale modello fisico predominerà, anche se, negli ultimi anni, molti fisici teorici si sono convinti che non sarà mai possibile costruire una soddisfacente Teoria Del Tutto.

Comunque, tutti questi argomenti mettono bene in luce l'importanza delle grandezze introdotte da Planck nel 1899, prima che si aprisse il ventesimo secolo, e l'ignoranza che ancora le circonda, all'inizio del ventunesimo secolo. Una cosa si può infatti dire con ragionevole sicurezza:

le grandezze di Planck rappresentano l'ultima frontiera della ricerca fisica, quella oltre la quale non potremo mai guardare.

6 ESTENSIONI E UNIFICAZIONI DEI MODELLI E DELLE TEORIE

La mappa dello spazio e del tempo

Il tempo più breve che oggi possiamo concepire è $t_{\text{Planck}} = 5 \times 10^{-44}$ secondi. E il più lungo?

L'Universo esiste da 13,7 miliardi di anni, ma i protoni e i neutroni, che costituiscono l'idrogeno, l'elemento più diffuso, durano certamente molto più a lungo.

Gli esperimenti mirati a osservare i decadimenti dei protoni dei nuclei in neutrone-elettrone (per esempio) e a misurarne la vita media sono condotti con enormi rivelatori di particelle, montati in caverne sotterranee che li schermano dai raggi cosmici. Un esempio è Super-Kamiokande che contiene 50 000 tonnellate d'acqua ed è costruito in una caverna che si trova nella prefettura giapponese di Gifu sotto i 1000 metri di roccia del monte Ikeyoyama.

Questi rivelatori non hanno osservato alcun protone decadere e hanno portato alla conclusione che la vita media del protone è maggiore di 10^{34} anni. Questo è oggi il più lungo tempo che possiamo immaginare.

Circa le lunghezze, i limiti sono da una parte $l_{\text{Planck}} \approx 10^{-35}$ m e dall'altra il raggio di quella parte dell'Universo che è osservabile con i nostri telescopi e che si calcola moltiplicando la sua durata per la velocità della luce: $1,2 \times 10^{26}$ m.

Tenendo conto di questi limiti

ogni sistema materiale può essere rappresentato sulla **mappa dello spazio e del tempo**, un grafico cartesiano in cui l'asse delle ascisse riporta la durata caratteristica dei fenomeni propri al sistema, misurata in secondi, e l'asse delle ordinate indica una dimensione tipica del sistema, espressa in metri.

A sinistra in basso della **figura 9** – dove si trovano i tempi più brevi e le dimensioni più piccole – è disegnato un punto nero, a rappresentare la massa di Planck. Invece, a destra in alto è disegnato un cielo stellato, che rappresenta l'Universo.

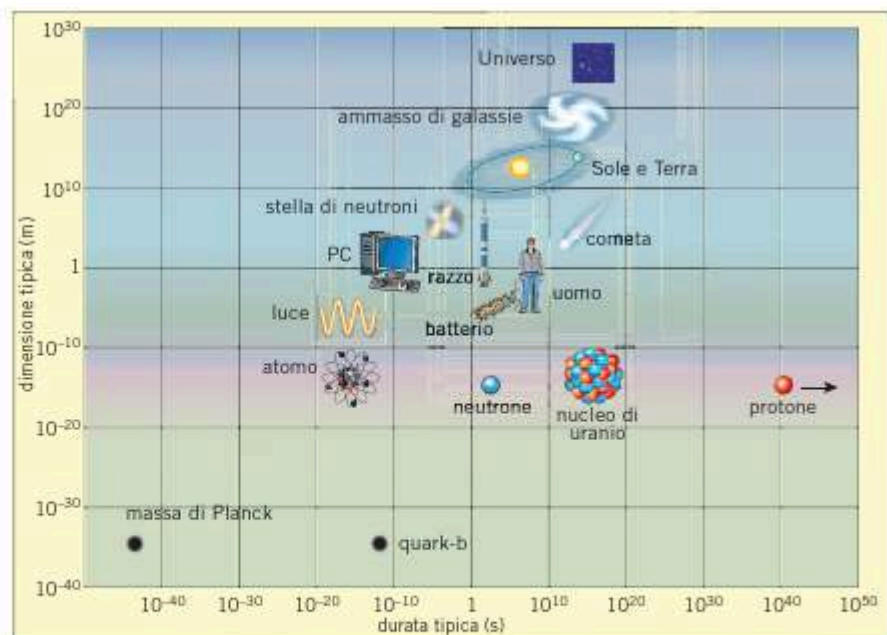


Figura 9 La mappa dello spazio e del tempo.

La scala dell'Universo

Un sito web per visualizzare la scala dell'Universo è: zink.to/scala_universo.

Il punto che rappresenta la particella «protone» corrisponde a una durata caratteristica pari a 10^{34} anni $\approx 3 \times 10^{41}$ secondi. Il neutrone, invece, decade in protone-elettrone-antineutrino in circa 10^3 secondi, e quindi si trova quasi al centro della figura.

Le altre icone della mappa rappresentano alcuni sistemi studiati dalle scienze naturali.

Rappresentazione dei modelli/teorie

Per esprimere qualcosa di scientificamente significativo su un sistema e/o un fenomeno, dopo averlo collocato sulla mappa dello spazio e del tempo, è necessario ricorrere a un modello o a una teoria.

Teorie e modelli sono strumenti intellettuali sviluppati nel corso dei secoli, accumulando dati scientifici e loro interpretazioni e confrontandone le previsioni con i dati sperimentali. Ciascuno di essi ha un campo di validità limitato che bisogna ben conoscere, se non si vogliono fare affermazioni sbagliate.

Per esempio, la meccanica di Newton non si applica ai corpi microscopici e a quelli che si muovono con velocità confrontabili con la velocità della luce nel vuoto.

Nei paragrafi precedenti abbiamo parlato di modelli, di teorie e di teorie/modelli. Ma che differenza c'è tra una teoria e un modello?

Di solito si risponde che una teoria è più completa, chiusa in se stessa e ha un campo di applicabilità più vasto di un modello, ma in realtà la distinzione è di origine storica e non sempre difendibile. Per esempio, il comportamento delle particelle fondamentali è descritto dal Modello Standard, che a sua volta comprende la teoria della relatività ristretta e la fisica quantistica, integrate nella teoria quantistica dei campi!

Talvolta si dice che una teoria si esprime in precisi termini matematici, ma neanche questo è vero. Basti pensare alla teoria neo-darwiniana dell'evoluzione delle specie, una teoria potentissima, che si esprime soltanto con enunciati verbali e non contiene nemmeno una formula.

In definitiva, sarebbe probabilmente preferibile non usare il termine *teoria* e parlare soltanto di *modelli*. La parola «modello» sottolinea, infatti, che non si tratta né di un'idea astratta e indipendente dalla realtà, né della realtà stessa.

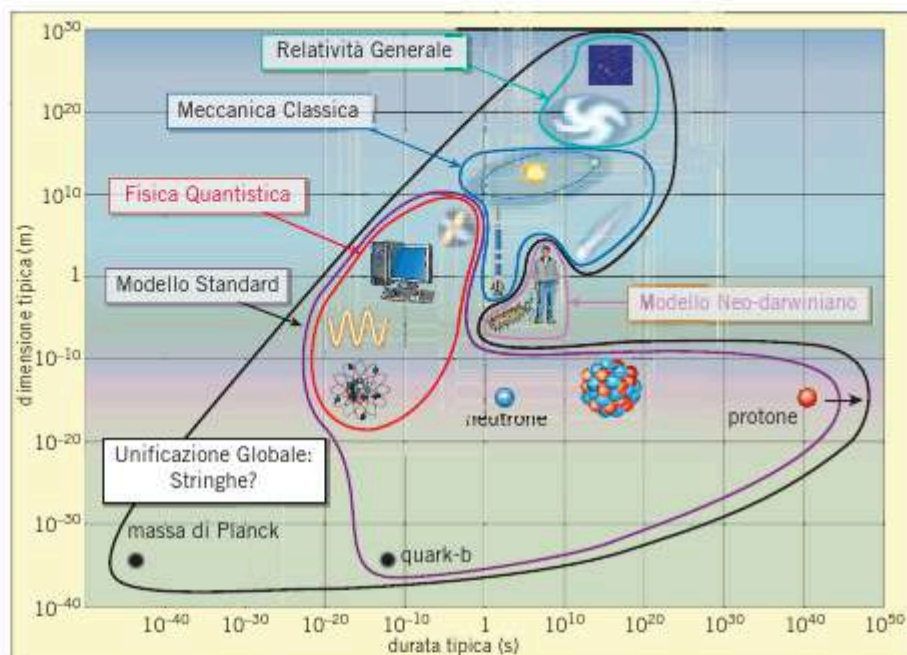
È proprio ai modelli che hanno un campo di applicabilità molto vasto che molti tendono ad attribuire il titolo onorifico di «teoria». Per questa sostanziale ambiguità in questo capitolo sono utilizzate spesso le dizioni miste modello/teoria e teoria/modello.

Rivoluzioni, estensioni e unificazioni

È fondamentale aver sempre ben presente il **campo di applicabilità** di ciascuno dei modelli utilizzati.

La **figura 10**, a pagina successiva, illustra questa situazione, mettendo in evidenza quali modelli sono in grado di descrivere oggi i vari sistemi rappresentati nella mappa dello spazio e del tempo.

Figura 10 Il campo di applicabilità di un modello/teoria è facilmente rappresentabile sulla mappa del tempo e dello spazio.



Le diverse scienze focalizzano l'attenzione sui fenomeni propri ad alcuni di questi sistemi e costruiscono modelli/teorie in grado sia di interpretarli sia di predire i risultati di nuovi esperimenti.

Ogni nuovo modello scientifico nasce da una problematica speciale e ha una sua storia unica e irripetibile. È tuttavia possibile distinguere *tre modalità* diverse con le quali i nuovi modelli/teorie appaiono sulla scena della scienza.

Il primo modo di comparire di un nuovo modello/teoria è quello che a buon diritto può chiamarsi **rivoluzione scientifica**.

In fisica gli esempi migliori si ricavano dalla tabella che, nel primo paragrafo, elenca le dieci unificazioni: le sintesi legate ai nomi di Galileo, Newton, Maxwell, Einstein e Bohr hanno cambiato drasticamente la visione fisica del mondo e sicuramente meritano di essere definite *rivoluzioni scientifiche*.

La seconda modalità di introduzione di un nuovo modello/teoria può essere descritta con il nome di **estensione scientifica**.

Un esempio preso dalla stessa tabella è l'estensione fatta da Einstein del principio di relatività di Galileo che, in linguaggio moderno, afferma che i fenomeni seguono le stesse leggi in tutti i sistemi di riferimento *inerziali*. Applicando questo principio alla luce, Einstein fu obbligato ad affermare che la velocità della luce è la stessa in tutti i sistemi di riferimento inerziali; ciò porta a modificare le trasformazioni di coordinate galileiane e a concludere che lunghezze e durate sono grandezze relative al sistema di riferimento.

Quando gli scienziati compiono un'operazione di estensione, il modello/teoria originale risulta compreso, come caso particolare, nel modello più completo e, di solito, continua a essere utilizzato, ma nel suo campo di applicabilità più ristretto: le trasformazioni di Galileo sono ancora oggi usate per calcolare le traiettorie dei razzi e dei satelliti artificiali.

Rivoluzioni scientifiche

Questo termine è stato reso famoso nel 1962 dal filosofo della scienza Thomas Kuhn, con il saggio «*La struttura delle rivoluzioni scientifiche*». Sessant'anni dopo lo si può utilizzare in senso generico, senza bisogno di accettare il quadro filosofico generale di Kuhn, che oggi è da molti considerato sorpassato.

Rivoluzione ed estensione

Evidentemente l'estensione di Einstein del principio di relatività è stata di per sé una rivoluzione: le diverse modalità di avanzamento della scienza non si escludono mutuamente, ma descrivono proprietà differenti del progresso scientifico.

La terza modalità può essere così descritta:

gli scienziati compiono talvolta un'opera di **unificazione scientifica** di due modelli, che hanno inizialmente campi di applicabilità diversi ma contigui nella mappa dello spazio e del tempo.

Nelle scienze della vita questo è accaduto nella formulazione di quello che nella **figura 10** è chiamato «modello neo-darwiniano».

A metà dell'Ottocento Darwin e Wallace proposero il modello che ancora oggi è utilizzato per spiegare i principali fenomeni che sono alla base dell'enorme diversità delle specie viventi e della comparsa dell'uomo sulla Terra. Il modello si fondava su due pilastri: i cambiamenti casuali dei caratteri ereditari e la selezione naturale.

Ma a quell'epoca non si conoscevano i meccanismi biomolecolari che sono alle radici dell'ereditarietà. Quando, nella seconda metà del ventesimo secolo, questi sono stati decifrati – a partire dalla scoperta della struttura a doppia elica del DNA – il modello originario è stato visto sotto una nuova luce ed è nato il modello neo-darwiniano – di solito chiamato «teoria sintetica dell'evoluzione» – che *unifica* i principi introdotti da Darwin con la comprensione dettagliata dei fenomeni di modificazione ereditaria del DNA, studiati dalla biologia molecolare.

Nella **figura 10** sono rappresentati schematicamente i campi di applicazione dei principali modelli/teorie della fisica e della teoria sintetica dell'evoluzione.

È anche indicato l'ampio campo di applicabilità di un futuro modello/teoria dell'unificazione globale, qual è la teoria delle corde quantistiche. Essa copre anche la dinamica dell'Universo perché, se sarà costruita, dovrà contenere la relatività generale e descrivere gli istanti iniziali del Big Bang a partire dal tempo di Planck.

A questo punto nasce spontaneamente una domanda:

Sarà possibile – per rivoluzioni, estensioni e unificazioni successive – giungere a un modello/teoria unico che copra *tutta* la mappa dello spazio e del tempo, dalle collisioni all'energia di Planck allo sviluppo dell'autocoscienza nella specie *homo sapiens*? Molto probabilmente no.

I comportamenti dei sistemi naturali fatti di moltissimi componenti sono determinati da interazioni complesse di «alto livello», che sono molto più importanti delle strutture di base, quali i quark e i leptoni, che sono a un livello molto più «basso». Basti pensare ai 10^{11} neuroni che interagiscono in modo non lineare in un cervello umano.

In questi casi, un modello/teoria basato sui comportamenti dei componenti fondamentali non soltanto non è illuminante ma di solito non è neanche possibile. Le ragioni sono almeno due: nei sistemi complessi sorgono fenomeni che non sono predicibili a partire dalla conoscenza delle proprietà dei componenti; tutti questi fenomeni sono dominati dal caos deterministico, a cui si è accennato nel primo paragrafo del capitolo precedente.

Per esprimere lo stesso concetto con altre parole, si può dire che la mappa dello spazio e del tempo sarà sempre coperta da un *patchwork* di modelli e di teorie scientifiche che con il tempo si ridurranno di numero – e, contemporaneamente, estenderanno il loro campo di applicabilità – ma non saranno mai completamente unificati.

Il premio Nobel americano Philip W. Anderson, un grande oppositore della fisica che si fa al Large Hadron Collider, ha sintetizzato in un pregnante aforisma la ragione del generale scetticismo degli scienziati sulla possibilità di costruire una Teoria Del Tutto veramente completa: «Il più è diverso» («More is different»).

7 LE COSTANTI FISICHE

Le **costanti fisiche** sono ingredienti essenziali di ogni modello/teoria: esse non sono deducibili con considerazioni teoriche, ma devono necessariamente essere determinate ricorrendo all'esperienza.

Fra queste vi sono costanti che non siamo in grado di esprimere in termini di altre costanti più semplici e che chiamiamo **costanti universali**. Elenchiamone alcune: il numero di Avogadro N_A , la costante di gravitazione universale G , la carica dell'elettrone e , la massa di riposo del protone m_p , la velocità della luce nel vuoto c .

In un ben determinato momento storico, la nostra conoscenza del mondo fisico è riassunta dai modelli/teorie che sono più frequentemente applicati e dall'insieme dei valori numerici di tutte le costanti universali, che essi contengono.

Si potrebbe pensare che l'insieme delle costanti universali non cambi con il passare del tempo, salvo che per la sempre maggiore precisione con cui l'uomo riesce a misurare i loro valori numerici. Le cose, però, non stanno così. Se si confronta una tabella contenente le costanti universali attuali con il corrispettivo in uso 70 anni fa, si trova non soltanto che essa contiene valori molto più precisi e costanti nuove, ma anche che alcune costanti che negli anni trenta erano considerate come fondamentali, oggi sono invece scomparse.

Per esempio, nella tabella degli anni trenta figuravano i pesi atomici relativi di alcuni atomi (He, N, C, Ag, I, Ca), misurati per la prima volta con una certa precisione soltanto pochi anni prima. Essi erano allora considerati costanti universali, perché nessuno era in grado di suggerire un procedimento che, per lo meno in via di principio, permettesse di calcolarli. Oggi, invece, i pesi atomici relativi (pur essendo costanti di straordinaria importanza in chimica) non sono più elencati fra le costanti universali. Le nostre conoscenze sulla struttura e sulla composizione dei protoni, dei neutroni e dei nuclei in termini di quark e gluoni sono sufficientemente avanzate da poterne dedurre, anche se i calcoli sono complicatissimi, i valori dei pesi atomici relativi.

Viceversa, già negli anni trenta non figuravano nella tabella delle costanti universali le densità o i calori specifici di tutte le sostanze che si trovano sulla Terra: si era infatti sicuri di poterli dedurre, come costanti derivate, applicando la teoria quantistica alla struttura degli atomi e ai loro legami chimici.

Il continuo progredire delle conoscenze scientifiche e la costruzione di modelli/teorie, che hanno campi di applicabilità sempre più vasti, porta dunque a scoprire *nuove costanti universali* e, allo stesso tempo, a *declassare altre costanti* da universali a costanti derivate.

Per comprendere questi cambiamenti di rango dividiamo le costanti in quattro categorie di generalità via via crescente:

- *rapporti fra due diverse unità di misura*: per esempio tra due unità di pressione;
- *proprietà fisiche di oggetti particolari*: per esempio le masse dell'elettrone m_e , del quark- b m_b , e del neutrino-muone $m_{\nu\mu}$;
- *costanti caratteristiche di intere classi di fenomeni fisici*: per esempio la carica elettrica elementare e ;

- *costanti universali che entrano nei modelli più generali*: oggi queste sono tre: la velocità della luce c , la costante di Planck \hbar e l'energia di Planck E_{Planck} .

Questa classificazione non è in alcun modo assoluta. Come abbiamo detto, la scomparsa delle costanti atomiche e molecolari è stata conseguenza dello sviluppo del modello quantistico e la scomparsa delle masse m_p e m_n del protone e del neutrone dipende dal fatto che il Modello Standard dell'interazione forte permette di calcolarle, almeno in via di principio, a partire dalla conoscenza dei valori delle masse dei quark.

Se alcune costanti sono state declassate con il tempo, altre, al contrario, «hanno fatto carriera».

L'esempio più straordinario è c , che inizialmente era la velocità della luce (classe b) e alla fine del secolo scorso è stata scoperta essere la velocità di tutti i segnali elettromagnetici (classe c). Con l'avvento della Relatività è stata promossa alla classe d , perché si è scoperto non soltanto che essa è la velocità con cui si muove qualsiasi corpuscolo di massa nulla, ma che, elevata al quadrato, entra anche nell'equivalenza massa-energia $E = mc^2$.

Cosa ci riserva il futuro?

Potrebbe anche succedere che nel modello/teoria delle particelle e delle forze globalmente unificato le classi b e c rimangano vuote, perché tutte le costanti che ora vi compaiono risulteranno in futuro derivabili, e che la classe d alla fine contenga una sola costante, presumibilmente l'energia di Planck.

Se così fosse – ma non è affatto sicuro – i fisici si troverebbero in una situazione intellettualmente molto soddisfacente. Da un punto di vista pratico, comunque, le cose non cambierebbero molto perché, per applicare a problemi e sistemi concreti i molti modelli/teorie che certamente sopravviveranno, dovremo comunque sempre usare le costanti fisiche appropriate. Per conoscere la massa di $N_A = 6,02 \times 10^{23}$ atomi di argon, per esempio, ancora oggi utilizziamo la massa atomica di questo elemento, anche se non è una costante universale.

8 VISIONE SCIENTIFICA DEL MONDO E REALTÀ

Al termine di un lungo ciclo di studi può essere utile chiederci cosa abbiamo ricavato dall'approfondimento della fisica e delle altre scienze.

Innanzitutto, abbiamo acquisito conoscenze specifiche, giungendo a padroneggiare alcuni degli strumenti intellettuali della scienza, e ci siamo fatti un'idea di alcune tecnologie, che oggi sono il fondamento di moltissime attività umane.

Con queste informazioni saremo in grado di giudicare da cittadini informati quando saremo posti di fronte a scelte politiche ed etiche, che spesso implicano conoscenze scientifiche di base.

In secondo luogo, abbiamo avuto l'occasione di acquisire una **visione scientifica del mondo**, che ci permetterà di orientarci, quando saremo posti davanti a un problema scientifico nuovo e a scoperte inaspettate, e che, sperabilmente, ci darà il piacere intellettuale di condividere con gli scienziati l'entusiasmo per l'avventura scientifica.

La visione scientifica

La visione scientifica del mondo non è fredda e disumanizzante.

Se ben intesa, essa arricchisce, senza sostituirle, le idee religiose, filosofiche, artistiche e politiche che ispirano le nostre scelte di vita. Essa dovrebbe essere particolarmente ricercata da coloro che di scienza non si occupano professionalmente, come l'amore per la musica e la passione per lo sport attivo dovrebbero essere coltivati da tutti coloro che non sono né artisti né sportivi, ma vogliono avere una vita più ricca e soddisfacente.

In cosa consiste questa visione scientifica? Essenzialmente nella **capacità di orientarsi** quando siamo posti davanti a una domanda o un'affermazione non specialistica, che riguarda un tema scientifico.

Orientarsi in pratica significa:

1. riconoscere il sistema e/o il fenomeno sottoposto alla nostra attenzione;
2. avere un'idea sufficientemente precisa del significato dei termini impiegati per descriverli e dei modelli semplici che a essi si applicano;
3. sapere usare questi termini e questi modelli, per fare qualche affermazione scientificamente corretta e, se possibile, quantitativa.

In questo procedimento è fondamentale l'**individuazione della scala spaziale e temporale** dei fenomeni: dopo aver individuato il sistema e/o il fenomeno da esaminare, dobbiamo quantificare la dimensione del sistema e la tipica durata dei fenomeni che ci interessano. Poiché parliamo di scienza e non soltanto di fisica, ciò è possibile soltanto se abbiamo preliminarmente compiuto un lavoro personale di integrazione di tutte le informazioni scientifiche ricevute a scuola con le conoscenze raccolte dalle conversazioni con gli amici, dalla televisione, dai libri, dai giornali e da Internet.

A partire dall'integrazione, per lo più volontaria, di tutte queste informazioni

il nostro intelletto può funzionare come il potentissimo zoom di un obiettivo, che mette a fuoco l'oggetto voluto, sia esso grande o piccolo, vicino o lontano: lo *zoom dello spazio e del tempo* è lo strumento usato da tutti gli scienziati per orientarsi davanti a un nuovo problema.

Scienza e realtà

Essere in grado di orientarsi e saper maneggiare un certo numero di modelli scientifici, riconoscendo quando possono essere applicati, è l'essenza della visione scientifica del mondo.

La costruzione di una visione scientifica del mondo costa un grande sforzo ed è legittimo porsi alcune domande di fondo: qual è la relazione tra la visione scientifica del mondo e la realtà? Perché darsi tanto da fare se poi si sente dire dagli stessi scienziati che i risultati della scienza non sono mai certi?

Condensando in poche parole un argomento complesso, si può dire che da una parte ci sono i fenomeni della natura, dall'altra il nostro modo di osservarli, spiegarli e interpretarli. La scienza non pretende di cogliere l'autentica realtà del mondo naturale e dei suoi processi, come in una miracolosa fotografia, ma di darne una rappresentazione quanto più possibile coerente e accurata, una rappresentazione di tipo analogico (dal greco *ana*, eguale, e *logos*, rapporto o discorso), che è sempre in divenire e perfeffibile.

Il sapere scientifico rappresenta una conoscenza modellistica, ma questa conoscenza non è affatto vuota di contenuto perché, oltre a includere ciò che già si sa in una visione strutturata, essa è in grado di predire i risultati di osservazioni ancora da compiere e dà luogo a innumerevoli applicazioni pratiche.

Questa costruzione intellettuale è il risultato dell'integrazione di osservazioni e sperimentazioni fatte, come si dice, *qui e ora*. Qui e ora perché le misure e il controllo avvengono adesso, o sono avvenute negli ultimi due secoli, e sono fatte o sulla Terra o nelle sue immediate vicinanze. Alla fine, i risultati di questa miriade di osservazioni, misure e deduzioni fatte qui e ora è affidata a documenti scritti che sono pubblicati sulle riviste scientifiche (dopo aver passato il vaglio di altri scienziati esperti considerati pari, e non superiori, rispetto a coloro che hanno scritto il lavoro: è il processo chiamato, appunto, *peer-review*). Tutti gli articoli scientifici pubblicati costituiscono, nel loro insieme, quella che è detta la **letteratura scientifica**.

Su questi lavori scientifici, garantiti, per così dire, dal procedimento di selezione, si fondano le sintesi, che abbiamo deciso di chiamare *modelli scientifici*.

Gli scienziati che operano quelle sintesi, che si chiamino «modelli» o «teorie», compiono un'operazione non sostanzialmente diversa da quella che fa uno storico che, basandosi sui documenti che ha a disposizione qui e ora, cerca di ricostruire al meglio un episodio storico del lontano passato.

La scoperta di un *nuovo* documento, o il risultato di un nuovo lavoro scientifico, possono talvolta rendere necessaria una revisione, anche completa; ma, quando le prove raccolte qui e ora sono numerose e concordanti, le conclusioni raggiunte, anche se in principio rivedibili, diventano pratica certezza.

Cosa è successo *in realtà* sotto il regno di **Ramses II** non è conoscibile, quindi la ricostruzione che ne fa uno storico dell'antico Egitto deve essere considerata «vera», se essa è in accordo con la stragrande maggioranza dei documenti noti.

Esattamente lo stesso si deve dire di un modello/teoria scientifica: esso è «vero» se è in accordo con la maggioranza delle informazioni contenute nella letteratura scientifica. Si deve dire «maggioranza», perché nei documenti storici, come nei risultati sperimentali, errori e incertezze danno spesso luogo ad apparenti contraddizioni.



Miguel Cabazon/Shutterstock

MODELLI PREDITTIVI E UTILI



Illustrazione di Emiliano Ponzi

La scienza non scopre leggi di natura, ma inventa modelli sempre incompleti, esposti alla falsificazione e in accordo con quasi tutti i dati noti, che servono per fare previsioni e costruire tecnologie.

(Ugo Amaldi)

Per fare il punto e per presentare il mio modo di vedere la costruzione della scienza e il suo significato, parto da una constatazione: come abbiamo visto, il sapere scientifico è il risultato dell'elaborazione intellettuale di osservazioni e sperimentazioni fatte *qui e ora*.

La descrizione di questa miriade di osservazioni, misure e deduzioni fatte «qui e ora» è confidata alla «letteratura scientifica».

Va sottolineato che il sapere scientifico si fonda *sia* sull'applicazione razionale del metodo scientifico, già noto a Galileo, *sia* su un insieme di procedure, che hanno lo scopo di evitare che misure sbagliate o interpretazioni incoerenti dei dati contaminino la letteratura scientifica.

TEORIE E MODELLI

Su questi lavori scientifici «garantiti» – per così dire – dal procedimento di selezione si fondano sia l'enunciazioni di *regolarità* e *leggi sperimentali*, sia le sintesi più vaste, che spesso usano tali leggi come assiomi e vanno sotto il nome di *teorie* o di *modelli scientifici*.

La stessa letteratura scientifica è utilizzata per la costruzione sia di sintesi «croniche» degli eventi del passato, nelle quali è essenziale il parametro ordinativo che chiamo «cronos», sia di sintesi «acroniche».

La cosmogenesi del Big Bang caldo, la tettonica a placche e la teoria neoevoluzionista sono esempi di teorie/modelli cronici.

La teoria dei legami chimici, la teoria quantistica e la meteorologia sono teorie/modelli acronici.

Oggi il dibattito sul processo induttivo necessario a passare dal risultato particolare all'affermazione generale ha perso interesse.

Non si chiede più allo scienziato di raccontare quale misto di esperimenti, induzioni, deduzioni, confronti e fantasia l'abbia indotto a proporre una certa legge empirica o una particolare teoria/modello, sia esso acronico o cronico.

L'importante è che le conseguenze del suo modello o della sua teoria siano in accordo con la *quasi* totalità degli esperimenti e dei reperti descritti nella letteratura scientifica e che il modello stesso predica altre strutture o fenomeni rilevanti. (Si deve parlare della quasi totalità perché, nonostante tutto, nella letteratura si trovano talvolta risultati sbagliati.)

Soltanto un modello/teoria che risponde a questo criterio potrà essere falsificato (alla Popper), confrontandone le predizioni con ulteriori osservazioni o esperimenti.

La costruzione di modelli e teorie è quindi il centro di ogni attività scientifica.

Per quanto riguarda i due termini (*modello* o *teoria*), a mio giudizio sarebbe molto più coerente utilizzare solo «modello scientifico» anche per sottolineare il fatto che non si tratta né di un'idea platonica né di una parte del mondo naturale.

Il modello sta innanzitutto nell'intelletto degli scienziati che l'hanno proposto e, successivamente – attraverso i documenti della letteratura scientifi-

ca e la divulgazione – nella materia grigia di tutti coloro che lo conoscono e lo applicano.

Come abbiamo visto, ogni modello ha un campo limitato di validità (o applicabilità), che deve essere ben specificato dai suoi autori in modo tale che si possa stabilire *a priori* se un sistema o un fenomeno sono tali da ricadere nel campo di validità del modello in questione.

Ovviamente, più è vasto il campo di validità più il modello ha rilievo scientifico e risulta utile nel dedurre conseguenze, sia scientifiche sia pratiche.

LA FALSIFICAZIONE DI UN MODELLO E IL CAMBIAMENTO DI PARADIGMA

La falsificazione di un modello non ne decreta automaticamente il rigetto. Infatti, spesso basta modificare alcuni assiomi, in altri casi è necessario ridurre il campo di validità.

Molto raramente, invece, è necessario gettare tutto alle ortiche e ricominciare da capo, compiendo quell'operazione intellettuale che Kuhn ha chiamato «cambiamento di paradigma».

Si tratta di un evento molto eccitante per gli scienziati coinvolti, che fa sì che, per un certo periodo, scienziati egualmente competenti abbraccino visioni molto diverse.

In queste circostanze si hanno, contemporaneamente, due «scienze» e non, come accade in tempi normali, «una sola» scienza accettata da (quasi) tutti indipendentemente dalla visione filosofica o dal credo religioso.

Va però sottolineato che anche modelli rigettati possono tornare utili, per esempio nella divulgazione: si pensi al modello atomico planetario di Rutherford.

DUE DOMANDE

Per terminare rispondo a due domande. Innanzitutto cosa vuol dire che un modello/teoria è vero?

Galileo pensava che il «libro della natura» fosse scritto in linguaggio matematico, usando, come simboli, triangoli, cerchi e altre figure, perché il mondo materiale è retto da *leggi naturali* immutabili scritte da Dio stesso nel libro della natura, leggi che l'uomo può scoprire ed esprimere ma che mai saranno trovate in contrasto con ciò che è scritto nel Libro sacro.

La visione oggi è meno ambiziosa, in quanto la maggior parte degli scienziati concorda sul fatto che la loro attività consiste nella descrizione quan-

titativa dei fenomeni e processi naturali, nell'enunciazioni di *leggi empiriche* e, tenendo conto di queste, nella costruzione di *modelli/teorie*.

Le opinioni degli scienziati però differiscono quando si tocca il problema della «verità» dei modelli o, che è sostanzialmente lo stesso, il problema della relazione tra leggi empiriche e leggi naturali.

Mi pare di poter affermare che soltanto una frazione minoritaria degli scienziati è convinta del fatto che le leggi empiriche siano approssimazioni imperfette ma significative delle leggi naturali, che modellerebbero dall'interno il mondo materiale «reale».

Molti altri scienziati argomentano che, quando si esamina criticamente la questione, non si può non concludere che non ha *scientificamente* senso parlare di «leggi naturali» se queste sono inconoscibili con i metodi della stessa scienza: leggi empiriche e modelli vanno considerati costruzioni dell'intelletto umano che sono *predittive*, in quanto permettono di prevedere fenomeni non ancora sperimentati, e *utili*, in quanto conducono alle applicazioni tecnologiche.

La seconda domanda riguarda il significato dell'affermazione: questa specifica risposta a questo problema scientifico *particolare* è «vera»?

Evidentemente la risposta può essere data soltanto nel quadro di un modello scientifico che fornisce, con uno schema interpretativo coerente, l'appropriato linguaggio.

Senza un tale strumento intellettuale la maggior parte dei problemi scientifici non potrebbe nemmeno essere posta. Quindi, la veridicità, o meno, della risposta a un problema scientifico *particolare* non può che riferirsi alla sua coerenza con lo schema interpretativo adottato.

ALTRE TEORIE EPISTEMOLOGICHE

- I **Neopositivisti** (pagina 988) sostengono che la scienza sia un sapere empirico ottenuto per induzione, **verificabile** ma mai assolutamente certo.
- **Popper** (pagina 1038) sostiene che il criterio di demarcazione tra scienza e pseudoscienza sia la **falsificabilità** delle teorie.
- **Kuhn** (pagina 1144) ritiene che gli scienziati, dopo una **rivoluzione scientifica**, vedano cose nuove anche *osservando* nella stessa direzione e con gli stessi strumenti di prima.



PROBLEMI FINALI

Tratti dalla seconda prova di fisica per i licei scientifici e scientifico-tecnologici Brocca

TESTI D'ESAME E SOLUZIONI

Anno scolastico 2001/2002

Il candidato svolga una relazione su uno solo dei seguenti due temi, a sua scelta, prestando particolare attenzione al corretto uso della terminologia scientifica.

Tema 1

L'effetto fotoelettrico rimase per lunghi anni un mistero fino alla scoperta delle sue leggi da parte di Albert Einstein e le attività sperimentali di Robert Andrews Millikan. Nel 1905, Einstein riuscì a fornire un'interpretazione del fenomeno introducendo il concetto di fotone, la cui esistenza fu poi confermata dalla scoperta dell'effetto Compton nel 1923. Einstein, Millikan e Compton ebbero il premio Nobel per la fisica rispettivamente negli anni 1921, 1923 e 1927.

Il candidato:

- ▶ scriva e commenti le leggi fisiche dell'effetto fotoelettrico, descriva il fenomeno e proponga un esempio di applicazione tecnologica;
- ▶ spieghi perché non è stato possibile interpretare l'effetto fotoelettrico utilizzando le caratteristiche di un'onda elettromagnetica;
- ▶ descriva somiglianze e differenze tra il fotone di Einstein e il quanto di energia proposto da Planck nella radiazione del corpo nero;
- ▶ descriva l'effetto Compton e commenti la formula:

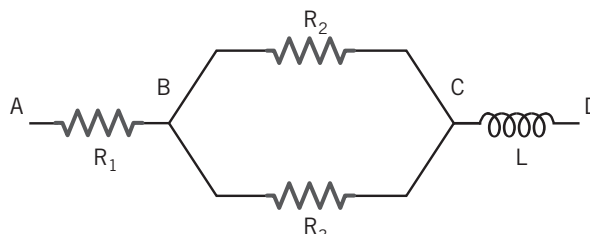
$$\lambda' - \lambda = \frac{h}{m_0 c} (1 - \cos\theta)$$

che mette in relazione le grandezze fisiche interessate;

- ▶ calcoli l'angolo di diffusione di un fotone che, avendo un'energia iniziale di 0,8 MeV, ne perde un terzo per effetto Compton: ($h = 6,63 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$, $m_0 = 9,11 \times 10^{-31} \text{ kg}$, $c = 3,00 \times 10^8 \text{ m/s}$)

Tema 2

Una parte di un circuito (in figura) è costituita da tre resistori ($R_1 = 100 \Omega$, $R_2 = 200 \Omega$, $R_3 = 300 \Omega$) e da un solenoide posto in aria. Questo è lungo 5 cm, ha una sezione circolare di 16 cm^2 ed è formato da 1000 spire di resistenza trascurabile.



All'interno del solenoide si trova un piccolo ago magnetico che, quando non vi è passaggio di corrente, è perpendicolare all'asse del solenoide perché risente soltanto del campo magnetico terrestre ($B_T = 2 \times 10^{-5} \text{ T}$).

Il candidato:

- ▶ esponga le sue conoscenze riguardo al campo magnetico terrestre e all'uso della bussola magnetica;
- ▶ spieghi il concetto di resistenza elettrica, descriva il tipo di collegamento dei tre resistori R_1 , R_2 e R_3 e ne calcoli la resistenza totale;
- ▶ spieghi il concetto di induttanza e calcoli l'induttanza del solenoide, dopo aver dimostrato come si ricava la formula per il suo calcolo;
- ▶ avendo osservato che l'ago magnetico ha subito una deviazione, con un angolo di 30° rispetto alla direzione originaria, calcoli, in μA , l'intensità della corrente che attraversa ognuna delle tre resistenze e il solenoide;
- ▶ nelle stesse condizioni precedenti, calcoli il potenziale elettrico nei punti A , B e C , sapendo che il punto D è collegato a massa;
- ▶ sapendo che tra A e D è mantenuta la differenza di potenziale già calcolata, ricavi l'angolo di deviazione dell'ago magnetico che si ottiene eliminando il resistore R_2 e interrompendo, perciò, quel tratto di circuito.

Soluzione del tema 1

Vediamo ora come è possibile risolvere il tema 1 utilizzando le nozioni contenute nel libro di testo. A questo scopo, esaminiamo una alla volta le richieste contenute nella traccia.

PUNTO 1: scrivere e commentare le leggi fisiche dell'effetto fotoelettrico, descrivere il fenomeno e proporre un esempio di applicazione tecnologica.

Ti si richiede di esporre prima una fenomenologia generale, che è presentata nel paragrafo 7 del capitolo «La corrente elettrica nei metalli», e poi in maniera più precisa l'apparato di misura e i risultati sperimentali ottenuti, secondo quanto riporta il paragrafo 2 del capitolo «La crisi della fisica classica».

In particolare devi fare notare

- ▶ l'esistenza di una frequenza minima f_{\min} necessaria perché si abbia l'effetto fotoelettrico;
- ▶ la proporzionalità tra la corrente di saturazione nell'apparato di Lenard e l'irradiazione della luce incidente sul metallo;
- ▶ l'esistenza e il significato del potenziale di arresto ΔV_a ;
- ▶ la proporzionalità tra il valore di ΔV_a e l'energia cinetica K_{\max} degli elettroni emessi (formula (5));
- ▶ la proporzionalità, attestata dalle misure di Millikan, tra il valore di K_{\max} e quello di $(f - f_{\min})$.

Ora puoi introdurre l'energia del fotone secondo la formula (6) e spiegare

- ▶ l'esistenza di f_{\min} ricavando e illustrando la formula (8);
- ▶ le proprietà di K_{\max} attraverso le formule (9) e (10).

(Tutte le formule numerate nella risoluzione di questo punto si riferiscono al capitolo «La crisi della fisica classica».)

Infine, nel già citato paragrafo 7 del capitolo «La corrente elettrica nei metalli» è illustrata l'applicazione tecnologica richiesta, cioè il meccanismo di controllo attraverso cella fotoelettrica.

PUNTO 2: spiegare perché non è stato possibile interpretare l'effetto fotoelettrico utilizzando le caratteristiche di un'onda elettromagnetica.

PROBLEMI FINALI

Devi ricordare la formula (27) del capitolo «Le equazioni di Maxwell e le onde elettromagnetiche», secondo cui l'irradiamento E_e di un'onda elettromagnetica è direttamente proporzionale al quadrato del valore massimo E_0 del campo elettrico dell'onda: $E_e = \frac{1}{2} c \epsilon_0 E_0^2$.

Quindi, come è spiegato sempre nel paragrafo 2 del capitolo «La crisi della fisica classica», devi osservare che, aumentando a piacere l'irradiamento di *qualunque* onda elettromagnetica, dovrebbe essere possibile fare agire sull'elettrone un campo elettrico abbastanza intenso da fornirgli l'energia necessaria a uscire dal metallo. Allo stesso modo, anche tenendo conto dell'energia richiesta dal lavoro di estrazione dal metallo, il valore di K_{\max} dovrebbe dipendere dall'irradiamento della luce incidente, non dalla sua frequenza.

PUNTO 3: descrivere somiglianze e differenze tra il fotone di Einstein e il quanto di energia proposto da Planck nella radiazione del corpo nero.

La risposta a questa domanda si può dare in base ai contenuti nel paragrafo 3 del capitolo «La crisi della fisica classica»: l'ipotesi di Planck è una conseguenza di quella di Einstein; se la luce di data frequenza è composta di quanti, ciascuno con un valore fissato hf dell'energia, è chiaro che materia e radiazione non possono che scambiare un numero intero n di quanti, per cui la quantità di energia scambiata deve essere uguale a $n hf$.

Per rispondere in modo schematico:

somiglianze: esistono fenomeni fisici (lo spettro di corpo nero e l'effetto fotoelettrico) che non possono essere spiegati all'interno della fisica classica; per spiegarli, sia Planck che Einstein devono introdurre delle idee innovative, basate su una quantizzazione dell'energia;

differenze: per Planck è solo lo scambio di energia tra materia e radiazione a essere quantizzato, mentre la radiazione continua a essere considerata come un'onda elettromagnetica; al contrario, Einstein ritiene che il fatto di essere quantizzata sia una caratteristica fondamentale della luce.

PUNTO 4: descrivere l'effetto Compton e commentare la formula relativa.

La descrizione dell'effetto Compton si può fare sulla base di quanto è contenuto nel paragrafo 4 del capitolo «La crisi della fisica classica». Infatti, il paragrafo riporta sia l'apparato sperimentale, sia la procedura seguita nelle misure. Nella spiegazione è necessario ricordare che la formula dell'effetto Compton si ottiene trattando l'interazione fotone-elettrone come un urto tra due particelle.

Per quanto riguarda la formula

$$\lambda' - \lambda = \frac{h}{m_0 c} (1 - \cos\theta)$$

puoi notare che il valore di $\lambda' - \lambda$:

- ▶ è nullo quando si ha $\theta = 0$ (e quindi $\cos\theta = 1$);
- ▶ cresce all'aumentare del valore dell'angolo di diffusione θ ;
- ▶ fissato il valore di θ , non dipende dal valore della lunghezza d'onda λ dei fotoni incidenti.

PUNTO 5: calcolare l'angolo di diffusione di un fotone che, avendo un'energia iniziale di 0,8 MeV, ne perde un terzo per effetto Compton.

Prima di tutto (interpretando liberamente le cifre significative, come accade spesso per i testi dell'esame di Stato) devi calcolare il valore in joule dell'energia E data nel testo:

$$\begin{aligned} E &= 0,8 \text{ MeV} = 800 \times 10^3 \text{ eV} = (800 \times 10^3 \text{ eV}) \times \left(1,60 \times 10^{-19} \frac{\text{J}}{\text{eV}}\right) = \\ &= 1,28 \times 10^{-13} \text{ eV}. \end{aligned}$$

Se il fotone perde un terzo di questa energia per effetto Compton, la nuova energia E' vale

$$E' = \frac{2}{3}E = \frac{2}{3} \times (1,28 \times 10^{-13} \text{ J}) = 8,53 \times 10^{-14} \text{ J}.$$

Ora puoi combinare la relazione di Einstein $E = hf$ (formula (6) del capitolo «La crisi della fisica classica») con la relazione $v = c = \lambda f$ (formula (4) del capitolo «Il suono») e ottenere

$$E = hf = h \frac{c}{\lambda} = \frac{hc}{\lambda}$$

da cui si trova

$$\lambda = \frac{hc}{E}$$

Visto che una relazione analoga lega anche E' con λ' (la lunghezza d'onda del fotone diffuso per effetto Compton), puoi ancora calcolare

$$\begin{aligned} \lambda' - \lambda &= \frac{hc}{E'} - \frac{hc}{E} = hc \times \left(\frac{1}{E'} - \frac{1}{E} \right) = \\ &= (6,63 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \cancel{\text{s}}) \times \left(3,00 \times 10^8 \frac{\text{m}}{\cancel{\text{s}}} \right) \times \left(\frac{1}{8,53 \times 10^{-14} \text{ J}} - \frac{1}{1,28 \times 10^{-13} \text{ J}} \right) = \\ &= (1,99 \times 10^{-25} \cancel{\text{J}} \cdot \text{m}) \times \left(3,9 \times 10^{12} \frac{1}{\cancel{\text{J}}} \right) = 7,8 \times 10^{-13} \text{ m}. \end{aligned}$$

Ora, dalla formula dell'effetto Compton fornita nel testo si ottiene

$$1 - \cos\theta = \frac{m_0 c}{h} (\lambda' - \lambda) \Rightarrow \cos\theta = 1 - \frac{m_0 c}{h} (\lambda' - \lambda)$$

Sostituendo i valori numerici in questa ultima relazione troviamo:

$$\begin{aligned} \cos\theta &= 1 - \frac{m_0 c}{h} (\lambda' - \lambda) = \\ &= 1 - \frac{(9,11 \times 10^{-31} \text{ kg}) \times \left(3,00 \times 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}} \right)}{6,63 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}} \times (7,8 \times 10^{-13} \text{ m}) = \\ &= 1 - 0,32 \frac{\text{kg} \cdot \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2}}{\text{J}} = 1 - 0,32 \frac{\cancel{\text{J}}}{\cancel{\text{J}}} = 0,68. \end{aligned}$$

Ora possiamo finalmente calcolare l'angolo di diffusione θ , che risulta

$$\theta = \arccos(0,68) = 47^\circ.$$

Soluzione del tema 2

Passiamo ora all'analisi delle richieste contenute nella seconda traccia.

PUNTO 1: esporre le conoscenze riguardo al campo magnetico terrestre e all'uso della bussola magnetica.

Sei invitato a esporre le informazioni contenute nel paragrafo 1 del capitolo «Fenomeni magnetici fondamentali»; in particolare:

- ▶ la Terra si comporta come un grande magnete, con i poli magnetici posti non lontano dai Poli geografici;
- ▶ per definizione si chiama «polo nord» di un magnete quello che punta verso il nord geografico terrestre;

PROBLEMI FINALI

► il fatto che il polo magnetico nord sia attratto verso la zona artica indica che lì la Terra (considerata come un magnete) ha un polo magnetico sud; viceversa, nella zona antartica si trova il polo magnetico nord della Terra.

PUNTO 2: spiegare il concetto di resistenza elettrica, descrivere il tipo di collegamento dei tre resistori R_1 , R_2 e R_3 e calcolarne la resistenza totale.

Come nel paragrafo 3 del capitolo «La corrente elettrica continua», puoi spiegare cos'è la curva caratteristica di un conduttore e indicare che molti conduttori di uso comune e di grande interesse nelle applicazioni (come quelli metallici) hanno una curva caratteristica che è una retta passante per l'origine.

In questi conduttori, quindi, la differenza di potenziale ΔV applicata e l'intensità della corrente i che li attraversa sono direttamente proporzionali. La resistenza elettrica è la costante di proporzionalità tra queste grandezze:

$$R = \frac{\Delta V}{i}.$$

Nella figura che accompagna il testo si riconosce che le resistenze R_2 e R_3 sono in parallelo tra loro e, insieme, sono in serie con R_1 (per la definizione dei collegamenti in serie o in parallelo puoi confrontare il paragrafo 2 del capitolo «La corrente elettrica continua»; le formule che descrivono le corrispondenti resistenze equivalenti sono dimostrate nel paragrafo 4 dello stesso capitolo).

Così la resistenza equivalente R_{eq} del circuito (chiamata «resistenza totale» nel testo) si calcola determinando prima la resistenza equivalente R_{23} del collegamento in parallelo tra R_2 e R_3

$$R_{23} = \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3} = \frac{(200 \, \Omega) \times (300 \, \Omega)}{(200 + 300) \, \Omega} = 120 \, \Omega$$

e poi sommando questo valore a quello di R_1

$$R_{eq} = R_1 + R_{23} = 100 \, \Omega + 120 \, \Omega = 220 \, \Omega.$$

Così, la resistenza totale richiesta nel testo vale $220 \, \Omega$.

PUNTO 3: spiegare il concetto di induttanza e calcolare l'induttanza del solenoide, dopo aver dimostrato come si ricava la formula per il suo calcolo.

Il concetto di induttanza è introdotto per modellizzare il fenomeno dell'autoinduzione (paragrafo 4 del capitolo «L'induzione elettromagnetica»). Ti è quindi richiesto di esporre tale fenomeno fino a introdurre l'induttanza L di un circuito come il rapporto

$$L = \frac{\Phi(\vec{B})}{i}$$

tra il flusso di campo magnetico $\Phi(\vec{B})$ attraverso una superficie che ha come contorno il circuito e l'intensità i della corrente presente nel circuito stesso.

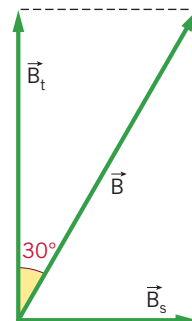
La formula che fornisce l'induttanza del solenoide è dimostrata nel paragrafo 5 dello stesso capitolo. Dopo avere riportato tale dimostrazione puoi calcolare l'induttanza di un solenoide lungo l e composto da N spire di area S ; il risultato è:

$$\begin{aligned} L &= \mu_0 \frac{N^2}{l} S = \left(4\pi \times 10^{-7} \frac{\text{N}}{\text{A}^2} \right) \times \frac{(1000)^2}{0,0500 \text{ m}} \times (1,6 \times 10^{-3} \text{ m}^2) = \\ &= 0,040 \frac{\text{N}}{\text{A} \cdot \text{m}} \cdot \text{m}^2 \cdot \frac{1}{\text{A}} = 0,040 (\text{T} \cdot \text{m}^2) \cdot \frac{1}{\text{A}} = 0,040 \frac{\text{Wb}}{\text{A}} = 0,040 \text{ H}. \end{aligned}$$

PUNTO 4: avendo osservato che l'ago magnetico ha subito una deviazione, con un angolo di 30° rispetto alla direzione originaria, calcolare, in μA , l'intensità della corrente che attraversa ognuna delle tre resistenze e il solenoide.

All'inizio l'ago di bussola era rivolto in direzione perpendicolare all'asse del solenoide, indicando così la direzione del campo magnetico terrestre; invece il campo magnetico del solenoide è disposto lungo l'asse del solenoide. Se poi, come dice il testo, l'ago magnetico ruota di un angolo $\alpha = 30^\circ$ fino a una nuova posizione di equilibrio, significa che quella è la direzione del campo magnetico totale \vec{B} . Esso è la somma del campo magnetico terrestre \vec{B}_t e del campo magnetico \vec{B}_s del solenoide: $\vec{B} = \vec{B}_t + \vec{B}_s$.

Nel paragrafo 7 del capitolo «Fenomeni magnetici fondamentali» si trova la formula che fornisce il modulo del campo \vec{B}_s :



$$B_s = \mu_0 \frac{N}{l} i.$$

La figura a fianco mostra che vale la relazione

$$\frac{B_s}{B_t} = \tan(30^\circ) = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

da cui si ottiene

$$B_s = \mu_0 \frac{N}{l} i = \frac{B_t}{\sqrt{3}}.$$

Tra il secondo e il terzo dei termini precedenti si può isolare l'intensità i della corrente presente nel solenoide, che così risulta:

$$i = \frac{B_t l}{\sqrt{3} \mu_0 N} = \frac{(2,00 \times 10^{-5} \text{ T}) \times (5,00 \times 10^{-2} \text{ m})}{\sqrt{3} \times \left(4\pi \times 10^{-7} \frac{\text{N}}{\text{A}^2}\right) \times 1000} = 4,59 \times 10^{-4} \text{ A} = 459 \mu\text{A}.$$

Guardando il diagramma circuitale del testo si riconosce che quella calcolata è l'intensità di corrente che attraversa anche la resistenza R_1 .

Ora puoi indicare rispettivamente con i_2 e con i_3 le correnti che attraversano le resistenze R_2 e R_3 . Per la prima legge di Kirchhoff (paragrafo 5 del capitolo «La corrente elettrica continua») vale la relazione $i = i_2 + i_3$; la seconda legge di Kirchhoff, applicata alla maglia che contiene R_2 e R_3 , fornisce la relazione $R_2 i_2 - R_3 i_3 = 0$.

Si ottiene così il sistema

$$\begin{cases} i_2 + i_3 = i \\ R_2 i_2 = R_3 i_3 \end{cases}$$

che può essere risolto fornendo il risultato

$$\begin{cases} i_2 = \frac{R_3}{R_2 + R_3} i = \frac{300 \cancel{\Omega}}{500 \cancel{\Omega}} \times (459 \mu\text{A}) = 275 \mu\text{A} \\ i_3 = \frac{R_2}{R_2 + R_3} i = \frac{200 \cancel{\Omega}}{500 \cancel{\Omega}} \times (459 \mu\text{A}) = 184 \mu\text{A} \end{cases}$$

PUNTO 5: nelle stesse condizioni precedenti, calcolare il potenziale elettrico nei punti A , B e C , sapendo che il punto D è collegato a massa.

PROBLEMI FINALI

Nel diagramma circuitale dato il solenoide ha resistenza nulla, per cui si ha che il potenziale V_C del punto C è uguale a quello V_D del punto D :

$$V_C = V_D = 0 \text{ V.}$$

La differenza di potenziale ΔV_{23} tra il punto C e il punto B si può calcolare per esempio come

$$\Delta V_{23} = R_2 i_2 = (200 \ \Omega) \times (275 \ \mu\text{A}) = 55,0 \text{ mV.}$$

Quindi il potenziale V_B del punto B supera di 55,0 mV quello del punto C e risulta

$$V_B = V_C + 55,0 \text{ mV} = 55,0 \text{ mV.}$$

Infine, la differenza di potenziale ΔV_1 ai capi di R_1 è

$$\Delta V_1 = R_1 i = (100 \ \Omega) \times (459 \ \mu\text{A}) = 45,9 \text{ mV,}$$

per cui il potenziale V_A del punto A vale:

$$V_A = V_B + 45,9 \text{ mV} = 55,0 \text{ mV} + 45,9 \text{ mV} = 100,9 \text{ mV.}$$

PUNTO 6: sapendo che tra A e D è mantenuta la differenza di potenziale già calcolata, ricavare l'angolo di deviazione dell'ago magnetico che si ottiene eliminando il resistore R_2 e interrompendo, perciò, quel tratto di circuito.

Se si elimina R_2 i resistori R_1 e R_3 risultano in serie tra loro e la nuova resistenza equivalente R del circuito è

$$R = R_1 + R_3 = (100 + 300) \ \Omega = 400 \ \Omega.$$

Con la differenza di potenziale precedente nel circuito si genera una nuova intensità di corrente i' pari a:

$$i' = \frac{V_A}{R} = \frac{0,1009 \text{ V}}{400 \ \Omega} = 252 \ \mu\text{A.}$$

Così nel solenoide si genera un nuovo campo magnetico

$$B' = \mu_0 \frac{N}{l} i' = \left(4\pi \times 10^{-7} \frac{\text{N}}{\text{A}^2}\right) \times \frac{1000}{5,00 \times 10^{-2} \text{ m}} \times (252 \ \mu\text{A}) = 6,33 \times 10^{-6} \text{ T.}$$

Con la stessa logica vista nella figura precedente, il nuovo angolo di deviazione α è caratterizzato dalla relazione

$$\tan \alpha = \frac{B'}{B_i} = \frac{6,33 \times 10^{-6} \cancel{\text{T}}}{2,00 \times 10^{-5} \cancel{\text{T}}} = 0,317$$

e si ottiene

$$\alpha = \arctan(0,317) = 17,6^\circ.$$

ANNO SCOLASTICO 2003/2004

Il candidato svolga una relazione su uno solo dei seguenti due temi, a sua scelta, motivando i passaggi intermedi e prestando attenzione al corretto uso della terminologia scientifica.

Tema 1

Se si scalda l'estremità di una barra di ferro, si nota che essa emette inizialmente una radiazione termica che è percepita dalla pelle ma non dagli occhi. Se si continua a far aumentare la temperatura, l'estremità della barra diventa luminosa; il colore è prima rosso e poi, aumentando ancora la temperatura, tende al bianco.

Il candidato risponda ai seguenti quesiti.

- ▶ Analizzare il fenomeno descritto e fornire una spiegazione fisica delle varie fasi che portano dalla iniziale emissione termica a quella luminosa, prima rossa e poi bianca.
- ▶ Collegare il fenomeno descritto alle ricerche riguardanti la curva d'emissione della radiazione elettromagnetica del corpo nero che portarono Planck, nel 1900, a formulare l'ipotesi del quanto di energia. Descrivere il problema affrontato da Planck e la sua ipotesi finale.
- ▶ Descrivere l'evoluzione del concetto di quanto di energia fino ad arrivare al concetto di fotone, introdotto da Einstein, e utilizzato nel 1905 per spiegare l'effetto fotoelettrico e, successivamente, l'effetto Compton. Fornire una spiegazione fisica dei due effetti.
- ▶ Calcolare, in eV e in J, l'energia trasportata da un fotone proveniente da una lampada che emette luce gialla di lunghezza d'onda $\lambda = 600 \text{ nm}$.
- ▶ Una piccola lastra di rame, di massa $m = 20 \text{ g}$ e calore specifico $c = 0,092 \text{ kcal}/(\text{kg} \cdot ^\circ\text{C})$, aumenta la sua temperatura di 2°C perché investita dalla radiazione infrarossa proveniente da una stufa. Sapendo che la frequenza della radiazione è $\nu = 3 \times 10^{13} \text{ Hz}$, calcolare il numero dei fotoni che hanno interagito con il rame provocandone il riscaldamento.

(Si ricordano i seguenti valori approssimati della velocità della luce e della costante di Planck: $c = 3 \times 10^8 \text{ m/s}$; $h = 6,6 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$)

Tema 2

Le immagini che si formano sullo schermo di un apparecchio televisivo sono generate dall'interazione tra un fascio di elettroni veloci e i fosfori depositati sulla superficie interna dello schermo stesso. Gli elettroni provengono dalla sezione posteriore del tubo catodico dove un filamento metallico è portato all'incandescenza.

Il candidato risponda alle seguenti domande.

- ▶ Spieghi perché l'alta temperatura del filamento favorisce l'emissione di elettroni.
- ▶ Spieghi perché i fosfori depositati sulla superficie dello schermo emettono luce quando interagiscono con gli elettroni veloci del tubo catodico.
- ▶ Nella **figura 1a** è schematicamente rappresentato un tubo catodico nel quale sono visibili: due generatori di tensione continua (G_1 per l'alta tensione e G_2 per la bassa tensione), il filamento riscaldato (*Fil*), il collimatore del fascio elettronico (*Coll*) formato da due piastrine metalliche forate e parallele, lo schermo *S*, la zona *Z* dove gli elettroni sono deviati da un campo magnetico. Il candidato descriva e commenti:

(a) le funzioni e le polarità dei generatori G_1 e G_2 ;

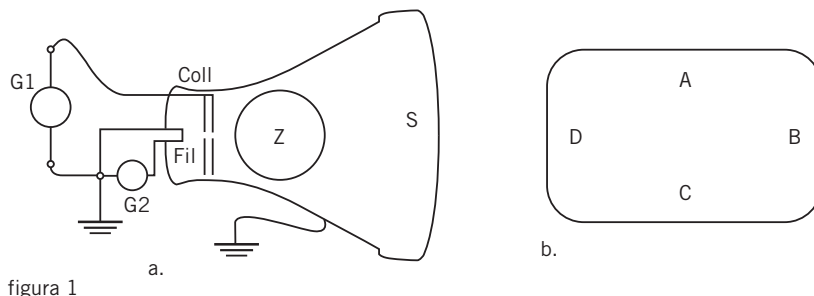
PROBLEMI FINALI

(b) in quale zona del tubo catodico l'intensità del campo elettrico è elevata e dove, invece, è trascurabile.

► Nell'ipotesi che la differenza di potenziale tra il filamento e il collimatore sia $\Delta V = 30 \text{ kV}$, il candidato calcoli:

(a) l'energia cinetica acquistata dagli elettroni nel loro percorso tra *Fil* e *Coll*, espressa in elettronvolt e in joule;

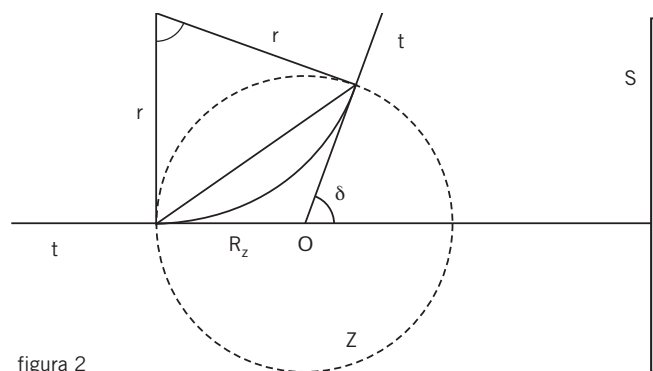
(b) la velocità degli elettroni al loro passaggio attraverso il collimatore (ipotesi classica), commentando il risultato per quanto riguarda gli eventuali effetti relativistici.



► Con riferimento alla **figura 1b**, che rappresenta la vista anteriore dello schermo, e nell'ipotesi che il campo magnetico nella zona *Z* sia uniforme, il candidato disegni il vettore \vec{B} necessario, ogni volta, per far raggiungere al fascio di elettroni i punti *A, B, C, D* sullo schermo.

► Il candidato si riferisca ora alla **figura 2** dove *tt* è la traiettoria del fascio elettronico, *r* è il raggio dell'arco di traiettoria compiuto all'interno di *Z*, δ è l'angolo di deviazione del fascio elettronico. Si supponga che l'angolo di deviazione sia $\delta = 30^\circ$ e che il campo magnetico sia uniforme all'interno della zona sferica *Z*, di raggio $R_z = 4 \text{ cm}$, e nullo altrove. Il candidato calcoli l'intensità del vettore \vec{B} che porta a tale angolo di deviazione e ne indichi la direzione e il verso, osservando che lo schermo è perpendicolare al piano del foglio.

Nella **figura 2** l'angolo δ è stato disegnato più grande di 30° con lo scopo di rendere l'immagine più compatta per facilitarne lo studio.



Si ricordano i seguenti dati approssimati:

- carica dell'elettrone $e = 1,6 \times 10^{-19} \text{ C}$
- massa dell'elettrone $m_e = 9,1 \times 10^{-31} \text{ kg}$
- velocità della luce $c = 3,0 \times 10^8 \text{ m/s}$

ANNO SCOLASTICO 2005/2006

Il candidato svolga una relazione su uno solo dei seguenti due temi, a sua scelta, prestando particolare attenzione al corretto uso della terminologia scientifica e delle cifre significative nella presentazione dei risultati numerici.

Tema 1

L'effetto fotoelettrico, che presenta oggi tante applicazioni tecnologiche, si basa su una fondamentale interpretazione teorica che ha contribuito in modo essenziale allo sviluppo della fisica contemporanea.

Il candidato risponda ai seguenti quesiti e, dove è necessario effettuare calcoli, descriva i passaggi intermedi e commenti le conclusioni.

- ▶ Relazionare sulla spiegazione teorica dell'effetto fotoelettrico proposta da Albert Einstein, confrontandola con i falliti tentativi d'interpretazione basati sulla fisica classica.
- ▶ Dopo avere scritto e commentato le leggi che governano l'effetto fotoelettrico, proporre un esempio pratico descrivendo un'applicazione tecnologica e spiegandone il funzionamento.
- ▶ Calcolare la lunghezza d'onda corrispondente alla frequenza di soglia per l'estrazione di fotoelettroni dal potassio, sapendo che il suo lavoro di estrazione è 2,21 eV.
- ▶ Calcolare, in J e in eV, la massima energia cinetica e la corrispondente quantità di moto degli elettroni estratti da una superficie ricoperta di potassio irradiata con raggi ultravioletti di lunghezza d'onda $\lambda = 248,2$ nm e calcolare la corrispondente lunghezza d'onda di de Broglie.

Si ricordano i seguenti valori approssimati:

$$e = 1,6 \times 10^{-19} \text{ C}; m_e = 9,11 \times 10^{-31} \text{ kg}; h = 6,6 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}; c = 3 \times 10^8 \text{ m/s}$$

Tema 2

L'effetto Joule ha tantissime applicazioni pratiche, anche all'interno delle nostre case. Il candidato risponda ai seguenti quesiti e, dove è necessario effettuare calcoli, descriva i passaggi intermedi e commenti le conclusioni.

- ▶ Descrivere e spiegare l'effetto Joule con una breve relazione scientifica.
- ▶ Spiegare perché la resistenza di un conduttore aumenta con l'aumento della temperatura. Cosa succede, invece, nel caso di un semiconduttore?
- ▶ Rappresentare graficamente e commentare l'andamento dell'intensità di corrente nel filamento di una lampada, in funzione del tempo, da quando è freddo a quando è diventato incandescente (si supponga costante la ddp applicata al filamento).
- ▶ Spiegare il significato dell'espressione «corto circuito» che si sente qualche volta come causa d'incendio in un appartamento.
- ▶ Spiegare il concetto di «potenza elettrica» e ricavare le formule che permettono di calcolare sia l'energia e sia la potenza in corrente continua e alternata. Ricavare anche le rispettive unità di misura come grandezze derivate del Sistema SI.
- ▶ Uno scaldabagno elettrico, con una potenza di 1,2 kW, contiene 80 litri d'acqua alla temperatura di 18 °C. Ammettendo che vi sia una dispersione di energia del 5%, calcolare:
 - (a) l'intensità di corrente che attraversa la resistenza, sapendo che la tensione di rete è 220 V;
 - (b) quanto tempo è necessario, approssimando al minuto, perché il termostato interrompa l'alimentazione elettrica sapendo che esso è predisposto per interromperla quando l'acqua ha raggiun-

PROBLEMI FINALI

to la temperatura di 40 °C;

(c) la spesa da sostenere per portare l'acqua da 18 °C a 40 °C, sapendo che il costo del servizio è di 0,13 Euro/kWh;

(d) la spesa sostenuta inutilmente a causa della dispersione di energia nello scaldabagno.

ANNO SCOLASTICO 2007/2008

Il candidato svolga una relazione su uno solo dei seguenti due temi, a sua scelta, prestando particolare attenzione al corretto uso della terminologia scientifica e delle cifre significative nella presentazione dei risultati numerici.

Tema 1

All'inizio del secolo scorso il fisico tedesco Max Planck interpretò i risultati sperimentali relativi alla radiazione del corpo nero introducendo l'ipotesi della quantizzazione dell'energia. Questa ipotesi, intesa inizialmente solo come uno stratagemma matematico utile per far coincidere i risultati teorici e quelli sperimentali, apparve invece come una realtà fisica pochi anni dopo, con l'interpretazione dell'effetto fotoelettrico fatta da Einstein e con la successiva conferma dovuta all'effetto Compton.

Il candidato spieghi:

- ▶ che cosa si intende per corpo nero e come lo studio della sua radiazione ha portato Planck ad avanzare l'ipotesi dei quanti di energia;
- ▶ la differenza fra il concetto di "fotone" utilizzato da Einstein per spiegare l'effetto fotoelettrico e quello del "quanto di energia" proposto pochi anni prima da Planck;
- ▶ i fenomeni fisici dell'effetto fotoelettrico e di quello Compton, descrivendo anche le leggi che permettono di interpretarne i risultati sperimentali.

Il candidato risolva infine il seguente problema.

Un fotone, con energia 0,1 MeV, interagisce con un elettrone la cui velocità può essere considerata trascurabile. Calcolare, sempre in MeV, l'energia finale del fotone sapendo che il suo angolo di deviazione dovuto all'effetto Compton è di 30°. Commentare il risultato ottenuto.

Si ricorda che l'elettrone ha carica elettrica negativa $1,60 \times 10^{-19}$ C e massa $9,11 \times 10^{-31}$ kg.

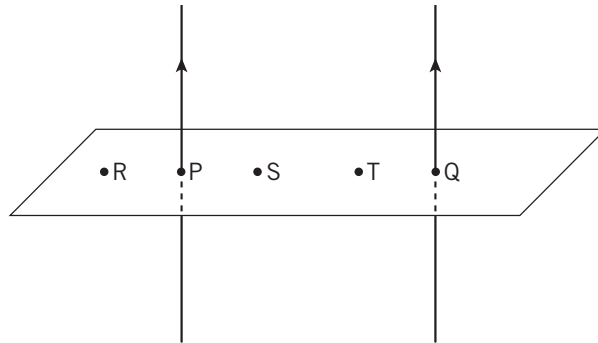
Inoltre, i valori della costante di Planck e della velocità della luce sono $h = 6,63 \times 10^{-34}$ J · s e $c = 3 \times 10^8$ m/s.

Tema 2

Si abbiano due fili conduttori paralleli percorsi nello stesso verso dalla corrente elettrica d'intensità 1 A e posti alla distanza di 10 cm l'uno dall'altro.

- ▶ Calcolare il modulo del vettore \vec{B} nei punti R, S, T distanti rispettivamente 3 cm, 3 cm, 7 cm dal punto P , mettendo in evidenza i passaggi matematici necessari a ricavare l'unità di misura dell'induzione magnetica.
- ▶ Disegnare le linee di forza passanti nei punti R, S, T , mettendo in evidenza la direzione e l'orientamento del vettore \vec{B} negli stessi punti.
- ▶ Ricavare l'espressione matematica che descrive l'andamento del modulo di \vec{B} tra i punti P e Q e disegnarne il grafico sul piano cartesiano.
- ▶ In ognuno dei punti S e T passa un protone con velocità $v = 2 \times 10^4$ m/s con la traiettoria paral-

lela ai fili e con verso uguale a quello convenzionale della corrente elettrica. Ricavare il modulo, la direzione e il verso della forza di Lorentz che agisce su ognuno dei due protoni e rappresentarne la traiettoria con un disegno, anche se in maniera approssimata. Si ricorda che il protone ha la stessa carica dell'elettrone, ma con segno positivo ($1,60 \times 10^{-19} \text{ C}$).



ANNO SCOLASTICO 2009/2010

Il candidato svolga una relazione su uno solo dei seguenti due temi, a sua scelta, prestando particolare attenzione al corretto uso della terminologia scientifica e alle cifre significative e unità di misura nella presentazione dei risultati numerici.

Tema 1

Nel 1897, dopo oltre sessanta anni dai primi esperimenti di Faraday, modificando la traiettoria dei raggi catodici con campi magnetici, Sir Joseph John Thomson dimostrò che essi erano costituiti da particelle materiali cariche negativamente e per ogni particella riuscì a calcolare il rapporto tra la carica e la massa. Egli chiamò queste particelle *elettroni*.

Il candidato risponda ai seguenti quesiti.

- ▶ Descrivere l'interpretazione ondulatoria del comportamento dell'elettrone, secondo l'ipotesi di Louis De Broglie.
- ▶ Spiegare i concetti fondamentali della meccanica ondulatoria, soffermandosi in particolare sull'interpretazione probabilistica delle funzioni d'onda e sul principio d'indeterminazione.
- ▶ Spiegare il significato dell'espressione «dualismo onda corpuscolo».

Risolva, infine, il seguente problema.

Una cella fotoelettrica emette elettroni, essendo illuminata con una luce di lunghezza d'onda $\lambda = 500 \text{ nm}$. Sapendo che il lavoro di estrazione della placca fotosensibile è di $2,1 \text{ eV}$, calcolare la minima lunghezza d'onda di De Broglie associata agli elettroni emessi.

Si ricordano i seguenti dati approssimati:

$$e = 1,6 \times 10^{-19} \text{ C}; m_e = 9,1 \times 10^{-31} \text{ kg}; h = 6,6 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}; c = 3 \times 10^8 \text{ m/s.}$$

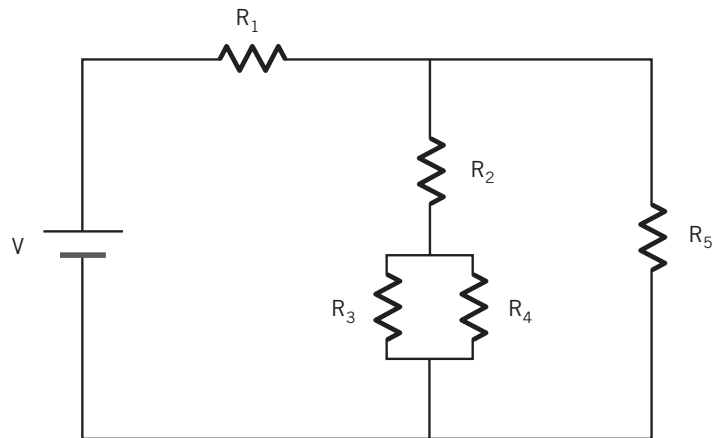
Tema 2

Alla fine del Settecento il medico bolognese Galvani propose una sua interpretazione sull'origine della corrente elettrica. L'ipotesi di Galvani non fu, però, accettata dal fisico Alessandro Volta, dell'Università di Pavia, che propose un'ipotesi alternativa e costruì nel 1800 il primo generatore elettrico in corrente continua: la cosiddetta pila di Volta. Nell'Ottocento seguirono poi le ricerche dei fisici tedeschi Ohm e Kirchhoff che scoprirono le leggi dei circuiti elettrici. Il candidato:

- ▶ spieghi il principio di funzionamento della pila di Volta;

PROBLEMI FINALI

- ▶ spieghi il significato di circuito elettrico e si soffermi sulla natura e le unità di misura delle grandezze fisiche che caratterizzano un circuito elettrico in corrente continua;
- ▶ descriva teoricamente e graficamente come si collocano in un circuito elettrico gli strumenti di misura amperometro e voltmetro, con le necessarie considerazioni riguardanti la resistenza interna di questi strumenti confrontata con le resistenze presenti nel circuito;
- ▶ spieghi perché in ogni misura è necessario scegliere nello strumento la portata minima possibile;
- ▶ dato il seguente circuito in corrente continua, alimentato da una pila da 4,5 V, calcoli:

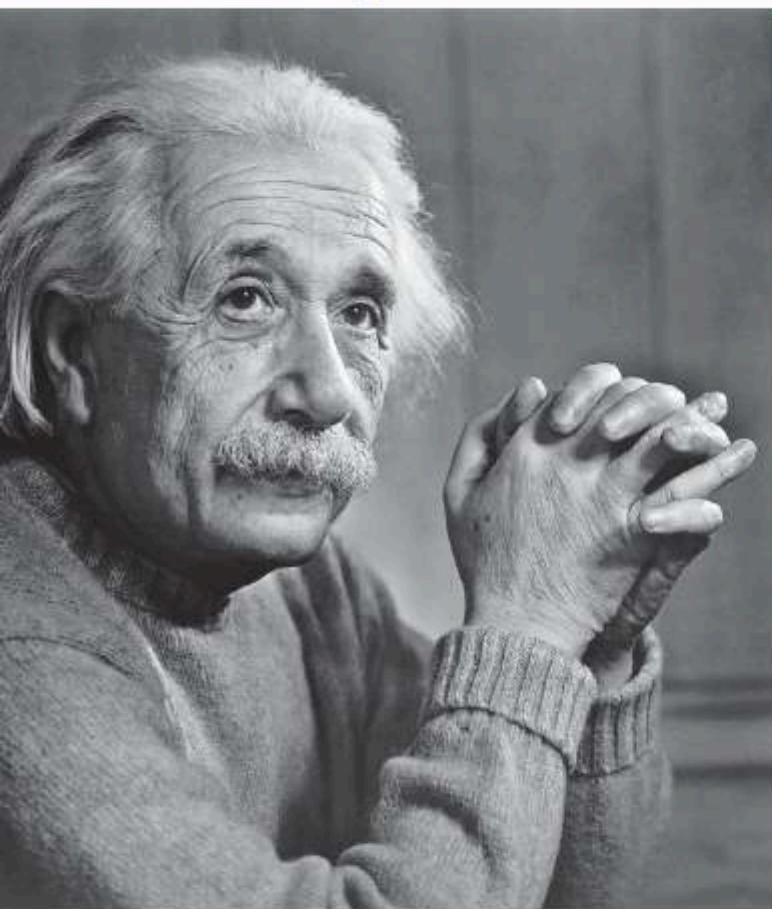


- l'intensità della corrente erogata dalla pila;
- la d.d.p. ai capi di R_1 e di R_3 ;
- l'energia dissipata, per effetto Joule, da R_1 e da R_3 in 2 secondi.

I valori delle resistenze elettriche sono: $R_1 = 1,5 \Omega$, $R_2 = 1 \Omega$, $R_3 = 6 \Omega$, $R_4 = 3 \Omega$, $R_5 = 3 \Omega$.



PHYSICS IN ENGLISH



PHYSICS TALK

FORMULAE

SUBJECT	IN SYMBOLS	IN WORDS
Gauss' law for a magnetic field	$\Phi_{\Omega}(\vec{B}) = 0$	The magnetic flux through a closed surface Ω is zero. The law is often referred to as a statement of the "absence of free magnetic poles".
Generalised Ampere's law	$\Gamma_{\gamma}(\vec{B}) = \mu_0 \left(\sum_j I_j + \epsilon_0 \frac{\Delta\Phi(\vec{E})}{\Delta t} \right)$	For an electric field that varies with time the circulation of the magnetic field around a closed path γ is equal to the product of the magnetic permeability μ_0 of free space and the sum of the currents that penetrate through the surface bounded by the path γ and the displacement current: the product of the permittivity of free space ϵ_0 and the rate of change of electric flux through the surface bounded by the path γ .
Faraday-Neumann law	$emf = - \frac{\Delta\Phi(\vec{B})}{\Delta t}$	When a circuit, whose material does not change over time, is subjected to a constant magnetic field, an electromotive force is induced which is equal to the change in the magnetic flux over time. The induced <i>emf</i> opposes the change in the magnetic flux hence the minus sign.
Speed of light	$c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}}$	The speed of light in a vacuum equals the reciprocal of the square root of the product of the permittivity of free space ϵ_0 and the permeability of free space μ_0 .
Beta velocity	$\beta = \frac{v}{c}$	Beta is the ratio of the velocity of an object (or an inertial reference frame) v to the speed of light c .
Lorentz factor	$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}}$	The Lorentz factor is equal to the reciprocal of the square root of the term one minus the square of β . The Lorentz factor is always greater than or equal to one.
Time dilation equation	$\Delta t = \frac{\Delta t_0}{\sqrt{1 - \beta^2}} = \gamma t_0$	An interval of time Δt measured between two instances in the moving frame equals the product of the Lorentz factor γ and the corresponding time interval Δt_0 as measured in the rest frame.
Length contraction formula	$\Delta x = \Delta x_0 \sqrt{1 - \beta^2} = \frac{\Delta x_0}{\gamma}$	A distance Δx measured between two points in the direction of motion of a moving frame equals the distance between the points when the frame is at rest Δx_0 divided by the Lorentz factor γ .
Velocity-addition formula (also known as the composition law for velocities)	$u = \frac{u' + v}{1 + \frac{u'v}{c^2}}$	The velocity of a particle in a reference system S is equal to the sum of the velocity u' of the same particle in the reference system S' , and the velocity v of the reference system S' with respect to S , divided by the term: one plus the product of the velocity u' of the particle in the reference system S' , the velocity v of the reference system S' with respect to S , and the reciprocal of the square of the speed of light.

SUBJECT	IN SYMBOLS	IN WORDS
Rest energy	$E_0 = m_0 c^2$	The total internal energy of a body at rest is equal to the product of its rest mass m_0 (also called invariant mass) and the square of the speed of light.
Relativistic mass	$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \beta^2}} = \gamma m_0$	The relativistic mass of an object with nonzero rest mass moving with respect to a given frame of reference is equal to the product of the Lorentz factor γ and the rest mass m_0 .
Total energy	$E = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - \beta^2}} = \gamma m_0 c^2$	The energy of an object with rest mass m_0 moving with respect to a given frame of reference is equal to the product of the Lorentz factor γ , the rest mass m_0 and the square of the speed of light.
Energy of a photon	$E = h\nu$	The energy of a photon is equal to the product of the Planck constant h and the frequency ν of its associated electromagnetic wave.
Momentum of a photon	$p = \frac{h}{\lambda} = \frac{E}{c}$	The momentum of a photon is equal to the ratio of the Planck constant h to the wavelength λ of its associated electromagnetic wave, or the ratio of its energy E to the speed of light.
Relativistic Doppler effect	$\nu_{\text{observed}} = \nu_{\text{source}} \sqrt{\frac{1 - \beta}{1 + \beta}}$	For an observer moving directly away from a source the observed frequency of the wave equals the frequency of the wave emitted by the source multiplied by the square root of the term: one minus β over one plus β . Beta is positive for the observer moving away from the source and negative if the observer is moving toward the source.
Heisenberg uncertainty principle	$(\Delta x)(\Delta p_x) \approx \frac{h}{2\pi}$	In describing an elementary particle, the uncertainty in the position (Δx) multiplied by the uncertainty in its momentum (Δp_x) is approximately equal to Planck's constant divided by two pi.
Radioactive decay	$N = N_0 e^{-\lambda t}$	For a given sample of a specific radioisotope, the number of atoms present after a period of time t is equal to the initial number of atoms N_0 (at time $t = 0$) multiplied by the exponential function of $-\lambda t$, where λ is the decay constant for the radioisotope and t is the elapsed time.
Half-life	$T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda}$	The half-life of a substance undergoing decay, i.e. the period of time in which the expected number of entities that have decayed is equal to half the original number, is equal to the natural logarithm of two divided by the decay constant λ for the substance; λ being a positive number.

READING COMPREHENSION

MAGNETIC RECUMBENT EXERCISE BIKES

A magnetic eddy current brake or “magnetic ECB” capitalises on the magnetic field anomaly called an “eddy current.” Much like the way eddy currents form in water, the eddy currents around a magnetic field create their own swirling effects and their own magnetic field. These eddy currents can be used to create a braking effect by using the resistance of eddy currents to oppose the rotational movement of the flywheel on a recumbent exercise bike.

The eddy currents that are generated are perpendicular to the flywheel’s direction of travel. In the case of magnetic eddy current brakes, the metal flywheel is exposed to a magnetic field from an electromagnet, creating eddy currents in the flywheel. The eddy currents meet resistance as charges flow through the flywheel, and this acts to slow down the rotation of the flywheel. Interestingly, the faster the flywheel is spinning, the

stronger the effect, meaning that as the bike slows the braking (resistance) force is reduced, producing a very smooth “braking” action which results in extremely smooth transitions between resistance levels.

When you use a preselected program or set up your own user program - you can specify the resistance levels for each segment of the fitness program. Instead of feeling abrupt and rapid changes in the transition between the different resistance levels, you will feel a gradual change in the resistance level that is very comfortable to adapt to.

Magnetic resistance bikes offer more functionality because they are easier to adjust, have a more sophisticated resistance level, are smoother to use and are quieter than other types of resistance mechanisms.

(Taken from <http://www.bicycleman.com/recumbent-exercise-bikes/magnetic-resistance-recumbent.htm>)

EXERCISES

1 True or False?

- A Magnetic eddy current are used to accelerate recumbent exercise bikes. T F
- B Magnetic eddy currents create swirling effects and their own magnetic field. T F
- C The use of eddy current brakes produce very smooth “braking” actions. T F
- D Magnetic resistance bikes are not functional. T F

2 Complete

The “braking” action of magnetic ECB resistance is _____ and even the transitions between _____ levels are more comfortable. Magnetic _____ currents are used to obtain this _____. The metal flywheel of the bike is exposed to a _____ field from an electromagnet, _____ eddy currents in the _____. The eddy currents meet resistance as charges _____ through the flywheel, and this slows down the _____ of the flywheel.

resistance • eddy • creating • smoother • result • flow • magnetic • flywheel • rotation

3 Match questions and answers.

QUESTIONS

ANSWERS

- | | |
|---|--|
| <p>A. How can magnetic eddy currents be used in brakes?</p> <p>B. What are the advantages of a magnetic resistance bike?</p> <p>C. How are magnetic eddy currents generated in a bike’s braking system?</p> | <p>1. The metal flywheel of the bike is exposed to a magnetic field from an electromagnet, creating eddy currents in the flywheel.</p> <p>2. Eddy currents create a braking effect using their resistance to oppose the rotational direction of the flywheel in recumbent exercise bikes.</p> <p>3. It is easier to adjust, and smoother to use, moreover it is quieter and with a more sophisticated resistance level system.</p> |
|---|--|

A. _____ B. _____ C. _____

WHO INVENTED MICROWAVES?

Like many of today's great inventions, the microwave oven was a by-product of another technology. It was during a radar-related research project around 1946 that Dr. Percy Spencer, a self-taught engineer with the Raytheon Corporation, noticed something very unusual. He was testing a new vacuum tube called a magnetron, when he discovered that the candy bar in his pocket had melted. This intrigued Dr. Spencer, so he tried another experiment. This time he placed some popcorn kernels near the tube and, perhaps standing a little farther away, he watched with an inventive sparkle in his eye as the popcorn sputtered, cracked and popped all over his lab.

The next morning, scientist Spencer decided to put the magnetron tube near an egg. A curious colleague joined Spencer, and they both watched as the egg began to tremor and quake. The rapid temperature rise within the egg was causing tremendous internal pressure.

Evidently the curious colleague moved in for a closer look just as the egg exploded and splattered hot yolk all over his amazed face. The face of Spencer lit up with a logical scientific conclusion: the melted candy bar, the popcorn, and now the exploding egg, were all attributable to exposure to low-density microwave energy. Thus, if an egg can be cooked that quickly, why not other foods? Dr. Spencer fashioned a metal box with an opening into which he fed microwave power. The energy entering the box was unable to escape, thereby creating a higher density electromagnetic field. When food was placed in the box and microwave energy fed in, the temperature of the food rose very rapidly. Dr. Spencer had invented what was to revolutionise cooking, and form the basis of a multimillion-dollar industry, the microwave oven.

Taken from <http://www.gallawa.com/microtech/history.html>

EXERCISES

1 True or False?

- A** Dr. Spencer was working on a different project when he discovered the effects of microwaves on food. **T F**
- B** Dr. Spencer used some popcorn, an egg and a hamburger to test his discovery. **T F**
- C** The microwave oven industry is a multimillion-dollar industry. **T F**
- D** During World War I, microwave ovens were already in common use. **T F**

2 Complete

Microwave ovens were a by-product of another _____. Dr. Spencer ran into this "invention" _____ he was _____ a magnetron: a new vacuum tube. After his work with the _____, Dr. Spencer discovered that the candy bar in his pocket had _____. This queer event made him _____ that maybe something new was _____ near the tube. He put _____ popcorn first and then an _____ close to the tube, and correctly _____ that exposure

to low-density microwave _____ can cook food very rapidly.

happening • whilst • think • melted • magnetron • some • egg • testing • energy • technology • concluded

3 Match questions and answers.

QUESTIONS

- A.** What was Dr. Spencer working on when he discovered the effects of microwaves on food?
- B.** Which was the first episode that made Dr. Spencer think that he should make some further researches on microwaves?
- C.** How did Dr. Spencer build his first microwave oven?

ANSWERS

- 1.** A candy bar in his pocket melted while he was working on the magnetron.
- 2.** He was testing a new vacuum tube called a magnetron.
- 3.** He built a metal box with an opening into which he fed microwave power.

A. _____ **B.** _____ **C.** _____

READING COMPREHENSION

RELATIVITY

Relativity begins with a modest question: how does your physics relate to my physics if we are moving relative to each other? Galileo gave one answer: we find exactly the same laws of mechanics if our relative speed is constant.

Newton said the same thing but more elaborately by referring all motion to an absolute frame of reference in space and time.

Nineteenth-century theorists found Newton's absolute frame a convenient place to locate the hypothetical medium they called the ether, which propagated light and other electromagnetic waves.

A young patent examiner in Bern, Switzerland, named Albert Einstein published a paper in 1905 that resolved the ether problem by simply ignoring it. Einstein postulated two empirical principles that could not be denied: the constancy of the speed of light, and a generalisation of Galileo's relativity principle to include electromagnetic and optical phenomena. Begin-

ning with these two principles, and without recourse to the ether concept, he proved that, for observers moving relative to each other at constant speeds, length and time measurements are different, perhaps drastically different if the speed is close to the speed of light. For example, if a stationary observer watches a clock moving at high speed he or she sees it ticking more slowly than an observer travelling with the clock. In addition to this "time dilation," Einstein's 1905 paper insisted that the length dimension of the clock, or of anything else, is contracted in the direction of motion for the stationary observer.

Einstein designed his 1905 "special" theory of relativity with two limitations: it focused on "inertial" systems, and its scope did not include another great theory from the past, Newton's gravitation theory. [...]

Taken from W. H. Cropper, *Great Physicists*, OUP, New York, 2001, pp. 201-202

EXERCISES

1 True or false?

- A** Newton resolved the ether problem by simply ignoring it. T F
- B** When he published his paper in 1905, Einstein was teaching at Bern University. T F
- C** Einstein's "special" relativity did not include Newton's gravitation theory. T F
- D** Galileo did not give answers to the relativity problem. T F

2 Complete

Since the time of Galileo, the concept of _____ has been in physicists' _____. The first to _____ an answer to this question was _____. He postulated that we find _____ the same laws of _____ if our relative speed is _____. Newton followed Galileo by _____ an absolute frame of _____ in space and time. The situation got more _____ with the theorisation of _____. Einstein cleared _____ the ether problem by simply _____ it,

moving on to build his _____ theory.

relativity • adding • minds • constant • complicated • relativity • ether • give • reference • mechanics • ignoring • exactly • Galileo • up

3 Match questions and answers.

QUESTIONS

- A.** What was the ether supposed to be?
- B.** What were the foundations of Einstein's 1905 theory?
- C.** Give an example of Einstein's "time dilation".

ANSWERS

- 1.** If a stationary observer watches a clock moving at high speed he or she sees it ticking more slowly than an observer travelling with the clock.
- 2.** A hypothetical medium, which propagated light and other electromagnetic waves.
- 3.** Two undeniable empirical principles: the constancy of the speed of light, and a generalisation of Galileo's relativity principle.

A. _____ **B.** _____ **C.** _____

SOLAR SAIL STUNNER

January 24, 2011: In an unexpected reversal of fortune, NASA's NanoSail-D spacecraft has unfurled a gleaming sheet of space-age fabric 650 km above Earth, becoming the first-ever solar sail to circle our planet.

NanoSail-D spent the previous month and a half stuck inside its mothership, the *Fast, Affordable, Science and Technology SATellite* (FASTSAT). FASTSAT was launched in November 2010 with NanoSail-D and five other experiments onboard. High above Earth, a spring was supposed to push the breadbox-sized probe into an orbit of its own with room to unfurl a sail. But when the big moment arrived, NanoSail-D got stuck.

The mission seemed to be over before it had even begun. And then came January 17th. For reasons engineers still don't fully understand, NanoSail-D spontaneously ejected itself.

The team quickly enlisted amateur radio enthusiasts Alan Sieg and Stan Sims at the Marshal Space Flight Cent-

er to try to pick up transmissions from NanoSail-D's radio beacon. Just before 5pm CST, they heard a faint signal. As the spacecraft passed over Huntsville, the signal grew stronger and the operators were able to decode the first packet. NanoSail-D was alive and well.

The biggest moment, however, was still to come. NanoSail-D had to actually unfurl its sail. This happened on January 20th at 9 pm CST. Activated by an onboard timer, a wire burner cut the 50 lb fishing line holding the spacecraft's panels closed; a second wire burner released the booms. Within seconds they unrolled, spreading a thin polymer sheet of reflective material into a 10 m² sail.

Only one spacecraft has done anything like this before: Japan's IKAROS probe deployed a solar sail in interplanetary space and used it to fly by Venus in 2010.

Taken from http://science.nasa.gov/science-news/science-at-nasa/2011/24jan_solarsail/

EXERCISES

1 True or false?

- A** At the beginning NanoSail-D did not work as it was expected. **T F**
- B** FASTSAT is an acronym. **T F**
- C** A Japanese spacecraft used a solar sail to fly by Jupiter. **T F**
- D** A spring ejected NanoSail-D from the spacecraft on January 17th, 2011. **T F**

2 Complete

NanoSail-D was the first _____ sail to circle our _____. According to the original _____, NanoSail-D should have been _____ by a spring out into _____, but when the mission got into space _____ really happened and NanoSail-D remained _____ inside the mothership for more than two _____. Then, all of a sudden, it launched itself into space and began its _____. Once it was in the space it was possible to _____ the mechanism to unfurl the solar sail.

project • solar • months • pushed • planet • stuck • mission • nothing • activate • space

3 Match questions and answers.

QUESTIONS

- A.** What happened on January 20th, 2011?
- B.** What was supposed to happen after the launch in November 2010?
- C.** What happened when the spacecraft passed over Huntsville?

ANSWERS

- 1.** The signal emitted by the spacecraft became stronger and it was possible to decode the first packet.
- 2.** Three days after launching itself from its mothership, NanoSail-D actually unfurled its sail.
- 3.** A spring was supposed to push NanoSail-D out into space.

A. _____ **B.** _____ **C.** _____ w

HUBBLE FINDS DOUBLE EINSTEIN RING

More than just a novelty, a very rare phenomenon found with the Hubble Space Telescope can offer insight into dark matter, dark energy, the nature of distant galaxies, and even the curvature of the Universe. A double Einstein ring has been found by an international team of astronomers led by Raphael Gavazzi and Tommaso Treu of the University of California, Santa Barbara.

The phenomenon, called gravitational lensing, occurs when a massive galaxy in the foreground bends the light rays from a distant galaxy behind it, in much the same way as a magnifying glass would. When both galaxies are exactly lined up, the light forms a circle, called an "Einstein ring", around the foreground galaxy. If another more distant galaxy lies precisely on the same sightline, a second, larger ring will appear.

The odds of seeing such a special alignment are so small that Tommaso Treu said that they had "hit the jackpot" with this discovery. "Such stunning cosmic coincidences reveal so much about nature. Dark matter is not hidden to lensing."

The massive foreground galaxy is almost perfectly aligned in the sky with two background galaxies at different distances. The foreground galaxy is 3 billion light-years away. The inner ring and outer ring are comprised of multiple images of two galaxies at a distance of 6 billion and approximately 11 billion light-years.

The distribution of dark matter in the foreground galaxy that is warping space to create the gravitational lens can be precisely mapped. In addition, the geometry of the two Einstein rings allowed the team to measure the mass of the middle galaxy precisely at a value of 1 billion solar masses. The team reports that this is the first measurement of the mass of a dwarf galaxy at cosmological distances. A sample of 50 suitable double Einstein rings would be sufficient to measure the dark matter content of the Universe and the equation of state of dark energy to a precision of 10 percent.

Taken from <http://www.sciencedaily.com/releases/2008/01/080110102319.htm>

EXERCISES

1 True or false?

- A A double Einstein ring is quite a common observable phenomenon. T F
- B The distribution of dark matter can be precisely mapped. T F
- C To observe a double Einstein Ring three galaxies must be almost perfectly aligned. T F
- D The measurement of the mass of the dwarf galaxy was the first to be made at cosmological distances. T F

2 Find and correct mistakes.

- A A team of Native American astronomers observed the double Einstein Ring.
- B Gravitational lensing occurs when a massive galaxy in the foreground bends the light rays from a distant galaxy in front of it.
- C This was the first measurement of the mass of a dwarf galaxy at planetary distances.
- D Dark matter cannot be observed through gravitational lensing phenomenon.

- E The inner ring and outer ring of this double Einstein ring are comprised of a single image of the two galaxies

3 Match questions and answers.

QUESTIONS

- A. What is gravitational lensing?
- B. What can be measured through the geometry of two Einstein rings?
- C. How many double Einstein rings observations are required to measure the dark matter content of the Universe?

ANSWERS

- 1. Observing two Einstein rings it is possible to measure the mass of the middle galaxy.
- 2. A sample of 50 suitable observations would be sufficient to measure the dark matter content of the Universe to a precision of 10 percent.
- 3. It is a phenomenon that can be observed when a massive galaxy in the foreground bends the light rays from a distant galaxy behind it.

A. _____ B. _____ C. _____

A BREAK WITH THE PAST

The complete break with classical physics comes with the realization that not just photons and electrons but all “particles” and all “waves” are in fact a mixture of wave and particle. It just happens that in our everyday world the particle component overwhelmingly dominates the mixture in the case of, say, a bowling ball, or a house. In the world of the very small, where particle and wave aspects of reality are equally significant, things do not behave in any way that we can understand from our experience of the everyday world. It isn't just that Bohr's atom with its electron “orbits” is a false picture; *all* pictures are false, and there is no physical analogy we can make to understand what goes on inside atoms. Atoms behave like atoms, nothing else.

Sir Arthur Eddington summed up the situation brilliantly in his book *The Nature of the Physical World*, published in 1929. “No familiar conception can be woven around the electron,” he said, and our best description of the atom boils down to “something unknown

is doing we don't know what”. He notes that this “does not sound a particularly illuminating theory. I have read something like it elsewhere

*the slithy toves
Did gyre and gimble in the wabe.*¹

But the point is that although we do not know *what* electrons are doing in atoms, we do know that the number of electrons is important. Adding a few numbers makes “Jabberwocky” scientific – “Eight slithy toves gyre and gimbal in the oxygen wabe; seven in nitrogen. If one of its toves escapes, oxygen will be masquerading in a garb properly belonging to nitrogen.”

Taken from: “In search of Schrödinger's Cat: quantum physics and mechanics”, Gribbin, John R. Bantam (BAN), 1984, pp. 91-92

¹ Si tratta di un *Jabberwocky*, il “nonsense” più famoso della letteratura inglese, tratto da L. Carroll “*Through the Looking-Glass, and What Alice Found There*”. Una traduzione è: “Era cerfuoso e i viviscidi tuoppi/ghiarivan foracchiando nel pedano” (trad. Milli Graffi).

EXERCISES

1 True or false?

- A** Everything is composed of 50% particles and 50% waves. T F
- B** Bohr's description of the atom with electron “orbits” is a false picture. T F
- C** We can easily describe the behaviour of atoms. T F
- D** According to Eddington, all the fundamentals of physics could be translated into “nonsense” provided that all numbers are unchanged. T F

2 Complete.

Through the centuries _____ of Physics have always been described using _____. Theorists have always used _____ taken from our _____ experience to explain phenomena in Physics. _____ Physicists understand that this kind of _____ does not work properly. The typical example is _____ description of atoms and _____, that has nothing to do with the _____ nature of atoms and electrons.

particles • Modern • analogy • theories • examples • association • Bohr's • actual • daily

3 Match questions and answers.

QUESTIONS

- A.** How can we describe the behaviour of atoms?
- B.** What kind of association do we have in mind when we think about an atom?
- C.** Why does the author use the *Jabberwocky* to explain physics?

ANSWERS

- 1.** We commonly associate atoms with Bohr's model of the orbiting electron, which is a false picture.
- 2.** There is no way to do it, because there is no physical analogy we can use to communicate how they work.
- 3.** By using nonsense the author wants to make the reader understand that there is no way to explain physics using analogies with things that we are familiar with in the world we experience.

A. _____ B. _____ C. _____

READING COMPREHENSION

HOW THE LHC WORKS

The Large Hadron Collider (LHC), the world's largest and most powerful particle accelerator, is the latest addition to CERN's accelerator complex. It mainly consists of a 27-kilometre ring of superconducting magnets with a number of accelerating structures to boost the energy of the particles along the way.

Inside the accelerator, two beams of particles travel at close to the speed of light with very high energies before colliding with one another. The beams travel in opposite directions in separate beam pipes – two tubes kept at ultrahigh vacuum. They are guided around the accelerator ring by a strong magnetic field, achieved using superconducting electromagnets. These are built from coils of special electric cable that operate in a superconducting state, efficiently conducting electricity without resistance or loss of energy. This requires chilling the magnets to about $-271\text{ }^{\circ}\text{C}$, a temperature colder than outer space. For this reason, much of the accelerator is con-

nected to a distribution system of liquid helium, which cools the magnets, as well as to other supply services.

Thousands of magnets of different varieties and sizes are used to direct the beams around the accelerator. These include 1,232 dipole magnets of 15 m length which are used to bend the beams, and 392 quadrupole magnets, each 5-7 m long, to focus the beams. Just prior to collision, another type of magnet is used to "squeeze" the particles closer together, to increase the chances of collisions. The particles are so tiny that the task of making them collide is akin to firing needles from two positions 10 km apart with such precision that they meet halfway!

All the controls for the accelerator, its services and technical infrastructure are housed under one roof at the CERN Control Centre. From here, the beams inside the LHC are made to collide at four locations around the accelerator ring, corresponding to the positions of the particle detectors.

Taken from <http://press.web.cern.ch/public/en/LHC/HowLHC-en.html>

EXERCISES

1 True or false?

- A The LHC is a particle decelerator. T F
- B The LHC i can easily fit into a living-room. T F
- C It is really hot inside the LHC. T F
- D Inside the LHC the particles travel close to the speed of light. T F

2 Find and correct the mistakes.

- A The LHC is the world's smallest particle accelerator.
- B Inside the LHC several beams of particles travel at close to the speed of light.
- C The accelerator is connected to a distribution system of liquid helium, which heats the magnets.
- D The LHC is the oldest part of CERN's accelerator complex.
- E The beams travel in the same direction in separate beam pipes.

3 Match questions and answers.

QUESTIONS

- A. What kinds of magnets are used in the LHC?
- B. At what temperature must the magnets be kept at to work properly?
- C. How do scientists manage to control the path of the two beams of particles that travel inside the LHC?

ANSWERS

- 1. At a temperature of $-271\text{ }^{\circ}\text{C}$, which is colder than outer space.
- 2. The beams of particles are guided around by a strong magnetic field that is created using superconducting electromagnets.
- 3. Thousands of magnets of different varieties and sizes, including 1,232 dipole magnets of 15 m length and 392 quadrupole magnets, each 5-7 m long.

A. _____ B. _____ C. _____

ENRICO FERMI

As a rule, scientists display their talents either as theorists or as experimentalist, but not both. Einstein, Maxwell, and Gibbs, for example, were great as theorists but not creative as experimentalists, while Faraday and Rutherford, great as experimentalists, were limited as theorists. Only Newton, displayed great talent both as an experimentalist, and as a theorist (and also as a mathematician). Enrico Fermi is another exception to the rule that physics is a bipartisan community. Fermi was, as his biographer and colleague Emilio Segre remarks, "from the first a complete physicist for whom theory and experiment possessed equal weight". He began as a theorist in 1926 by showing how to count the quantum states of atoms according to Pauli's exclusion principle. In the 1930s, he built a complete theory of β -decay, beginning with another Pauli idea, that β -particles always appear in company with tiny particles that carry no electrical charge and almost no mass. This work was a pioneering effort in what is now known as quantum field theory. Fermi could have continued

in this direction and become a dedicated theorist. Instead, he chose to become an experimentalist armed with the technique of neutron bombardment. These efforts were also pioneering, and they led him finally to one of the landmark achievements of modern experimental physics: control of a nuclear chain reaction.

At the age of twenty-five, he had, "practically attained the zenith of a university career in Italy". Corbino expected Fermi to bring modern physics to Italy. As Segre remarks, "'a new generation had to take over, and Fermi was to be its leader". Fermi's first step to make himself and his subject known was to give popular lectures and write textbooks. The writing was done during summer vacations in his favourite mountain country, the Dolomites of northern Italy. There, according to Segre, he sometimes worked "lying on his stomach in a mountain meadow, armed with an adequate supply of pencils and bound blank notebooks, [writing] page after page, without a book for consultation, without an erasure or a word crossed out".

Taken from W.H. Cropper, "Great Physicists", OUP, NY, 2001, p. 344-48

EXERCISES

1 True or false?

- A Fermi wrote his books lying on a beach. **T** **F**
- B Fermi's work was important because it was the control of a nuclear chain reaction possible. **T** **F**
- C Fermi never worked in an Italian University. **T** **F**
- D Fermi was a pure theorist. **T** **F**

2 Find and correct mistakes.

- A Einstein, Maxwell, and Gibbs were great as experimentalists.
- B Emilio Segre was a writer.
- C In 1926, Fermi showed how to count the quantum states of atoms according to Pauli's inclusion principle.
- D After working as a theorist Fermi dedicated his work to the technique of electron bombardment.
- E Fermi made his subject known giving popular

lectures and writing articles.

- F Fermi wrote his books in the Dolomites using a typewriter.

3 Match questions and answers.

QUESTIONS

- A. What was Segre's opinion of Fermi?
- B. How did Fermi demonstrate that he was a great theorist?
- C. Where did Fermi write his textbooks?

ANSWERS

- 1. He wrote them during summer vacations in the Dolomites.
- 2. With his theory of β -decay, Fermi became one of the pioneers of quantum theory.
- 3. The boiling point of water also increases, so that food is cooked at a temperature higher than 100 °C.

A. _____ B. _____ C. _____

A

acceleratore lineare, 985
 accelerazione, equivalenza con
 forza-peso, 1130
 accoppiamento
 - elettrodebole, 1314
 - elettromagnetico, 1314
 - gravitazionale, 1318
 ace, 1288
 adroni, 1286, 1299
 alternatore, 969
 ampiezza di probabilità, 1198, 1200
 angolo
 - di sfasamento, 978
 - limite, 1024
 antimateria, 1282
 antineutrino, 1284
 antiparticelle, 1282
 assiomi della teoria della relatività
 ristretta, 1070
 astenoni carichi, 1294
 astrofisica, 1281
 atomi
 - con molti elettroni, 1213
 - stabilità degli, 1204
 autoinduzione, 963

B

Balmer Johann, serie spettrale di,
 1162
 bande di energia nei solidi, 1219
 barioni, 1286
 barre di controllo, 1258
 biofisica, 1279
 Bohr Niels, modello atomico di,
 1169
 bosoni, 1215, 1216
 - intermedi carichi, 1294
 buchi neri, 1139

C

caduta libera, e assenza di peso, 1129
 camera a nebbia, 1283
 campo
 - di applicabilità dei modelli, 1323
 - di Higgs, 1305
 - elettrico indotto, 1010
 - elettromagnetico, 1015

- magnetico, densità di energia del, 966
 caos deterministico, 1277
 catastrofe ultravioletta, 1154
 centrali nucleari, 1257
 ciclotrone, 985
 circuitazione del campo elettrico, 1011
 circuito/i
 - capacitivo, 975
 - in corrente alternata, 976
 - induttivo, 974
 - LC, 978
 - ohmico, 972
 climatologia, 1278
 coefficiente-di autoinduzione, 964
 - di dilatazione
 - del tempo, 1076
 - per piccole velocità, 1113
 - di mutua induzione, 965
 collasso dell'onda, 1206
 collisioni
 - ad alte energie
 - di elettroni, 1310
 - di quark, 1310
 - all'energia di Planck, 1320
 - di elettroni di alta energia, 1311
 componenti di uno spostamento, 1098
 composizione delle velocità, 1103
 Compton Arthur H, 1152
 conduttori, 1222
 confinamento
 - inerziale, 1261
 - magnetico, 1261
 contrazione delle lunghezze, 1077,
 1082
 corpo nero, 1152
 corrente/i
 - di Foucault, 962
 - di spostamento, 1013
 - indotta, 954
 - parassite, 962
 - trifase, 972
 costante/i
 - di Planck, 1154
 - ridotta, 1192
 - fisiche, 1326
 creazione di particelle, 1251
 cromodinamica quantistica, 1303
 curva/e
 - di decadimento, 1248
 - geodetiche, 1135

curvatura
 - dello spazio, 1133
 - dello spazio-tempo, 1135
 - e gravità, 1135

D

datazione con il carbonio-14, 1248
 de Broglie, lunghezza d'onda di, 1193
 decadimento
 - alfa, 1246, 1252
 - beta, 1246, 1252
 - inverso, 1246
 deflessione gravitazionale della luce,
 1138
 densità volumica di energia magne-
 tica, 968
 difetto di massa, 1243
 dilatazione
 - dei tempi, 1073, 1082
 - e intervallo di tempo proprio, 1070
 - gravitazionale dei tempi, 1141
 dinamica relativistica, 1110
 diodo, 1225
 dispersione della luce, 1022
 dualismo onda-particella, 1193

E

effetto
 - Compton, 1159
 - Doppler
 - della luce, 1114
 - relativistico, 1112
 - fotoelettrico, 1155
 - serra, 1042
 Einstein Albert, 1084, 1309
 - e quantizzazione della luce, 1157
 - equazione di campo di, 1133
 - relazione di, 1108
 elettrone, energia di legame di un,
 1174
 emissione
 - gamma, 1252
 - stimolata, 1217
 energia
 - cinetica relativistica, 1110
 - dell'unificazione globale, 1318
 - di legame, 1243
 - dei nuclei, 1242
 - di un elettrone, 1174

- di Planck, 1319
- di quiete, 1108
- equivalenza con la massa, 1106
- totale di una carica in moto circolare uniforme, 1169
- equazione/i
- di campo di Einstein, 1135
- di Maxwell, 1015
- di Schrödinger, 1192
- equivalenza
- tra accelerazione e forza-peso, 1130
- tra massa ed energia, 1106
- esperimento
- di Franck e Hertz, 1176
- di Michelson-Morley, 1067
- di Millikan, 1167
- di Rutherford, 1163
- estensione scientifica, 1324
- etere luminifero, 1067
- evento, 1098

F

- famiglie radioattive, 1246
- Faraday-Neumann, legge di, 957
- fermi (fm), 1292
- Fermi Enrico, 1254
- fermioni, 1215
- fibre ottiche, 1025
- fisica
- cosmoparticellare, 1282
- del plasma, 1280
- della Terra solida, 1278
- delle particelle fondamentali, 1281, 1282
- dello stato solido, 1280
- medica, 1279
- nucleare, 1238
- quantistica, 1192, 1309
- fissione nucleare, 1256
- flusso del campo magnetico, 956
- fondo naturale di radioattività, 1250
- formula di Faraday-Neumann, 960
- forza
- debole, 1293
 - neutra, 1295
- elettrodebole, 1313
- elettromagnetica, 1290
- elettromotrice

- alternata, 970
- indotta istantanea, 958
- forte, 1290, 1292, 1313
- gravitazionale, 1295, 1297, 1317
 - nelle collisioni tra quark, 1317
- nucleare attrattiva, 1242
- fotoni, 1157
- virtuali, 1291
- emissione e assorbimento, 1215
- gamma, 1245
- Franck e Hertz, esperimento di, 1176
- funzione d'onda
- componenti della, 1199
- interpretazione fisica della, 1197
- fusione nucleare, 1260

G

- Galilei Galileo, 1309
- trasformazioni di, 1066
- gatto di Schrödinger, 1203
- geodetiche, 1135
- geometrie
- ellittiche, 1134
- iperboliche, 1134
- non euclidee, 1133
- sferiche, 1134
- gluoni, 1292
- GPS (Global Positioning System), 1141
- grandezze
- di Planck, 1319
- dosimetriche, 1249
- unificazione delle, 1308
- gravità, e curvatura dello spazio-tempo, 1135
- gravitazione, problema della, 1128

H

- Heisenberg
- principio di indeterminazione, 1200
- henry (H), 964
- Higgs
- campo di, 1305
- particelle di, 1306
- higgsone, 1306
- Hubble, legge di, 1115
- Huygens, principio di, 1019

I

- idrogeno
- molecola di, 1219
- orbite permesse dell'atomo di, 1171
- spettro dell', 1161
- impedenza di un circuito, 977
- indice di rifrazione relativo, 1021
- induttanza
- di un circuito, 964
- di un solenoide, 967
- induzione elettromagnetica, 954
- intensità di dose assorbita, 1250
- interazione debole, 1251
- interruttore differenziale, 956
- intervallo
- di tempo proprio, 1075
- di tempo, misura di un, 1073
- di tipo spazio, 1100
- di tipo tempo, 1100
- invariante, 1098
- invariante in relatività, 1100
- lunghezza propria, 1100
- inversione di popolazione, 1218
- isolanti, 1222
- isòtopi, 1241

L

- laser, 1217
- legame covalente, 1220
- legge/i
- del decadimento radioattivo, 1247
- della rifrazione, 1020
- di Faraday-Neumann, 957
 - dimostrazione della, 960
- di Hubble, 1115
- di Lenz, 961
- di Malus, 1033
- di Snell, 1021
- di spostamento di Wien, 1153
- lenti gravitazionali, 1139
- Lenz, legge di, 961
- leptoni, 1283, 1299
- livelli energetici di un elettrone nell'atomo di idrogeno, 1173
- logica a tre valori, 1203
- Lorentz Hendrik A., trasformazioni di, 1081
- luce

- deflessione gravitazionale della, 1138
- quantità di moto della, 1100
- velocità della, 1066
- lunghezza/e
- contrazione delle, 1077, 1082
- d'onda di de Broglie, 1193
- perpendicolari al moto relativo, invarianza delle, 1079
- propria, 1078
- di un intervallo, 1100

M

- mappa dello spazio e del tempo, 1322
- massa
- dei quark, 1305
- di Planck, 1319
- equivalenza con l'energia, 1106
- relativistica, 1111
- materia, proprietà ondulatorie, 1192
- Maxwell, 1309
- medicina nucleare, 1252
- mesoni, 1284
- meteorologia, 1278
- Michelson-Morley, esperimento di, 1067
- microonde, 1041
- Millikan Robert A, 1167
- Minkowski Hermann, spazio di, 1103
- modello/i
- atomico
- di Bohr, 1169
- di Thomson, 1163
- campo di applicabilità dei, 1323
- planetario dell'atomo, 1166
- rappresentazione dei, 1323
- Standard, 1298
- incompletezza del, 1310
- moderatore, 1258
- momento magnetico orbitale di un elettrone, 1210
- moto lungo le geodetiche, 1133
- muone, 1283
- mutua induzione, 963, 965

N

- nanotecnologie, 1280
- neutrini, 1283
- elettrone, 1246

- neutroni, 1239
- lenti, 1258
- Newton, 1309
- nuclei
- degli atomi, 1238
- radioattivi, 1245
- vita media, 1247
- nucleoni, 1239
- numero atomico, 1172, 1240
- di massa, 1240
- di neutroni, 1240
- quantico magnetico, 1211

O

- onde
- di probabilità, 1197
- elettromagnetiche piane, 1027
- elettromagnetiche, 1010, 1017
- gravitazionali, 1142
- radio, 1040
- ondelle ingarbugliate, 1207
- orbitali atomici, 1204
- orbite
- ellittiche, 1208
- permesse dell'atomo di idrogeno, 1171

P

- pacchetti d'onda, 1300
- paradosso dei gemelli, 1076
- particella/E
- beta, 1246
- di Higgs, 1306
- nucleari instabili, 1284
- supersimmetriche, 1317
- Pauli, principio di esclusione di, 1172, 1212
- periodo di dimezzamento, 1247
- peso, assenza di, e caduta libera, 1129
- PET, Positron Emission Tomography, 1109
- pixel, 1046
- Planck
- collisioni all'energia di, 1320
- costante di, 1154
- grandezze di, 1319
- polarizzatore, 1031
- polarizzazione
- del diodo, 1225

- della luce, 1031
- diretta, 1226
- inversa, 1225
- portatori positivi di carica, 1224
- positone, 1109, 1283
- potenziale di arresto, 1155
- previsioni meteorologiche, 1278
- principio/i
- della relatività generale, 1131
- di equivalenza, 1131
- di esclusione di Pauli, 1171
- di Huygens, 1019
- di indeterminazione di Heisenberg, 1195, 1200
- prima forma, 1195
- seconda forma, 1196
- di invarianza, 1070
- per ricalibratura, 1304
- di Pauli, 1212
- di relatività ristretta, 1070
- di sovrapposizione, 1202
- relatività generale, 1132
- probabilità
- da ignoranza, 1198
- quantistica, 1198
- produzione di plutonio, 1259
- proporzionalità diretta tra massa inerziale e massa gravitazionale, 1128
- proprietà ondulatorie della materia, 1192
- protoni, 1239

Q

- quadrivettore energia-quantità di moto, 1112
- quanti del campo elettromagnetico, 1154
- quantità di moto
- della luce, 1106
- relativistica, 1111
- quantizzazione
- del momento angolare, 1208
- della luce, 1157
- spaziale, 1209
- quark, 1288, 1299
- confinamento dei, 1313
- forza gravitazionale nelle collisioni tra, 1317
- quarto stato della materia, 1280

R

radiazione
 - infrarossa, 1041
 - ultravioletta, 1043
 - visibile, 1041
 radio, 1044
 radioattività, 1245
 radiobiologia, 1279
 raggi
 - cosmici, 1282
 - gamma, 1043
 - X, 1043
 rapporto di trasformazione, 983
 rappresentazione dei modelli/teorie, 1323
 reattori a fusione nucleare, 1260
 reazioni nucleari, 1240
 - endoenergetiche, 1256
 - esoenergetiche, 1256
 redshift gravitazionale, 1140
 regime di interdizione, 1228
 relatività
 - della simultaneità, 1070
 - dello spazio e del tempo, 1066
 - generale, 1128
 - principi della, 1131
 - ristretta, 1098
 - teoria della, 1070
 relazione di Einstein, 1108
 riflessione
 - di un'onda, 1019
 - totale, 1024
 rifrazione della luce, 1020
 riscaldamento globale, 1278
 rivelatore interferometrico di onde gravitazionali, 1143
 rivoluzione scientifica, 1324
 rottura della simmetria elettrodebole, 1303
 Rutherford Ernest, esperienza di, 1163

S

scambio della particella-forza fotone, 1291
 Schrödinger
 - equazione di, 1192
 - gatto di, 1203

semiconduttori, 1222
 serie spettrale di Balmer, 1162
 simmetria elettrodebole, 1303
 simultaneità
 - concetto di, 1071
 - definizione operativa, 1071
 - relatività della, 1070
 sincronizzazione degli orologi, 1073
 sistema/i
 - di riferimento inerziali, 1132
 - lontani dall'equilibrio, 1277
 - periodico degli elementi, 1173
 solidi, bande di energia nei, 1219
 spazio
 - curvatura dello, 1133
 - curvo, 1135
 - di Minkowski, 1103
 - piatto, 1135
 - tempo, 1102
 - curvo e luce, 1138
 - in azione, 1136
 spettro
 - dell'atomo di idrogeno, 1161
 - di righe, 1161
 - elettromagnetico, 1034
 - luminoso, 1022
 spin
 - dell'elettrone, 1212
 - delle particelle subatomiche, 1216
 spostamento, componenti di uno, 1098
 stati energetici dei nuclei, 1245
 statistiche quantistiche, 1216
 strato di svuotamento, 1225
 stringhe quantistiche, 1316
 strutture, statica e stabilità delle, 1276
 supersimmetria, 1317

T

tavola periodica degli elementi, 1172
 telefono cellulare, 1044
 televisione, 1045
 tempo/i
 - assoluto, 1070
 - definizione operativa, 1072
 - di Planck, 1319
 - dilatazione dei, 1073, 1082
 - gravitazionale dei, 1141
 - proprio, 1075

teoria
 - della relatività ristretta
 - assiomi della, 1070
 - delle stringhe, 1316
 - quantistica dei campi, 1301
 terapia dei tumori, 1253
 termodinamica del non equilibrio, 1277
 tettonica delle placche, 1278
 Thomson J. J., modello atomico di, 1163
 tokamak, 1281
 tomografia a emissione di positroni (PET), 1109
 traccianti radioattivi, 1252
 transistor, 1225, 1226, 1280
 trasformatore, 983
 trasformazioni
 - di Galileo, 1066
 - di Lorentz, 1080

U

unificazione
 - dei modelli e delle teorie, 1322
 - delle grandezze e dei concetti, 1308
 - elettroforte, 1313
 - scientifica, 1325

V

valore
 - efficace
 - della corrente, 971
 - della forza elettromotrice, 971
 velocità
 - composizione delle, 1100
 - della luce, 1017, 1066
 - di fuga, 1320
 vita media del nucleo, 1247

W

Wien, legge di spostamento di, 1153

TAVOLA PERIODICA DEGLI ELEMENTI

1																		18																	
I																		VIII																	
IDROGENO 1 H 1,008																		ELIO 2 He 4,003																	
LITIO 3 Li 6,941		BERILLIO 4 Be 9,012																BORO 5 B 10,81		CARBONIO 6 C 12,01		AZOTO 7 N 14,01		OSSIGENO 8 O 16,00		FLUORO 9 F 19,00		NEON 10 Ne 20,18							
SODIO 11 Na 22,99		MAGNESIO 12 Mg 24,31																ALLUMINIO 13 Al 26,98		SILICIO 14 Si 28,09		FOSFORO 15 P 30,97		Zolfo 16 S 32,07		CLORO 17 Cl 35,45		ARGON 18 Ar 39,95							
POTASSIO 19 K 39,10		CALCIO 20 Ca 40,08		SCANDIO 21 Sc 44,96		TITANIO 22 Ti 47,87		VANADIO 23 V 50,94		CROMO 24 Cr 52,00		MANGANESE 25 Mn 54,94		FERRO 26 Fe 55,85		COBALTO 27 Co 58,93		NICKEL 28 Ni 58,69		RAME 29 Cu 63,55		ZINCO 30 Zn 65,41		GALLIO 31 Ga 69,72		GERMANIO 32 Ge 72,64		ARSENICO 33 As 74,92		SELENIO 34 Se 78,96		BROMO 35 Br 79,90		KRIPTON 36 Kr 83,80	
RUBIDIO 37 Rb 85,47		STRONZIO 38 Sr 87,62		ITTRIO 39 Y 88,91		ZIRCONIO 40 Zr 91,22		NIOBIO 41 Nb 92,91		MOLOBDENO 42 Mo 95,94		TECNEZIO 43 Tc (98,91)		RUTENIO 44 Ru 101,1		RODIO 45 Rh 102,9		PALLADIO 46 Pd 106,4		ARGENTO 47 Ag 107,9		CADMIO 48 Cd 112,4		INDIO 49 In 114,8		STAGNO 50 Sn 118,7		ANTIMONIO 51 Sb 121,8		TELLURIO 52 Te 127,6		IODIO 53 I 126,9		XENON 54 Xe 131,3	
CESIO 55 Cs 132,9		BARIO 56 Ba 137,3		LANTANIO 57 La 138,9		ATRIO 72 Hf 178,5		TANTALO 73 Ta 180,9		WOLFRAMIO 74 W 183,9		RENO 75 Re 186,2		OSMIO 76 Os 190,2		IRIDIO 77 Ir 192,2		PLATINO 78 Pt 195,1		ORO 79 Au 197,0		MERCURIO 80 Hg 200,6		TALLIO 81 Tl 204,4		PIOMBO 82 Pb 207,2		BISMUTO 83 Bi 208,9		POLONIO 84 Po (210)		ASTATO 85 At (210)		RADON 86 Rn (222)	
FRANCIO 87 Fr (223)		RADIO 88 Ra (226)		ATTINIO 89 Ac (227)		TIORENE 104 Rf (267)		DUBNIO 105 Db (268)		SEABORGIO 106 Sg (271)		BOHRIUM 107 Bh (272)		HASIO 108 Hs (270)		MEITNERIO 109 Mt (276)		DARMSTADTIO 110 Ds (281)		ROENTGENIO 111 Rg (280)		COPERNICIO 112 Cn (285)		UNUNTRIO 113 Uut (284)		UNUNQUADRO 114 Uuq (289)		UNUNPENTIO 115 Uup (288)		UNUNSESTIO 116 Uuh (293)		UNUNOCTIO 118 Uuo (294)			
		LANTANIDI		DIBRO 58 Ce 140,1		PRASIMIO 59 Pr 140,9		NEODIMIO 60 Nd 144,2		PROMETIO 61 Pm (144)		SAMARIO 62 Sm 150,4		EUROPIO 63 Eu 152,0		GADOLINIO 64 Gd 157,3		TERBIO 65 Tb 158,9		DYSPROMIO 66 Dy 162,5		OLMIO 67 Ho 164,9		ERBIO 68 Er 167,3		TULIO 69 Tm 168,9		ITTERBIO 70 Yb 173,0		LUTETIO 71 Lu 175,0					
		ATTINIDI		TIORENE 90 Th 232		PROTATTINIO 91 Pa 231		URANIO 92 U 238		NETTURIO 93 Np (237)		PLUTONIO 94 Pu (244)		AMERICIO 95 Am (243)		CURIO 96 Cm (247)		BERKELIO 97 Bk (247)		CALIFORNIO 98 Cf (252)		EINSTEINIO 99 Es (252)		FERMIUM 100 Fm (257)		MENDELIVIO 101 Md (258)		NOBILIO 102 No (259)		LAWRENZIO 103 Lr (262)					

Costanti fondamentali

Nome della costante	Simbolo	Valore
costante di gravitazione universale	G	$6,67 \times 10^{-11} \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{kg}^2}$
costante di Boltzmann	k_B	$1,38 \times 10^{-23} \text{ J/K}$
numero di Avogadro	N_A	$6,02 \times 10^{23} (\text{mol})^{-1}$
velocità della luce nel vuoto	c	$2,9979 \times 10^8 \text{ m/s}$
costante dielettrica del vuoto	ϵ_0	$8,854 \times 10^{-12} \text{ F/m}$
permeabilità magnetica del vuoto	μ_0	$4\pi \times 10^{-7} \text{ N/A}^2$
carica elementare	e	$1,60 \times 10^{-19} \text{ C}$
massa dell'elettrone	m_e	$9,11 \times 10^{-31} \text{ kg}$
massa del protone	m_p	$1,673 \times 10^{-27} \text{ kg}$
massa del neutrone	m_n	$1,675 \times 10^{-27} \text{ kg}$
costante di Planck	h	$6,63 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$
raggio di Bohr	a_0	$5,292 \times 10^{-11} \text{ m}$
magnetone di Bohr	μ_B	$9,274 \times 10^{-24} \text{ A} \cdot \text{m}^2$

Ugo Amaldi

L'Amaldi

per i licei scientifici.blu

Induzione e onde elettromagnetiche, Relatività e quanti
con Physics in English

Un Amaldi multimediale, che presenta i concetti della fisica con video di laboratorio, esperimenti virtuali, mappe ed esercizi interattivi.



Nel libro

- **Mappe dei concetti:** due pagine a fine capitolo per ripassare a colpo d'occhio.
- **Esercizi** rinnovati e più difficili per prepararsi all'università.
- **Study Abroad:** esercizi di ammissione alle università nel mondo.
- **Physics in English:** *Maths Talk* e *Physics Talk* (come si leggono le formule di matematica e fisica in inglese), letture in inglese.
- **Schede** di storia della scienza.

Idee per il tuo futuro

Stai per finire la scuola,
che cosa fare adesso?

- Vale la pena laurearsi?
- Che cosa chiedono ai test di ammissione?
- E se volessi studiare all'estero?
- Come si scrive un curriculum?

In questo libro, otto pagine
per l'orientamento e nel sito

www.ideeperiltuofuturo.it

dati, informazioni e consigli
sull'università e il mondo
del lavoro.

NOVITÀ
2012